

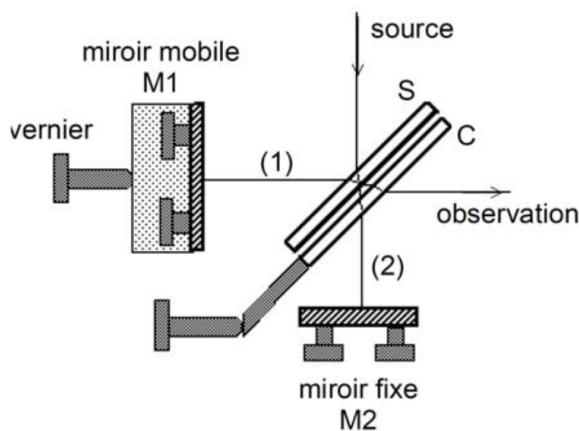
# TP 3 : Interféromètre de Michelson

Pauline Toutain, Hervé Schmit-Veiler

Avril 2024

## 1 Introduction

L'interféromètre de Michelson est un montage expérimental permettant de créer des interférences par division d'amplitude.



**FIGURE 1** – Schema de l'interféromètre de Michelson provenant du fascicule de TP

Dans ce rapport, nous présenterons un brève étude de l'interféromètre de Michelson pour la configuration "lame d'air". Dans la première partie, nous allons d'abord explorer le réglage de l'interféromètre en configuration "lame d'air" ainsi qu'analyser les figures d'interférences produites par une source étendue. Puis, dans la seconde partie, nous utiliserons l'interféromètre pour mesurer l'écart du doublet du sodium, démontrant ainsi la sensibilité et la précision de cet instrument.

## 2 Principe de l'interféromètre de Michelson

Le but de cette première expérience est d'étudier le réglage de l'interféromètre de Michelson en configuration "lame d'air", ainsi que d'analyser la figure d'interférences créée à partir d'une source étendue – ici une lampe spectrale à vapeur de mercure.

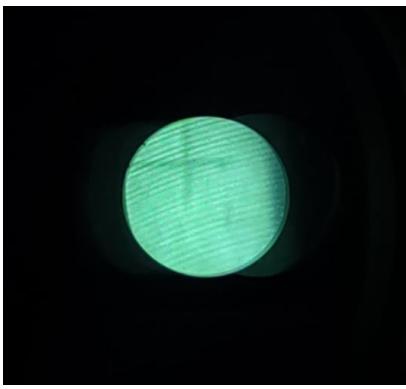
### 2.1 Réglage de l'interféromètre

On souhaite manipuler l'interféromètre en configuration "lame d'air", il nous faut donc d'abord régler les deux miroirs M1 et M2 parallèles l'un à l'autre.

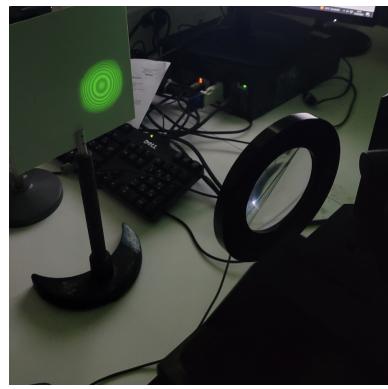
On place d'abord une lentille de courte focale (un condenseur) après la source afin d'illuminer au plus possible le miroir M2 avec de la lumière convergente.

Nous plaçons ensuite un écran diffusant devant la source, ce qui nous permet de calibrer en toute sécurité l'interféromètre à l'œil nu. On utilise une croix marquée sur cet écran diffusant pour nous guider dans nos réglages.

En mettant l'œil à la sortie de l'interféromètre, on voit une tache brillante avec deux images de la croix - les miroirs n'étant pas parallèles, créent deux images indépendantes du même objet réel. On agit sur l'orientation



(a)



(b)

**FIGURE 2** – (a) Photo des deux images de croix superposées. On note les fines franges d'interférences ressemblant à une empreinte digitale. (b) Système de franges circulaires projeté sur un écran à l'aide d'une lentille.

de M1 ainsi que la position du condenseur pour superposer les deux images de croix. On voit alors des fines franges d'interférences, créant un motif ressemblant à une empreinte digitale (voir fig. 2a).

On agit maintenant avec précaution sur les deux vis de réglages à l'arrière de M1 jusqu'à obtenir des anneaux concentriques centrés sur le champ d'observation. Nos deux miroirs sont alors à peu près parallèles.

