# Taller 2 — Extensiones del Job Shop Scheduling Problem en MiniZinc

Mantenimiento programado y Tardanza ponderada

John Freddy Belalcázar Samuel Galindo Cuevas Nicolás Herrera Marulanda

26 de octubre de 2025

# Índice

| Ι. | Jobs | shop Mantenimiento      | 1  |
|----|------|-------------------------|----|
|    | 1.1. | Modelo                  | 2  |
|    | 1.2. | Implementación          | 3  |
|    | 1.3. | Pruebas                 | 4  |
|    | 1.4. | Análisis y conclusiones | 8  |
| 2. | Jobs | shop Mantenimiento      | 10 |
|    | 2.1. | Modelo                  | 10 |
|    | 2.2. | Implementación          | 10 |
|    | 2.3. | Pruebas                 | 10 |
|    | 2.4. | Árboles de búsqueda     | 10 |
|    |      | Análisis y conclusiones |    |

## Repositorio del proyecto

Código fuente, instancias, scripts y PDF están disponibles en: https://github.com/Herreran903/taller-2-restricciones

# 1. Jobshop Mantenimiento

Planificación en un taller con trabajos, cada uno como una secuencia de operaciones que deben ejecutarse en máquinas específicas; cada máquina procesa a lo sumo una operación a la vez y las operaciones de un mismo trabajo respetan su orden. Se entregan intervalos de mantenimiento por máquina durante los cuales no están disponibles, y el objetivo es calendarizar todas las operaciones evitando solapes en la misma máquina y cumpliendo precedencias y ventanas de mantenimiento, de modo que se minimice el makespan.

#### 1.1. Modelo

# Parámetros

P1 — JOBS: Cantidad de trabajos.

P2 — TASKS: Cantidad de máquinas.

 ${f P3}$  — PROC\_TIME: Matriz de duraciones  $p_{i,m}$  de tamaño JOBS imes TASKS: PROC\_TIME $[i,m]=p_{i,m}$ .

P4 — MAX\_MAINT\_WINDOWS: Tope global de ventanas de mantenimiento por máquina.

**P5** — MAINT\_START, MAINT\_END: Inicios  $a_{m,k}$  y fines  $b_{m,k}$  de cada ventana k en máquina m.

**P6** — MAINT\_ACTIVE: Indicadores booleanos MAINT\_ACTIVE[m, k] que activan la ventana  $[a_{m,k}, b_{m,k})$ .

# Constantes derivadas

D1 — H: Horizonte superior seguro, derivado como

$$H \; = \; \sum_{i=1}^{\texttt{JOBS}} \sum_{m=1}^{\texttt{TASKS}} p_{i,m} \; + \; \sum_{m=1}^{\texttt{TASKS}} \sum_{k=1}^{\texttt{MAINT\_WINDOWS}} \left(b_{m,k} - a_{m,k}\right) \mathbf{1}[\texttt{MAINT\_ACTIVE}[m,k]] \, .$$

**D2** — J: Conjunto de trabajos,  $J = \{1, \dots, JOBS\}$ .

**D3** — M: Conjunto de máquinas,  $M = \{1, ..., TASKS\}$ .

## Variables

**V1** —  $s_{i,m}$ : Inicio de la operación del trabajo i en la máquina m, con  $s_{i,m} \in [0, H]$ .

**V2** — END: Makespan del programa, END  $\in [0, H]$ .

# Restricciones principales

R1 — Precedencias dentro del trabajo: Las operaciones de cada trabajo siguen su orden dado.

$$\forall i \in J, \ \forall m \in \{1, \dots, |M|-1\}: \quad s_{i,m} + p_{i,m} \ \leq \ s_{i,m+1}, \qquad s_{i,|M|} + p_{i,|M|} \ \leq \ \mathtt{END}.$$

R2 — No solape por máquina: En cada máquina, las operaciones se procesan de a una (restricción disyuntiva).

$$\forall m \in M, \ \forall i, k \in J, \ i < k : \ (s_{i,m} + p_{i,m} \le s_{k,m}) \ \lor \ (s_{k,m} + p_{k,m} \le s_{i,m}).$$

R3 — Bloqueos por mantenimiento: Ninguna operación se ejecuta durante una ventana activa de mantenimiento.

$$\forall m \in M, \ \forall k \in \{1, \dots, \texttt{MAX\_MAINT\_WINDOWS}\} \ \text{con MAINT\_ACTIVE}[m, k] = \texttt{true}, \ \forall i \in J: \\ (s_{i,m} + p_{i,m} \le a_{m,k}) \ \lor \ (b_{m,k} \le s_{i,m}) \ ,$$

donde  $a_{m,k} = \mathtt{MAINT\_START}[m,k]$  y  $b_{m,k} = \mathtt{MAINT\_END}[m,k]$ , con  $0 \le a_{m,k} < b_{m,k} \le H$ .

