Maths Discrètes

Solutions TP 5

Exercice 1

$$\begin{aligned} n &= \frac{mL-1}{m-1} \\ &= \frac{3 \times 521 - 1}{3-1} \\ &= 781 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h &= log_3(521) \\ &= 5.69 \end{aligned}$$

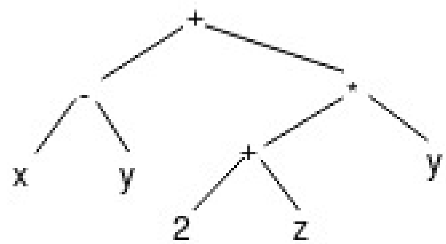
$$\begin{aligned} L &= \frac{L-1}{m-1} \\ &= \frac{L-1}{2} \\ &= 26 \end{aligned}$$

Comme entier et équilibré, seuls les deux derniers niveaux possèdent des feuilles.

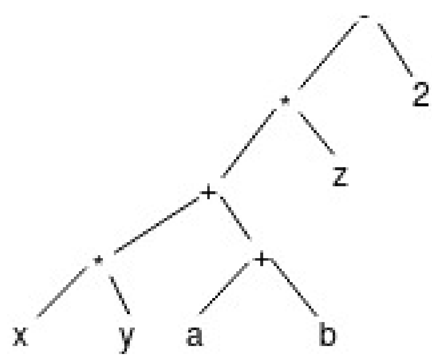
- h_5 possède $i\sum_{k=0}^{4} 3^k = 139$ sommets.
  si h_5 n'avait pas de feuilles, il avait $3^5 = 243$ sommets donc h_5 possède $243 - 139 = 104$ feuilles.
- h_6 possède donc $510 - 104$ ou $139 \times 3 = 417$ feuilles.

Exercice 2

1.



2.



Exercice 3

1. * - x y - + x 17 7
2. x y - x 17 + 7 - *

Exercice 4

(a) 3 arbres sous-tendants

(b) 4 arbres sous-tendants

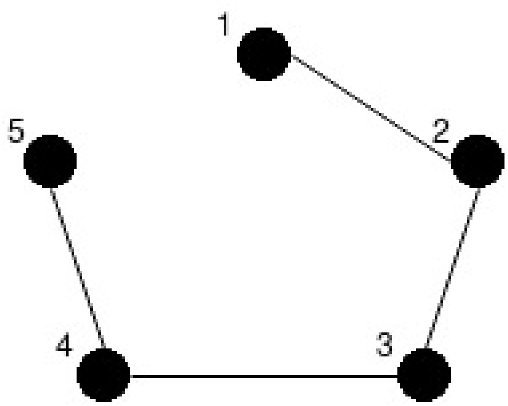
(c) 5 arbres sous-tendants

(d) 16 arbres sous-tendants

Exercice 5

$$\begin{array}{ccccccc} a & - & b & - & c & - & d \\ | & & | & & | & & \\ e & & f & & g & & h \\ & & | & & & & | \\ i & - & j & - & k & - & l \end{array}$$

Exercice 6



Exercice 7

Même principe que TP 4 exercice 5.

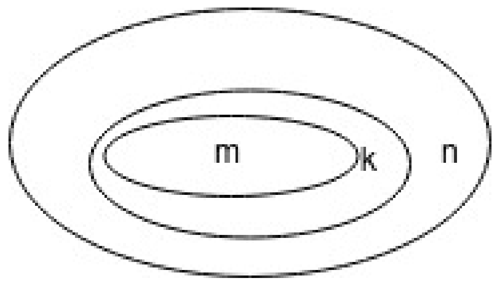
Exercice 8

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{n} 2^k \binom{n}{k} &= \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} 2^k 1^{n-k} \\ &= (2+1)^n \\ &= 3^n \end{aligned}$$

Exercice 9

$\sum\limits_{k=m}^{n} \binom{k}{m} \binom{n}{k} = 2^{n-m} \binom{n}{m}$
le nombre de façons de choisir m parmi k, et k parmi n soit :

le nombre de façons de choisir m parmi n ($\binom{n}{m}$) et d'inclure ou non un élément de n dans k (2^n), m y étant par définition donc sans choix ($n-m$).
Il existe une solution algébrique, mais même moi qui les préfère en général, je vous dit: ça n'en vaut pas la peine. Mais je l'ai dans mes feuilles si vous êtes curieux.



Exercice 10

Pour
$x_1 = \#1$, $x_2 = \#2, \ldots, x_6 = \#6$ $\qquad x_i \geq \in \mathbb{N}$
où $x_i =$ le nombre de dés qui tombent sur la valeur i.
Si on les additionne tous, on a toujours le nombre de dés qu'on a lancé:
$x_1 + x_2 + x_3 + \cdots + x_6 = n$
On peut donc utiliser un coefficient multinomial.