Si les anneaux présentent un caractère elliptique, il se peut que la lame séparatrice ne soit pas bien réglé à 45°. Cela peut se vérifier en replaçant la source étendue par un laser pointé sur le miroir M2 et en vérifiant la lumière en sortie du Michelson avec un écran. Il faut absolument éviter de regarder droit dans le faisceau laser, d'où l'utilisation de l'écran. Nous avons observé un multitude de points brillants en sortie (plus que deux), ce qui est probablement dû à des défauts visibles sur les miroirs. D'après ce que l'on a compris, afin de se rapprocher des 45°, il faut essayer de superposer aux mieux ces points lumineux, en agissant sur l'angle d'incinaison de la lame séparatrice.

Nous remplaçons ensuite l'écran diffusant par un filtre vert afin d'isoler la raie d'émission à 546 nm du Hg. Les interférences étant localisées à l'infini, nous plaçons une lentille convergente de focale  $f = 20.0 \pm 0.5$  cm en sortie pour les projeter sur un écran. On place l'écran dans le plan focal image de manière approximative en maximisant la netteté et le contraste des anneaux (voir 2b).

## 2.2 Mesures expérimentales

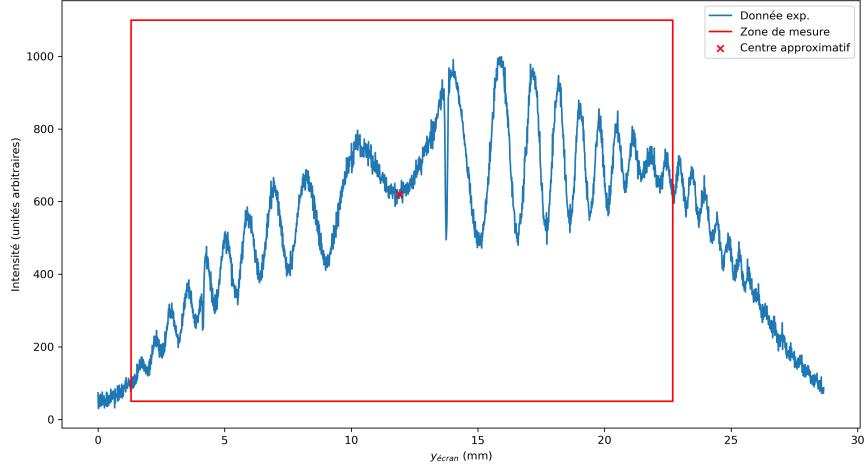
Les données analysées dans cette partie sont celles collectées par Théa Beaury et Yemen Cattabeni.

Un fois l'interféromètre réglé, nous avons mesuré la position de la teinte plate à l'œil nu après avoir remplacé le filtre vert par l'écran diffusant. On fait varier la position du miroir afin d'observer des anneaux "reentrants", et on continue jusqu'à ce qu'on observe une inversion dans le sens de déplacement des anneaux - indiquant qu'on est passé par la teinte plate. En passant à travers ce point d'inversion à plusieurs reprises, on est donc capable de déduire la position approximative  $x_0$  de la teinte plate. La position mesurée par Théa et Yemen est de  $x_0 = 4.8 \pm 0.1$  mm.

Ensuite, on s'éloigne de la teinte plate jusqu'à observer un figure d'interférences avec au moins 10 anneaux brillants. Puis on remplace l'écran avec une barrette de photodiodes (caméra Caliens) en prenant soin de placer les photodiodes (et non le filtre assombrissant placé devant) dans le plan focal image de la lentille L. Une fois dans le plan focal image, on s'assure aussi de régler la position latérale de la caméra afin qu'elle coupe les anneaux en leur centre, nous permettant ainsi de mesurer le diamètre de chaque anneaux successifs.

Avant de prendre des mesures, il faut impérativement noter la position du miroir M1  $x$ . Cette information est nécessaire pour l'analyse des données plus tard. Dans le cas de Théa et de Yemen, la position mesurée était de  $x = 2.920 \pm 0.005$  mm, ce qui correspond à un déplacement absolu de  $e = 1.9 \pm 0.1$  mm du miroir mobile par rapport au contact optique.

