

## TP 2 : INTERFEROMETRE DE MICHELSON

### PARTIE I : PRINCIPE DE L'INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON (1H20)

L'objectif de cette partie est la compréhension du fonctionnement de l'interféromètre de Michelson ainsi que la maîtrise de son réglage dans la configuration dite « lame d'air ». L'analyse de la figure d'interférences permettra de vérifier la loi de variation du diamètre des anneaux observés.

### PARTIE II : MESURE DE L'ÉCART DU DOUBLET DU SODIUM (1H20)

Le but de cette manipulation sera d'utiliser l'interféromètre de Michelson pour déterminer l'écart en longueur d'onde entre deux radiations très proches du sodium.

**Compte-rendu** : Le rapport devra présenter les mesures effectuées avec une description du mode opératoire employé (instruments utilisés (banc optique, règle, goniomètre, œil...) et les précisions associées). Une analyse des résultats obtenus est également demandée. **En aucun cas, il ne doit être une collection de résultats sans aucune explication ou interprétation.**

**Remarque** : L'interféromètre de Michelson est un instrument coûteux et fragile, avec des optiques (miroirs et lames) de précision (surfaces planes à  $\lambda/10$  obtenues par évaporations sous vide) : **il est interdit de toucher les optiques avec les doigts !**

---

### PARTIE I : PRINCIPE DE L'INTERFÉROMÈTRE DE MICHELSON (1H20)

Cette partie concerne l'étude de l'interféromètre de Michelson qui génère des interférences à deux ondes par division d'amplitude (vu en cours et TD). Le dispositif utilisé permet de visualiser sur un écran, avec une bonne luminosité, les interférences produites à partir d'une source étendue (lampe spectrale ou lampe blanche). Cette figure d'interférences peut être constituée d'anneaux concentriques (appelés « anneaux d'égale inclinaison » pour un réglage de l'interféromètre en « lame d'air ») ou bien de franges rectilignes (appelées « franges d'égale épaisseur » pour un réglage en « coin d'air »). **Nous étudierons ici comment régler l'interféromètre en « lame d'air » pour visualiser des anneaux d'égale inclinaison et vérifier la loi de variation de leur diamètre.**

### Présentation de l'interféromètre :

L'interféromètre de Michelson est un interféromètre à deux ondes obtenues par division d'amplitude grâce à une lame séparatrice S. Il est constitué de deux miroirs M1 et M2 et d'une lame compensatrice C parallèle à S, introduite pour symétriser les deux voies de l'interféromètre (figure 1.1).

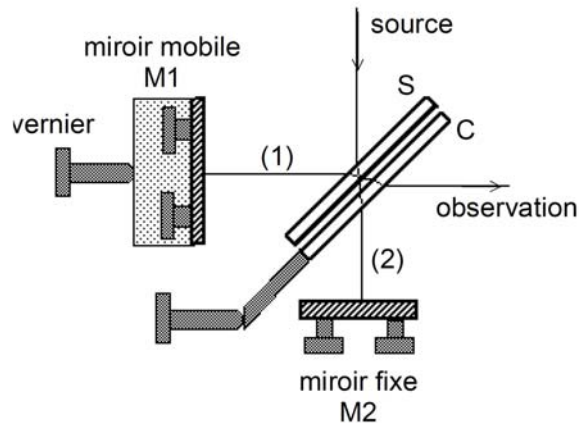


Figure 1.1 : Schéma de l'interféromètre de Michelson.

### Réglages :

Le miroir M1, qui peut se translater parallèlement à l'axe optique, est muni de réglages grossiers. L'autre miroir M2, fixe, est réglable plus finement.

On réglera la longueur des deux bras pour avoir une différence de marche très faible (vernier du miroir M1, autour de 4 mm pour le l'interféromètre "A" (proche du couloir), et de 34 mm pour l'interféromètre "B" (appareil récent, proche de la fenêtre).

Placer la lampe spectrale à vapeur de mercure (Hg) devant l'entrée du Michelson de manière à illuminer les deux miroirs symétriquement.

