Aula 5-6 Casos Especiais Resolução Gráfica

Prof. Herysson R. Figueiredo

Introdução

- Modelar e resolver problemas de programação linear utilizando o método gráfico.
- Identificar as variáveis de decisão, formular a função objetivo e as restrições.
- Representar graficamente a região viável para encontrar a solução ótima.
- Desenvolver exemplos práticos de maximização de lucros e minimização de custos.

Introdução

- **Modelar** e resolver problemas de programação linear utilizando o método gráfico.
- Identificar as **variáveis de decisão**, formular a **função objetivo** e as **restrições**.
- Representar graficamente a região viável para encontrar a solução ótima.
- Desenvolver exemplos práticos de maximização de lucros e minimização de custos.

Introdução

- Modelar e **resolver** problemas de programação linear utilizando o **método gráfico.**
- Identificar as variáveis de decisão, formular a função objetivo e as restrições.
- **Representar graficamente** a região viável para encontrar a solução ótima.
- Desenvolver exemplos práticos de maximização de lucros e minimização de custos.

Introdução

- Modelar e resolver problemas de programação linear utilizando o método gráfico.
- Identificar as variáveis de decisão, formular a função objetivo e as restrições.
- Representar graficamente a região viável para **encontrar a solução ótima**.
- Desenvolver exemplos práticos de maximização de lucros e minimização de custos.

Soluções Infinitas

Exercício 1

Uma empresa fabrica dois produtos, que chamaremos de Produto 1 e Produto 2. Cada unidade produzida (de qualquer um dos produtos) agrega 1 ponto ao valor total que queremos maximizar.

A produção está sujeita às seguintes limitações:

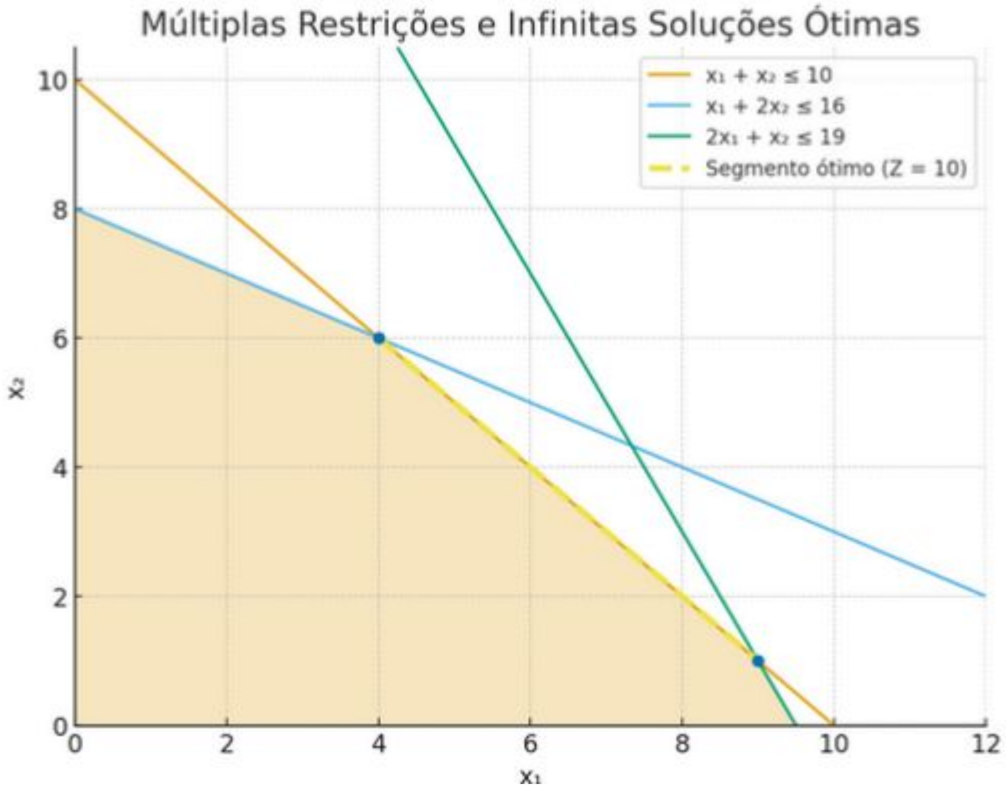
- Somando as quantidades dos dois produtos, a empresa consegue fabricar no máximo dez unidades no período.
- Cada unidade do Produto 1 consome 1 unidade do Recurso B, e cada unidade do Produto 2 consome 2 unidades desse mesmo recurso. No período, há 16 unidades de Recurso B disponíveis.
- Cada unidade do Produto 1 consome 2 unidades do Recurso C, e cada unidade do Produto 2 consome 1 unidade desse recurso. No período, há 19 unidades de Recurso C disponíveis.
- Não é permitido produzir quantidades negativas de nenhum produto.