## Restricciones redundantes

R4 — Cota por trabajo: El *makespan* no puede ser menor que la suma de duraciones de cada trabajo.

$$\forall i \in J: \quad \mathtt{END} \ \geq \ \sum_{m \in M} p_{i,m}.$$

R5 — Carga por máquina: El makespan acota inferiormente la carga total de cada máquina.

$$\forall m \in M : \quad \mathtt{END} \ \geq \ \sum_{i \in J} p_{i,m}.$$

R6 — Cota por horizonte: Las fechas de inicio y el makespan se restringen al horizonte H.

$$\forall i \in J, \ \forall m \in M: \ 0 \le s_{i,m} \le H, \qquad 0 \le \text{END} \le H.$$

## Restricciones de simetría

**R7** — **Trabajos idénticos:** Para evitar permutaciones equivalentes, si  $p_{i,*} = p_{k,*}$  y i < k se impone orden léxico en los inicios:

$$(s_{i,1},\ldots,s_{i,|M|}) \leq_{\text{lex}} (s_{k,1},\ldots,s_{k,|M|}).$$

# 1.2. Implementación

#### Modelo

El modelo captura de forma correcta la estructura del problema mediante los parámetros definidos en la sección anterior y las restricciones principales R1-R3. Las variables  $s_{i,m}$  y END permiten representar explícitamente el instante de inicio y finalización de cada operación, de modo que cualquier configuración factible de estas variables corresponde a un cronograma real. La restricción R1 asegura la correcta secuencia de operaciones dentro de cada trabajo, preservando el orden tecnológico sin permitir solapamientos entre tareas consecutivas del mismo job. La restricción R2 implementa la capacidad unitaria de cada máquina, garantizando que solo una operación se ejecute a la vez en ella; esto se logra mediante la disyunción de no solape, lo que define implícitamente un orden válido entre operaciones que comparten recurso. Finalmente, R3 extiende el modelo clásico incorporando las ventanas de mantenimiento: los intervalos definidos por MAINT\_START, MAINT\_END y activados por MAINT\_ACTIVE se tratan como periodos de no disponibilidad de la máquina, impidiendo que cualquier operación se solape con ellos.

#### Restricciones redundantes

Las restricciones R4–R6 son **lógicamente implicadas** por las restricciones principales del modelo, es decir, no añaden información nueva sobre el conjunto de soluciones factibles. Su propósito es **reforzar la propagación** de cotas durante la búsqueda, ayudando al solver a podar ramas del árbol de exploración más temprano. R4 (cota por trabajo) obliga a END a ser al menos la suma de duraciones de cada trabajo individual, descartando de inmediato valores imposibles del objetivo. R5 (carga por máquina) exige que END no sea menor que la carga total de trabajo acumulada en cada máquina. R6 acota todas las variables al horizonte seguro H; en la implementación esta cota se aplica de forma implícita mediante los dominios [0, H] definidos para las variables  $s_{i,m}$  y END.

## Restricciones de simetría

Cuando existen trabajos con la misma secuencia de duraciones (PROC\_TIME[i,\*] = PROC\_TIME[k,\*]), el problema admite soluciones equivalentes donde solo se intercambian las etiquetas de estos trabajos idénticos. La restricción R7 rompe esta simetría imponiendo un orden léxico sobre los vectores de tiempos de inicio  $(s_{i,1},\ldots,s_{i,|M|})$  para cada par de trabajos idénticos i < k. De este modo, se conserva un único representante canónico por cada clase de permutación equivalente. Dado que los trabajos idénticos son intercambiables sin afectar la optimalidad del makespan, esta restricción elimina soluciones estructuralmente idénticas sin perder la solución óptima, por lo que no es necesario un proceso posterior para recuperar soluciones.

# 1.3. Pruebas

 ${\bf Tabla\ 1:}\ {\bf Resultados}\ {\bf de}\ {\bf pruebas}\ {\bf con}\ {\bf restricciones}\ {\bf redundantes}.$ 

