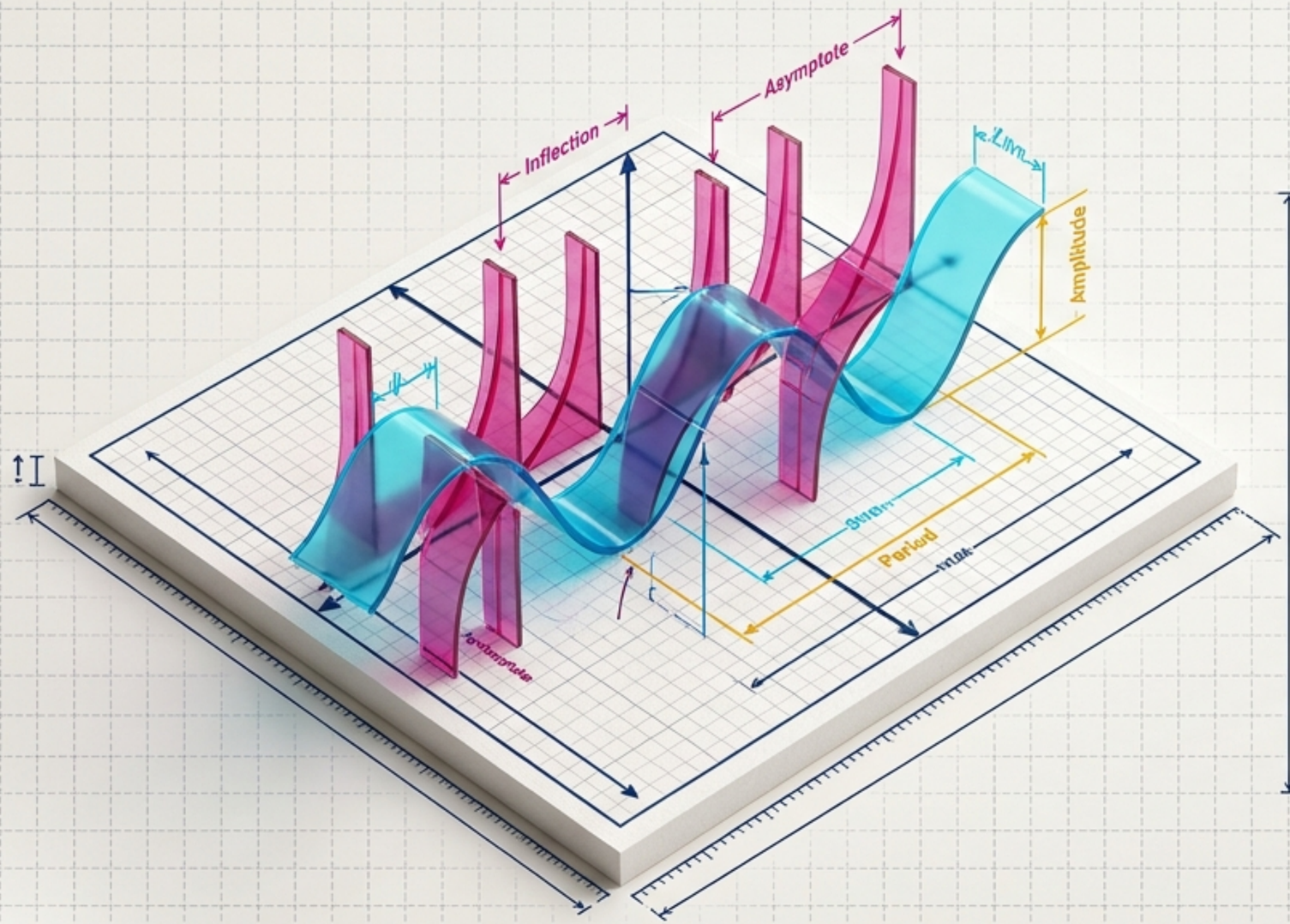


تمثيل الدوال المثلثية بيانيًا

دليل مرئي هندسي لفهم الموجات المتصلة، السعة، وخطوط التقارب.