Exercício 1

$$\text{Maximizar} \quad Z = x_1 + x_2$$

Sujeito a:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 + 2x_2 \leq 16 \\ 2x_1 + x_2 \leq 19 \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$



$$S^* = \{(x_1, x_2) \mid (x_1, x_2) = \lambda(4,6) + (1-\lambda)(9,1),\ \text{para } 0 \leq \lambda \leq 1\}$$

Sem Solução Viável (Região Vazia)

Exercício 2

Uma empresa deseja planejar a produção de dois itens, A e B

Pelo cronograma, a capacidade máxima total de produção no período é de 10 unidades (somando os dois itens).

Por exigências comerciais, a empresa também precisa garantir um volume mínimo de fornecimento de 12 unidades no período (também somando os dois itens).

Não é permitido produzir quantidades negativas.

há um plano de produção que atenda simultaneamente às exigências de capacidade e de fornecimento?

Exercício 2

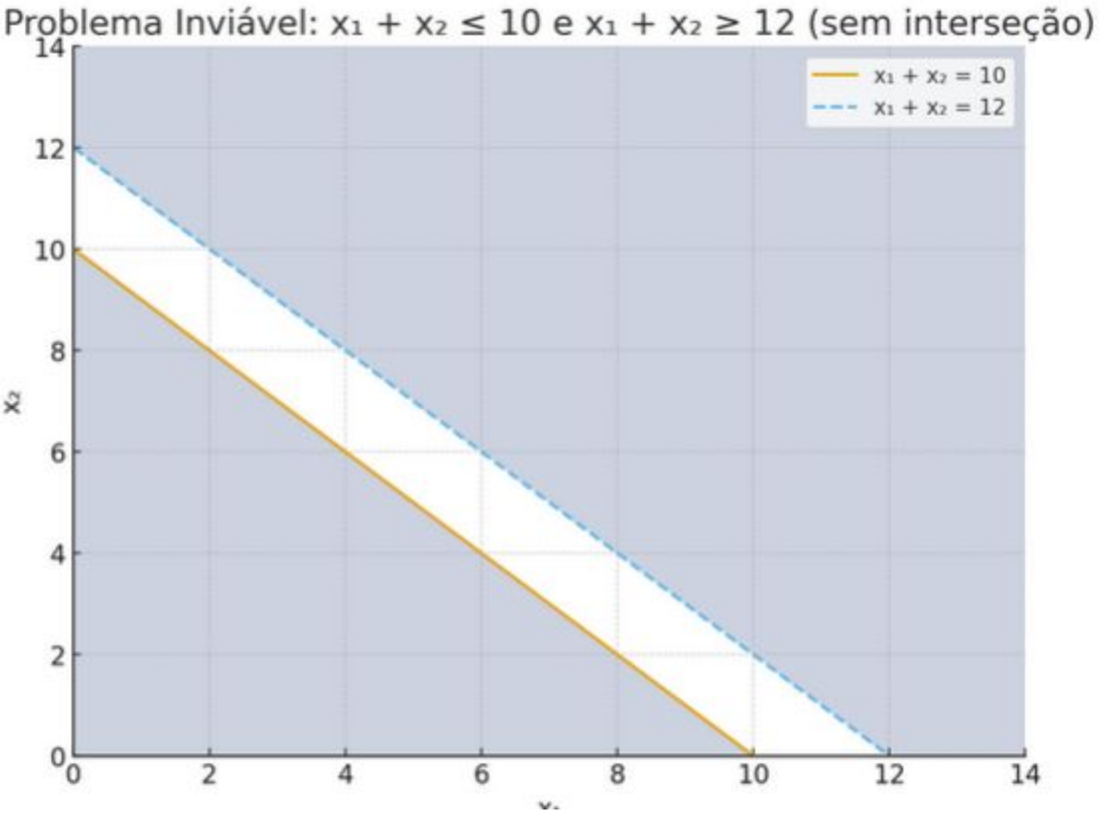
$$\text{Maximizar ou Minimizar} \quad Z = x_1 + x_2$$

