DS de programmation Python - PHY301

18 décembre 2023 – Groupe A11 *Durée 1h30*Adaptation d'un sujet de Denis Dumora

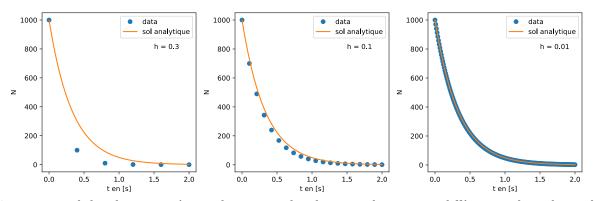
Première étape : Décroissance radioactive et résolution d'équations différentielles

La population P(t) d'un corps radioactif évolue suivant la loi de désintégration

$$\frac{dP}{dt} = -\alpha P \tag{3.1}$$

où P est le nombre d'atomes à l'instant t et α le taux de décroissance caractéristique du corps considéré. On prendra dans la suite comme valeur numérique le nombre d'atomes initial $P_0 = 1000$ et le taux de décroissance $\alpha = 3 \, \text{s}^{-1}$. On étudiera la solution sur l'intervalle temporel [0, 2].

- 1. Rappeler brièvement la solution analytique de cette équation.
- 2. Écrire un code qui résout numériquement cette équation différentielle, soit avec la méthode d'Euler, soit avec la fonction *odeint* de *scipy.integrate*, afin d'obtenir P(t).
- 3. Comparer sur un même graphique la solution analytique et la solution numérique pour différents pas de temps.



Comparaison de la solution numérique obtenue avec la solution analytique pour différentes valeurs du pas de temps.

Deuxième étape : Radioactivité Atmosphérique du ²¹⁰Pb

On désire étudier la radioactivité atmosphérique en ^{210}Pb , celui-ci est produit par la décroissance radioactive du ^{222}Rn . Ces deux noyaux sont liés par la chaîne de désintégration ci-dessous :

$$\frac{\alpha}{T_{1} = 3.8j} \xrightarrow{218Po} \frac{\alpha}{T_{2} = 3.1mn} \xrightarrow{214Pb} \frac{\beta^{-}}{T_{3} = 26.8mn} \xrightarrow{214Bi} \frac{\beta^{-}}{T_{4} = 19.8mn} \xrightarrow{214Po} \frac{\alpha}{T_{5} = 162\mu s} \xrightarrow{210Pb} \frac{\beta^{-}}{T_{6} = 22ans} \xrightarrow{210Bi} \frac{\beta^{-}}{T_{7} = 5.0j} \xrightarrow{210Po} \frac{\alpha}{T_{8} = 138.4j} \xrightarrow{206Pb}$$

La durée de vie de ^{210}Pb étant de loin la plus longue de la chaîne, il va y avoir accumulation de ^{210}Pb dans l'atmosphère, on pourra le considérer comme stable en regard des périodes des autres noyaux et donc ne considérer que la première chaîne de désintégration.

Dans le problème, on va s'intéresser à deux types de données :

- 1. L'évolution du nombre de noyaux de chaque espèce dans l'échantillon
- 2. L'activité de chaque noyau dans l'échantillon, c'est à dire le nombre de désintégrations par seconde pour chacun des noyaux de la chaîne, qui est au final la grandeur mesurable expérimentalement.

On définit la période radioactive d'un noyau que l'on notera T_x pour le noyau x, la constante de désintégration radioactive est alors donnée pour le noyau x par $\lambda_x = \frac{\ln 2}{T_x}$.

L'activité du noyau x est alors définie par

$$A_{x}(t) = \lambda_{x} N_{x}(t)$$

où $N_x(t)$ est le nombre de noyaux de l'espèce x à l'instant t, l'activité est donc elle aussi une fonction du temps, elle s'exprime en Becquerels noté Bq.

1. Lecture du fichier de données et représentation graphique

Écrire le code python qui lit les données du fichier Data_Rn_222.csv.