NotebookLM

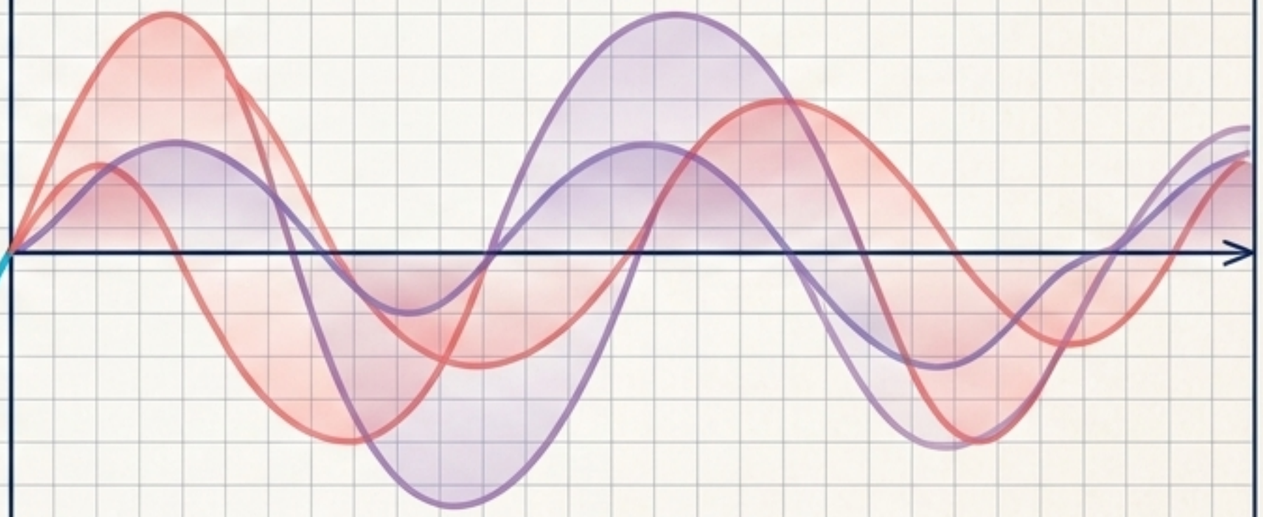
المفهوم الأساسي: الحركة الدورية

ما هي الدوال الدورية؟

هي دوال يتكرر نمطها على فترات منتظمة (دورات).

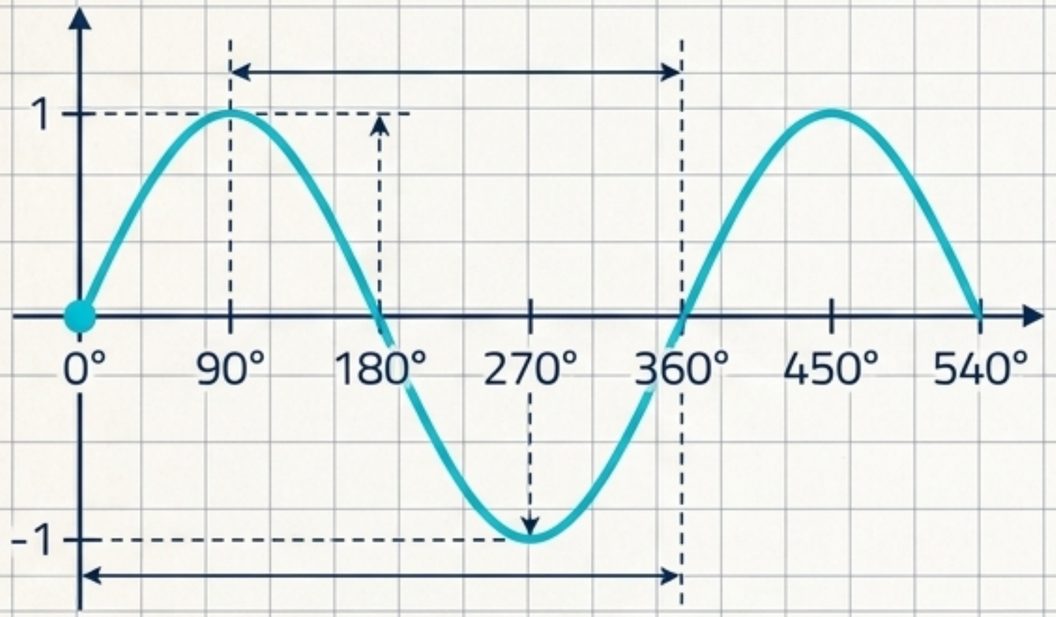
الطبيعة والرياضيات

إيقاعات الطبيعة، مثل موجات الضوء والصوت، تترجم إلى أنماط رياضية يمكن تمثيلها وتوقعها بدقة.



