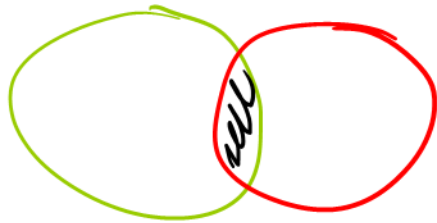


1. cvičení

- 1) N ... pokud chci jen Σ
 N^2 ... pokud chci odlišit body
-

2)



$$P(A) \cup P(B) =$$

$$\underbrace{P(A/B) \cup P(A \cap B)}_{P(A)} \cup \underbrace{P(B/A) \cup P(A \cap B)}_{P(B)}$$

$$= P(A/B) + 2P(A \cap B) + P(B/A)$$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \uparrow - P(A \cap B)$$

-
- 3) binom ... kolik úspěchů z n pokusů
geom ... po kolika krocích 1. úspěch

	<u>11</u>		
1	4	6	6 x
1	5	5	3 x
2	3	6	6 x
2	4	5	6 x
3	3	5	3 x
3	4	4	3 x

	<u>11</u>		
1	4	6	6 x
1	5	5	3 x
2	3	6	6 x
2	4	5	6 x
3	3	5	3 x
3	4	4	3 x

	<u>11</u>		
1	4	6	6 x
1	5	5	3 x
2	3	6	6 x
2	4	5	6 x
3	3	5	3 x
3	4	4	3 x

	<u>11</u>		
1	4	6	6 x
1	5	5	3 x
2	3	6	6 x
2	4	5	6 x
3	3	5	3 x
3	4	4	3 x

	<u>11</u>		
1	4	6	6 x
1	5	5	3 x
2	3	6	6 x
2	4	5	6 x
3	3	5	3 x
3	4	4	3 x

	<u>11</u>		
1	4	6	6 x
1	5	5	3 x
2	3	6	6 x
2	4	5	6 x
3	3	5	3 x
3	4	4	3 x

27



25

<u>12</u>			
1	5	6	6x
2	4	6	6x
2	5	5	3x
3	3	6	3x
3	4	5	6x
4	4	4	1x

<u>12</u>			
1	5	6	6x
2	4	6	6x
2	5	5	3x
3	3	6	3x
3	4	5	6x
4	4	4	1x

<u>12</u>			
1	5	6	6x
2	4	6	6x
2	5	5	3x
3	3	6	3x
3	4	5	6x
4	4	4	1x

<u>12</u>			
1	5	6	6x
2	4	6	6x
2	5	5	3x
3	3	6	3x
3	4	5	6x
4	4	4	1x

<u>12</u>			
1	5	6	6x
2	4	6	6x
2	5	5	3x
3	3	6	3x
3	4	5	6x
4	4	4	1x

<u>12</u>			
1	5	6	6x
2	4	6	6x
2	5	5	3x
3	3	6	3x
3	4	5	6x
4	4	4	1x

5)

a)



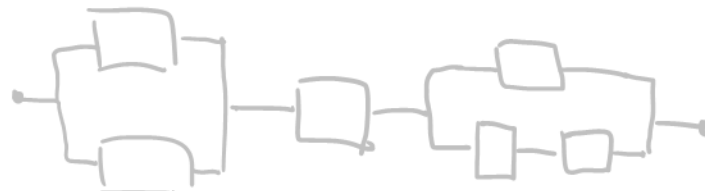
$$\underline{\underline{P(OK) = (1-P)^3}}$$

b)



$$\underline{\underline{P(\text{OK}) = 1 - P^3}}$$

c)



$$(1-p^2) * (1-p) * (1-p * (1-(1-p)^2))$$

14)

$$P(K) = P, \quad P(D) = P$$

$$a) \quad P(\emptyset) = P(K \cap D) = \frac{P(K|D)}{P(D)} = \frac{P \cdot P}{P} = \underline{\underline{P}}$$

$$b) \quad \begin{cases} \text{podle } P \text{ alespon na } 1 \\ \text{pravě na } 1 \rightarrow P \\ \text{na víc} \rightarrow 1 \end{cases}$$

$$15) \quad P(\text{získáme } k) = \underline{\underline{(1-P)^{k-1} P}}$$

$$P(\text{na všech padne orel}) = \underline{\underline{P^k}}$$

16) *Rozdíme 2x kostkou*

$$SD \dots \text{"součet je } 10" = \frac{1}{12}$$

$$\begin{array}{c|c} 1 & 2 \\ 4 & 6 \\ 5 & 5 \\ 6 & 4 \end{array} \Rightarrow \frac{3}{36}$$

$$PS \dots \text{"první podle } 6" = \frac{1}{6} \text{ druhá má nezajímá}$$

$$NS \dots \text{"někdy podle } 6" = \frac{11}{36} \quad P(1=6) \cup P(2=6) - P(1=2=6)$$