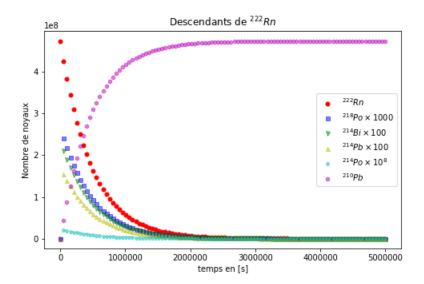
Le fichier à lire à la forme suivante :

```
t,222Rn,218Po,214Bi,214Pb,214Po,210Pb,
(s),,x1000,x100,x100,x1e8,
0.0,4740000.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,
50505.1,4260605.1,2415088.2,2098158.7,1555761.6,212149.3,440440.7,
101010.1,3829695.2,2170830.6,1885954.8,1398414.7,190692.9,875290.2,
151515.2,3442366.8,1951276.7,1695212.8,1256981.6,171406.6,1266159.9,
...
...
4949494.9,137.3,77.8,67.6,50.1,6.8,4739861.4,
5000000.0,123.4,70.0,60.8,45.1,6.1,4739875.5,
```

la seconde ligne du fichier donne le coefficient par lequel le nombre de noyaux dans la colonne correspondante a été multiplié, ce facteur multiplicatif permet de visualiser la variation du nombre de noyaux avec une echelle commune pour l'ensemble de la haîne radioactive.

Le premier programme a écrire doit :

- 1. Ouvrir le fichier.
- 2. Construire les tableaux de temps, et du nombre de noyaux pour chacune des espèces (en clair, lire toutes les colonnes et stocker leur contenu dans des tableaux).
- 3. Pour la représentation graphique :
 - (a) Tracer l'évolution du nombre de noyaux de chacune des espèces en fonction du temps.
 - (b) Compléter et légender le graphique sur le modèle suivant : (le choix des markers et des couleurs est libre)



Bien que ces données permettent de constater l'accumulation de ²¹⁰Pb dans l'échantillon, elles ne correspondent pas à des grandeurs mesurées, comme écrit plus haut la grandeur mesurée expérimentalement est le nombre de désintégration par unité de temps de chacune des espèces de l'échantillon, c'est à dire l'activité.

Evolution de l'activité des noyaux en fonction du temps

2 Lecture du fichier de données et représentation graphique

Ecrire le code python qui lit les données du fichier Data Activite Rn 222.csv,

Le fichier à lire à la forme suivante :

```
t,222Rn,218Po,214Bi,214Pb,214Po,210Pb,
(s),(bq),(bq),(bq),(bq),(bq),(bq)
0.0,1000.7,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,
50505.1,899.5,900.0,904.4,907.7,907.7,0.0,
101010.1,808.5,809.0,813.0,815.9,815.9,0.0,
151515.2,726.8,727.2,730.7,733.4,733.4,0.0,
...
...
4949494.9,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,
5000000.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,0.0,
```

Ce qu'il faut faire

- 1. Ouvrir le fichier.
- 2. Construire les tableaux de temps, et d'activité pour chacune des espèces.
- 3. Représentation graphique :
 - a) Tracer l'évolution de l'activité de chacune des espèces en fonction du temps. Le graphique devra être complété et légendé.
 - b) Que constatez-vous quant à l'activité des différentes espèces à courte durée de vie ?
- 4. Ajustement de l'activité en ²²²Rn :

Le nombre de noyaux de ^{222}Rn suit la loi de décroissance radioactive suivante :

$$N_{222}_{Rn}(t) = N_0 e^{-\lambda_{222}_{Rn}t}$$

- où N_0 est le nombre de noyaux d' ^{222}Rn à l'instant initial et $\lambda_{^{222}Rn} = \frac{\ln 2}{T_{^{222}Rn}}$ la constante radioactive de ^{222}Rn , $T_{^{222}Rn}$ est la période radioactive de ^{222}Rn .
- (a) Ecrire la relation théorique entre N_0 , λ_{222Rn} et t donnant l'activité de l'échantillon en ^{222}Rn à l'instant t.
- (b) En utilisant la fonction curve_fit du module scipy.optimize, effectuer l'ajustement par le modèle théorique des points expérimentaux donnant l'activité en ²²²Rn de l'échantillon.
- (c) Tracer sur le graphe donnant les activités expérimentales la courbe théorique donnée par l'ajustement.
- (d) Faire afficher les valeurs des paramètres du modèle sur le graphique (on pourra utiliser la fonction text(xpos,ypos,"texte"), il est à noter que cette fonction supporte la syntaxe LATEX)
- (e) La table Nudat, qui donne entre autres choses les périodes radioactives pour l'ensemble des noyaux connus, donne pour ^{222}Rn , $T_{222}Rn$ = 3,8235 jours. Comparez avec la valeur que vous avez obtenue par votre ajustement.

Vos programmes Python seront écrits en utilisant des noms de variables et de fonctions explicites, il est conseillé de les rendre clairs et lisibles à l'aide de commentaires. En fin de DS, chaque étudiant devra envoyer par mail à emmanuel.dhumieres@u-bordeaux.fr ses codes sources Python ainsi que les figures, sous la forme d'une archive : nom_prenom.zip