Maths Discrètes
Solutions TP 7

Exercice 1

$$\begin{aligned}
\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{i}\binom{n}{i}\binom{i}{j} &= \sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}\left(\sum_{j=0}^{i}\binom{i}{j}\right)\\
&= \sum_{i=0}^{n}\binom{n}{i}(1+1)^i\\
&= (2+1)^n\\
&= 3^n
\end{aligned}$$

Exercice 2

$$\begin{aligned}
\sum_{i=0}^{n}\binom{n+1}{i+1}(i+1)2^i &= \sum_{i=0}^{n}(n+1)\frac{n!}{i!(n-i)!}2^i\\
&= (n+1)(2+1)^n\\
&= 3^n(n+1)
\end{aligned}$$

Exercice 3

- $8, 2, 8, 2, 8, 2$
- $9, 4, 10, 13, 1, 10, 1, 10, 4, 8, 1, 13, 9$

Exercice 4

1.

$$\begin{tikzcd}
2 \arrow[r, dash] & 4 \arrow[r, dash] & 1 \arrow[r, dash] \arrow[d, dash] & 6 \\
 & & 3 \arrow[r, dash] & 5
\end{tikzcd}$$

2.

$$\begin{tikzcd} 5 \arrow[r, dash] & 3 \arrow[r, dash] & 6 \arrow[r, dash] \arrow[d, dash] & 2 \arrow[r, dash] & 1 \arrow[r, dash] & 4 \arrow[r, dash] & 8 \\ & & 7 & & & & \end{tikzcd}$$

Exercice 5

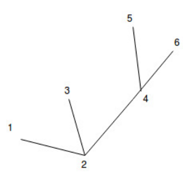
voir page suivante.

Exercice 6

Algorithme pour Prüfer (Wikipédia les enfants!)

Exercice 7

Un vecteur de degré contient les degrés de chaque sommet d'un graphe:



$\Rightarrow (1, 3, 1, 3, 1, 1)$

La suite est à prendre avec des pincettes, je n'ai pas pris le temps d'y réfléchir donc c'est du décodage de notes pas très claires - si vous avez plus d'idées que moi je suis tout ouïe.

Donc la somme des degrés des n sommets est $\displaystyle\sum_{i=0}^{n} d_i - 1 = n - 2$ donc:

$$\begin{aligned} (n \times 1)^{n-2} &= \sum_{k=0}^{n-2} \binom{n-2}{k} n^k \ 1^{n-k} \\ &= \sum_{k=0}^{n-2} \binom{n-2}{k} n^k \\ &= \sum_{(d_1,...,d_n)} \binom{n-2}{d_1 - 1, ..., d_n - 1} \end{aligned}$$