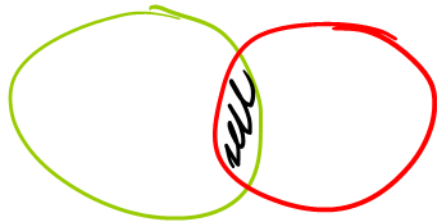


# 1. cvičení

- 1)  $N$  ... pokud chci jen  $\Sigma$   
 $N^2$  ... pokud chci odlišit body
- 

2)



$$P(A) \cup P(B) =$$

$$\underbrace{P(A/B) \cup P(A \cap B)}_{P(A)} \cup \underbrace{P(B/A) \cup P(A \cap B)}_{P(B)}$$

$$= P(A/B) + 2P(A \cap B) + P(B/A)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \uparrow - P(A \cap B)$$

- 
- 3) binom ... kolik úspěchů z  $n$  pokusů  
geom ... po kolika krocích 1. úspěch

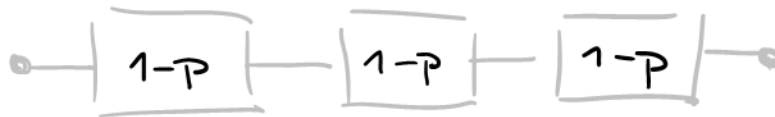
	<u>11</u>		
1	4	6	6x
1	5	5	3x
2	3	6	6x
2	4	5	6x
3	3	5	3x
3	4	4	3x



25

5)

a)



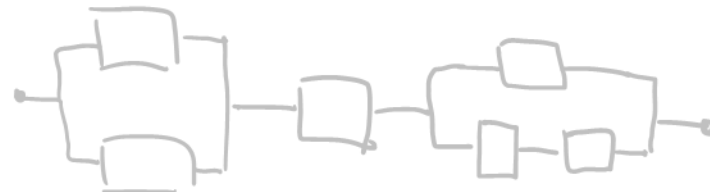
$$\underline{\underline{P(\text{OK}) = (1-P)^3}}$$

b)



$$\underline{\underline{P(\text{OK}) = 1 - P^3}}$$

c)



$$(1-p^2) * (1-p) * (1-p * (1-(1-p)^2))$$

14)

$$P(K) = P, \quad P(D) = P$$

$$a) \quad P(\emptyset) = P(K \cap D) = \frac{P(K|D)}{P(D)} = \frac{P \cdot P}{P} = \underline{\underline{P}}$$

$$b) \quad \begin{cases} \text{podle } P \text{ alespon na } 1 \\ \text{pravě na } 1 \rightarrow P \\ \text{na víc} \rightarrow 1 \end{cases}$$

$$15) \quad P(\text{získáme } k) = \underline{\underline{(1-P)^{k-1} P}}$$

$$P(\text{na všech padne orel}) = \underline{\underline{P^k}}$$

16) *Rozdíme 2x kostkou*

$$SD \dots \text{"součet je } 10" = \frac{1}{12}$$

$$\begin{array}{c|c} 1 & 2 \\ 4 & 6 \\ 5 & 5 \\ 6 & 4 \end{array} \Rightarrow \frac{3}{36}$$

$$PS \dots \text{"první podle } 6" = \frac{1}{6} \text{ druhá má nezajímá}$$

$$NS \dots \text{"někdy podle } 6" = \frac{11}{36} \quad P(1=6) \cup P(2=6) - P(1=2=6)$$



$$SD|PS = \frac{1}{6} \text{ musí být } (2=4)$$

$$= \frac{(SD \cap PS)}{\frac{1}{6}} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{6}$$

$$SD|NS = \frac{(SD \cap NS)}{\frac{11}{26}} \left\{ \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{36} \cdot \frac{36}{11} = \frac{2}{11} \right\}$$

$$PS|SD = \frac{1}{12} = \frac{(PS \cap SD)}{SD} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{12}} = \frac{1}{3}$$

$$PS|NS = \frac{6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 1.6, 2.6, 3.6, 4.6, 5.6}{\frac{6}{11}}$$

$$NS|SD = \frac{4.6, 5.5, 6.4}{\frac{2}{12}}$$

$$NS|PS = \frac{6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6}{1}$$

17)

$$a) \frac{96}{100} \cdot \frac{95}{99} \cdot \frac{94}{98} = 0,8836...$$

3. špatně

1. špatně

$$b) \frac{96}{100} \cdot \frac{95}{99} \cdot \frac{4}{98} \mid \frac{4}{100} \cdot \frac{96}{99} \cdot \frac{95}{98} \mid \frac{96}{100} \cdot \frac{4}{99} \cdot \frac{95}{98}$$