Placer un condenseur (lentille convergente de courte focale) après la source pour concentrer la lumière dans l'interféromètre et éclairer en lumière convergente toute la surface du miroir M2. Interposer un écran diffusant avec une croix entre la source et le condenseur avant de placer votre œil à la sortie du Michelson. En agissant sur l'orientation de M1, superposer parfaitement les deux images de la croix observées. On doit alors voir apparaître des rayures ou des portions d'anneaux (photos 2 et 3 de la figure 1.2). En agissant avec précaution sur les deux vis de réglage de M1, essayer de centrer les anneaux en écartant au maximum les franges (pour cela, agir sur l'une des vis pour écarter au maximum les franges, puis faire de même en agissant sur l'autre vis. Répéter cette opération jusqu'à obtenir des anneaux concentriques bien centrés dans le champ d'observation). Les miroirs sont alors à peu près parallèles (photo 4 de la figure 1.2).

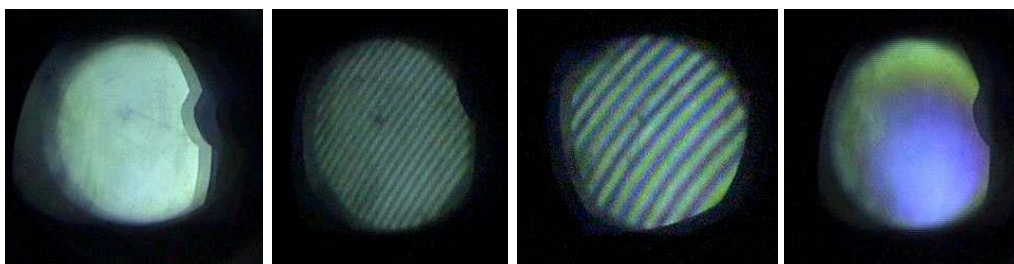


Figure 1.2 : Évolution de la transmission (observée à l'œil nu) à travers l'interféromètre en fonction du réglage du miroir M1.

En bougeant l'œil verticalement et horizontalement, l'allure de la figure d'interférence ne doit pratiquement pas changer.

Pour le réglage fin des anneaux, retirer l'écran diffusant, le remplacer par un filtre vert pour isoler la raie d'émission à 546 nm du Hg et faire l'image du système d'interférence sur un écran placé dans le plan focal image d'une lentille convergente L de focale ( $\sim 30$  cm) placée en sortie de l'interféromètre. Affiner l'image à l'aide des vis de réglage fin de M2 tout en jouant sur la mise au point de l'image donnée par la lentille L en avançant ou reculant légèrement l'écran d'observation. Ces anneaux sont localisés à l'infini et doivent ressembler à la figure 1.3.

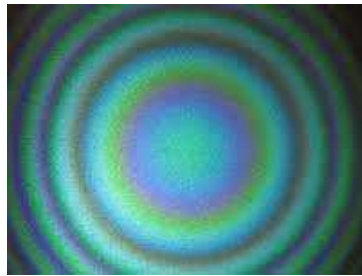


Figure 1.3: Anneaux d'égal inclinaison (réglage de l'interféromètre en lame d'air).

#### Étude des anneaux :

Dans un premier temps, augmenter la taille des anneaux pour obtenir la teinte plate (éclairage uniforme de l'écran) qui correspond à une différence de marche nulle entre les deux bras de l'interféromètre. Pour cela, il peut être utile de retirer le filtre vert (cf. la remarque ci-après). **Noter la valeur  $x_0$  indiquée par le vernier pour la teinte plate.**

**Remarque :** Lorsqu'on diminue l'épaisseur de la lame d'air, c'est-à-dire lorsque l'on se rapproche du contact optique et de la teinte plate, le rayon des anneaux augmente jusqu'à devenir plus grand que le champ de vision du montage ce qui complique la mesure. Pour savoir quand on passe la teinte plate, il faut observer le sens du mouvement des anneaux: les anneaux "rentrent" vers l'intérieur quand on s'approche du contact optique, et "sortent" quand on s'en éloigne. A la teinte plate, en l'absence de filtre vert, l'éclairement de l'écran est uniforme et de la même "couleur" que la lumière émise par la source. Expérimentalement la position de la teinte plate peut être estimée en mesurant la position du miroir pour laquelle se produit le changement de sens du mouvement des anneaux.

