

# Maths Discrètes

## Solutions TP 3

Beltus Marcel

### Exercice 1

$$s = 15, \quad d = 4$$

$$\binom{s+d-1}{s} = \binom{18}{15}$$

### Exercice 2

$$\begin{array}{llll} x > 0 \rightarrow x \geq 1 & ; & x' = x - 1 & \text{ou} & x = x' + 1 \\ y \geq 9 & ; & y' = y - 9 & & y = y' + 9 \\ z > -1 \rightarrow z \geq -1 & ; & z' = z + 1 & & z = z' - 1 \\ t \geq 0 & ; & t' = t & & t = t' \\ y > 10 \rightarrow u \geq 11 & ; & u' = u - 11 & & u = u' + 11 \end{array}$$

### Exercice 3

$$1. \ s \leq 6 \text{ et } s \in \mathbb{N}, \quad d = 4$$

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^6 \binom{n+4-1}{4-1} &= \sum_{n=0}^6 \binom{n+3}{3} \\ &= \sum_{n=0}^6 \binom{n+3}{0+3} \\ &= \sum_{n=0}^6 \binom{6+1+3}{0+1+3} \\ &= \binom{10}{4} = 210 \end{aligned}$$

2.  $0 < s \leq 6$  et  $s \in \mathbb{Z}_+$ ,  $d = 4$

$$\begin{aligned}\sum_{n=1}^6 \binom{n+4-1}{4-1} &= \sum_{n=1}^6 \binom{n+3}{4-1} \\ &= \sum_{n=0}^6 \binom{n+3}{0+3} - \binom{3}{3} \\ &= \binom{10}{4} - 1 \\ &= 209 \text{ J'ai pas compris tes annotation}\end{aligned}$$

3.

$$\begin{aligned}x &\geq 3 \quad ; x = x' + 3 \\ y &\geq -1; y = y' - 1 \\ z &\geq 1 \quad ; z = z' + 1 \\ t &\geq -2; t = t' - 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Rightarrow (x' + 3) + (y' - 1) + (z' + 1) + (t' - 2) &\leq 6 \\ \Leftrightarrow x' + y' + z' + t' &\leq 5 \\ \Rightarrow s \leq 5 \text{ et } s \in \mathbb{Z}, d = 4 &\in \mathbb{Z} \text{ parce que } x, y, z, t \geq 0\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sum_{n=0}^5 \binom{n+4-1}{4-1} &= \sum_{n=0}^5 \binom{n+3}{3} \\ &= \binom{9}{4} = 126\end{aligned}$$

## Exercice 4

$$x + y + z = 415 - t$$

$$(415 - t) + u = 273$$

$$t - u = 142$$

si on connait  $u$  on connait  $t$

(et  $u < t$  donc  $\mathbb{Z}_+$ )

$$(x' + 1) + (y' + 1) + (z' + 1) + (u' + 1) = 273$$

$$x' + y' + z' + u' = 269$$

$$\binom{269+4-1}{4-1} = \binom{272}{3}$$

## Exercice 5

$$(x' + 1) + (y' + 1) + (z' + 1) + (t' + 1) \leq 99$$

$$x' + y' + z' + t' \leq 95$$

$$\sum_{n=0}^{95} \binom{n+3}{3} = \binom{98}{3}$$

## Exercice 6

Avec ces 12 lettres nous pouvons composer  $\frac{12!}{2!2!2!2!3!1!}$

Il y a 13 emplacements pour U (avant, enter, après)

On a 9 U, donc  $\binom{13}{9}$  possibilités

ou tous les mots - chaque exceptoin (2u,3u,... cotes à cote). ça m'a pas l'air très claire.

## Exercice 7

16

## Exercice 8

Contradiction

→  $\max_n$  = identiques J'ai pt mal lu ça me smeble ambigu

→  $\max_n$  = différents

pour chaque elem  $\in n$ , au plus  $n$  éléments. alors  $n^2$  Objets si  $n^2 + 1$  alors soit  $n + 1$  éléments soit  $n + 1$  types d'un type

## Exercice 9

1.  $8^{16}$
2.  $8^8$
3.  $8^{11}$
4.  $7^{14} + 7^{15} + 7^{16}$
5.  $7^{11} + 7^{10} + 7^9$

## Exercice 10

Contradiction, Ramsay number  $R_{3,3}$