

# 

$$1. \bullet n = (mL - 1) / (m - 1) \\ = (3 \times 521 - 1) / (3 - 1) \\ = \underline{781}$$

$$\bullet h = \log_3 521 \\ \approx 5.89^3 \\ \text{donc } h = 6$$

$$\bullet i = (L - 1) / (m - 1) \\ = 520 / 2 \\ = \underline{260}$$

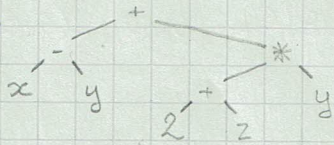
• comme entier et équilibré, seuls les deux derniers niveaux possèdent des feuilles.

$$\bullet h_5 \text{ possède } i - \sum_{k=0}^4 3^k = 139 \text{ sommets}$$

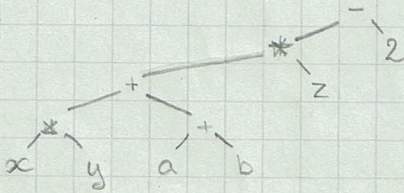
si  $h_5$  n'avait pas de feuilles, il aurait  $3^5 = 243$  sommets  
donc  $h_5$  possède  $243 - 139 = \underline{104}$  feuilles.

$$\bullet h_6 \text{ possède donc } 510 - 104 \text{ ou } 139 \times 3 = \underline{417} \text{ feuilles}$$

2.1.



2.



$$3.1. * - x y - + x | 7 7$$

$$2. x y - x | 7 + 7 - *$$

4.a. 3 arbres sous-tendants

b. 4 arbres sous-tendants

c. 5 arbres sous-tendants

d. 16 arbres sous-tendants

$$\left( \begin{matrix} 4 & 4 \\ * & 2 \end{matrix} \right)$$

Chemins

$$5. a - b - c - d$$

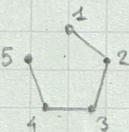
$$| \quad | \quad |$$

$$e \quad f \quad g \quad h$$

$$| \quad | \quad | \quad |$$

$$i - j - k - l$$

6.



?

7.  $n - 1$  sommets supposé bon

+ 1 sommet relié à ce sommet

TP 4. 5



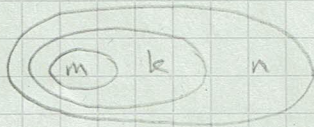
## Scéance 6 (suite).

$$8. \sum_{k=0}^n 2^k \binom{n}{k} = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k 1^{n-k} = (2+1)^n = 3^n$$

solution ?  
mathématique

$$9. \sum_{k=m}^n \binom{k}{m} \binom{n}{k} = 2^{n-m} \binom{n}{m}; \text{ le nombre de façons de choisir } m \text{ parmi } k, \text{ et } k \text{ parmi } n, \text{ soit:}$$

le nombre de façons de choisir  $m$  parmi  $n$ , et inclure ou non un élément de  $n$  dans  $k$  ( $m$  y étant par définition donc sans choix)



10?

## Scéance 7.

$$1. \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^i \binom{n}{i} \binom{i}{j} = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} \left( \sum_{j=0}^i \binom{i}{j} \right) = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (1+1)^i = (2+1)^n = 3^n$$

$$2. \sum_{i=0}^n \binom{n+1}{i+1} (i+1) 2^i = \sum_{i=0}^n (n+1) \frac{n!}{i!(n-i)!} 2^i = (n+1) (2+1)^n = 3^n (n+1)$$

$$3. \quad 8, 2, 8, 2, 8, 2$$

$$\quad 9, 4, 10, 13, 1, 10, 1, 10, 4, 8, 1, 13, 9$$

$$4.1. \quad 2-4-1-6$$

$$2. \quad 5-3-6-2-1-4-8$$

5. voir annexe