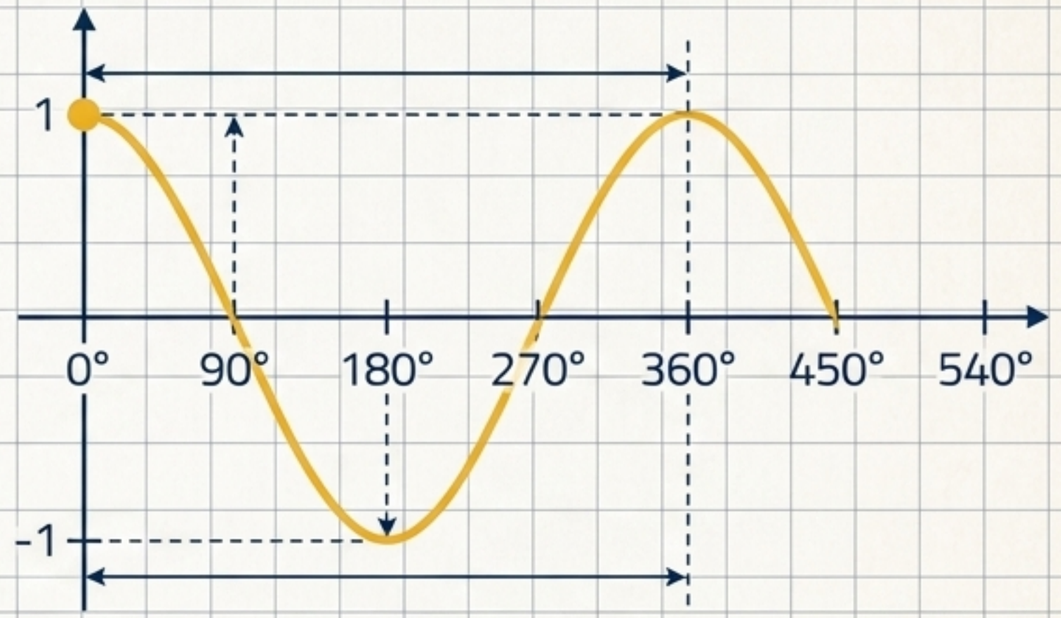
NotebookLM

الأساس: الموجات المتصلة (الجيب وجيب التمام)



$y = \sin\theta$

تبدأ من نقطة الأصل (0,0).



$y = \cos\theta$

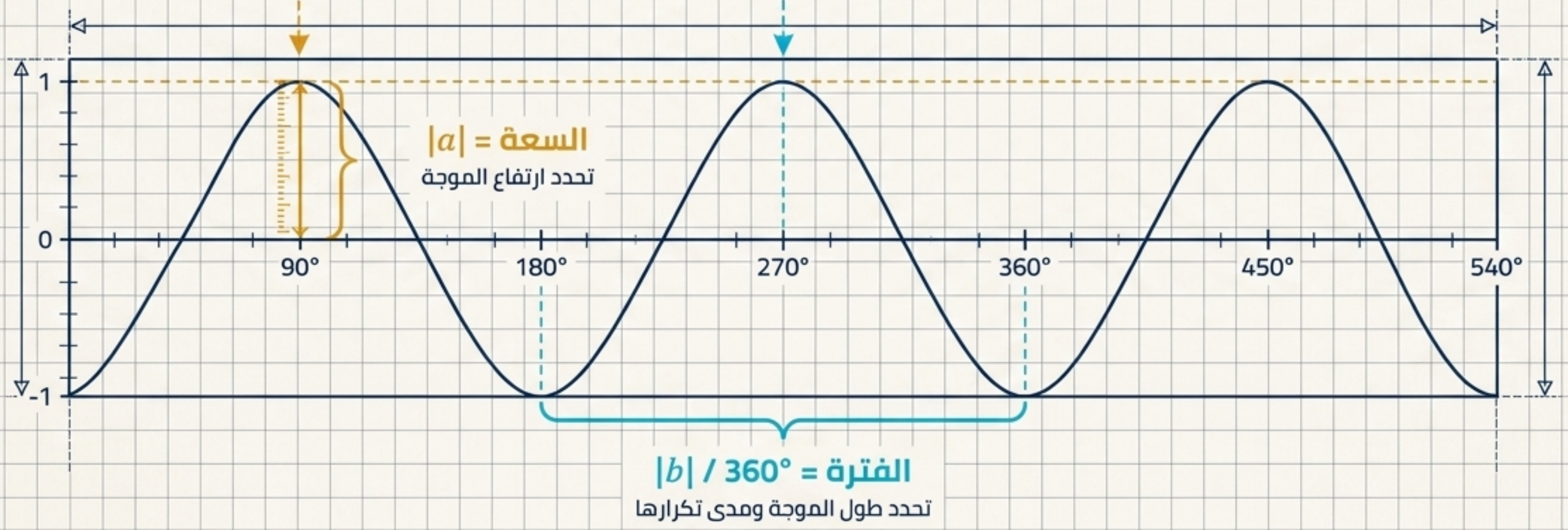
تبدأ من القيمة العظمى (0,1).