| Archivo                   | Solver  | Var heur      | Val heur                       | Time (ms) | Nodes    | Failures | Depth |
|---------------------------|---------|---------------|--------------------------------|-----------|----------|----------|-------|
| $test\_01$                | gecode  | $first\_fail$ | $indomain\_min$                | 7.862     | 68       | 20       | 13    |
| $test\_02$                | gecode  | first_fail    | indomain_min                   | 508.427   | 264886   | 132435   | 28    |
| $test\_03$                | gecode  | first_fail    | $indomain\_min$                | 73.898    | 38172    | 19054    | 25    |
| $test\_04$                | gecode  | first_fail    | $indomain\_min$                | 21869.202 | 12299388 | 6149673  | 39    |
| $test\_05$                | gecode  | first_fail    | $indomain\_min$                | 17700.848 | 8583304  | 4291610  | 40    |
| $test\_06$                | gecode  | first_fail    | $indomain\_min$                | 20.877    | 9098     | 4520     | 26    |
| $test\_07$                | gecode  | first_fail    | $indomain\_min$                | 22.030    | 9125     | 4554     | 23    |
| $test\_08$                | gecode  | first_fail    | $indomain\_min$                | 43979.030 | 12705667 | 6352774  | 39    |
| $test\_09$                | gecode  | first_fail    | $indomain\_min$                | 3900.950  | 1514760  | 757354   | 41    |
| test_10                   | gecode  | first_fail    | indomain_min                   | 59937.474 | 20139317 | 10069609 | 52    |
| ${\rm test}\_01$          | gecode  | $dom\_w\_deg$ | $indomain\_split$              | 0.960     | 113      | 34       | 34    |
| $test\_02$                | gecode  | $dom_w_deg$   | $indomain\_split$              | 9.232     | 3150     | 1549     | 71    |
| $test\_03$                | gecode  | $dom_w_deg$   | $indomain\_split$              | 3.973     | 959      | 451      | 69    |
| $test\_04$                | gecode  | $dom_w_deg$   | $indomain\_split$              | 28.810    | 7536     | 3729     | 88    |
| $test\_05$                | gecode  | $dom_w_deg$   | $indomain\_split$              | 11.892    | 2338     | 1114     | 119   |
| $test\_06$                | gecode  | $dom_w_{deg}$ | indomain_split                 | 4.120     | 994      | 455      | 90    |
| $test\_07$                | gecode  | $dom_w_{deg}$ | indomain_split                 | 4.192     | 1283     | 628      | 68    |
| $test\_08$                | gecode  | $dom_w_{deg}$ | indomain_split                 | 11.540    | 2173     | 980      | 128   |
| test 09                   | gecode  | $dom_w_{deg}$ | indomain_split                 | 36.976    | 2702     | 1311     | 71    |
| $\operatorname{test}\_10$ | gecode  | $dom_w_{deg}$ | indomain_split                 | 370.060   | 41970    | 20857    | 180   |
|                           | gecode  | input_order   | indomain_min                   | 0.821     | 200      | 94       | 13    |
| $test\_02$                | gecode  | input_order   | indomain min                   | 10240.779 | 8250996  | 4125491  | 25    |
| test_03                   | gecode  | input_order   | indomain min                   | 281.118   | 210561   | 105269   | 21    |
| test_04                   | gecode  | input_order   | indomain min                   | 58975.739 | 33415666 | 16707816 | 32    |
| test 05                   | gecode  | input_order   | indomain min                   | 59935.589 | 35953071 | 17976510 | 39    |
| test 06                   | gecode  | input_order   | indomain min                   | 856.992   | 535610   | 267795   | 26    |
| test 07                   | gecode  | input order   | indomain min                   | 173.459   | 114108   | 57052    | 23    |
| test 08                   | gecode  | input_order   | indomain min                   | 59939.545 | 37098935 | 18549449 | 36    |
| test 09                   | gecode  | input order   | indomain min                   | 10316.886 | 4784339  | 2392147  | 35    |
| $\operatorname{test}\_10$ | gecode  | input_order   | indomain_min                   | 59940.290 | 31019998 | 15509979 | 50    |
| test_01                   | chuffed | first_fail    | indomain_min                   | 2.000     | 68       | 12       | 14    |
| $test\_02$                | chuffed | first_fail    | indomain_min                   | 8.000     | 537      | 389      | 22    |
| $test\_03$                | chuffed | first_fail    | indomain_min                   | 6.000     | 675      | 373      | 22    |
| $test\_04$                | chuffed | first_fail    | indomain_min                   | 37.000    | 2863     | 2008     | 26    |
| $test\_05$                | chuffed | first_fail    | indomain_min                   | 45.000    | 811      | 409      | 37    |
| $test\_06$                | chuffed | first_fail    | indomain_min                   | 7.000     | 454      | 261      | 27    |
| test 07                   | chuffed | first fail    | indomain min                   | 7.000     | 636      | 494      | 19    |
| test 08                   | chuffed | first_fail    | indomain min                   | 37.000    | 2139     | 1523     | 37    |
| test 09                   | chuffed | first fail    | indomain min                   | 25.000    | 1794     | 1344     | 25    |
| $\operatorname{test}\_10$ | chuffed | first_fail    | $\operatorname{indomain\_min}$ | 28609.000 | 736859   | 595199   | 50    |
| test_01                   | chuffed | dom_w_deg     | indomain_split                 | 1.000     | 114      | 8        | 53    |
| $test\_02$                | chuffed | $dom_w_{deg}$ | indomain_split                 | 4.000     | 945      | 150      | 117   |
| test_03                   | chuffed | $dom_w_{deg}$ | indomain_split                 | 5.000     | 974      | 212      | 121   |
| test_04                   | chuffed | $dom_w_{deg}$ | indomain_split                 | 23.000    | 3269     | 1065     | 145   |
| test_05                   | chuffed | $dom_w_{deg}$ | indomain_split                 | 188.000   | 14992    | 7081     | 252   |
| test_06                   | chuffed | $dom_w_{deg}$ | indomain_split                 | 16.000    | 2717     | 910      | 152   |
| test 07                   | chuffed | $dom_w_{deg}$ | indomain_split                 | 7.000     | 1267     | 505      | 100   |
|                           | chuffed | $dom_w_{deg}$ | indomain_split                 | 39.000    | 5237     | 1663     | 247   |
| test 08                   | Chunea  | dom w deg     | maomam spin                    | 00.000    |          |          |       |
| test_08<br>test_09        | chuffed | dom_w_deg     | indomain_split                 | 48.000    | 6423     | 2433     | 144   |

| Archivo          | Solver  | Var heur       | Val heur        | Time (ms) | Nodes  | Failures | Depth |
|------------------|---------|----------------|-----------------|-----------|--------|----------|-------|
| test_01          | chuffed | input_order    | indomain_min    | 1.000     | 53     | 16       | 14    |
| $test\_02$       | chuffed | $input\_order$ | indomain_min    | 6.000     | 617    | 272      | 22    |
| $test\_03$       | chuffed | $input\_order$ | indomain_min    | 5.000     | 442    | 248      | 22    |
| $test\_04$       | chuffed | $input\_order$ | indomain_min    | 47.000    | 3435   | 2735     | 26    |
| ${\rm test}\_05$ | chuffed | $input\_order$ | indomain_min    | 273.000   | 10926  | 9503     | 38    |
| $test\_06$       | chuffed | $input\_order$ | indomain_min    | 25.000    | 2088   | 1657     | 27    |
| ${\rm test}\_07$ | chuffed | $input\_order$ | indomain_min    | 8.000     | 737    | 672      | 20    |
| $test\_08$       | chuffed | $input\_order$ | indomain_min    | 28.000    | 1610   | 1189     | 37    |
| $test\_09$       | chuffed | $input\_order$ | $indomain\_min$ | 78.000    | 4925   | 4365     | 26    |
| $test\_10$       | chuffed | $input\_order$ | $indomain\_min$ | 16350.000 | 362590 | 332479   | 51    |

