句構造文法（文脈自由文法）

句構造文法の定義（再掲）

定義2：句構造文法　$G=(V,\Sigma,P,S)$

- V:記号の集合
- Σ(⊂V)：アルファベット
  要素は終端記号(terminal symbol)という。
- $$V_N = V - \Sigma$$
  要素は非終端記号(nonterminal symbol)
  $$V = \sum \cup V_N \qquad \sum \cap V_N = \phi$$
- P:ルール（構文規則）の集合
  要素はα→β,　ただし　$\alpha \in V^+, \beta \in V^*$
- S:開始記号(initial symbol)
  $$S \in V_N$$

文法に４つの型(ルールに制限)

- タイプ0文法G0: 制限なし
- タイプ1文法G1: 文脈依存文法(csg)
- タイプ2文法G2:文脈自由文法(cfg)

$$A \rightarrow \beta \in \mathrm{P} \qquad \beta \in \mathrm{V}^{+}, A \in V_N$$

  - Aをいつでもβに置き換えていい
  - タイプ2文法から生成される言語:

⇒ 文脈自由言語(cfl)

- タイプ3文法G3:正規文法(rg)

文脈自由文法の例

$G_h=(\{S,T,F\}\cup\Sigma_h,\ \Sigma_h, P_h, S)$

$\Sigma_h=\{a, +, -, \times, \div, (,)\}$

$P_h=\{S\rightarrow S+T,\ S\rightarrow S-T,$

$S\rightarrow T,$

$T\rightarrow T\times F,\ T\rightarrow T\div F,$

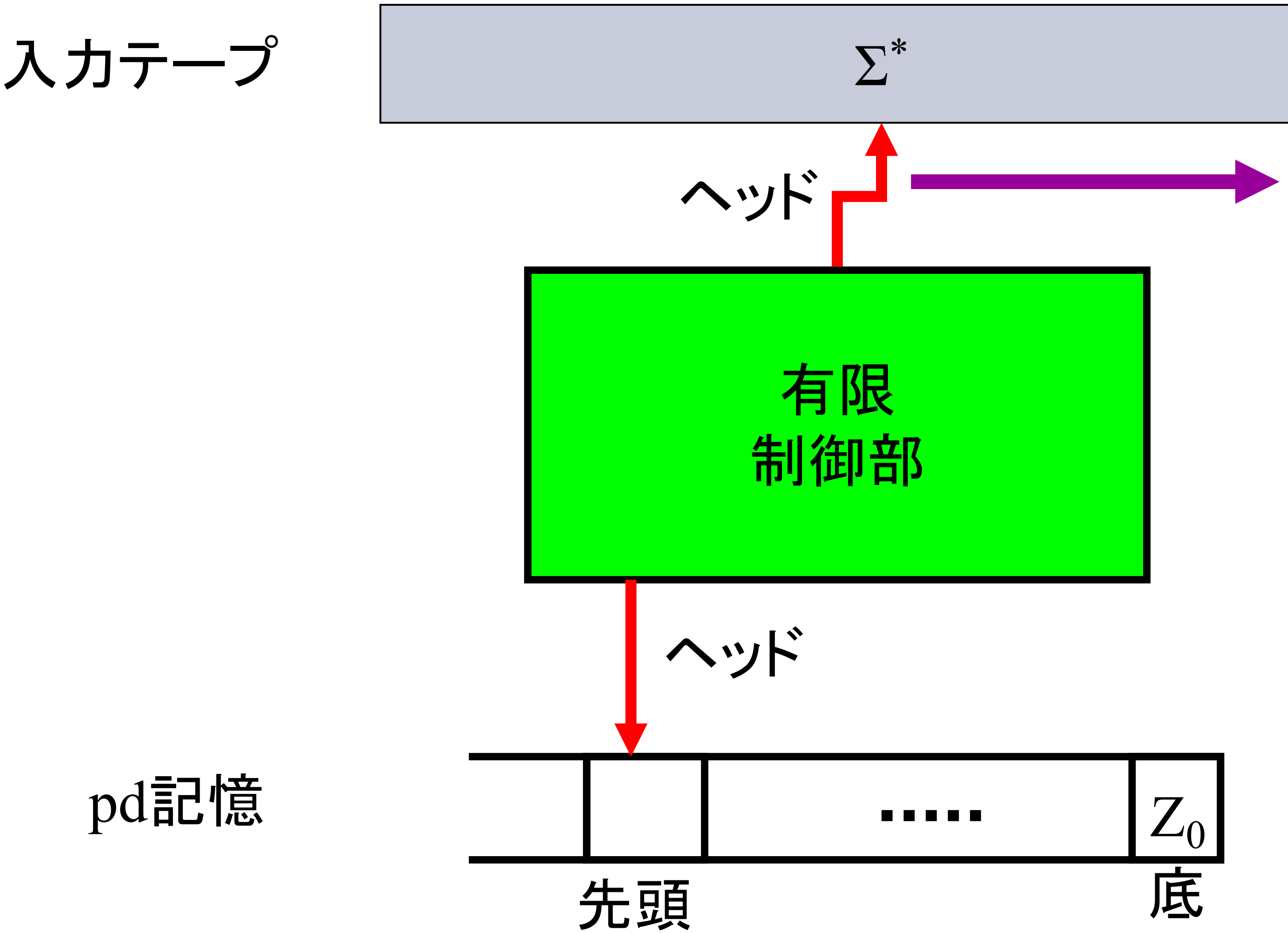
$T\rightarrow F,$

$F\rightarrow a,$

$F\rightarrow (S)\}$

S:式
T:項
F:因子

プッシュダウン・オートマトン



定義 pda=$(K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$

- K : 状態の集合
- Σ : 入力テープ上の記号の集合
- Γ : pd記憶上の記号の集合
- δ : 状態遷移関数
- $q_0 \in K$ ： 初期状態
- Z_0 ： スタックの底
- $F \subset K$ ： 最終状態の集合

状態遷移関数

$\delta(q, a, Z) = (p, \gamma)$

- q : 現在の状態
- a : 入力文字
- Z : pd記憶の先頭
- p : 次の状態
- γ : pdの先頭を置き換える文字列

Z=εのとき、どんなc∈Σについても

δ(q, c, Z)は未定義

pdオートマトンの動作

- Configuration(構成)

  (p,β) ： p：オートマトンの状態、

  β ：スタック

- δ(q, a, Z) = (p, β)のとき、

$$\mathrm{a} : (\mathrm{q}, \mathrm{Z}\gamma) \longrightarrow (\mathrm{p}, \beta\gamma)$$

  - 繰り返しは次のような表現：

$$\mathrm{a}_1\mathrm{a}_2 \cdots \mathrm{a}_\mathrm{n} : (\mathrm{q}_1, \gamma_1) \xrightarrow{*} (\mathrm{q}_{\mathrm{n}+1}, \gamma_{n+1})$$