- Déplacer le miroir M1 pour voir une dizaine d'anneaux sur l'écran. Noter la nouvelle valeur  $x$  indiquée par le vernier. On notera  $e = x - x_0$  le déplacement du miroir M1 par rapport à la position de la teinte plate.

- Remplacer l'écran par la barrette de photodiodes (caméra Caliens) reliée à un ordinateur pour visualiser les anneaux (coupe des anneaux). Assurez-vous que la caméra est bien placée dans le plan où se forme l'image des anneaux (le contraste des anneaux est alors maximum) et qu'elle coupe bien les anneaux le long de leur diamètre (l'espacement entre les anneaux est alors maximum).

- À l'aide du logiciel Caliens, mesurer le diamètre des premiers anneaux.

- Tracer la variation du diamètre des anneaux au carré en fonction de leur numéro d'apparition en partant du centre  $D_q^2 = f(q)$ . Conclusion.

On peut montrer (cf. cours et TD) que le rayon  $R_q$  du  $q$ -ième anneau brillant, dans le plan focal image de la lentille L (de distance focale  $f'$ ), est donné par :

$$R_q = f' \sqrt{\frac{\lambda}{e} (q - 1 + \varepsilon)}$$

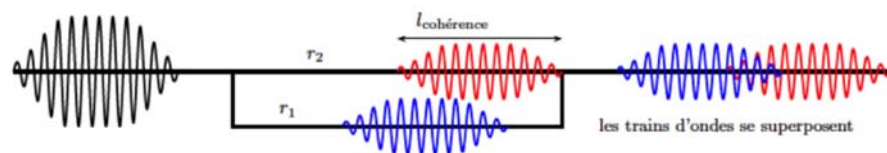
où  $\varepsilon$  (appelé « excédent fractionnaire ») est un nombre compris entre 0 et 1 permettant de prendre en compte le fait que l'ordre d'interférence au centre  $p_0$  n'est pas entier :  $p_0 = p_1 + \varepsilon$ ,  $p_1 \in \mathbb{N}$ ,  $p_0$  s'exprimant aussi par  $p_0 = 2e/\lambda + 1/2$ , le facteur  $1/2$  provenant d'un déphasage supplémentaire de  $\pi$  entre les deux ondes créées par la lame séparatrice (négligé dans le cours).

- Déduire de ce qui précède la valeur de  $\varepsilon$  et comparer la pente de la courbe  $D_q^2 = f(q)$  à celle déduite de la formule ci-dessus.

#### - TEMPS DE COHERENCE DES SOURCES (facultatif) :

*L'émission des sources lumineuses peut être assimilée à une succession de trains d'ondes de durée moyenne  $T_c$ , chaque train étant déphasé aléatoirement par rapport aux autres. Les interférences sont observables lorsqu'il y a recouvrement partiel ou total des deux parties d'un même train d'onde. Ainsi, la différence de marche maximale pour observer des interférences est liée à la durée  $T_c$  des trains, elle peut varier d'une dizaine de microns (lampe blanche de grande largeur spectrale) à plus d'un mètre (laser) (voire plusieurs centaines de mètres avec certains lasers continus monomodes stabilisés).*

- Éclairer l'interféromètre de MICHELSON avec la lampe à vapeur de mercure munie de son filtre vert et observer les anneaux. Déplacez lentement le miroir mobile pour observer la variation de contraste autour de la teinte plate ( $e = 0$ ). Mesurer la distance séparant les deux positions extrêmes, symétriques par rapport au zéro, où les franges vous semblent disparaître. Déduire la longueur du train d'onde une estimation du temps de cohérence  $T_c$  de la source. (cf. cours page 49).



