Scéance 3

1. $s = 15$, $d = 4$ $\quad \binom{s+d-1}{s} = \binom{18}{15} = 816$

2. $x > 0 \rightarrow x \geq 1$; $x' = x - 1$ ou $x = x' + 1$
$y \geq 9$; $y' = y - 9$ $\quad y = y' + 9$
$z > -2 \rightarrow z \geq -1$; $z' = z + 1$ $\quad z = z' - 1$
$t \geq 0$; $t' = t$ $\quad t = t'$
$u > 10 \rightarrow u \geq 11$; $u' = u - 11$ $\quad u = u' + 11$

$$\Rightarrow (x'+1) + (y'+9) + (z'-1) + t' + (u'+11) = 60$$

$$x' + y' + z' + t' + u' = 40$$

$$\Rightarrow s = 40 \ ; \ d = 5$$

$$\binom{40+5-1}{40} = \binom{44}{40}$$

3.1. $s \leq 6$ et $s \in \mathbb{N}$, $d = 4$

$$\sum_{n=0}^{6} \binom{n+4-1}{4-1} = \sum_{n=0}^{6} \binom{n+3}{3} = \sum_{n=0}^{6} \binom{n+3}{0+3}$$

$$= \binom{6+1+3}{0+1+3} = \binom{10}{4} = 210$$

? X 2. $0 < s \leq 6$ et $s \in \mathbb{Z}_+$, $d = 4$

$$\sum_{n=1}^{6} \binom{n+4-1}{4-1} = \sum_{n=1}^{6} \binom{n+3}{3} = \sum_{n=0}^{6} \binom{n+3}{0+3} - \binom{3}{3}$$

$$= \binom{10}{4} - 1 = 209$$

au moins 1, donc $6 - 4$, $S \leq 2$. $\binom{6}{4}$
+ ch. de variables

$\mathbb{Z}$ pour $\mathbb{Z}$? α 3. $x \geq 3$; $x = x' + 3$
$y \geq -1$; $y = y' - 1$
$z \geq 1$; $z = z' + 1$
$t \geq -2$; $t = t' - 2$

$$\Rightarrow (x'+3) + (y'-1) + (z'+1) + (t'-2) \leq 6$$

ch. de variables

$$x' + y' + z' + t' \leq 5$$

$\Rightarrow s \leq 5$ et $s \in \mathbb{Z}$, $d = 4$ $\rightarrow$ parce que $x, y, z, t \geq 0$.

$$\sum_{n=0}^{5} \binom{n+4-1}{4-1} = \sum_{n=0}^{5} \binom{n+3}{3}$$

$$= \binom{9}{4} = 126$$

? α 4. $x + y + z = 415 - t$

$(415 - t) + u = 273$

$t - u = 142$

~~$t'+1 - (u'+1) = 142$~~

~~$\Rightarrow \binom{142+2-1}{2-1} = 142$~~

si on connait u on connait t
(et $u < t$ donc $\mathbb{Z}_+$)

$$(x'+1) + (y'+1) + (z'+1) + (u'+1) = 273$$

$$x' + y' + z' + u' = 269$$

$$\binom{269+4-1}{4-1} = \binom{272}{3}$$

$$\Rightarrow \boxed{\binom{272}{3}}$$

Maths Discrètes

Solutions

Scéance 3 (suite)

5. $(x'+1)+(y'+1)+(z'+1)+(t'+1) \leq 99$

$$x'+y'+z'+t' \leq 95$$

$$\sum_{n=0}^{95} \binom{n+3}{3} = \binom{98}{3}$$

Coeff. multinomial

? x 6. 12 lettres / U. et donc mots avec ces lettres $\frac{12!}{2!2!2!2!1!3!}$

donc 13 emplacements pour U (avant, entre, après)
et 9 U, donc $\binom{13}{9}$ possibilités.

mots / U * U possibilités.

ou

tous les mots − chaque exception (2U, 3U, ... côtés à côte)

7. 16.

x 8. contradiction

→ max n identiques
→ max n différents

pour chaque elem ∈ n, au plus n elements.
alors n^2 objets.

si n^2+1 alors soit n+1 elements d'un type soit n+1 types.

9. a 8^{16}
b 8^8
c 8^{11}
d $7^{14}+7^{15}+7^{16}$
e $7^{11}+7^{10}+7^{9}$

x 10. contradiction

(*ramsey number $R_{3,3}$)