

Séance 2 (26 septembre 2018)

Exercice 1.

1. Soit une rangée de 5 chaises dans une pièce. Il y a 7 personnes dans la pièce. De combien de manières peut-on assoir 5 personnes le long de la rangée?
2. De combien de manières peut-on distribuer 10 livres (tous différents) si Elisa reçoit 5 livres, Mathieu 3 livres et Julie 2 livres?
3. Trois pots de confiture et trois pots de miel doivent être placés sur une étagère. De combien de manières peut-on arranger les pots afin qu'il y ait deux pots de confiture aux deux extrémités de l'étagère?

Exercice 2. Dans un jeu non-standard de 40 cartes (10 cartes de valeurs différentes dans 4 couleurs), combien de main de 4-cartes contiennent

1. 4 cartes d'une seule et même couleur?
2. 4 cartes de deux couleurs?
3. 4 cartes de trois couleurs?
4. 4 cartes de quatre couleurs?

Exercice 3. Une classe de 12 étudiants doit être divisée en groupes d'études de chacun trois étudiants. De combien de manières cela peut-il être fait si

1. les groupes ont tous des sujets d'étude différents?
2. les groupes étudient le même sujet?

Exercice 4. Donner deux démonstrations de

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = 2^n .$$

Exercice 5. Prouver, pour $n \in \mathbb{N}_0$,

$$\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k} = 0 .$$

Exercice 6. Qu'obtient-on en dérivant la formule du binôme ?

Exercice 7. Pour $n \geq 1$, que vaut la somme des coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$ avec k pair ?

Exercice 8. Dans le triangle de Pascal, montrer que le produit des 6 voisins d'un coefficient binomial $\binom{n}{k}$ est toujours un carré parfait.

Exercice 9. Que vaut

$$\sum_{k=0}^n k \binom{n}{k} \quad ?$$

Exercice 10. Que vaut

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{k+1} \binom{n}{k} \quad ?$$