2. špatně

všech špatně (a)

c) vyřadí (c), u (a) ubývá dobrých baterií  
 $\left(\frac{96}{100}\right)^3 = 0,8847...$

a) výběr bez opakování  

$$\frac{96}{100} \cdot \frac{95}{99} \cdot \frac{94}{98} = \frac{\binom{96}{3}}{\binom{100}{3}}$$

b) KOMBINACE čísla  

$$\frac{\binom{96}{3} + \binom{95}{2} \cdot 1}{\binom{100}{3}}$$

c) výběr s opakováním  

$$\left(\frac{96}{100}\right)^3$$

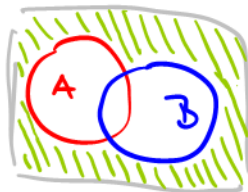
## 2. cvičení

1) je-li  $A, B$  jsou nezávislé  $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$\underbrace{A, B^c}_{A, B^c}$   
 $P(B^c) = 1 - P(B)$   
 $A \cap B^c = A \setminus (A \cap B)$

$P(A \cap B^c) \stackrel{!}{=} P(A)P(B^c)$   
 $\Rightarrow P(A \cap B^c) = P(A) - P(A)P(B) = \underbrace{P(A)(1 - P(B))}$   
 $\Rightarrow \underline{\underline{A, B^c \text{ nezávislé}}}$

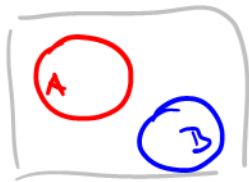
$\underbrace{A^c, B^c}_{A^c, B^c}$   
 $P(A^c) = 1 - P(A)$   
 $P(B^c) = 1 - P(B)$



POUŽIJU

$P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A \cup B) = \underbrace{(1 - P(A))(1 - P(B))}_{A^c, B^c \text{ nezávislé}}$

2) jsou nezávislé a disjunktní

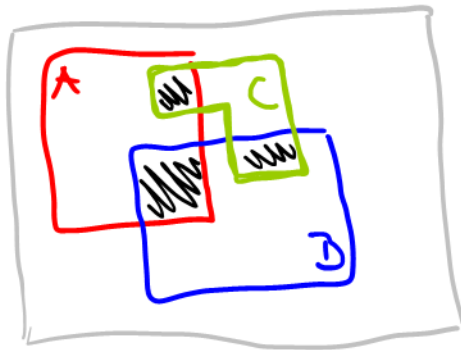


$$\text{disjunktní} \Leftrightarrow (A \cap B) = \emptyset$$

$$\text{nezávislé} \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$P(\emptyset) = 0 \Rightarrow \text{možou, pro } P(A)=0 \text{ OR } P(B)=0$$

3)



$$\text{kde } P(A)=0 \text{ OR } P(B)=0 \text{ OR } P(C)=0$$

4) spamů ze všech emailů... 80%  $SC = 0,8$   $DC = 0,2$

$$\text{filtr označí} \begin{cases} 90\% \text{ spamů jako spam} & \dots SS = 0,9 \\ 5\% \text{ dobrých jako spam} & DS = 0,05 \end{cases}$$

a)  $0,8 \cdot 0,9 + 0,2 \cdot 0,05 = 0,73$  73% označeno jako spam

b)  $\frac{0,2 \cdot 0,05}{0,73} = 0,01$  1% dobrých mailů chybně označeno jako spam

$$c) \frac{0,8 \cdot 0,1}{0,2 \cdot 0,95 + 0,8 \cdot 0,1} = 0,3 \quad \underline{30\%} \quad \text{spamů neodbaleno filtrem}$$