## PARTIE II : MESURE DE L'ÉCART DU DOUBLET DU SODIUM (1H20)

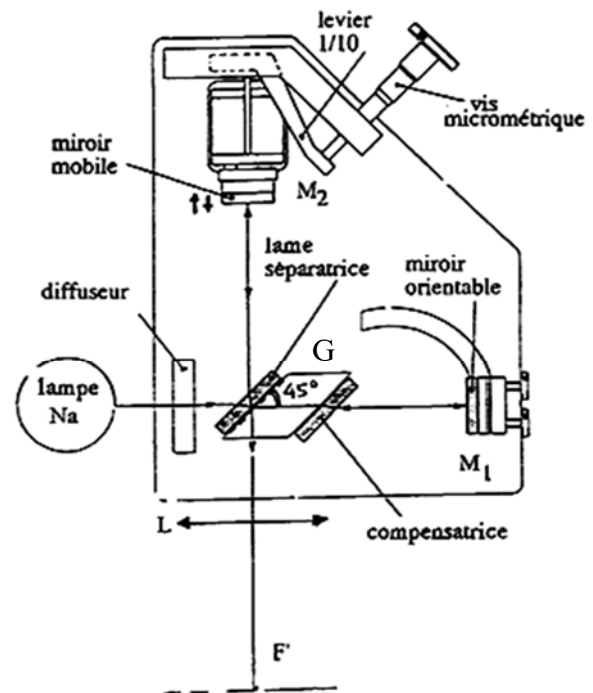
Le but de cette manipulation sera d'utiliser l'interféromètre de Michelson pour déterminer l'écart en longueur d'onde entre deux radiations très proches du sodium.

### Description de l'interféromètre :

Ce dispositif interférentiel à division d'amplitude permet l'observation d'anneaux d'égalé inclinaison (lame d'air) et de franges rectilignes d'égalé épaisseur (coin d'air). La séparation des faisceaux est réalisée au moyen d'un miroir semi-réfléchissant appelé lame séparatrice, incliné à  $45^\circ$  du faisceau incident. Ainsi, le rayon réfléchi est perpendiculaire au rayon transmis. Les deux faisceaux vont ensuite se réfléchir sur deux miroirs ( $M_1$  et  $M_2$ ) perpendiculaires entre eux. Après traversée de la séparatrice (pour le rayon précédemment réfléchi) ou réflexion (pour le rayon précédemment transmis) sur la séparatrice, les deux rayons se superposent et interfèrent. On peut alors considérer que l'interféromètre est équivalent au système formé par le miroir  $M_2$  et l'image  $M'_1$  du miroir  $M_1$  par rapport à la lame séparatrice. Ce système produit ainsi des anneaux d'interférences de la « lame d'air » formée par  $M_2$  et  $M'_1$  quand les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  sont rigoureusement perpendiculaires ( $M_2$  et  $M'_1$  parfaitement parallèles), alors qu'il produit les franges rectilignes de coin d'air dès que les miroirs font un angle différent de  $90^\circ$ .

Figure 1 (ci-contre) :

- ✓ **Miroir fixe  $M_1$** : orientable par deux vis de réglage.
- ✓ **Miroir mobile  $M_2$** : Il est monté sur un chariot qui se déplace parallèlement à sa normale, ce qui permet de faire varier l'épaisseur de la lame d'air en tournant la vis micrométrique. Grâce à un levier de rapport de réduction  $1/5$ , son déplacement est le cinquième de la valeur lue sur la tête de la vis micrométrique dont un tour correspond à un demi-millimètre.
- ✓ **Séparateur G**: Il est formé de deux lames parallèles identiques, inclinées à  $45^\circ$  par rapport aux miroirs: la séparatrice et la compensatrice. La séparatrice étant semi-réfléchissante (50/50) sur sa face intérieure, elle est traversée deux fois par le rayon qui se réfléchit sur  $M_2$  alors que la compensatrice est traversée deux fois par celui qui se réfléchit sur  $M_1$ . Ainsi les trajets sont exactement compensés et l'ensemble équivaut à un séparateur G d'épaisseur nulle
- ✓ **Source lumineuse**: Lampe à vapeur de sodium (Na basse pression) et diffuseur. Les atomes de sodium émettent deux radiations de couleur jaune et de longueurs d'onde proches (doublet).



### Principe : observation des anneaux d'interférence

Elle peut se faire soit par projection sur un écran placé sur le plan focal image d'une lentille convergente (non disponible ici), soit par observation directe à l'œil en regardant dans la direction de  $M_2$  (les anneaux sont nets si l'on n'accomode pas). (Le rôle de la lentille est alors tenu par le cristallin et celui de l'écran par la rétine.)