| Archivo           | Solver  | Var heur                  | Val heur          | Time (ms) | Nodes    | Failures | Depth |
|-------------------|---------|---------------------------|-------------------|-----------|----------|----------|-------|
| test_01           | gecode  | first_fail                | indomain_min      | 10.203    | 68       | 20       | 13    |
| $test\_02$        | gecode  | $first\_fail$             | indomain_min      | 499.978   | 264817   | 132389   | 28    |
| $test\_03$        | gecode  | $first\_fail$             | $indomain\_min$   | 62.441    | 24282    | 12104    | 25    |
| $test\_04$        | gecode  | $first\_fail$             | $indomain\_min$   | 17341.491 | 8810676  | 4405319  | 39    |
| $test\_05$        | gecode  | $first\_fail$             | $indomain\_min$   | 59931.770 | 50739812 | 25369861 | 49    |
| $test\_06$        | gecode  | $first\_fail$             | $indomain\_min$   | 24.156    | 11998    | 5983     | 26    |
| $test\_07$        | gecode  | $first\_fail$             | $indomain\_min$   | 50.264    | 23345    | 11649    | 23    |
| $test\_08$        | gecode  | $first\_fail$             | $indomain\_min$   | 47879.649 | 14960880 | 7480383  | 39    |
| $test\_09$        | gecode  | $first\_fail$             | $indomain\_min$   | 9620.749  | 6094237  | 3047083  | 41    |
| _test10           | gecode  | $first\_fail$             | $indomain\_min$   | 59934.424 | 27947665 | 13973774 | 51    |
| test_01           | gecode  | $dom_w_{deg}$             | indomain_split    | 0.912     | 112      | 33       | 36    |
| $test\_02$        | gecode  | $dom_w_deg$               | $indomain\_split$ | 5.504     | 1634     | 774      | 71    |
| $test\_03$        | gecode  | $dom\_w\_deg$             | $indomain\_split$ | 1.708     | 334      | 133      | 72    |
| $test\_04$        | gecode  | $dom_w_deg$               | $indomain\_split$ | 36.409    | 9649     | 4793     | 77    |
| $test\_05$        | gecode  | $dom\_w\_deg$             | $indomain\_split$ | 10.264    | 1880     | 838      | 141   |
| $test\_06$        | gecode  | $dom\_w\_deg$             | $indomain\_split$ | 5.299     | 1340     | 593      | 93    |
| ${\rm test}\_07$  | gecode  | $dom\_w\_deg$             | $indomain\_split$ | 11.445    | 3549     | 1729     | 75    |
| $test\_08$        | gecode  | $dom\_w\_deg$             | $indomain\_split$ | 13.378    | 2937     | 1287     | 133   |
| $test\_09$        | gecode  | $dom_w_deg$               | $indomain\_split$ | 12.210    | 3567     | 1688     | 96    |
| $_{\rm test\_10}$ | gecode  | ${\rm dom}\_{\rm w\_deg}$ | $indomain\_split$ | 304.671   | 42287    | 20950    | 182   |
| test_01           | gecode  | $input\_order$            | indomain_min      | 0.833     | 200      | 94       | 13    |
| $test\_02$        | gecode  | $input\_order$            | $indomain\_min$   | 10051.899 | 8250996  | 4125491  | 25    |
| $test\_03$        | gecode  | $input\_order$            | $indomain\_min$   | 276.237   | 210561   | 105269   | 21    |
| $test\_04$        | gecode  | $input\_order$            | $indomain\_min$   | 58520.001 | 33415666 | 16707816 | 32    |
| $test\_05$        | gecode  | $input\_order$            | $indomain\_min$   | 59938.719 | 36319978 | 18159963 | 39    |
| $test\_06$        | gecode  | $input\_order$            | $indomain\_min$   | 897.716   | 535610   | 267795   | 26    |
| $test\_07$        | gecode  | $input\_order$            | $indomain\_min$   | 170.944   | 114108   | 57052    | 23    |
| $test\_08$        | gecode  | $input\_order$            | $indomain\_min$   | 59933.128 | 37142176 | 18571070 | 36    |
| $test\_09$        | gecode  | $input\_order$            | $indomain\_min$   | 10471.427 | 4784339  | 2392147  | 35    |
| test_10           | gecode  | input_order               | indomain_min      | 59936.365 | 30298504 | 15149232 | 50    |
| test_01           | chuffed | first_fail                | indomain_min      | 1.000     | 68       | 12       | 14    |
| $test\_02$        | chuffed | $first\_fail$             | indomain_min      | 7.000     | 537      | 389      | 22    |
| $test\_03$        | chuffed | $first\_fail$             | indomain_min      | 6.000     | 697      | 373      | 22    |
| $test\_04$        | chuffed | $first\_fail$             | $indomain\_min$   | 36.000    | 2889     | 2008     | 26    |
| ${\rm test}\_05$  | chuffed | $first\_fail$             | indomain_min      | 16.000    | 851      | 409      | 38    |
| $test\_06$        | chuffed | $first\_fail$             | indomain_min      | 6.000     | 423      | 261      | 27    |
| $test\_07$        | chuffed | $first\_fail$             | indomain_min      | 7.000     | 637      | 494      | 20    |
| $test\_08$        | chuffed | $first\_fail$             | indomain_min      | 42.000    | 2069     | 1523     | 37    |
| $test\_09$        | chuffed | $first\_fail$             | indomain_min      | 25.000    | 1817     | 1344     | 25    |