---

$$s) \quad \begin{aligned} 0_s &= 0,9 \\ 1_s &= 0,8 \end{aligned}$$

$$a) \frac{0,9}{0,9+0,2} = 0,818 \quad \underline{82\%}$$

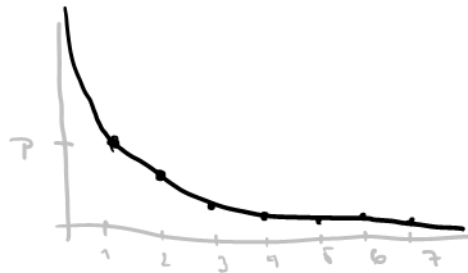
$$b) \left( \frac{0,9}{0,9+0,2} \right)^3 \cdot \left( \frac{0,8}{0,8+0,1} \right) = 0,486 \quad \underline{49\%}$$

c)

7)

$$X \sim \text{Geom}(\frac{1}{2}), \quad Y \sim Y = X \bmod 2$$

$$P_X(k) = (1-p)^{k-1} p = \left(\frac{1}{2}\right)^k$$



$$P(Y) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

$$= \sum_{n=2,4,6,\dots} P_X(n)$$

$$= \frac{1}{2} p$$

$$= \sum_{m=1,3,5,\dots} P_X(m)$$

$$= \frac{1}{2} p$$

$$\sum_{i=2,4,6,\dots} \left(\frac{1}{2}\right)^i = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

$$\sum_{i=1,3,5,\dots} \left(\frac{1}{2}\right)^i = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$



8)

$$X \sim \text{Bin}(n, p), \textcircled{?} Y = X \bmod 2$$

$$P_X(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$P(Y) = \begin{cases} 0 & = \sum_{k=2,4,\dots}^n P_X(k) \\ 1 & = \sum_{k=1,3,\dots}^n P_X(k) \end{cases}$$

$$P(Y=1) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^n \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k} = q$$

$$P(Y=0) = 1-q$$

\* protože jsme v binomickém, je to snadší, "shodíme" to na Bernoulliho rozdělení

$$\Rightarrow \underline{\underline{Y \sim \text{Bern}(q)}}$$

a)

$$X \sim \text{Geom}(p), \quad P(X > k) = ?$$

$$\sum_{n=k+1, k+2, \dots} P(X=n) = \sum_{n=k+1, k+2, \dots} (1-p)^{n-1} p = \frac{(1-p)^k \cdot p}{1 - (1-p)} = \frac{(1-p)^k \cdot p}{p} = \underline{\underline{(1-p)^k}}$$

nebo

$X$  = čas 1. úspěchu

$X > k$  = první úspěch v čase  $> k$

$$= \text{prvních } k \text{ pokusů neúspěch} = \underline{\underline{(1-p)^k}}$$

⊛ dobře se tak řeší konkrétní příklady  
mpř. týpek s míčem házící na koš  
má podotázku na tohle

10)

a)  $X \sim \text{Geom}\left(\frac{1}{10}\right)$

b)  $E(X) = 10$

c)  $P(X \geq 10 | X \geq 5) = \frac{P(X \geq 10 \cap X \geq 5)}{P(X \geq 5)} = \frac{P(X > 9)}{P(X > 4)} = \frac{(1-p)^9}{(1-p)^4} = \underline{\underline{(1-p)^5}}$

když je  $X \geq 10$ ,  
je  $X \geq 5 \Rightarrow$  musí  
mástat vždy když  $X \geq 10$

c II)

$$\begin{array}{ccccccc} \times & \times & \times & \times & (?) & (?) & (?) \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times & \times \end{array} = P(X > 4)$$

$$\begin{array}{ccccccc} \times & \times & \times & \times & \times & \times & (?) \\ \times & \times & \times & \times & \times & \times & \times \end{array} = P(X > 9)$$

řeším  $P(\text{okamžiky neúspěchy}) \rightarrow$  stejnou část můžu

$$(1-p)^{9-4} = \underline{\underline{(1-p)^5}}$$

← "zapomenout"