Le système est équivalent à une lame d'air d'épaisseur  $x$  dont les faces parallèles sont le miroir  $M_2$  et l'image  $M'_1$  de  $M_1$  par G. En prenant  $n_{\text{air}} = 1$  (on notera qu'il est possible de mesurer de façon plus précise  $n_{\text{air}}$  avec

un interféromètre de Michelson (dispositif présent dans la salle)), la différence de marche entre les vibrations qui interfèrent sur la rétine de l'œil (ou sur le plan focal image de la lentille convergente L) est  $\delta = 2x$  à incidence normale, et  $\delta = 2x \cos \theta$  à incidence oblique. L'ordre d'interférence au point M est :  $p(M) = \frac{2x \cos \theta}{\lambda}$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde de la radiation. Il est maximum au centre où il vaut :  $p_0 = \frac{2x}{\lambda}$ .

L'intensité lumineuse résultante au point M est :

$$I(M) = \frac{I_o}{2} [1 + \cos(2\pi p(M))] = \frac{I_o}{2} \left[ 1 + \cos \left( 2\pi \frac{2x \cos \theta}{\lambda} \right) \right] \quad \text{où } I_o \text{ est l'intensité de la source.}$$

Les franges d'interférence ( $p = \text{Cste}$  c'est-à-dire  $\theta = \text{Cste}$ ) sont des cercles ("anneaux") concentriques centrés sur l'axe du miroir  $M_2$ . Les anneaux brillants correspondent aux ordres  $p$  entiers donc aux angles  $\theta_q$  tels que :

$$\cos(\theta_q) = q \frac{\lambda}{2x} \quad \text{avec } q \text{ entier, et les anneaux sombres correspondent aux ordres } p \text{ multiples impairs de } 1/2$$

("demi-entiers"), donc aux angles  $\theta_k$  tels que :  $\cos(\theta_k) = (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{2x}$ , avec  $k$  entier.

### Éclairage avec la lampe au sodium :

Le spectre visible du sodium présente un doublet de deux radiations dans le jaune de longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$ . Ces deux radiations ont même intensité et sont spectralement très proches. La longueur d'onde moyenne du doublet est  $\lambda = 589 \text{ nm}$ . Chacune des deux radiations (incohérentes avec sa voisine) donne son propre système de franges et l'observateur voit la somme des intensités associées à chaque système de franges. Il y a donc superposition incohérente de deux systèmes de franges. Un brouillage (intensité totale égale à  $I_o$  pour tous les points M de l'écran pour un  $x$  donné) apparaît quand les anneaux brillants dus à la raie  $\lambda_1$  coïncident avec les anneaux sombres dus à la raie  $\lambda_2$ .

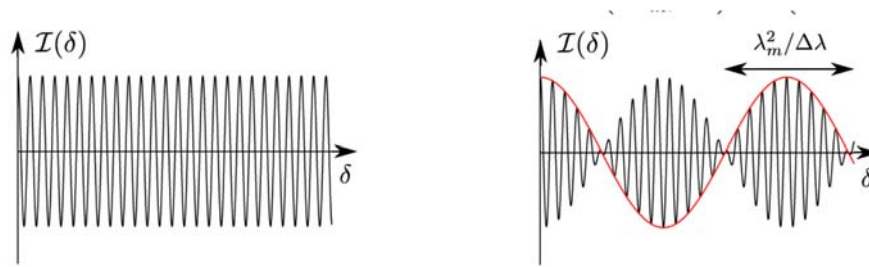
Plus précisément, la source lumineuse comportant deux longueurs d'onde  $\lambda_1$  et  $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$  voisines, mais **incohérentes** entre elles et de même intensité  $I_o$ , l'intensité résultante en M s'écrit :

$$\begin{aligned} I(M) &= I_1(M) + I_2(M) \\ \Leftrightarrow I(M) &= \frac{I_o}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_1} 2x \cos \theta \right) \right] + \frac{I_o}{2} \left[ 1 + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_2} 2x \cos \theta \right) \right] \\ &= I_o + \frac{I_o}{2} \left[ \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_1} \delta \right) + \cos \left( \frac{2\pi}{\lambda_2} \delta \right) \right] \end{aligned}$$

