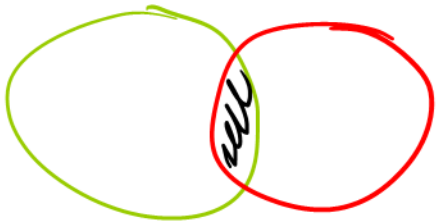
# 1. cvičení

1) $\mathbb{N}$ ... pokud chci jen $\Sigma$

$\mathbb{N}^2$ ... pokud chci odlišit kody

2)



$$P(A) \cup P(B) =$$

$$\underbrace{P(A/B) \cup P(A \cap B)}_{P(A)} \quad \cup \quad \underbrace{P(B/A) \cup P(A \cap B)}_{P(B)}$$

$$= P(A \cup B) + 2P(A \cap B) + P(B \setminus A)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \uparrow - P(A \cap B)$$

3) binom ... kolik úspěchů z $n$ pokusů

geom ... po kolika hodech 1. úspěch

4)

11

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 6 | 6x |
| 1 | 5 | 5 | 3x |
| 2 | 3 | 6 | 6x |
| 2 | 4 | 5 | 6x |
| 3 | 3 | 5 | 3x |
| 3 | 4 | 4 | 3x |

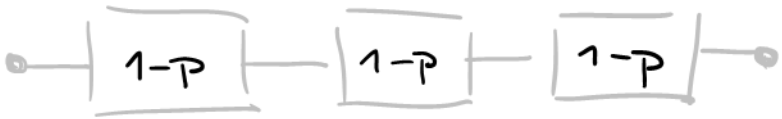
27 > 25

12

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 5 | 6 | 6x |
| 2 | 4 | 6 | 6x |
| 2 | 5 | 5 | 3x |
| 3 | 3 | 6 | 3x |
| 3 | 4 | 5 | 6x |
| 4 | 4 | 4 | 1x |

5)

a)

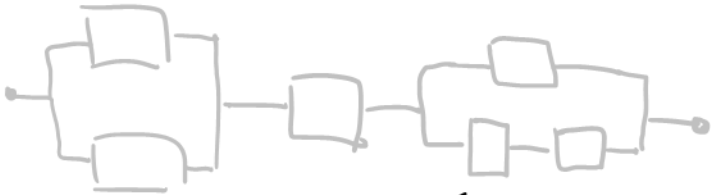



$P(OK) = (1-p)^3$

b)

$P(OK) = 1-p^3$

c)



$(1-p^2) * (1-p) * (1- p*(1-(1-p)^2))$

14) $P(K) = p$, $P(D) = p$

a) $P(O) = P(K \wedge D) = \frac{P(K \wedge D)}{P(D)} = \frac{p \cdot p}{p} = \underline{\underline{p}}$

b) padla P alespoň na 1

- právě na 1 → P
- na víc → 1

---

15) $P(\text{získáme } k) = \underline{\underline{(1-p)^{k-1} p}}$

$P(\text{na víceré padne orel}) = \underline{\underline{p^k}}$

---

16) házíme 2x kostkou

SD ... "součet je 10" $= \frac{1}{12}$ | 1 | 2 |
|---|---|---|
| 4 | 6 |
| 5 | 5 |
| 6 | 4 |

$\Rightarrow \frac{3}{36}$

PS ... "první padla 6" $= \frac{1}{6}$ druhá mě nezajímá

NS ... "někdy padla 6" $= \frac{11}{36}$ $P(1=6) \cup P(2=6) - P(1=2=6)$

možná v obou

$SD|PS = \frac{1}{6}$ musí být 2. = 4

$= \frac{(SD \cap PS)}{\frac{1}{6}} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{6}$

$$SD|NS = \frac{(SD \cap NS)}{\frac{11}{36}} \left\{ \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} + \frac{1}{6}\cdot\frac{1}{6} = \frac{2}{36}\cdot\frac{36}{11} = \frac{2}{11} \right.$$

$$PS|SD = \frac{1}{2} = \frac{(PS \cap SD)}{SD} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{12}} = \frac{1}{3}$$

$$PS|NS = \frac{6.1,\ 6.2,\ 6.3,\ 6.4,\ 6.5,\ 6.6,\ 1.6,\ 2.6,\ 3.6,\ 4.6,\ 5.6}{\frac{6}{11}}$$

$$NS|SD = \frac{4.6,\ 5.5,\ 6.4}{\frac{2}{12}}$$

$$NS|PS = \frac{6.1,\ 6.2,\ 6.3,\ 6.4,\ 6.5,\ 6.6}{1}$$

---

17)

a) $\frac{96}{100}\cdot\frac{95}{99}\cdot\frac{94}{98} = 0,8836\ldots$

c) vyšší (c), u (a) nižší dobrých baterií

$\left(\frac{96}{100}\right)^3 = 0,8847\ldots$

b) 3. špatné: $\frac{96}{100}\cdot\frac{95}{99}\cdot\frac{4}{98}$ | 1. špatné: $\frac{4}{100}\cdot\frac{96}{99}\cdot\frac{95}{98}$ | 2. špatné: $\frac{96}{100}\cdot\frac{4}{99}\cdot\frac{95}{98}$

všechny správně (a)