السعة: 1	الفترة: 360°	المدى: $\{ y \mid -1 \le y \le 1 \}$

NotebookLM

تشريح الموجة: السعة والفترة

$$y = a\cos(b\theta)$$



NotebookLM

الرياضيات في الحياة: ترددات الصوت

- **الموجات تحت الصوتية**
  تستخدم الأفيال ترددات منخفضة جدّاً (تصل إلى 5 Hz) للتواصل عبر مسافات بعيدة.
- **التردد والفترة**
  التردد هو مقلوب الفترة (عدد الدورات في الثانية).

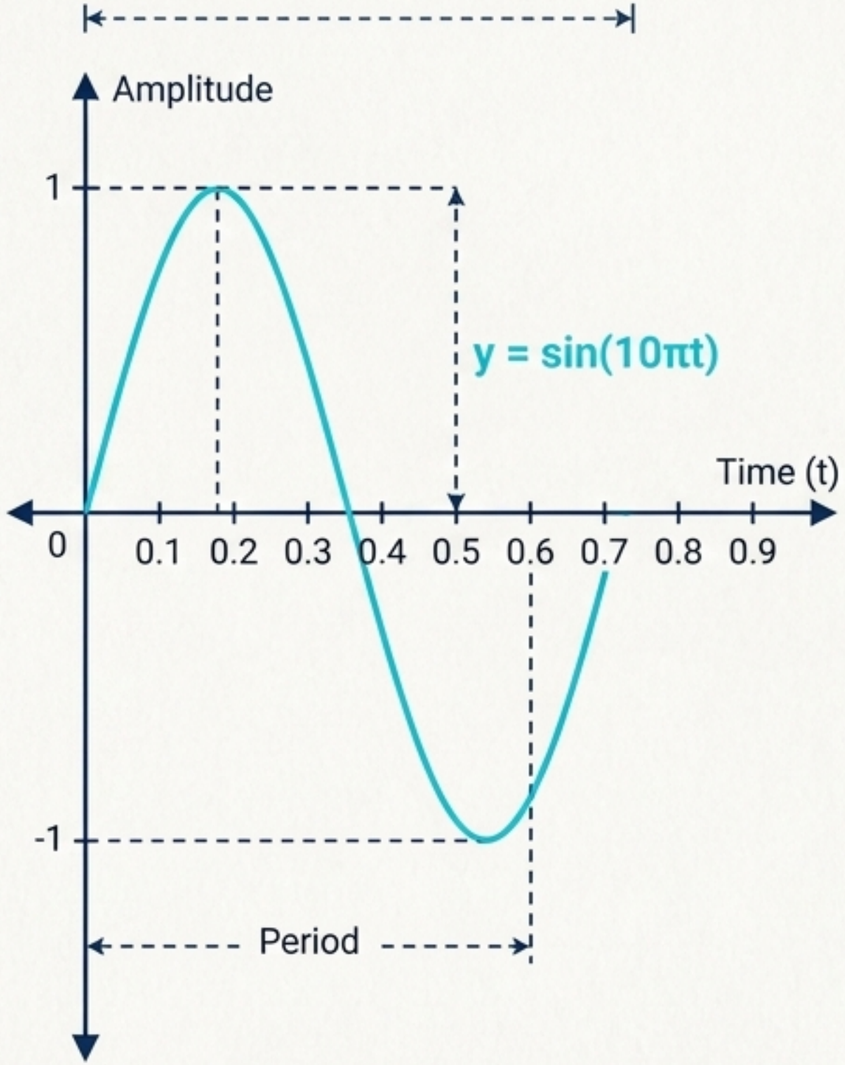
Math Transformation Box

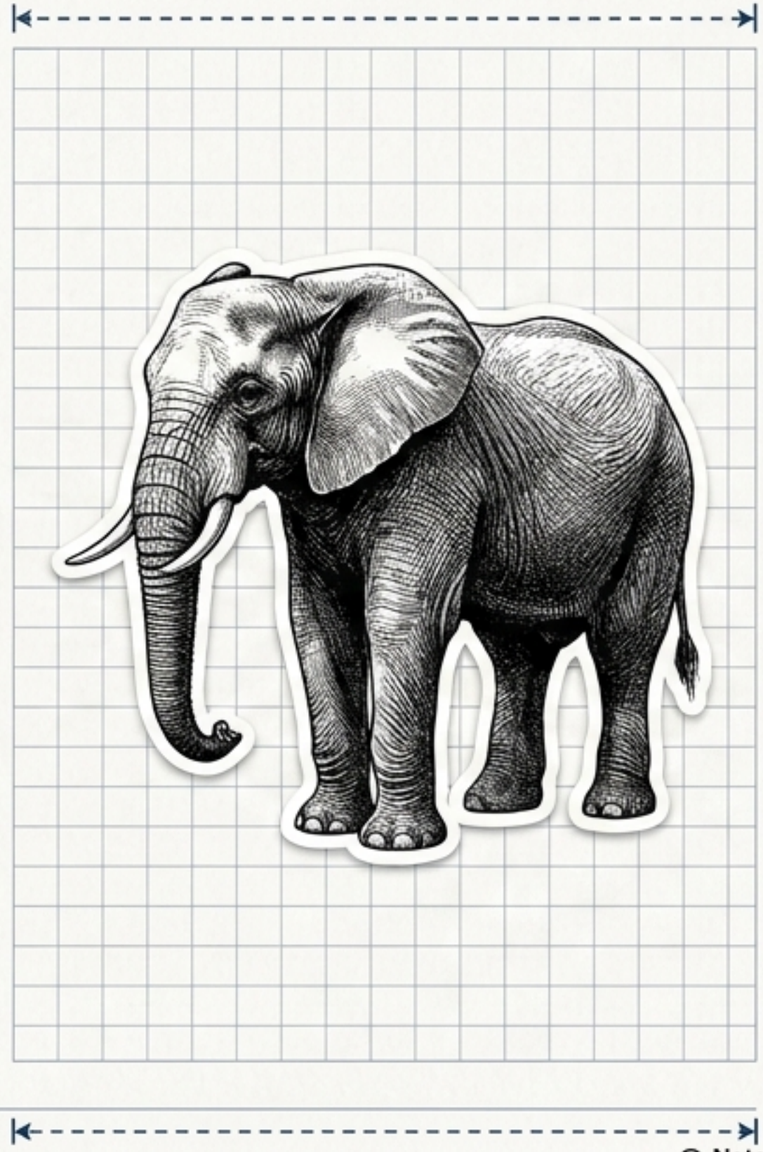
إذا كان التردد 5 Hz 5، فإن الفترة = 0.2 ثانية.

بناءً على القاعدة: $0.2 = \frac{2\pi}{|b|}$ ، إذن $b = 10\pi$.

المعادلة المعمارية للصوت:

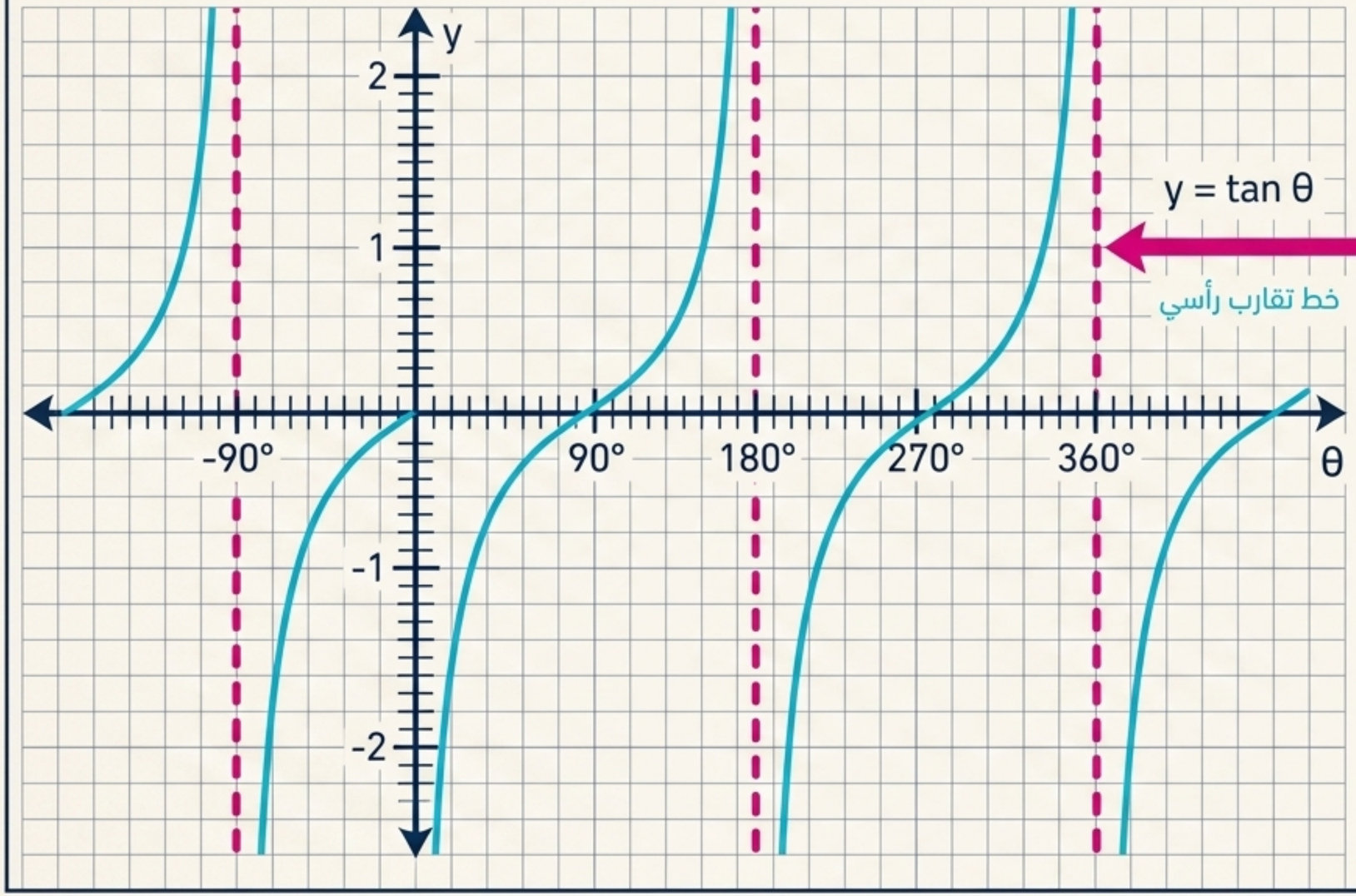
$$y = \sin(10\pi\, t)$$





NotebookLM

كسر الموجة: دالة ظل الزاوية (Tangent)



خطوط التقارب (Asymptotes)