Ou encore :

$$I(M) = I_o \cdot \left[ 1 + \cos \left( \pi \frac{\delta}{\lambda_m^2 / \Delta\lambda} \right) \cos \left( 2\pi \frac{\delta}{\lambda_m} \right) \right], \quad \text{avec } \lambda_1 \approx \lambda_2 \approx \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2} = \lambda_m.$$

On constate à partir de cette équation que le terme d'interférences usuel,  $\cos(2\pi\delta/\lambda_m)$  (représenté à gauche dans la figure ci-dessous), est modulé par un terme caractéristique du battement entre les deux systèmes d'anneaux donnés par  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  (cf. figure de droite ci-dessous). Ce terme,  $\cos \left( \pi \frac{\delta}{\lambda_m^2 / \Delta\lambda} \right)$ , s'annule avec une période  $\Delta x = \lambda_m^2 / 2\Delta\lambda$ .



On peut donc déduire  $\Delta\lambda$  à partir de la mesure de la distance  $\Delta x$  entre deux brouillages consécutifs puisque

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{2\Delta x}.$$

Les angles ( $\theta$ ) des anneaux étant très petits, on supposera que  $\cos \theta$  reste proche de 1 sur tout le champ d'interférences exploré (taille du miroir petite devant la distance œil-miroir).

**Réglages :** Observation à l'œil des anneaux.

*\*Orthogonalité des miroirs :* les anneaux n'apparaissent que si les miroirs  $M_1$  et  $M_2$  sont parfaitement perpendiculaires à l'axe optique du système. Régler leur orthogonalité en agissant sur les vis de réglage de  $M_1$  de façon à faire apparaître les anneaux.

*\*Déplacement de  $M_2$  :* observer que lorsque  $x$  augmente, les anneaux "rentrent" vers le centre et qu'ils en sortent si  $x$  diminue. Quand on réduit  $x$ , le nombre total d'anneaux visibles dans le champ du miroir  $M_2$  diminue.

**Mesures :**

En partant d'une différence de marche faible, augmenter la valeur de  $x$  en translatant le miroir et observer la variation du contraste des anneaux. Constater que le contraste devient nul (teinte uniforme) pour certaines positions du miroir (on parle d'anti-coïncidences des systèmes de franges).

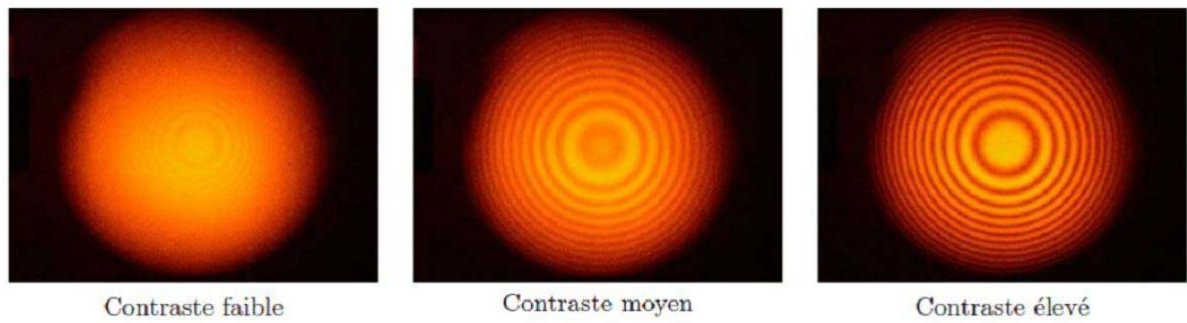
- Observer plusieurs brouillages successifs : faites défiler les anneaux jusqu'au brouillage. Noter la position  $x_i$  du brouillage ainsi que son incertitude  $\delta x_i$ . Repérer de la même façon les autres positions de brouillage.

*La principale source d'incertitude sur les positions provient de la difficulté à déterminer avec précision, à l'œil nu, la position exacte d'un brouillage.*

- Revenir au contact optique en fin de manipulation.

- Déduire de vos mesures la distance  $\Delta x$  entre deux brouillages successifs avec son incertitude. Pour  $\Delta x$ , on prendra la moyenne des valeurs mesurées :  $\langle \Delta x \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (x_k - x_{k-1})$ , et pour son incertitude  $\Delta(\Delta x)$ , la valeur moyenne des incertitudes calculées pour chaque  $\Delta x$ .