11-12-13) bydl' v příkladech teorie

17)

$D$  = "vytáhli jsme dvouhranovou minci"

$OG$  = "padlo 6 orlů"

$OG \sim \text{Binom}(6, p)$

vím že je to zbytečně složité, zkoumal jsem komb. čísla

$$P(D) = 1 - \frac{\binom{99}{1}}{\binom{100}{1}} = 0,01$$

je dobré?

$$P(D|OG) = \frac{P(OG|D)}{0,01 * 1 + 0,99 * \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{200}{101}} = \frac{101}{200} = \underline{\underline{0,505}}$$

19)

kandidáti: A, B při odchodu jsou náhodně ptáni, koho volili

$E$  ... množina voličů, kteří se zúčastní

$$P(E|A) = 0,7$$

$$P(E|A^c) = 0,4$$

výsledek exit-pollu je  $0,6 * |E|$  hlasovalo pro A

kolik lidí celkem hlasovalo pro A (?)



### 3. cvičení

↑

20 otázek

správná odpověď + 1 bod

špatná odpověď -  $\frac{1}{4}$  bod

$$P(\text{zná odpověď}) = p$$

a)  $X_i$  ... bodový zisk u i-té otázky,  $X_1, \dots, X_{20} \sim \text{Bern}(p)$

$$E(X) = np = \underline{\underline{20p}}$$

b)

$$\begin{aligned} E(X_i) &= E(X_i | \text{zná}) \cdot P(\text{zná}) + E(X_i | \text{nezná}) \cdot P(\text{nezná}) \\ &= 1 \cdot p + E(X_i | \text{nezná}) \cdot (1-p) \\ &= p + \underbrace{E(X_i | \text{tipne správně}) \cdot P(\text{tipne})}_{1} + \underbrace{E(X_i | \text{tipne špatně}) \cdot P(\text{tipne})}_{1} \\ &= p + 1 \cdot \frac{1}{4} \cdot 1 + \left(-\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{3}{4} \cdot 1 \cdot (1-p) = p + \left(\frac{1}{4} - \frac{3}{16}\right)(1-p) = p + \frac{1}{16}(1-p) \end{aligned}$$

$$E(X) = \underline{\underline{20 \left(p + \frac{1}{16}(1-p)\right)}}$$

c) aby byl bodový zisk při typování nulový  $\rightarrow$  speciálně  $E(X, \text{mezna}) = 0$

$$\frac{1}{4} - \boxed{\frac{1}{5}} \cdot \frac{3}{4} = \frac{1}{4} - \frac{3}{20} = \frac{1}{4} - \frac{1}{4} = 0$$

2) je to geom. rozdělení, takže čím víc peněz, tím větší výhra & nižší šance

3)  $Y = X^2$

a)  $E(Y) = 0$

$$E(Y) = \sum_{y \in \text{supp}(Y)} \underbrace{y}_{\geq 0} \cdot \underbrace{P(Y=y)}_{\geq 0} \Rightarrow P(Y=0)=1 \text{ protože pro lib. jiné } x \text{ by se přičetla kladná hodnota a } E(Y) \text{ by nemohla být } = 0$$

b) předp.  $\text{var}(X) = 0$  "očekávaná odchylka  $X$  od  $E(X)$ "

$E(X) \ni a$  je konečná

$$\text{var}(X) = 0 = E(X - \mu)^2 = E(\underbrace{X - E(X)}_{\text{musí být } = 0})^2 \Rightarrow \begin{matrix} X - E(X) = 0 \\ X = E(X) \end{matrix}$$

4)

$$\mathbb{E}(X) = \sum_{n=0}^{\infty} P(X > n) \quad \textcircled{1}$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} P(X > n) = P(X > 1) + 2 \cdot P(X > 2) + 3 \cdot P(X > 3) + \dots + k \cdot P(X > k)$$

$$P(X > 0) = P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + \dots$$

$$P(X > 1) = P(X=2) + P(X=3) + \dots$$

$$P(X > 2) = P(X=3) + \dots$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} n \cdot P(X=n) = \mathbb{E}(X)$$