$$SD|PS = \frac{1}{6} \text{ musí být } (2=4)$$

$$= \frac{(SD \cap PS)}{\frac{1}{6}} = \frac{\frac{3}{36}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{6}$$

$$SD|NS = \frac{(SD \cap NS)}{\frac{11}{26}} \left\{ \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{36} \cdot \frac{36}{11} = \frac{2}{11} \right\}$$

$$PS|SD = \frac{1}{12} = \frac{(PS \cap SD)}{SD} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{12}} = \frac{1}{3}$$

$$PS|NS = \frac{6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6, 1.6, 2.6, 3.6, 4.6, 5.6}{\frac{6}{11}}$$

$$NS|SD = \frac{4.6, 5.5, 6.4}{\frac{2}{12}}$$

$$NS|PS = \frac{6.1, 6.2, 6.3, 6.4, 6.5, 6.6}{1}$$

17)

$$a) \frac{96}{100} \cdot \frac{95}{99} \cdot \frac{94}{98} = 0,8836...$$

3. špatně

1. špatně

$$b) \frac{96}{100} \cdot \frac{95}{99} \cdot \frac{4}{98} \mid \frac{4}{100} \cdot \frac{96}{99} \cdot \frac{95}{98} \mid \frac{96}{100} \cdot \frac{4}{99} \cdot \frac{95}{98}$$

2. špatně

všech špatně (a)

c) vyřadí (c), u (a) ubývá dobrých baterií
 $\left(\frac{96}{100}\right)^3 = 0,8847...$

a) výběr bez opakování

$$\frac{96}{100} \cdot \frac{95}{99} \cdot \frac{94}{98} = \frac{\binom{96}{3}}{\binom{100}{3}}$$

b) KOMBINACE čísla

$$\frac{\binom{96}{3} + \binom{95}{2} \cdot 1}{\binom{100}{3}}$$

c) výběr s opakováním

$$\left(\frac{96}{100}\right)^3$$

2. cvičení

1) je-li A, B jsou nezávislé $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$$\underbrace{A, B^c}_{A, B^c}$$

$$P(B^c) = 1 - P(B)$$

$$A \cap B^c = A \setminus (A \cap B)$$

$$P(A \cap B^c) \stackrel{!}{=} P(A)P(B^c)$$

$$\Rightarrow P(A \cap B^c) = P(A) - P(A)P(B) = \underbrace{P(A)(1 - P(B))}$$

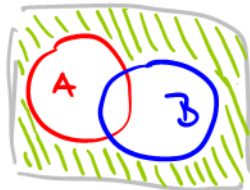
$$\Rightarrow \underline{\underline{A, B^c \text{ nezávislé}}}$$

$$\underbrace{A^c, B^c}_{A^c, B^c}$$

$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

$$P(B^c) = 1 - P(B)$$

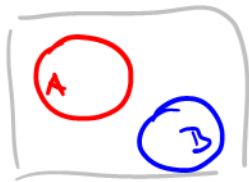
$$A^c \cap B^c =$$



POUŽIJU

$$P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A)P(B) = \underbrace{(1 - P(A))(1 - P(B))}_{A^c, B^c \text{ nezávislé}}$$

2) jsou nezávislé a disjunktní

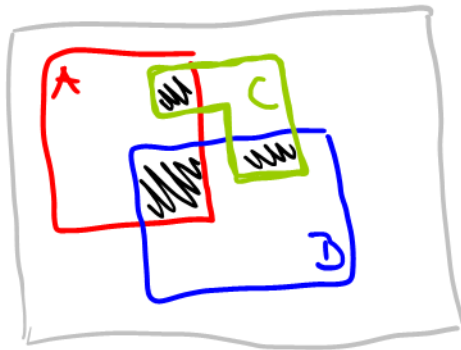


$$\text{disjunktní} \Leftrightarrow (A \cap B) = \emptyset$$

$$\text{nezávislé} \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$P(\emptyset) = 0 \Rightarrow \text{možná, pro } P(A)=0 \text{ OR } P(B)=0$$

3)



$$\text{kde } P(A)=0 \text{ OR } P(B)=0 \text{ OR } P(C)=0$$

4) spamů ze všech emailů... 80% SC = 0,8 DC = 0,2

$$\text{filtr označí} \begin{cases} 90\% \text{ spamů jako spam} & \dots SS = 0,9 \\ 5\% \text{ dobrých jako spam} & DS = 0,05 \end{cases}$$

$$a) 0,8 \cdot 0,9 + 0,2 \cdot 0,05 = 0,73 \quad \underline{73\%} \text{ označeno jako spam}$$

$$b) \frac{0,2 \cdot 0,05}{0,73} = 0,01 \quad \underline{1\%} \text{ dobrých mailů chybně označeno jako spam}$$

$$c) \frac{0,8 \cdot 0,1}{0,2 \cdot 0,95 + 0,8 \cdot 0,1} = 0,3 \quad \underline{30\%} \quad \text{spamů neodbaleno filtrem}$$