Sujeito a:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10 & \text{(capacidade máxima)} \\ x_1 + x_2 \geq 12 & \text{(fornecimento mínimo)} \\ x_1 \geq 0,\ \ x_2 \geq 0 & \text{(não negatividade)} \end{cases}$$

Não existe uma região viável (ou conjunto de soluções). A região viável é a área no gráfico que satisfaz todas as restrições simultaneamente.

$$S = \emptyset$$



Problema Ilimitado (Z tende ao infinito)

Exercício 3

Você está coordenando a divulgação de um festival. A equipe pode produzir posts e vídeos. Cada conteúdo (post ou vídeo) soma 1 ponto ao “impacto total” que queremos maximizar.

Regras e metas da organização:

- Coerência de calendário: não é permitido ter muito mais posts do que vídeos → a diferença entre posts e vídeos pode ser no máximo 1.
- Meta de alcance A: cada post equivale a 1 mil pessoas alcançadas e cada vídeo a 2 mil; é preciso alcançar pelo menos 6 mil.
- Meta de engajamento B: cada post dá 2 pontos de engajamento e cada vídeo dá 1 ponto; são necessários pelo menos 8 pontos.
- Não negatividade: não se pode produzir quantidade negativa.

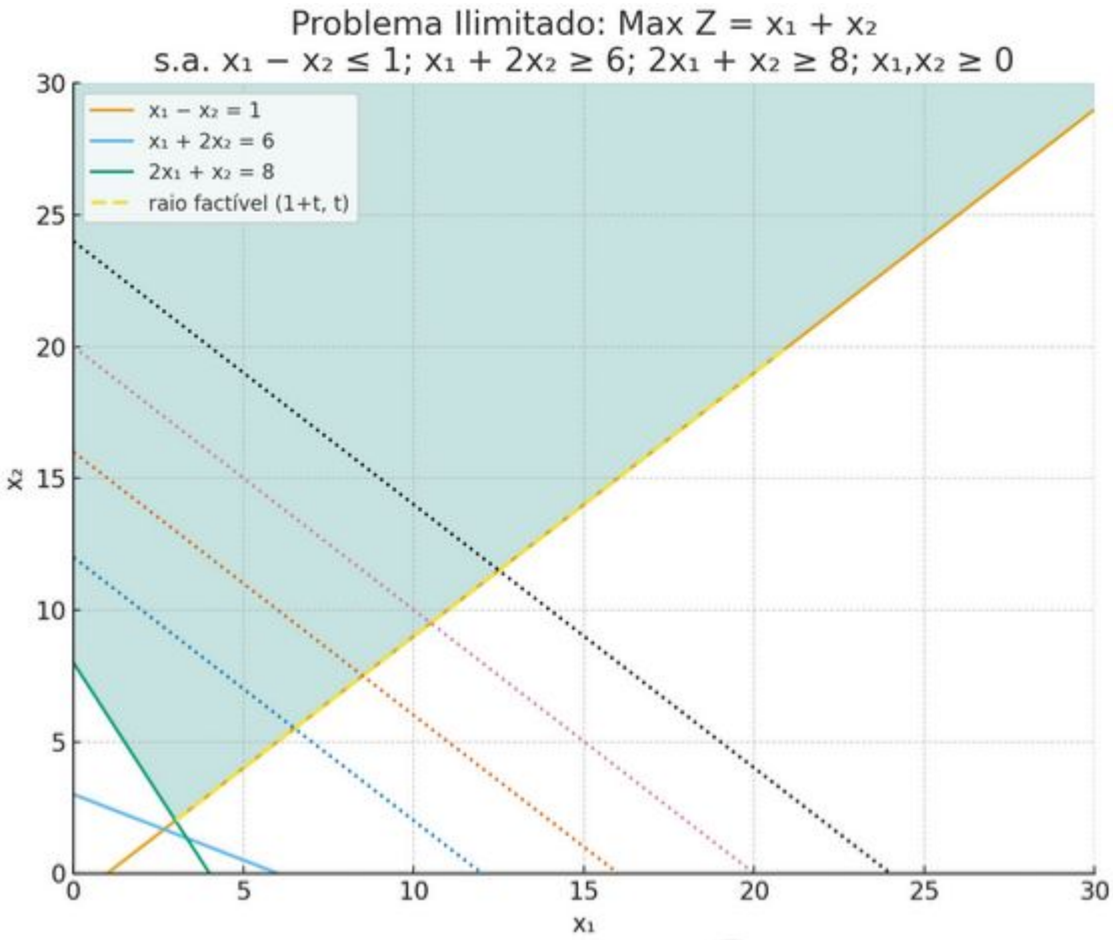
Exercício 3

$$\text{Maximizar} \quad Z = x_1 + x_2$$

$$\text{sujeito a} \quad \begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1 & \text{(coerência)} \\ x_1 + 2x_2 \geq 6 & \text{(alcance A)} \\ 2x_1 + x_2 \geq 8 & \text{(engajamento B)} \\ x_1 \geq 0, \;\; x_2 \geq 0 & \text{(não negatividade)} \end{cases}$$

Não há um valor numérico máximo para Z. A resposta formal é que o problema tem uma solução ilimitada, pois a função objetivo pode ser aumentada indefinidamente dentro da região viável.

$$\sup_{(x_1,x_2)\in S} Z(x_1,x_2) = +\infty$$



Exercício 4