5)

$$a) \text{ var}(aX) = \mathbb{E}(aX)^2 - (\mathbb{E}(aX))^2 = a^2 \cdot \mathbb{E}(X^2) - a^2 (\mathbb{E}(X))^2 = a^2 \cdot (\mathbb{E}(X^2) - (\mathbb{E}(X))^2) = \underline{\underline{a^2 \cdot \text{var}(X)}}$$

$$b) \text{ var}(X) = \mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))^2) = \mathbb{E}((X+b - \mathbb{E}(X+b))^2) = \text{var}(X+b)$$

pro  $b=2$

$$\mathbb{E}(X) = \frac{10}{5} = 2$$



$$\text{var}(X) = \frac{1+9+9+16}{5} - 2^2 = 6 - 4 = 2$$

$$\mathbb{E}(X+2) = \frac{20}{5} = 4$$



$$\text{var}(X+2) = \frac{4+9+16+25+36}{5} - 4^2 = 18 - 16 = 2$$

veta o vlastnostech sl. hodnoty

c)

$$\text{var}(X+Y) = \mathbb{E}((X+Y - \mathbb{E}(X+Y))^2) \stackrel{v}{=} \mathbb{E}(\underbrace{(X - \mathbb{E}(X))}_A + \underbrace{(Y - \mathbb{E}(Y))}_B)^2)$$

$$= \mathbb{E}(A^2 + 2AB + B^2) = \mathbb{E}(A^2) + \mathbb{E}(2AB) + \mathbb{E}(B^2)$$

$$= \mathbb{E}(X^2 - 2X\mathbb{E}(X) + \mathbb{E}(X)^2) + 2\mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))(Y - \mathbb{E}(Y))) + \mathbb{E}(Y^2 - 2Y\mathbb{E}(Y) + \mathbb{E}(Y)^2)$$

nevim jak to dokázat + b)

$$\text{var}(X+Y) = \text{var}(X) + \text{var}(Y)$$

$$\mathbb{E}(X^2) - \mathbb{E}(X)^2$$

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(X+a) \\ = \mathbb{E}(X) + a \end{aligned}$$

\_\_\_\_\_



6)

6. Ukažte, že jevy  $A$ ,  $B$  jsou nezávislé, právě když jsou nezávislé jejich indikátorové veličiny.

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B)$$

$$I_A = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

$$I_B = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases}$$

$$P(A \cap B)$$

7)  $X$  má uniformní rozdělení na  $\{a, a+1, a+2, \dots, b\}$  pro  $a < b \in \mathbb{Z}$

$$\mathbb{E}(X) = \frac{\sum_{k=a}^b x}{b-a+1}$$

$$= \frac{a+b}{2}$$

$$\text{var}(X) = \frac{\sum_{k=a}^b x^2}{b-a+1} - \mathbb{E}(X)^2$$

$$= \frac{b^2}{3}$$

→ můžeme to celé posunout tak, že  $a=1$  a  $b=b-a+1$  a rozptyl vyjde stejně

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(X^2) &= \frac{1^2 + 2^2 + \dots + b^2}{b} = \frac{\frac{1}{3} b(b+1)(b+1)}{b} \\ &= \frac{(b+1)(b+1)}{3} \sim \frac{b^2}{3} \end{aligned}$$

8)  $X$  ... součet  $X_1, \dots, X_n \sim \text{Bern}(p)$

a)  $P(X=k) = \binom{n}{k} \cdot p^k \cdot (1-p)^{n-k}$   $k$  úspěchů z  $X_1, \dots, X_n \rightarrow$  vyberu těch  $k$  a vynásobím  $p$  \* zbytek, protože zbytek musí být neúspěch, jinak by jich nebylo  $k$

b) m.p.r. pro  $P(X_2|X_1)=1$ , nikdy nemůžeme mít  $X_1=1$  &  $k=1$

a)  $E(X) = E(X_i) \quad * \# \text{ pokusů} = n \cdot p$

$E(X_i) = p$   
 $\text{var}(X_i) = p(1-p)$

$$E(X) = \sum_{x \in \text{lm}(X)} x \cdot P(X=x) = \sum_{k=0}^n k \cdot \binom{n}{k} \cdot p \cdot (1-p)^{n-k}$$

