

Maths Discrètes

Solutions TP 6

Exercice 1

$$\begin{aligned}n &= \frac{mL - 1}{m - 1} \\&= \frac{3 \times 521 - 1}{3 - 1} \\&= 781\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}h &= \lceil \log_3(521) \rceil \\&= \lceil 5.69 \rceil \\&= 6\end{aligned}$$

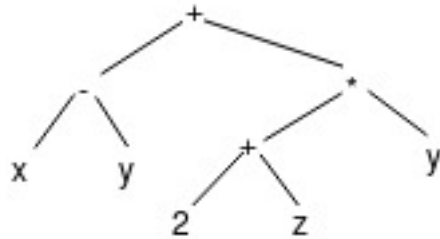
$$\begin{aligned}i &= \frac{l - 1}{m - 1} \\&= \frac{l - 1}{2} \\&= 26\end{aligned}$$

Comme entier et équilibré, seuls les deux derniers niveaux possèdent des feuilles.

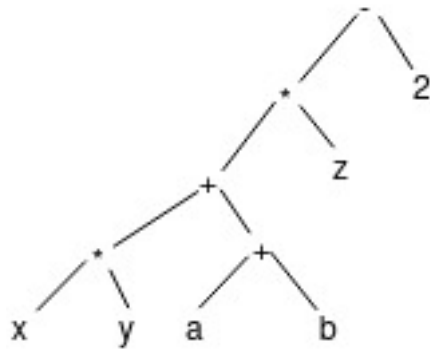
- h_5 possède $i - \sum_{k=0}^4 3^k = 139$ sommets.
si h_5 n'avait pas de feuilles, il avait $3^5 = 243$ sommets donc h_5 possède $243 - 139 = 104$ feuilles.
- h_6 possède donc $521 - 104$ ou $139 \times 3 = 417$ feuilles.

Exercice 2

1.



2.



Exercice 3

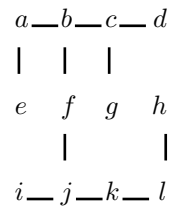
1. $* - x y - + x 17 7$

2. $x y - x 17 + 7 - *$

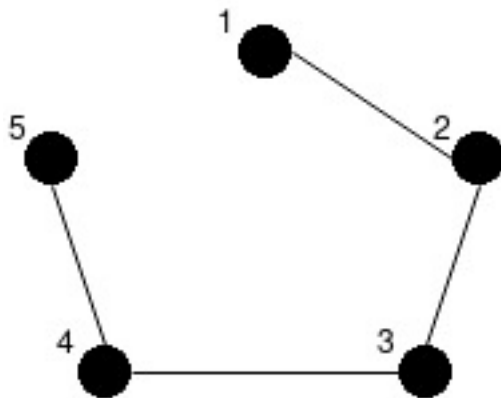
Exercice 4

- (a) 3 arbres sous-tendants
- (b) 4 arbres sous-tendants
- (c) 5 arbres sous-tendants
- (d) 16 arbres sous-tendants

Exercice 5



Exercice 6



Exercice 7

Même principe que TP 4 exercice 5.

Exercice 8

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=0}^n 2^k \binom{n}{k} &= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k 1^{n-k} \\
 &= (2 + 1)^n \\
 &= 3^n
 \end{aligned}$$

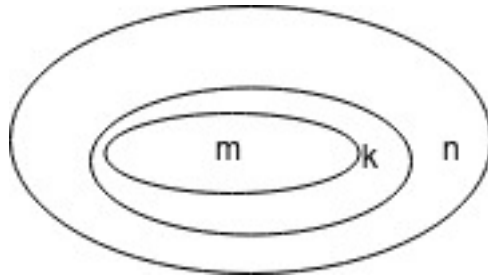
Exercice 9

$$\sum_{k=m}^n \binom{k}{m} \binom{n}{k} = 2^{n-m} \binom{n}{m}$$

le nombre de façons de choisir m parmi k , et k parmi n soit :

le nombre de façons de choisir m parmi n ($\binom{n}{m}$) et d'inclure ou non un élément de n dans k (2^n), m y étant par définition donc sans choix ($n - m$).

Il existe une solution algébrique, mais même moi qui les préfère en général, je vous dit: ça n'en vaut pas la peine. Mais je l'ai dans mes feuilles si vous êtes curieux.



Exercice 10

Pour

$$x_1 = \#1, x_2 = \#2, \dots, x_6 = \#6 \quad x_i \geq 0 \in \mathbb{N}$$

où x_i = le nombre de dés qui tombent sur la valeur i .

Si on les additionne tous, on a toujours le nombre de dés qu'on a lancé:

$$x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_6 = n$$

On peut donc utiliser un coefficient multinomial.