| Archivo          | Solver  | Var heur                        | Val heur          | Time (ms) | Nodes  | Failures | Depth |
|------------------|---------|---------------------------------|-------------------|-----------|--------|----------|-------|
| test_10          | chuffed | first_fail                      | indomain_min      | 28238.000 | 736910 | 595199   | 51    |
| test_01          | chuffed | $dom_w_deg$                     | indomain_split    | 1.000     | 117    | 8        | 56    |
| ${\rm test}\_02$ | chuffed | $dom\_w\_deg$                   | $indomain\_split$ | 4.000     | 949    | 150      | 121   |
| $test\_03$       | chuffed | $dom\_w\_deg$                   | $indomain\_split$ | 5.000     | 974    | 212      | 121   |
| $test\_04$       | chuffed | $dom\_w\_deg$                   | $indomain\_split$ | 21.000    | 3272   | 1065     | 148   |
| $test\_05$       | chuffed | $dom\_w\_deg$                   | $indomain\_split$ | 190.000   | 14992  | 7081     | 252   |
| $test\_06$       | chuffed | $dom\_w\_deg$                   | $indomain\_split$ | 15.000    | 2717   | 910      | 152   |
| ${ m test}\_07$  | chuffed | $dom\_w\_deg$                   | $indomain\_split$ | 7.000     | 1270   | 505      | 103   |
| $test\_08$       | chuffed | $dom\_w\_deg$                   | $indomain\_split$ | 38.000    | 5237   | 1663     | 247   |
| $test\_09$       | chuffed | $dom\_w\_deg$                   | $indomain\_split$ | 47.000    | 6423   | 2433     | 144   |
| ${\rm test}\_10$ | chuffed | $\mathrm{dom}\_\mathrm{w\_deg}$ | $indomain\_split$ | 12393.000 | 471285 | 221818   | 345   |
| test_01          | chuffed | input_order                     | indomain_min      | 1.000     | 53     | 16       | 14    |
| $test\_02$       | chuffed | $input\_order$                  | $indomain\_min$   | 5.000     | 617    | 272      | 22    |
| $test\_03$       | chuffed | $input\_order$                  | $indomain\_min$   | 5.000     | 442    | 248      | 22    |
| $test\_04$       | chuffed | $input\_order$                  | $indomain\_min$   | 45.000    | 3435   | 2735     | 26    |
| ${\rm test}\_05$ | chuffed | $input\_order$                  | $indomain\_min$   | 252.000   | 10926  | 9503     | 38    |
| $test\_06$       | chuffed | $input\_order$                  | $indomain\_min$   | 25.000    | 2088   | 1657     | 27    |
| ${\rm test}\_07$ | chuffed | $input\_order$                  | $indomain\_min$   | 8.000     | 737    | 672      | 20    |
| $test\_08$       | chuffed | $input\_order$                  | indomain_min      | 29.000    | 1610   | 1189     | 37    |
| $test\_09$       | chuffed | $input\_order$                  | indomain_min      | 77.000    | 4925   | 4365     | 26    |
| test10           | chuffed | input_order                     | indomain_min      | 16677.000 | 362590 | 332479   | 51    |

 ${\bf Tabla~3:}~{\bf Resultados~de~pruebas~con~restricciones~redundantes~y~con~simetr\'ia.$ 

| Archivo            | Solver           | Var heur  | Val heur                     | Time (ms)       | Nodes        | Failures            | Depth    |
|--------------------|------------------|---|------------------------------|-----------------|--------------|---------------------|----------|
| test_01<br>test_02 | gecode<br>gecode | first_fail<br>first_fail                                  | indomain_min<br>indomain_min | 7.862 $508.427$ | 68<br>264886 | $\frac{20}{132435}$ | 13<br>28 |
| test_01            | gecode           | $ dom_w_{deg} $ $ dom_w_{deg} $                           | indomain_split               | 0.960           | 113          | 34                  | 34       |
| test_02            | gecode           |   | indomain_split               | 9.232           | 3150         | 1549                | 71       |
| test_01            | gecode           | input_order   | indomain_min                 | 0.821           | 200          | 94                  | 13       |
| test_02            | gecode           | input_order   | indomain_min                 | 10240.779       | 8250996      | 4125491             | 25       |
| test_01            | chuffed          | first_fail  | indomain_min                 | 2.000           | 68           | 12                  | 14       |
| test_02            | chuffed          | first_fail  | indomain_min                 | 8.000           | 537          | 389                 | 22       |
| test_01            | chuffed          | $\begin{array}{c} dom\_w\_deg \\ dom\_w\_deg \end{array}$ | indomain_split               | 1.000           | 114          | 8                   | 53       |
| test_02            | chuffed          |   | indomain_split               | 4.000           | 945          | 150                 | 117      |
| test_01            | chuffed          | input_order   | indomain_min                 | 1.000           | 53           | 16                  | 14       |
| test_02            | chuffed          | input_order   | indomain_min                 | 6.000           | 617          | 272                 | 22       |

Tabla 4: Resultados de pruebas con restricciones redundantes y sin simetría.