⊛ řešeno v příkladech z teorie

$\text{var}(X) = \text{Var}(X_i) * \# \text{ pokusů} = np(1-p)$

b)  $Z = X+Y \Rightarrow$  věta o konvoluci  
 $Z \sim \text{Dim}(j, p) \quad j = m+n$

ROZBOR MOŽNOSTÍ JAK  $X+Y = j$

$$P(Z=k) = \sum_{x \in \text{lm}(X)} P_X(X=x) \cdot P_Y(Y=k-x) = \sum_{x \in \text{lm}(X)} \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x} \cdot \binom{m}{k-x} p^{k-x} (1-p)^{m-(k-x)}$$

$X \sim \text{Bin}(n, p)$   
 $Y \sim \text{Bin}(m, p)$

$(X+Y) \sim \text{Bin}(n+m, p)$

$n=3 \rightarrow X+Y =$   
 $0 \rightarrow (0,0)$   
 $1 \rightarrow (1,0)(0,1)$   
 $2 \rightarrow (2,0)(0,2)(1,1)$   
 $3 \rightarrow (3,0)(0,3)(1,2)(2,1)$

$k=1: \frac{32}{2187} + \frac{16}{81} = \frac{416}{2187} \approx 21\%$

$k=0:$

$P=\frac{1}{3}$	$n=3, j=2$
$k=0$	$1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3}^3 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3}^2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{81} \cdot \frac{4}{27} = \frac{32}{2187}$
$k=1$	$3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}^2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}^2 = \frac{4}{9} \cdot \frac{4}{9} = \frac{16}{81}$
$k=2$	$2 \cdot \frac{1}{3}^2 \cdot \frac{2}{3} \cdot 1 \cdot 1 \cdot \frac{2}{3}^3 = \frac{4}{27} \cdot \frac{8}{81} = \frac{32}{2187}$

$\frac{496}{2187} \approx 22\%$



# 4. cvičení

1) Balíček má 52 karet. Vytáhneme 2.

$X$  ... # vytážených es

$Y$  ... # vytážených králů

		$Y =$			
$P_{X,Y}$		0	1	2	$P_X$
$X =$	0	$\frac{473}{663}$	$\frac{88}{663}$	$\frac{3}{663}$	$\frac{564}{663}$
	1	$\frac{88}{663}$	$\frac{8}{663}$	0	$\frac{96}{663}$
	2	$\frac{3}{663}$	0	0	$\frac{3}{663}$
$P_Y$		$\frac{564}{663}$	$\frac{96}{663}$	$\frac{3}{663}$	1

jsou 4 esa a 4 krále:

$$P_{X,Y}(X=0, Y=0) = \frac{\binom{44}{2}}{\binom{52}{2}} = \frac{473}{663}$$

$$(X=1, Y=0) = \frac{\binom{4}{1} \binom{44}{1}}{\binom{52}{2}} = \frac{88}{663}$$

$$(X=2, Y=0) = \frac{\binom{4}{2}}{\binom{52}{2}} = \frac{1}{221}$$

$$(X=1, Y=1) = \frac{\binom{4}{1} \binom{4}{1}}{\binom{52}{2}} = \frac{8}{663}$$

2) 3. body minci  $X = \# \text{ orlo} \vee \text{bodech } 1, 2$   
 $Y = \# \text{ pam} \vee \text{bodech } 2, 3$

a)