Avec le logiciel Caliens, nous avons exporté les données contenant l'intensité mesurée par la caméra en fonction de la position verticale. En traçant ces données sur une figure, nous voyons des maxima correspondant au circonférences des anneaux d'interférences.



**FIGURE 3** – Tracé de l'intensité en fonction de la position verticale  $y$  le long de la barrette de photodiodes. On marque aussi la position approximative du centre de la figure d'interférences (croix rouge), ainsi que la zone contenant les dix premiers anneaux (rectangle rouge).

Pour chaque anneaux, on repère les deux maxima lui correspondant en partant du centre de la figure d'interférences. On obtient le diamètre en calculant la distance séparant les deux maxima. Le bruit sur la figure rendant la mesure de la position des maxima assez inexacte, on prend une incertitude de mesure de 0.2 mm par maximum. Pour l'incertitude du diamètre, les incertitudes sur les positions des deux maxima s'ajoutent en quadrature pour donner  $\Delta D_q \approx 0.3$  mm.

On repète cette même procédure pour les dix premiers anneaux en partant du centre.

### 2.3 Analyse et Interprétations

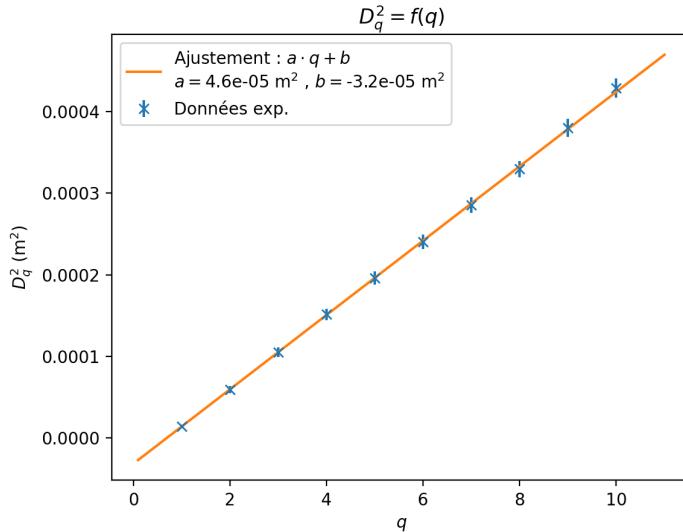
On peut montrer que le rayon  $R_q$  du  $q$ -ième anneau brillant formé dans le plan focal image de la lentille L (distance focale  $f$ ) est donné par :

$$R_q = f \sqrt{\frac{\lambda}{e} (q - 1 + \epsilon)} \quad (1)$$

Ce qui implique la relation suivante pour le diamètre carré  $D_q^2$  du  $q$ -ième anneau :

$$D_q^2 = f^2 \frac{\lambda}{e} (q - 1 + \epsilon) \quad (2)$$

La relation liant  $D_q^2$  et  $q$  est donc affine, avec une pente théorique de  $\frac{f^2 \lambda}{e} = (4.72 \pm 0.35) \times 10^{-6}$  m<sup>2</sup>. On vérifie cela en traçant les valeurs experimentales de  $D_q^2$  en fonction de  $q$ .



**FIGURE 4** – Traçé de  $D_q^2$  en fonction de  $q$  avec un ajustement affine  $D_q^2 = a \cdot q + b$  avec pour paramètres  $a = (4.56 \pm 0.02) \times 10^{-5} \text{ m}^2$  et  $b = (-3.16 \pm 0.05) \times 10^{-5} \text{ m}^2$ .

La pente de la courbe adjustée  $a = (4.56 \pm 0.02) \times 10^{-5} \text{ m}^2$  est bien en concordance avec la valeur théorique. La lumière étant monochromatique avec  $\lambda = 546 \text{ nm}$ , on est capable d'en déduire la valeur de l'excédent fractionnel  $\epsilon$  à partir de (2) et de la valeur de  $b$ . On doit nécessairement obtenir une valeur entre 0 et 1.

$$b = f^2 \frac{\lambda}{e} (\epsilon - 1) \implies \epsilon = 0.33 \pm 0.08$$

D'après le tracé d'intensité fig. 3, le premier anneau brillant n'est pas précédé par un anneau sombre. Donc la valeur expérimentale  $\epsilon = 0.33 \pm 0.08$  est bien cohérente avec les observations. En effet, lorsque le premier anneau brillant est précédé par un anneau sombre d'ordre supérieur on devrait avoir  $\epsilon > 0.5$ , et dans le cas contraire  $\epsilon < 0.5$ .