定義 pda の動作

語 $w \in \Sigma^*$がpda $M = (K, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, Z_0, F)$ で受理

iff

開始 入力ヘッド: wの左端

pd記憶: Z_0

状態: q_0

終了 入力ヘッド: wを読み終わり

pd記憶: ε（空）

状態: $q_e \in F$

$$w : (q_0, Z_0) \xrightarrow{*} (q_e, \varepsilon)$$

定義：pda Mで受理される言語

pda Mで 受理される言語T(M)

$$T(M) = \{w \mid w : (q_0, Z_0) \xrightarrow{*} (q_e, \varepsilon)\}$$

定理

Lが文脈自由言語(cfl)である。

iff

T(M)=LなるMが存在する。

例: 回文$Li=\{wcw^R \mid w \in \{a,b\}^*\}$を受理する pda Mi

参考$(abc)^R=cba$

$Mi=(\{q_0,q_1,q_e\}, \{a,b,c\}, \{Z_0,A,B\}, \delta i, q_0, Z_0, \{q_e\})$

$\delta i(q_0,a,Z)=(q_0,AZ)$ ….. Aをpdにpush

$\delta i(q_0,b,Z)=(q_0,BZ)$ ….. Bをpdにpush

$\delta i(q_0,c,Z)=(q_1, Z)$ ….. 文字列の中心c

$\delta i(q_1,a,A)=(q_1,\varepsilon)$ ….. 入力とpdを比較

$\delta i(q_1,b,B)=(q_1,\varepsilon)$ ….. 一致していたら削除

$\delta i(q_1,\varepsilon,Z_0)=(q_e,\varepsilon)$ ….. 終了

ただし、$Z=Z_0$ or A or B

例）　w=abbcbbaを受理

$$\mathrm{a}:(q_0,\mathrm{Z}_0)\longrightarrow(q_0,\mathrm{AZ}_0)$$

$$\mathrm{b}:(q_0,\mathrm{AZ}_0)\longrightarrow(q_0,\mathrm{BAZ}_0)$$

$$\mathrm{b}:(q_0,\mathrm{BAZ}_0)\longrightarrow(q_0,\mathrm{BBAZ}_0)$$

$$\mathrm{c}:(q_0,\mathrm{BBAZ}_0)\longrightarrow(q_1,\mathrm{BBAZ}_0)$$

$$\mathrm{b}:(q_1,\mathrm{BBAZ}_0)\longrightarrow(q_1,\mathrm{BAZ}_0)$$

$$\mathrm{b}:(q_1,\mathrm{BAZ}_0)\longrightarrow(q_1,\mathrm{AZ}_0)$$

$$\mathrm{a}:(q_1,\mathrm{AZ}_0)\longrightarrow(q_1,\mathrm{Z}_0)$$

$$\varepsilon:(q_1,\mathrm{Z}_0)\longrightarrow(q_e,\varepsilon)$$

まとめ

1. 文脈自由文法の定義(再掲)
   1. 文脈自由文法
   2. 文脈自由言語
2. プッシュダウンオートマトン(PDA)
   1. PDAの定義
   2. PDAの動作
   3. 例

課題

$$T(M) = \{a^n b^n \mid n \geq 1\}$$

なるpdaMをつくれ。