$P_{X,Y}$	0	1	2	$P_X$
0	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$
1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{4}$
$P_Y$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$	1

$$P_{X,Y}(X=0, Y=0) = 0$$

$$(X=1, Y=0) = P00 = \frac{1}{2}^3 = \frac{1}{8}$$

$$(X=2, Y=0) = 000 = \frac{1}{2}^3 = \frac{1}{8}$$

$$(X=1, Y=1) = P0P \mid 0P0 = \frac{1}{2}^3 + \frac{1}{2}^3 = \frac{1}{4}$$

$$(X=2, Y=1) = 00P = \frac{1}{2}^3 = \frac{1}{8}$$

b) nejsou  $P(X=0 \text{ a } Y=0) = 0 \neq \frac{1}{16} P(X=0) \dots P_1P = \frac{1}{2}^2, P(Y=0) = 0,0 = \frac{1}{2}^2, P(X=0) \cdot P(Y=0) = \frac{1}{16}$

c)  $P(0,0) \ P(1,0) \ P(0,1) \ P(1,1) \ P(2,0) \ P(0,2) \ P(2,1) \ P(1,2) \ P(2,2)$   
 $\sum_{x \neq y} P_{X,Y}(x,y) = P(0,1) + P(0,2) + P(1,2) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8} = \underline{\underline{\frac{3}{8}}}$

d)

$P_{X Y}$	0	1	2
0	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$
2	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	0

$$P(X=0|Y=0) = 0$$

$$(X=1|Y=0) = \frac{P00}{000} = \frac{1}{2}$$

$$(X=2|Y=0) = \frac{000}{P00} = \frac{1}{2}$$

$$(X=1|Y=1) = \frac{00P}{P0P} = \frac{1}{4}$$

$$(X=0|Y=2) = \frac{0PP}{PPP} = \frac{1}{2}$$

$$(X=2|Y=1) = \frac{00P}{0PP} = \frac{1}{4}$$

$$(X=1|Y=2) = \frac{0PP}{PPP} = \frac{1}{2}$$

$$(X=2|Y=2) = 0$$

3)

$$X_1, X_2, X_3 \in \{1, 2, 3, 4\}$$

3. Označme  $X_1, X_2, X_3$  výsledky tří nezávislých hodů čtyřstěnnou kostkou (s čísly 1, ..., 4).

(a) Jaká je pravděpodobnostní funkce  $Y = \max(X_1, X_2)$ ?

(b) Jaká je pravděpodobnostní funkce  $Z = \max(X_1, X_2, X_3)$ ?

(c) O kolik se zvýší střední hodnota tím, že můžeme házet třikrát? Neboli, o kolik je vyšší  $E(Z)$  než  $E(X_1)$ ?

Nápověda: Určete napřed  $P(Y \leq k)$ ,  $P(Z \leq k)$ ?

a)  $P \dots Y = \max(X_1, X_2)$

$P_{X_1, X_2}$	1	2	3	4
1	$1/16$	$1/16$	$1/16$	$1/16$
2		$1/16$	$1/16$	$1/16$
3			$1/16$	$1/16$
4				$1/16$

$$= \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$$

SPATNE

b)  $P \dots Z = \max(X_1, X_2, X_3)$   
 $= \max(Y, X_3)$

$P_{Y, X_3}$	1	2	3	4
1	$\frac{1}{16} \cdot \frac{1}{4}$	.	.	.
2		.	.	.
3			.	.
4				.

$$= \frac{10}{64} = \frac{5}{32}$$

c)  $P(Y \leq k) = P(X_1 \leq k, X_2 \leq k)$

$P(Z \leq k) = P(X_1 \leq k, Y_2 \leq k, Y_3 \leq k)$

správně

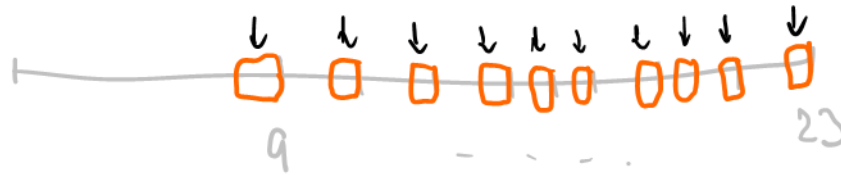
4)



# Crčenji 5

1)

a)



$$\frac{15 \cdot \frac{1}{4}}{24} = \sim 16\%$$

$$10) \quad X \sim N(40, 10^2)$$

$$a) \quad P(X \leq 0)$$

$$P(X - 40 \leq -40)$$

$$P\left(\frac{X - 40}{10} \leq -4\right) = \Phi(-4) = 0,00003$$