$$s) \quad \begin{aligned} 0_s &= 0,9 \\ 1_s &= 0,8 \end{aligned}$$

$$a) \frac{0,9}{0,9+0,2} = 0,818 \quad \underline{82\%}$$

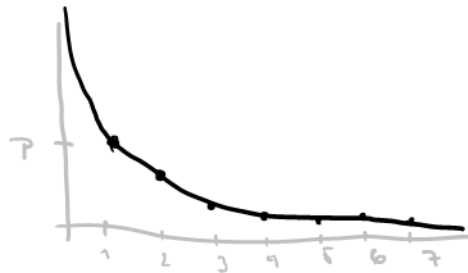
$$b) \left(\frac{0,9}{0,9+0,2} \right)^3 \cdot \left(\frac{0,8}{0,8+0,1} \right) = 0,486 \quad \underline{49\%}$$

c)

7)

$$X \sim \text{Geom}(\frac{1}{2}), \quad \textcircled{0} \sim Y = X \bmod 2$$

$$P_X(k) = (1-p)^{k-1} p = \left(\frac{1}{2}\right)^k$$



$$P(Y) = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$$

$$= \sum_{m=2,4,6,\dots} P_X(m)$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$= \sum_{m=1,3,5,\dots} P_X(m)$$

$$= \frac{1}{2}$$

$$\sum_{i=2,4,6,\dots} \left(\frac{1}{2}\right)^i = \frac{\frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

$$\sum_{i=1,3,5,\dots} \left(\frac{1}{2}\right)^i = \frac{\frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$

8)

$$X \sim \text{Bin}(n, p), \textcircled{?} Y = X \bmod 2$$

$$P_X(k) = \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$$

$$P(Y) = \begin{cases} 0 & = \sum_{k=2,4,\dots}^n P_X(k) \\ 1 & = \sum_{k=1,3,\dots}^n P_X(k) \end{cases}$$

$$P(Y=1) = \sum_{k=1,3,5,\dots}^n \binom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k} = q$$

$$P(Y=0) = 1-q$$

* protože jsme v binomickém, je to snadší, "shodíme" to na Bernoulliho rozdělení

$$\Rightarrow \underline{\underline{Y \sim \text{Bern}(q)}}$$

a)

$$X \sim \text{Geom}(p), \quad P(X > k) = ?$$

$$\sum_{n=k+1, k+2, \dots} P(X=n) = \sum_{n=k+1, k+2, \dots} (1-p)^{n-1} p = \frac{(1-p)^k \cdot p}{1 - (1-p)} = \frac{(1-p)^k \cdot p}{p} = \underline{\underline{(1-p)^k}}$$

nebo

X = čas 1. úspěchu

$X > k$ = první úspěch v čase $> k$

= prvních k pokusů neúspěch = $(1-p)^k$

⊛ dobře se tak řeší konkrétní příklady
mpř. týpek s míčem házící na koš
má podotázku na tohle

10)

a) $X \sim \text{Geom}\left(\frac{1}{10}\right)$

b) $E(X) = 10$

c) $P(X \geq 10 | X \geq 5) = \frac{P(X \geq 10 \cap X \geq 5)}{P(X \geq 5)} = \frac{P(X > 9)}{P(X > 4)} = \frac{(1-p)^9}{(1-p)^4} = \underline{\underline{(1-p)^5}}$

když je $X \geq 10$,
je $X \geq 5 \Rightarrow$ musí
mástat vždy když $X \geq 10$

c II)

$\times \times \times \times \textcircled{?} \textcircled{?} \textcircled{?} \textcircled{?} \textcircled{?} \textcircled{?} = P(X > 4)$

$\times \times \times \times \times \times \times \times \textcircled{?} = P(X > 9)$

řeším $P(\text{okamžiky neúspěchy}) \rightarrow$ stejnou část můžu

$(1-p)^{9-4} = \underline{\underline{(1-p)^5}}$

← "zapomenout"

11 - 12 - 13) bydlí v příkladech teorie

17)

vím že je to zbytečně složité, zkoumal jsem komb. čísla

D = "vytáhli jsme dvouhranovou minci"

$$P(D) = 1 - \frac{\binom{99}{1}}{\binom{100}{1}} = 0,01$$

OG = "padlo 6 orlů"

$OG \sim \text{Binom}(6, p)$

je dobré?

$$P(D|OG) = \frac{P(OG|D)}{0,01 * 1 + 0,99 * \frac{1}{2}} = \frac{1}{\frac{200}{101}} = \frac{101}{200} = \underline{\underline{0,505}}$$

19)

kandidáti: A, B při odchodu jsou náhodně ptáni, koho volili

E ... množina voličů, kteří se zúčastní

$$P(E|A) = 0,7$$

$$P(E|A^c) = 0,4$$

výsledek exit-pollu je $0,6 * |E|$ hlasovalo pro A

kolik lidí celkem hlasovalo pro A (?)