- En déduire la valeur de la séparation spectrale  $\Delta\lambda$  entre les deux longueurs d'onde du doublet (avec son incertitude).

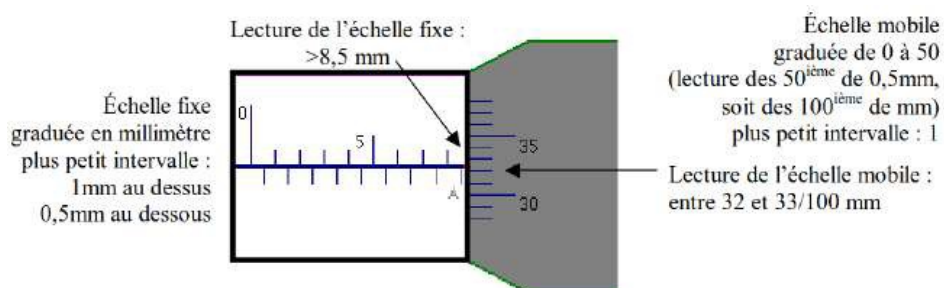


Contraste de anneaux pour différentes valeurs de la différence de marche  $x$ .

### Complément : **Lecture d'un vernier**

Un vernier comporte deux échelles graduées, l'une fixe et l'autre mobile. L'échelle fixe donne l'unité (ici des mm et demi-mm), l'échelle mobile est une fraction de l'intervalle le plus petit de l'échelle fixe (ici l'échelle mobile découpe l'intervalle 0,5 mm en 50, pour obtenir au final une valeur à 0,01 mm, donc une incertitude typique 0,005 mm).

On lit d'abord l'échelle fixe pointée par le zéro de l'échelle mobile (en fait on regarde la valeur juste inférieure), puis l'échelle mobile, là où il y a coïncidence d'une graduation de l'échelle mobile avec une graduation de l'échelle fixe. On additionne ensuite les deux valeurs.



Sur la figure ci-dessus, on a donc 8,5 mm avec l'échelle fixe, et 32/50 de l'échelle mobile, donc un résultat 8,82 mm. Plus précisément, la mesure est entre 32/50 et 33/50, on peut donc proposer le résultat  $(8,825 \pm 0,005)$  mm.



Dans le cas de l'air,  $n_0$  est l'indice de l'air à  $P_0 = 1,013$  bar et  $T = 20^\circ\text{C}$ . En tenant compte de l'indice de l'air ( $n$  dans la cellule,  $n_0$  au dehors) et de la compensation des faces de la cellule par la lame C, la différence de marche pour le centre des anneaux est:  $\delta = 2(n_0(IJ + KH_2) + n.d - n_0IH_1)$ , où  $d$  est l'épaisseur interne de la cellule.

Quand la cellule est à la pression atmosphérique  $P_0$ , l'ordre d'interférence au centre vaut :

$$q_o = \frac{2}{\lambda} [n_o (IJ + KH_2) + n_o d - n_o IH_1] .$$

Quand la pression dans la cellule est abaissée jusqu'à la valeur  $P$ , l'ordre d'interférence au centre vaut :

$$q = \frac{2}{\lambda} [n_o (IJ + KH_2) + n.d - n_o IH_1] .$$

La variation de pression  $\Delta P = P_0 - P$  produit donc une variation de l'ordre d'interférence :

$$\Delta q = q_o - q = \frac{2d}{\lambda} (n_o - n) .$$

D'après l'équation (1), la variation  $\Delta P$  de pression à température constante induit la variation d'indice :

$$\Delta n = (n_o - n) = (n_o - 1) \frac{\Delta P}{P_0} .$$

On relie donc aisément la variation d'indice à la variation de l'ordre d'interférence au centre par l'expression :

$$\Delta q = 2 \frac{\Delta n . d}{\lambda} = 2 \frac{(n_o - 1) d}{\lambda} \frac{\Delta P}{P_0} .$$

**En comptant le nombre d'anneaux qui défilent pour une variation de pression  $\Delta P$ , on obtient la valeur de**

**l'indice de réfraction de l'air :**  $n_o = 1 + \frac{\lambda}{2d} \frac{P_0}{\Delta P} \Delta q .$