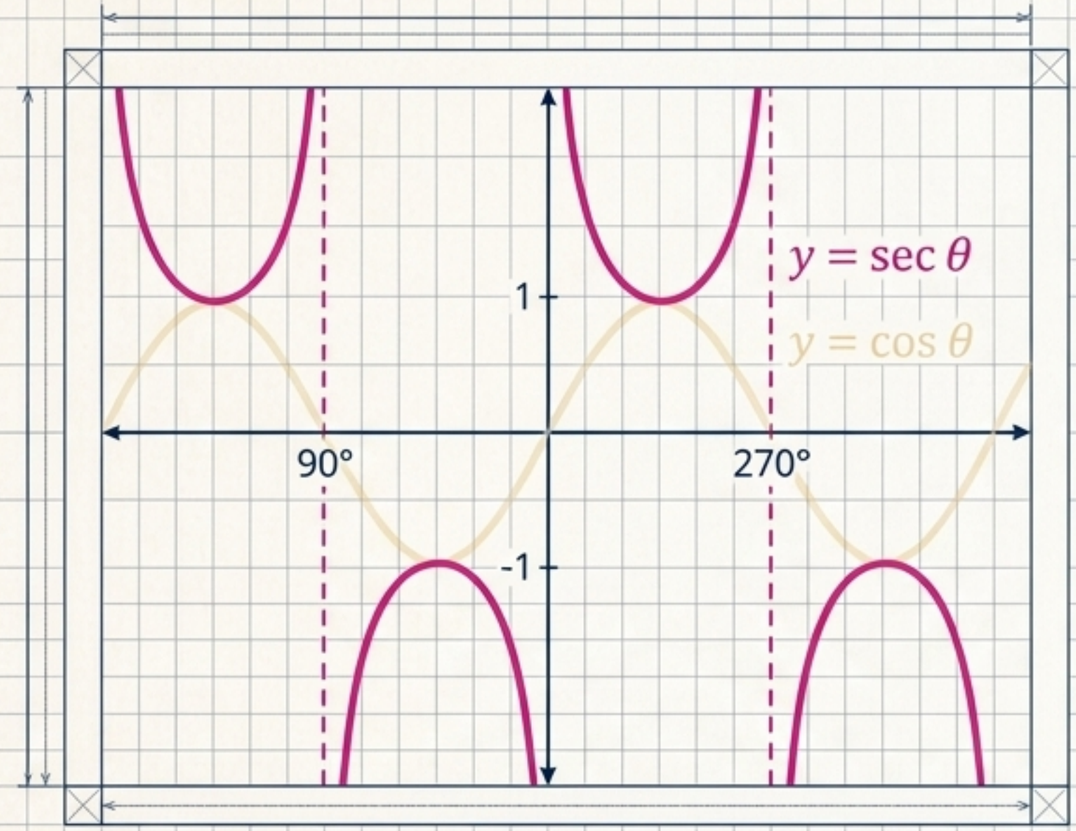
على عكس الجيب وجيب التمام، دالة الظل غير متصلة. تحتوي على "جدران" غير معرّفة عندما يكون $\cos \theta = 0$.