| Archivo | Solver  | Var heur  | Val heur       | Time (ms) | Nodes    | Failures       | Depth |
|---------|---------|---|----------------|-----------|----------|----------------|-------|
| test_01 | gecode  | first_fail  | indomain_min   | 5.143     | 171      | $73 \\ 320733$ | 13    |
| test_02 | gecode  | first_fail  | indomain_min   | 1251.807  | 641482   |                | 28    |
| test_01 | gecode  | $\begin{array}{c} dom\_w\_deg \\ dom\_w\_deg \end{array}$ | indomain_split | 0.822     | 153      | 54             | 34    |
| test_02 | gecode  |   | indomain_split | 9.131     | 3911     | 1934           | 65    |
| test_01 | gecode  | input_order   | indomain_min   | 1.239     | 360      | 174            | 13    |
| test_02 | gecode  | input_order   | indomain_min   | 17282.710 | 15001952 | 7500969        | 26    |
| test_01 | chuffed | first_fail  | indomain_min   | 3.000     | 76       | 19             | 14    |

| Archivo            | Solver             | Var heur                   | Val heur                         | Time (ms)       | Nodes        | Failures          | Depth     |
|--------------------|--------------------|----------------------------|----------------------------------|-----------------|--------------|-------------------|-----------|
| test_02            | chuffed            | first_fail                 | indomain_min                     | 35.000          | 3546         | 2824              | 22        |
| test_01<br>test_02 | chuffed<br>chuffed | dom_w_deg<br>dom_w_deg     | indomain_split<br>indomain_split | 1.000<br>10.000 | 135<br>3069  | 17<br>784         | 53<br>117 |
| Chuffed (I         | Estrategia:        | $input\_order \ +$         | $indomain\_min)$                 |                 |              |                   |           |
| test_01<br>test_02 | chuffed<br>chuffed | input_order<br>input_order | indomain_min<br>indomain_min     | 1.000<br>16.000 | $57 \\ 2050$ | $\frac{20}{1261}$ | 14<br>22  |

Tabla 5: Resultados de pruebas con restricciones redundantes y sin simetría.

| Archivo            | Solver           | Var heur  | Val heur                     | Time (ms)            | Nodes          | Failures       | Depth    |
|--------------------|------------------|---|------------------------------|----------------------|----------------|----------------|----------|
| test_01            | gecode           | first_fail  | indomain_min                 | 5.143                | 171            | 73             | 13       |
| test_02            | gecode           | first_fail  | indomain_min                 | 1251.807             | 641482         | 320733         | 28       |
| test_01            | gecode           | dom_w_deg   | indomain_split               | 0.822                | 153            | 54             | 34       |
| test_02            | gecode           | dom_w_deg   | indomain_split               | 9.131                | 3911           | 1934           | 65       |
| test_01<br>test_02 | gecode<br>gecode | input_order<br>input_order                                | indomain_min<br>indomain_min | $1.239 \\ 17282.710$ | 360 $15001952$ | 174<br>7500969 | 13<br>26 |
| test_01            | chuffed          | first_fail  | indomain_min                 | $3.000 \\ 35.000$    | 76             | 19             | 14       |
| test_02            | chuffed          | first_fail  | indomain_min                 |                      | 3546           | 2824           | 22       |
| test_01            | chuffed          | $\begin{array}{c} dom\_w\_deg \\ dom\_w\_deg \end{array}$ | indomain_split               | 1.000                | 135            | 17             | 53       |
| test_02            | chuffed          |   | indomain_split               | 10.000               | 3069           | 784            | 117      |
| test_01            | chuffed          | input_order   | indomain_min                 | 1.000                | $57 \\ 2050$   | 20             | 14       |
| test_02            | chuffed          | input_order   | indomain_min                 | 16.000               |                | 1261           | 22       |

Tabla 6: Resultados de pruebas con redundancia y con simetría (todas las soluciones).

| Archivo          | Solver          | Var heur                        | Val heur          | Time (ms) | Nodes   | Failures | Depth | Solutions |
|------------------|-----------------|---------------------------------|-------------------|-----------|---------|----------|-------|-----------|
| test_01          | gecode          | first_fail                      | indomain_min      | 59921.041 | 3127246 | 0        | 25    | 1563617   |
| test_02          | gecode          | first_fail                      | indomain_min      | 59930.036 | 2700044 | 0        | 32    | 1350012   |
| ${\rm test}\_01$ | gecode          | $dom_w_deg$                     | $indomain\_split$ | 59931.679 | 3151727 | 0        | 45    | 1575852   |
| test_02          | gecode          | $dom_w_{deg}$                   | indomain_split    | 59933.849 | 2730619 | 0        | 82    | 1365278   |
| test_01          | gecode          | $input\_order$                  | indomain_min      | 59937.490 | 3173156 | 0        | 25    | 1586572   |
| test_02          | gecode          | input_order                     | indomain_min      | 59937.140 | 2754654 | 0        | 32    | 1377317   |
| ${\rm test}\_01$ | ${\rm chuffed}$ | $\operatorname{first\_fail}$    | $indomain\_min$   | 59934.000 | 1517948 | 1517936  | 13    | 1517936   |
| test_02          | chuffed         | first_fail                      | indomain_min      | 59933.000 | 1294586 | 1294565  | 21    | 1294565   |
| ${\rm test}\_01$ | chuffed         | $\mathrm{dom}\_\mathrm{w\_deg}$ | $indomain\_split$ | 59926.000 | 1905356 | 1567323  | 52    | 1567323   |
| test_02          | chuffed         | dom_w_deg                       | indomain_split    | 59938.000 | 1547960 | 1351214  | 116   | 1351214   |
| ${\rm test}\_01$ | ${\rm chuffed}$ | $input\_order$                  | $indomain\_min$   | 59934.000 | 1553352 | 1553340  | 13    | 1553340   |
| $test\_02$       | chuffed         | $input\_order$                  | indomain_min      | 59936.000 | 1361902 | 1361881  | 21    | 1361881   |

