

Séance 3 (3 octobre 2018)

Exercice 1.

Trouver le nombre de solutions de l'équation $x + y + z + w = 15$, dans les naturels $(0, 1, 2, \dots)$

Exercice 2.

Combien l'équation

$$x + y + z + t + u = 60$$

possède-t-elle de solutions entières (x, y, z, t, u) telles que

$$x > 0, \quad y \geq 9, \quad z > -2, \quad t \geq 0 \quad \text{et} \quad u > 10 \quad ?$$

Exercice 3.

Trouver le nombre de solutions de l'inéquation

$$x + y + z + t \leq 6$$

1. dans les naturels;
2. dans les entiers > 0 ;
3. dans les entiers, avec comme contraintes supplémentaires $x > 2, y > -2, z > 0$ et $t > -3$.

Exercice 4. Combien le système d'équations

$$\begin{cases} x + y + z + t = 415 \\ x + y + z + u = 273 \end{cases}$$

possède-t-il de solutions (x, y, z, t, u) en entiers > 0 ?

Exercice 5.

Combien l'inéquation

$$x + y + z + t < 100$$

possède-t-elle de solutions (x, y, z, t) en entiers > 0 ?

Exercice 6. Avec les lettres du mot

HUMUHUMUNUKUNUKUAPUAA

(“poisson” en hawaïen), combien peut-on écrire de mots différents de 21 lettres ne comprenant pas deux lettres U côte à côte ?

Exercice 7.

Combien de personnes doivent être sélectionné dans une collection de 15 couples mariés afin d’être certain qu’au moins 2 personnes choisies soient marié l’un à l’autre?

Exercice 8.

Montrer que dans une collection de $n^2 + 1$ objets, il en existe soit $n + 1$ identiques ou $n + 1$ qui sont tous différents.

Exercice 9.

Une boulangerie vend 8 variétés de muffins: pomme, banane, myrtille, fromage, chocolat, café, pêche et le préféré de tout le monde brocoli.

De combien de manières peut-on sélectionner:

1. 16 muffins?
2. 16 muffins avec au moins 1 de chaque type?
3. 16 muffins avec au moins 2 à la pêche et au moins 3 au chocolat?
4. 16 muffins avec au plus 2 brocolis?
5. 16 muffins avec au moins 2 fromages, au moins 3 chocolat et pas plus de 2 brocolis?

Exercice 10.

Soit un groupe de 6 personnes dans lequel chaque paire d’individus sont soit deux amis soit deux ennemis. Montrer qu’il existe trois amis mutuels ou trois ennemis mutuels.