### 3 Mesure de l'écart du doublet du sodium

Le but de cette manipulation est de déterminer à l'aide d'un interféromètre de Michelson l'écart de longueur d'onde  $\Delta\lambda$  du doublet du sodium en trouvant les épaisseurs de lame d'air auxquelles on observe un brouillage.

Le spectre d'émission du sodium comporte deux raies d'émission de longueurs d'onde  $\lambda_1$ ,  $\lambda_2$  très proches. La longueur d'onde moyenne de ce doublet est  $\lambda_m = 589 \text{ nm}$  et nous cherchons l'écart  $\Delta\lambda$  entre ces deux raies défini tel que  $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$ .

Chacunes de ces deux radiations créées sont propre système d'intéférences qui se superposent de manière incohérente. En s'appuyant sur le fait que  $\lambda_m \gg \Delta\lambda$ , et en considérant que les intensités lumineuses des deux raies sont les mêmes, on trouve l'intensité totale en un point  $M$  en sortie du Michelson :

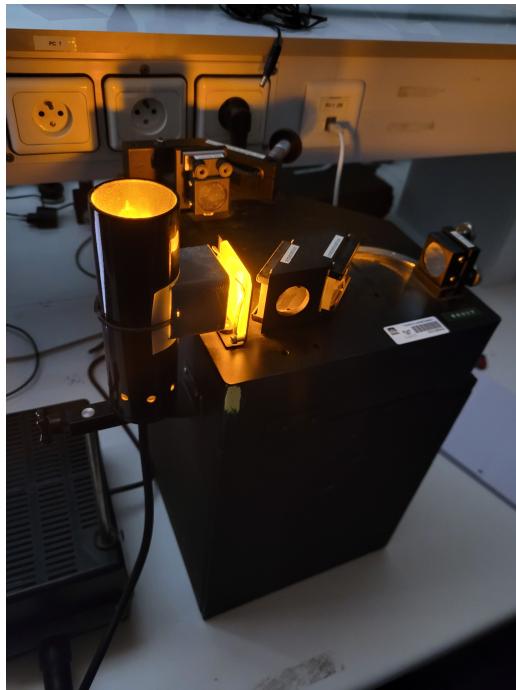
$$I(M) = I_0 \cdot \left[ 1 + \cos\left(\pi \frac{\delta}{\lambda_m^2/\Delta\lambda}\right) \cos\left(2\pi \frac{\delta}{\lambda_m}\right) \right] \quad (3)$$

À des positions particulières  $x$  du miroir mobile, les minima d'un des systèmes de franges se superposent sur les maxima de l'autre, brouillant la figure d'interférences. On rend compte de ce phénomène avec le terme  $\cos\left(\pi \frac{\delta}{\lambda_m^2/\Delta\lambda}\right)$  dont la période en fonction de  $\delta$  est  $\frac{\lambda_m^2}{2\Delta\lambda}$ . Donc la variation de la différence de marche  $\Delta\delta$  entre deux positions de brouillages consécutifs est la suivante :

$$\Delta\delta = \frac{\lambda_m^2}{\Delta\lambda}$$

Vu à un angle d'incidence  $\theta$ , la différence de marche est  $\delta = 2e \cos(\theta)$ , avec  $e$  l'épaisseur de la lame d'air. Pour de petits  $\theta$ , nous prenons comme première approximation  $\delta = 2e$ . Donc entre deux brouillages, le miroir mobile doit se déplacer de  $\Delta x = \frac{\lambda_m^2}{2\Delta\lambda}$  (on rappelle que  $e = x - x_0$ ). On déduit  $\Delta\lambda$  en mesurant  $\Delta x$  :

$$\Delta\lambda = \frac{\lambda_m^2}{2\Delta x} \quad (4)$$



**FIGURE 5** – Photo de l'interféromètre éclairé par la lampe à sodium

### 3.1 Mesures expérimentales

Les mesures se font encore une fois en configuration lame d'air. L'interféromètre était déjà réglé à notre arrivée, mais sinon les réglages auraient été les mêmes que pour la manipulation précédente.

