1. cvičení

1)

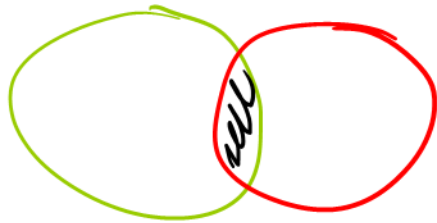$\mathbb{N}$ ... pokud chci jen Σ

$\mathbb{N}^2$ ... pokud chci odlišit body

2)

$P(A) \cup P(B) =$

$\underbrace{P(A/B) \cup P(A \cap B)}_{P(A)} \cup \underbrace{P(B/A) \cup P(A \cap B)}_{P(B)}$

$= P(A/B) + 2P(A \cap B) + P(B/A)$

$\Rightarrow P(A \cup B) = \uparrow \; - P(A \cap B)$

3)

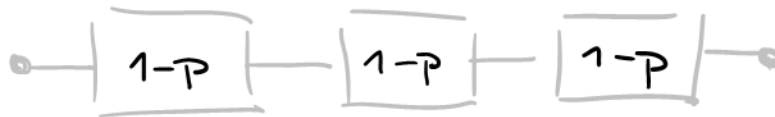binom ... kolik úspěchů z n pokusů

geom ... po kolika hodech 1. úspěch

4)

$\underline{11}$

1 4 6 6 x
1 5 5 3 x

2 3 6 6 x
2 4 5 6 x

3 3 5 3 x
3 4 4 3 x

$\}$ 27 $>$ 25 $\{$

$\underline{12}$

1 5 6 6 x
2 4 6 6 x
2 5 5 3 x
3 3 6 3 x
3 4 5 6 x
4 4 4 1 x

---

5)

a)

$$P(OK) = (1-P)^3$$

b)

$$P(OK) = 1-P^3$$

c)
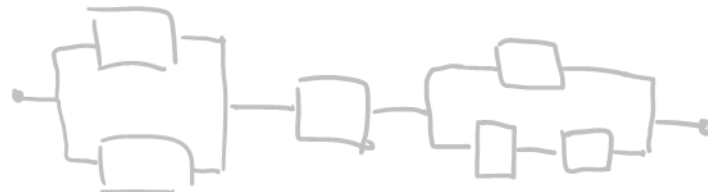
$$(1-P^2) * (1-P) * \left(1- P*\left(1-(1-P)^2\right)\right)$$

14)
$$P(K) = \top, \quad P(D) = \top$$

a)
$$P(O) = P(K \wedge D) = \frac{P(K \mid D)}{P(D)} = \frac{P \cdot P}{P} = \underline{\underline{P}}$$

b) padla $\top$ alespoň na 1

$$\begin{cases} \text{právě na } 1 \to P \\ \\ \text{na víc} \to 1 \end{cases}$$

---

15) $P(\text{získáme } k) = \underline{\underline{(1-\top)^{k-1}\,\top}}$

$P(\text{na všech padne orel}) = \underline{\underline{P^k}}$

---

16) Házíme 2x kostkou

SD ... "součet je 10" $= \frac{1}{12}$

$\begin{array}{c|c} 4 & 6 \\ 5 & 5 \\ 6 & 4 \end{array} \Rightarrow \frac{3}{36}$

PS ... "první padla 6" $= \frac{1}{6}$ druhá mě nezajímá

NS ... "někdy padla 6" $= \frac{11}{36}$ $\quad P(1=6) \cup P(2=6) - P(1=2=6)$
možná v obou

$SD \mid PS = \frac{1}{6}$ musí být ②=4

$$= \frac{(SD \cap PS)}{\frac{1}{6}} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{6}} = \frac{1}{6}$$

$$SD|NS = \frac{(SD \cap NS)}{\frac{11}{36}} \left\{ \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{36} \cdot \frac{36}{11} \Rightarrow \frac{2}{11} \right.$$

$$PS|SD = \frac{1}{3} = \frac{(PS \cap SD)}{SD} = \frac{\frac{1}{36}}{\frac{1}{12}} = \frac{1}{3}$$

$$PS|NS = \frac{\boxed{6.1, \ 6.2, \ 6.3, \ 6.4, \ 6.5, \ 6.6}, \ 1.6, \ 2.6, \ 3.6, \ 4.6, \ 5.6}{\frac{6}{11}}$$

$$\boxed{4.6}, \ 5.5, \ \boxed{6.4}$$

$$NS|SD = \frac{2}{3}$$

$$\boxed{6.1, \ 6.2, \ 6.3, \ 6.4, \ 6.5, \ 6.6}$$

$$NS|PS = 1$$

17)

a) $\frac{96}{100} \cdot \frac{95}{99} \cdot \frac{94}{98} = 0.8836\ldots$

c) vyšší ©, v @ ubývá dobrých
baterií

$$\left(\frac{96}{100} \right)^3 = 0.8847\ldots$$

b) $\underset{\text{3. špatně}}{\frac{96}{100} \cdot \frac{95}{99} \cdot \frac{4}{98}} \left| \underset{\text{1. špatně}}{\frac{4}{100} \cdot \frac{96}{99} \cdot \frac{95}{98}} \right| \underset{\text{2. špatně}}{\frac{96}{100} \cdot \frac{4}{99} \cdot \frac{95}{98}}$

všechny správně @

a)

výběry bez opakování

$$\frac{96}{100} \cdot \frac{95}{99} \cdot \frac{94}{98} = \frac{\binom{96}{3}}{\binom{100}{3}}$$