$$\text{Max } Z = 6x_1 + 5x_2$$

$$\text{s.a.} \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 18 \quad (R1) \\ x_1 + 3x_2 \leq 21 \quad (R2) \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 30 \quad (R3) \\ x_1 \leq 8 \quad (R4) \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Exercício 5

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2$$

$$\text{s.a.} \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 10 & (R1) \\ x_1 + 2x_2 \leq 16 & (R2) \\ 2x_1 + x_2 \leq 19 & (R3) \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Exercício 6

$$\text{Max } Z = x_1 + x_2$$

$$\text{s.a.} \begin{cases} x_1 - x_2 \leq 1 & (R1) \\ x_1 + 2x_2 \geq 12 & (R2) \\ 2x_1 + x_2 \geq 10 & (R3) \\ x_1 \geq 0,\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Referências

GOLDBARG, Marco Cesar; LUNA, Henrique Pacca L. Otimização combinatória e programação linear: modelos e algoritmos. 2. ed. rev. atual. Rio de Janeiro, RJ: Elsevier, 2005. 518 p.

ANDRADE, Eduardo Leopoldino de. Introdução à pesquisa operacional: métodos e modelos para a análise de decisão. 4. ed. Rio de Janeiro, RJ: LTC, 2009. xvi, 204 p. Taha, Hamdy A.. Pesquisa Operacional - 8ª edição, 2007.

ACKOFF, Russell Lincoln; SASIENI, Maurice W. Pesquisa operacional. Rio de Janeiro, RJ: Livros Técnicos e Científicos, 1971. 523 p.

BANZHAF, Wolfgang. Genetic Programming: an introduction. San Francisco: Morgan Kaufmann Publishers, c1998. 470 p.

LACHTERMACHER, Gerson. Pesquisa operacional: na tomada de decisões [RECURSO ELETRÔNICO]. São Paulo, SP: Pearson, 2009. 1 CD.

KORTE, Bernhard; VYGEN, Jens. Combinatorial optimization: theory and algorithms. Berlim: Springer, 2000. 530 p. (Algorithms and combinatorics; 21).