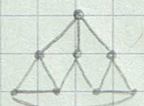
Scéance 4

1. $n(n-1)/2$, puisque chaque sommet a $n-1$ arêtes

2.  ; considérant $\frac{|V| \times d(V)}{2}$; un graphe à nombre impair de sommets et 3 arêtes incidentes à chaque sommet n'a pas un nombre d'arêtes naturel.

3. 1. $\exists u, v \in V$ tq $d(u) = d(v)$

   2. supposons $\forall u, v \in V$; $d(u) \neq d(v)$

      alors dans un graphe à n sommets, chaque sommet à un degré différent, allant de $n-1$ à 0.
      donc le sommet v de degré $n-1$ est relié à tous les autres sommets, y compris u, de degré 0 (qui en théorie n'est relié à aucun sommet)
      donc $\exists u, v \in V$ tq $d(u) = d(v)$ dans un graphe connexe.

(?) X. 4. si $u, v \in V$ sont de degré $n+1$ mais pas adjacents, alors au moins un de leurs sommets adjacents est identique, donc G est connexe (contradiction ($n+1$ sommets de chaque côté))

quelle formule (?) X 5. si $n = 0$ ou $n = 1$; $m = 0$
si $n = n-1$; $m = \{0, \dots, n-2\}$ donc au $m_{max} = n-2$; 1 composante
si $n = n+1$; $m = \{0, \dots, n\}$ donc au $m_{max} = n$; 1 composante
↳ rajoute un sommet à G et peut être connecté à 0 à le comp. connexes

6. 1. $\frac{n \times 3}{2} = 12$

   $\underline{n = 8}$

   2. $\frac{(2 \times 3) + [(n-2) \times 2]}{2} = 10$

   $(n-2) \times 2 = 14$

   $\underline{n = 9}$

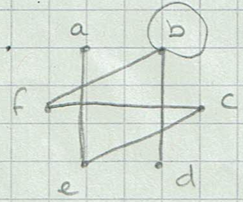
7. $\frac{(n \times 3) + (m \times 4)}{2} = 65$ et $n + m = 40$

   $\underline{m = 40 - n}$

   $3n + (40 - n) \times 4 = 130$

   $-n = 130 - 160$

   $\underline{n = 30}$, et $\underline{m = 10}$

8. 1. 

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

   2. non, car b possède une boucle

(?) 3. A^4

Maths Discrètes

Solutions

Scéance 4 (suite)

9\. a. $|V|G_4 = 14$, $|E|G_4 = 24$
$|V|G_5 = 20$, $|E|G_5 = 35$

b. $2+(i-1)$ sommets : 2 sommets au cercle, puis 1 à chaque intersection intérieure

c. $|V|G_n = 2n + \sum_{i=0}^{n-1} i$ ou $2n + (n-1)(n)/2$

d. $2n$ sommets de degré 3 (autour du cercle)
$\sum_{i=0}^{n-1} i$ sommets de degré 4 (intersections internes)

$$|E|G_n = \frac{3\times(2n) + 4\left(\sum_{i=0}^{n-1} i\right)}{2} = \boxed{3n + 2\sum_{i=0}^{n-1} i} \qquad 3n + (n-1)(n).$$

e. $|V|G_4 = 2\times 4 + (3+2+1) = 14$; $|E|G_4 = 3\times 4 + 2(3+2+1) = 24$

$|V|G_5 = 2\times 5 + (4+3+2+1) = 20$; $|E|G_5 = 3\times 5 + 2(4+3+2+1) = 35$

Scéance 5

1\. G_1 possède un chemin d'Euler
G_2 possède un chemin d'Euler.
G_3 ne possède pas de chemin d'Euler

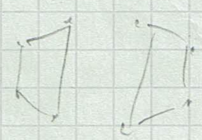
2\. 1. pour tout n impair, K_n aura un degré $n-1$, pair.
2. pour $n = 2$, puisque tout n impair est un circuit et $n>2$ pair n'a pas de chemin. et $n=1$.

(?) 3. u à v, et v à u, donc $u \to u$

4\. m et n pairs

5\.

6\.



G n'a pas besoin d'être connexe