KOMBINAČNÍ ČÍSLA

b) $$\frac{\binom{96}{3} + \binom{95}{2} \cdot \binom{4}{1}}{\binom{100}{3}}$$

c) výběry s opakováním

$$\left(\frac{96}{100}\right)^3$$

---

2. cvičení

1) jevy A, B jsou nezávislé $\iff$ $P(A \cap B) = P(A) P(B)$

A, B^c

$P(B^c) = 1 - P(B)$

$A \cap B^c = A \setminus (A \cap B)$

$P(A \cap B^c) \stackrel{!}{=} P(A) P(B^c)$

$\Rightarrow P(A \cap B^c) = P(A) - P(A) P(B) = P(A)(1 - P(B))$

$\Rightarrow A, B^c$ nezávislé

A^c, B^c

$P(A^c) = 1 - P(A)$
$P(B^c) = 1 - P(B)$

$A^c \cap B^c = $
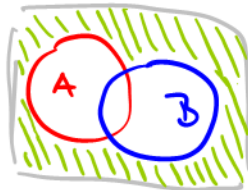
použiju

$P(A^c \cap B^c) = 1 - P(A) P(B^c) = (1 - P(A))(1 - P(B))$

$\Rightarrow A^c, B^c$ nezávislé
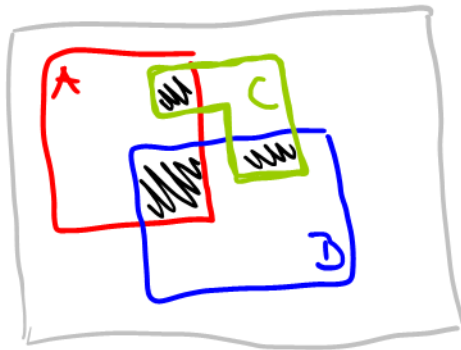
2) jevy nezávislé a disjunktní
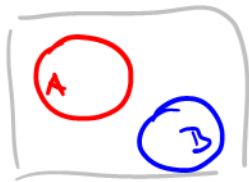
$disjunktní \Longleftrightarrow (A \cap B) = \emptyset$

$nezávislé \Longleftrightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$P(\emptyset) = 0 \Rightarrow$ mohou, pro $P(A)=0$ OR $P(B)=0$

3)

kde $P(A)=0$ OR $P(B)=0$ OR $P(C)=0$

4) spamů ze ∀ emailů… 80% $SC = 0,8$ $DC = 0,2$

filtr ozmačí $\Big\{$ 90% spamů jako spam … $SS = 0,9$

5% dobrých jako spam $DS = 0,05$

a) $0,8 \cdot 0,9 + 0,2 \cdot 0,05 \doteq 0,73$ 73% ozmačeno jako spam

b) $\dfrac{0,2 \cdot 0,05}{0,73} \doteq 0,01$ 1% dobrých mailů chybně ozmačeno jako spam

c) $\dfrac{0{,}8 \cdot 0{,}1}{0{,}2 \cdot 0{,}95 + 0{,}8 \cdot 0{,}1} \doteq 0{,}3$ $\quad$ $\underline{30\%}$ $\quad$ spamů neodhalemo filtrem

5)

$0_S = 0{,}9$

$1_S = 0{,}8$

a) $\dfrac{0{,}9}{0{,}9 + 0{,}2} \doteq 0{,}818$ $\quad$ $\underline{82\%}$

b) $\left(\dfrac{0{,}9}{0{,}9 + 0{,}2}\right)^3 * \left(\dfrac{0{,}8}{0{,}8 + 0{,}1}\right) = 0{,}486$ $\quad$ $\underline{49\%}$

c)

7)

$$X \sim \text{Geom}\left(\tfrac{1}{2}\right), \quad Y = X \bmod 2$$

$$P_X(k) = (1-p)^{k-1} p = \left(\frac{1}{2}\right)^k$$

$$P(Y) = \begin{cases} 0 & = \sum_{m=2,4,6,\dots} P_X(m) & = \dfrac{2}{3} \\[3em] 1 & = \sum_{m=1,3,5,\dots} P_X(m) & = \dfrac{1}{3} \end{cases}$$
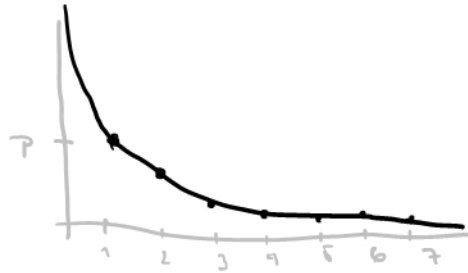
$$\sum_{i=2,4,6,\dots} \left(\frac{1}{2}\right)^i = \frac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}$$

$$\sum_{i=1,3,5,\dots} \left(\frac{1}{2}\right)^i = \frac{\frac{1}{2}}{1-\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}} = \frac{2}{3}$$