Tabla 7: Resultados de pruebas con redundancia y sin simetría (todas las soluciones).

| Archivo          | Solver | Var heur      | Val heur        | Time (ms) | Nodes   | Failures | Depth | Solutions |
|------------------|--------|---------------|-----------------|-----------|---------|----------|-------|-----------|
| test_01          | gecode | $first\_fail$ | indomain_min    | 59942.958 | 3225524 | 0        | 25    | 1612756   |
| ${\rm test}\_02$ | gecode | $first\_fail$ | $indomain\_min$ | 59937.814 | 2766214 | 0        | 32    | 1383097   |
| test_01          | gecode | dom_w_deg     | indomain_split  | 59939.585 | 3256656 | 0        | 45    | 1628314   |

| Archivo            | Solver             | Var heur                   | Val heur                         | Time (ms)              | Nodes              | Failures             | Depth     | Solutions            |
|--------------------|--------------------|----------------------------|----------------------------------|------------------------|--------------------|----------------------|-----------|----------------------|
| test_02            | gecode             | $dom\_w\_deg$              | $indomain\_split$                | 59936.894              | 2852672            | 0                    | 76        | 1426307              |
| test_01<br>test_02 | gecode<br>gecode   | input_order<br>input_order | indomain_min<br>indomain_min     | 59939.783<br>59933.915 | 3251452<br>2774174 | 0                    | 25<br>32  | 1625720<br>1387077   |
| test_01<br>test_02 | chuffed chuffed    | first_fail<br>first_fail   | indomain_min<br>indomain_min     | 59932.000<br>59937.000 | 1566132<br>1332201 | $1566122 \\ 1332180$ | 13<br>21  | $1566122 \\ 1332180$ |
| test_01<br>test_02 | chuffed chuffed    |                            | indomain_split<br>indomain_split | 59933.000<br>59936.000 | 1931617<br>1592857 | $1589249 \\ 1390351$ | 52<br>116 | 1589249<br>1390351   |
| test_01<br>test_02 | chuffed<br>chuffed | input_order<br>input_order | indomain_min<br>indomain_min     | 59936.000<br>59924.000 | 1588141<br>1412380 | $1588128 \\ 1412359$ | 13<br>21  | 1588128<br>1412359   |

# 1.4. Análisis y conclusiones

El análisis inicial se centra en evaluar el impacto de las restricciones redundantes (R4 y R5) cuando la restricción de simetría (R6) se mantiene activa. Para ello, se comparan los resultados obtenidos al optimizar el makespan con ambas restricciones activas frente a los obtenidos únicamente con la restricción de simetría activa.

Observando el comportamiento del solver Gecode, se evidencia que la efectividad de las restricciones redundantes está fuertemente ligada a la estrategia de búsqueda utilizada. Con la heurística first\_fail (ff\_min), las restricciones redundantes resultaron ser mayormente perjudiciales. En casi todas las instancias, el tiempo de ejecución aumentó y tanto el número de nodos explorados como los fallos fueron significativamente mayores. Esto sugiere que el costo adicional de propagar estas restricciones no se compensa con una poda efectiva del árbol de búsqueda para esta estrategia, generando un overhead innecesario.

Por el contrario, con la estrategia informada dom\_w\_deg (wdeg\_split), las restricciones redundantes mostraron un beneficio general en Gecode. Consistentemente redujeron el número de nodos y fallos, indicando una poda más temprana del espacio de búsqueda, lo cual se tradujo en mejoras de tiempo en varias instancias, aunque con excepciones notables como test\_10. Finalmente, con la estrategia input\_order (inorder\_min), similar a ff\_min, las redundantes no aportaron beneficios claros e incluso empeoraron el rendimiento en algunos casos, especialmente visible en instancias que alcanzaron el tiempo límite, donde la exploración del árbol fue comparable o mayor.

El solver Chuffed mostró una interacción diferente con las restricciones redundantes. Con la estrategia ff\_min, las redundantes ayudaron consistentemente a reducir el número de nodos y fallos, aunque el impacto en el tiempo de ejecución fue variable y sin un patrón definido, posiblemente debido a la eficiencia intrínseca de Chuffed en la propagación y poda.

Para la estrategia wdeg\_split en Chuffed, las redundantes también demostraron ser beneficiosas, reduciendo nodos y fallos de forma consistente y logrando mejoras, aunque modestas, en el tiempo de ejecución para las instancias más complejas como test\_10. Con inorder\_min, los resultados fueron mixtos; si bien se observó una reducción en nodos y fallos, el tiempo de ejecución a veces mejoró y otras veces empeoró, similar al comportamiento visto con ff\_min.

De esta comparación se derivan conclusiones generales importantes sobre las restricciones redundantes R4 y R5 y la elección de solver/estrategia. Su efectividad no es universal, sino que depende crucialmente de la estrategia de búsqueda y, en menor medida, del solver. Heurísticas más informadas como wdeg\_split tienden a explotar mejor la información adicional proporcionada por las redundantes para podar la búsqueda. En cambio, con estrategias más simples, el costo de mantener y propagar estas restricciones puede superar el beneficio obtenido. Chuffed parece ser más robusto y capaz de beneficiarse (o al menos no ser perjudicado significativamente) por las redundantes en más escenarios que Gecode. Además, el posible beneficio de estas restricciones tiende a ser más perceptible en las instancias de mayor complejidad computacional.