On commence par mesurer les positions du miroir mobile  $x$  auxquelles on observe un brouillage. Dans notre cas, nous avons observé que la principale source d'erreur dans ces mesures provenait de la difficulté à déterminer la position exacte d'un brouillage à l'œil, l'incertitude intrinsèque du vernier est négligeable par rapport à cette erreur. Pour chaque brouillage, nous avons donc mesuré les deux positions extrêmes  $x_{\min}$ ,  $x_{\max}$  entre lesquelles on observe un brouillage. Ensuite on obtient la valeur expérimentale pour chaque position de brouillage  $x_i$  et son incertitude  $\Delta(x_i)$  avec les formules suivantes :

$$x_i = \frac{x_{\max} + x_{\min}}{2} \quad \Delta(x_i) = x_{\max} - x_i \quad (5)$$

brouillage $i$	$x_{i, \min}$ (mm)	$x_{i, \max}$ (mm)	$x_i$ (mm)	$\Delta(x_i)$ (mm)
1	10.640	10.695	10.67	0.03
2	12.100	12.150	12.13	0.03
3	13.540	13.555	13.548	0.008
4	15.020	15.045	15.03	0.02
5	16.470	16.510	16.49	0.02
6	17.895	17.960	17.93	0.04
7	19.380	19.420	19.40	0.02

TABLEAU 1 – Mesures des positions de brouillage

### 3.2 Détermination de $\Delta\lambda$

Nous calculons ensuite l'écart entre les positions de brouillage consécutives  $\Delta x_{i,j}$ , ainsi que son incertitude en ajoutant les incertitudes des deux positions en quadrature.

$$\Delta x_{i,j} = |x_i - x_j| \quad \Delta(\Delta x_{i,j}) = \sqrt{(\Delta(x_i))^2 + (\Delta(x_j))^2} \quad (6)$$

$i, j$	$\Delta x_{i,j}$ (mm)	$\Delta(\Delta x_{i,j})$ (mm)
1,2	1.46	0.05
2,3	1.42	0.04
3,4	1.48	0.03
4,5	1.46	0.03
5,6	1.44	0.05
6,7	1.47	0.05

TABLEAU 2 – Écarts entre positions de brouillage

Nous obtenons des écarts très similaires, ce qui est rassurant, et on calcule un écart moyen  $\Delta x = 1.46 \pm 0.05$  mm.

En utilisant la relation théorique (4), on obtient  $\Delta\lambda = 1.22 \pm 0.05$  Å. Or, d'après [Wikipedia](#), l'écart réel est cinq fois plus grand  $\Delta\lambda_{\text{réel}} = 5.974$  Å.

Visiblement, quelque chose n'est pas correct. Il est possible que nous ayons systématiquement raté des positions de brouillages entre celles qui ont été mesurées, ce qui aurait conduit à une surevaluation de  $\Delta x$ . Or l'absence de valeurs aberrantes des nos mesures ne soutient pas cette affirmation, et il est peu probable que l'erreur humaine ait pu être aussi systématique.

Malgré cela, cette mesure est quand même au bon ordre de grandeur. Et le fait qu'on ai pu mesurer une différence de l'ordre de l'angstrom, c'est à dire l'ordre de grandeur de la taille d'un atome, est tout de même très impressionnant !

## 4 Conclusion

En conclusion, nos expériences avec l'interféromètre de Michelson ont permis d'atteindre plusieurs objectifs. Nous avons réussi à régler l'interféromètre en configuration "lame d'air" et à observer des figures d'interférences claires et nettes, confirmant ainsi le bon fonctionnement de l'appareil. De plus, nous avons réalisé des mesures de l'écart du doublet du sodium, bien que la valeur expérimentale obtenue soit inférieure à la valeur attendue.

Nos résultats soulignent la sensibilité et la précision de l'interféromètre de Michelson en tant qu'outil de mesure des différences de longueur d'onde. Les applications de cet instrument vont au-delà de la simple détermination des écarts spectraux, et il peut être utilisé dans de nombreux domaines, tels que la spectroscopie, la métrologie, et même la détection des ondes gravitationnelles.

Nous avons appris des leçons importantes lors de ces manipulations, en particulier l'importance de toujours bien documenter ses mesures afin d'éviter la perte de données. Pour des travaux futurs, il serait intéressant d'explorer d'autres configurations de l'interféromètre de Michelson, en particulier la configuration coin d'air. Il serait aussi souhaitable de reprendre les mesures sur le doublet du sodium pour déterminer la source de nos résultats erronés.