	2023-2024	SESSION 1
université de BORDEAUX Collège Sciences et technologies	**Licence de Physique**	**Physique Expérimentale et Numérique 3 - Partie numérique**
	Date: 17/04/2024	**Durée**: 1h20
	Documents autorisés E. d'Humières	

1. **Exercice 1 : Champ magnétique de Jupiter** (12 pts)

   Le champ magnétique créé par un dipôle magnétique de moment $\vec{m}$ en un point repéré par le vecteur position $\vec{r}$ par rapport à son centre est donné par

   $$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi r^3}\left[3\vec{r}_{unit}(\vec{r}_{unit}.\vec{m})) - \vec{m}\right]$$

   où μ_0 est la perméabilité du vide et $\vec{r}_{unit}$ est le vecteur position normalisé. Quand on étudie le champ magnétique de Jupiter, il est courant d'écrire les composantes radiales et angulaires de $\vec{B}$ comme :

   $$B_r = -2B_0(\frac{R_J}{r})^3 cos(\theta)$$

   $$B_\theta = -B_0(\frac{R_J}{r})^3 sin(\theta)$$

   $$B_\phi = 0$$

   où θ est l'angle polaire (colatitude, par rapport au pôle Nord magnétique de Jupiter), ϕ est l'angle azimuthal (longitude), et R_J est le rayon de Jupiter, environ 71492 km. Avec cette définition, B_0 représente l'amplitude de la valeur moyenne du champ à l'équateur magnétique à la surface de Jupiter, environ 400 μT. Avec ces définitions, nous pouvons représenter graphiquement les lignes de champ magnétique autour de Jupiter. Nous nous limiterons ici au cas à deux dimensions, c'est-à-dire que nous représenterons les lignes de champs dans une coupe 2D de l'environnement de Jupiter.

   (a) Commencer par construire un maillage de coordonnées (x,y) avec la fonction *meshgrid* et convertissez les en coordonnées polaires avec les relations

   $$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

   $$\theta = atan2(y/x)$$

   où la fonction arctangente à deux arguments, atan2, est implémentée dans Numpy comme arctan2.

   (b) Utiliser les formules ci-dessus pour calculer B_r et B_θ, et ensuite reconvertir en coordonnées cartésiennes pour visualiser sur une première figure les lignes de champ magnétique avec la fonction *streamplot*. La coordonnée θ doit être décalée de $\alpha = -9.6°$ pour tenir compte de l'inclinaison du dipôle magnétique de Jupiter par rapport à son axe de rotation. Vous pouvez ajouter un disque de couleur de rayon R_J pour illustrer la présence de Jupiter.

(c) Ajouter à votre programme une partie permettant de visualiser sur une deuxième figure les lignes de champs magnétiques avec la fonction *odeint*. Vous pourrez faire partir ces lignes de champs de la surface de Jupiter près du pôle Nord magnétique. Il est important de noter que le champ magnétique ci-dessus diverge pour $r = 0$. Il est conseillé de normaliser l'amplitude du champ magnétique dans la fonction appelée par *odeint*.

(d) Ajouter un commentaire à la fin de ce premier programme pour discuter des mérites de ces deux méthodes.

2. **Exercice 2 : Paquet d'onde gaussien** (8 pts)

On s'intéresse maintenant à la propagation d'un paquet d'onde suivant l'axe x :

$$\Psi(x,t) = \int_{f_{min}}^{f_{max}} g(f) cos(2\pi f t - kx) df$$

où k est donné par la relation de dispersion $k(\omega)$ ou $k(f)$ puisque $\omega = 2\pi f$. Nous supposerons ici que la répartition spectrale est de type gaussienne, c'est-à-dire que le spectre en fréquence est centré sur f_0 et de largeur caractéristique Δf et suit la loi :

$$g(f) = Aexp(-(\frac{(f - f_0)}{\Delta f})^2)$$

où la constante A est un facteur de normalisation, on prendra A=1. On prendra dans cet exercice $\Delta f = 0.1$, f_0=1 et $c = 1$ où c est la vitesse de la lumière. On s'intéresse aux temps compris entre $t = 0$ et $t = 10$, et aux positions comprises entre $x = 0$ et $x = 20$. On prendra 200 points en temps (t) et en espace (x).

(a) Écrire un nouveau programme permettant de construire la superposition d'ondes monochromatiques $\Psi(x,t)$ ci-dessus en approximant l'intégrale par une somme finie, et permettant de représenter graphiquement l'amplitude de la fonction Ψ à t=0 et à t=6.67 pour $f_{min} = 0$ et $f_{max} = 2f_0$. Considérer d'abord un cas sans dispersion, puis un cas avec dispersion avec la relation de dispersion $\omega = k^2$.

(b) Dans les questions qui suivent on ne garde que le cas non dispersif. Ajouter à votre programme une partie permettant de visualiser le profil temporel de Ψ en x = 0 pour $f_{min} = 0$ et $f_{max} = 2f_0$.

(c) Ajouter à votre programme une partie permettant de visualiser le profil temporel de Ψ en x = 0 pour $f_{min} = 0.9f_0$ et $f_{max} = 1.1f_0$.

TROIS QUESTIONS BONUS OPTIONNELLES (4 pts) :

(a) Ajouter à votre programme une partie permettant de visualiser la transformée de Fourier de $\Psi(0,t)$ (donc en x=0) pour $f_{min} = 0$ et $f_{max} = 2f_0$.

(b) Ajouter à votre programme une partie permettant de visualiser la transformée de Fourier de $\Psi(0,t)$pour $f_{min} = 0.95f_0$ et $f_{max} = 1.05f_0$.

(c) Ajouter un commentaire à la fin de ce deuxième programme pour indiquer vers quelles fonctions vont tendre $\Psi(0,t)$ et sa transformée de Fourier dans la limite $f_{min} = f_{max} = f_0$?

Vos deux programmes Python seront écrits en utilisant des noms de variables et de fonctions explicites, il est conseillé de les rendre clair et lisible à l'aide de commentaires. En fin de DS, chaque étudiant(e) devra envoyer par mail à son enseignant ses programmes Python ainsi que les figures, sous la forme d'une archive unique : nom_prenom.tar.