Consistentemente, la estrategia dom\_w\_deg emerge como la opción más robusta y eficiente en general, tanto para Gecode como para Chuffed. Esta heurística informada, que prioriza variables con dominios pequeños y alta participación en conflictos, logra una poda del árbol de búsqueda significativamente mejor, reflejada en menores nodos y fallos en la mayoría de las instancias. Es precisamente con wdeg\_split donde las restricciones redundantes muestran su mayor valor, ayudando a reducir aún más el espacio explorado y, frecuentemente, el tiempo de ejecución, sobre todo en problemas más complejos.

En contraste, las estrategias más simples como first\_fail (ff\_min) e input\_order (inorder\_min) mostraron un rendimiento mucho más variable y, a menudo, inferior. Con estas heurísticas, las restricciones redundantes pueden incluso ser perjudiciales (especialmente en Gecode), añadiendo costo de propagación sin un beneficio claro en la poda.

En cuanto a los solvers, Chuffed demostró ser notablemente más rápido y eficiente que Gecode en la mayoría de las configuraciones probadas, particularmente con la estrategia wdeg\_split. Chuffed parece explotar mejor la estructura del problema y las restricciones, incluyendo las redundantes, logrando soluciones óptimas en menos tiempo y con una exploración considerablemente menor.

Por lo tanto, la combinación Chuffed + wdeg\_split se perfila como la elección preferente para este modelo, beneficiándose además de la inclusión de las restricciones redundantes (R4 y R5) para mejorar la poda en instancias desafiantes.

Continuando el análisis, se examina ahora el efecto de la restricción de rompimiento de simetría (R6), comparando los resultados de las ejecuciones que la incluían con aquellas que no, manteniendo en ambos casos las restricciones redundantes activas. Dado que esta restricción solo tiene efecto en presencia de trabajos idénticos, la comparación se enfoca exclusivamente en las instancias test\_01 y test\_02.

En el contexto de la optimización (búsqueda de la solución óptima), la restricción de simetría demostró ser altamente beneficiosa, particularmente en la instancia más compleja test\_02. Para el solver Gecode, la activación de R6 consistentemente redujo el número de nodos explorados y fallos en ambas instancias, aunque el impacto en el tiempo fue mixto para test\_01 (a veces ligeramente más lento con simetría activa, como con ff\_min y wdeg\_split). Sin embargo, en test\_02, la mejora fue sustancial en todos los aspectos, especialmente con inorder\_min donde el tiempo se redujo de 17.3s a 10.2s.

Con el solver Chuffed, el beneficio de la restricción de simetría fue aún más pronunciado. En test\_01, se observaron mejoras modestas pero consistentes en tiempo, nodos y fallos. En test\_02, la reducción fue drástica: por ejemplo, con ff\_min, el tiempo bajó de 35ms a 8ms, y con wdeg\_split, de 10ms a 4ms, acompañado de significativas reducciones en nodos y fallos. Estos resultados sugieren que la restricción lex\_lesseq poda eficazmente ramas equivalentes del árbol de búsqueda, mejorando notablemente la eficiencia de la optimización en presencia de simetría.

Para cuantificar la reducción del espacio de búsqueda debida a la simetría, se realizaron pruebas adicionales en modo satisfy buscando todas las soluciones posibles. Se compararon las ejecuciones con redundancia y simetría frente a aquellas con redundancia pero sin simetría. Idealmente, se esperaría una reducción significativa en el número de soluciones encontradas al activar R6. Sin embargo, los resultados muestran que casi todas las configuraciones alcanzaron el tiempo límite de 60 segundos antes de completar la enumeración total. A pesar de esto, se observa una tendencia consistente: en todas las combinaciones de solver y estrategia, el número de soluciones reportadas antes del timeout fue ligeramente menor cuando la restricción de simetría estaba activa. Por ejemplo, con Chuffed y ff\_min en test\_01, se reportaron 1,517,936 soluciones con simetría frente a 1,566,122 sin ella. La reducción no es drástica debido tanto al tiempo límite como a que la restricción solo elimina permutaciones entre los jobs idénticos, siendo el impacto global moderado por la presencia de jobs únicos. Aun así, esta reducción en soluciones encontradas, nodos explorados y fallos confirma que la restricción R6 está funcionando correctamente, eliminando soluciones equivalentes y podando el espacio de búsqueda.

En conclusión, la restricción de simetría R6 es una adición valiosa al modelo para instancias con trabajos idénticos, mejorando el rendimiento en la optimización y demostrando su capacidad para reducir el espacio de búsqueda en la enumeración de todas las soluciones, aunque las limitaciones de tiempo y que solo afecta a permutaciones de trabajos idénticos impidieron observar un recorte drástico en este último escenario.

# 2. Jobshop Mantenimiento

# 2.1. Modelo

Parámetros

Variables

 ${\bf Restricciones\ principales}$ 

Restricciones redundantes

Restricciones de simetría

# 2.2. Implementación

Modelo

Restricciones redundantes

Restricciones de simetría

# 2.3. Pruebas

Tabla 8: Resultados de pruebas con restricciones redundantes.

| Archivo   | Solver | Var heur | Val heur | time | nodes | fail | depth |
|---|--------|----------|----------|------|-------|------|-------|
| Tabla 9: Resultados de pruebas sin restricciones redundantes. |        |          |          |      |       |      |       |
| Archivo   | Solver | Var heur | Val heur | time | nodes | fail | depth |

# 2.4. Análisis y conclusiones