KOMBINAČNÍ ČÍSLA

a) výběry bez opakování!

$$\frac{96}{100}\cdot\frac{95}{99}\cdot\frac{94}{98} = \frac{\binom{96}{3}}{\binom{100}{3}}$$

b)
$$\frac{\binom{96}{3}+\binom{95}{2}\cdot\binom{4}{1}}{\binom{100}{3}}$$

c) výběry s opakováním ✗

$$\left(\frac{96}{100}\right)^3$$

---

## 2. cvičení

1) jevy $A, B$ jsou nezávislé $\Leftrightarrow P(A\cap B) = P(A)P(B)$

$A, B^c$

$P(B^c) = 1 - P(B)$

$A \cap B^c = A \setminus (A \cap B)$

$P(A\cap B^c) \overset{!}{=} P(A)P(B^c)$

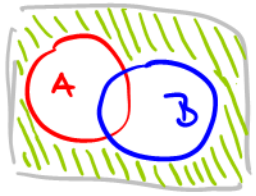
$\Rightarrow P(A\cap B^c) = P(A) - P(A)P(B) = P(A)(1-P(B))$

$\Rightarrow$ $A, B^c$ nezávislé

$A^c, B^c$

$P(A^c) = 1 - P(A)$

$P(B^c) = 1 - P(B)$

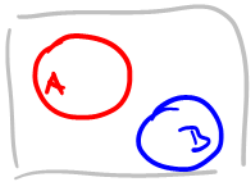
$A^c \cap B^c =$ 


použiju

$P(A^c\cap B^c) = 1 - P(A)P(B^c) = (1-P(A))(1-P(B))$

$\Rightarrow$ $A^c, B^c$ nezávislé

2) jevy nezávislé a disjunktní



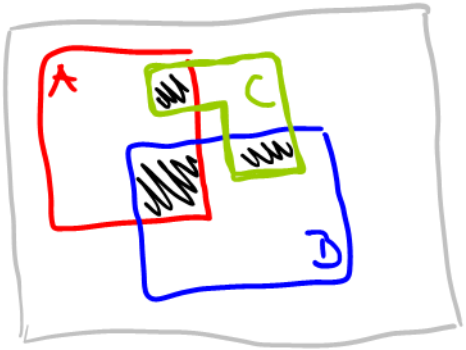

disjunktní $\Leftrightarrow (A \cap B) = \emptyset$

nezávislé $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$P(\emptyset) = 0 \Rightarrow$ mohou, pro $P(A) = 0$ OR $P(B) = 0$

---

3)




kde $P(A) = 0$ OR $P(B) = 0$ OR $P(C) = 0$

---

4) spamů ze V emailů... 80% $SC = 0,8$ $DC = 0,2$

filtr označí { 90% spamů jako spam ... $SS = 0,9$

5% dobrých jako spam $DS = 0,05$

a) $0,8 \cdot 0,9 + 0,2 \cdot 0,05 \doteq 0,73$ 73% označeno jako spam

b) $\frac{0,2 \cdot 0,05}{0,73} \doteq 0,01$ 1% dobrých mailů chybně označeno jako spam

c) $\frac{0,8 \cdot 0,1}{0,2 \cdot 0,95 + 0,8 \cdot 0,1} = 0,3$ 30 % spamů neodhalemo filtrem

5) $0_S = 0,9$

$1_S = 0,8$

a) $\frac{0,9}{0,9+0,2} \doteq 0,818$ 82%

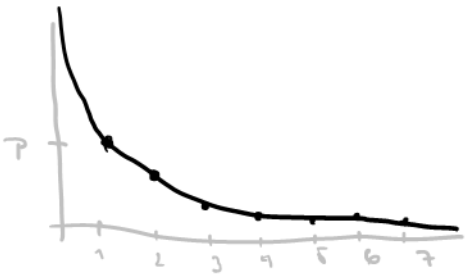
b) $\left(\frac{0,9}{0,9+0,2}\right)^3 * \left(\frac{0,8}{0,8+0,1}\right) = 0,486$ 49%

c)

7)

$X \sim Geom(1/2)$ , $Y = X \bmod 2$

$P_X(k) = (1-p)^{k-1} p = \left(\frac{1}{2}\right)^k$




$$Y = \begin{cases} 0 & = \sum_{i=2,4,6,\dots} P_X(i) \\ 1 & = \sum_{j=1,3,5,\dots} P_X(j) \end{cases}$$