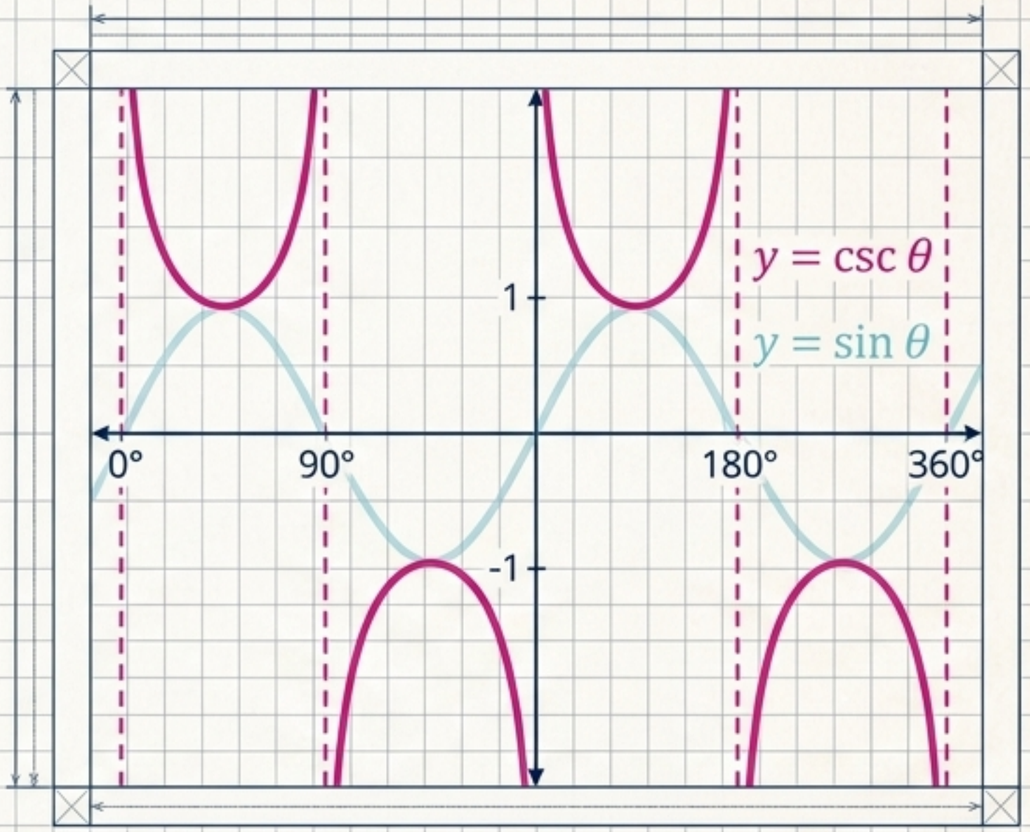
خصائص رئيسية

- **السعة:** غير معرّفة (لا يوجد قمة أو قاع).
- **الفترة:** 180 / |b| (تتكرر أسرع من الموجات العادية).

NotebookLM

الدوال العكسية: القاطع وقاطع التمام





قاعدة الانعكاس

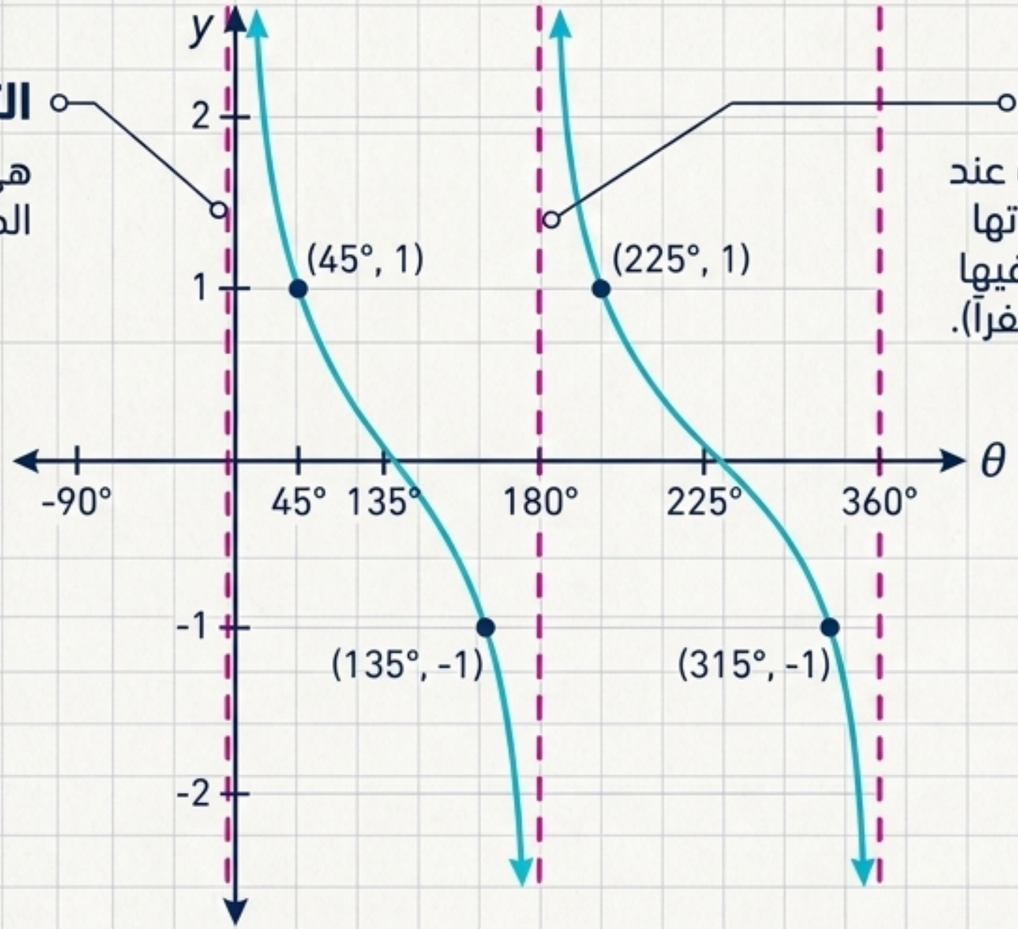
القاطع (sec) وقاطع التمام (csc) هما مقلوب دالتي الجيب وجيب التمام. عندما تصل الموجة الأساسية إلى الصفر، يتكون خط تقارب دالتي القسية لأن القسمة على صفر غير معرّفة. قمم الموجات تصبح قيعان الدوال العكسية.

NotebookLM

القطعة الأخيرة: ظل التمام (Cotangent)

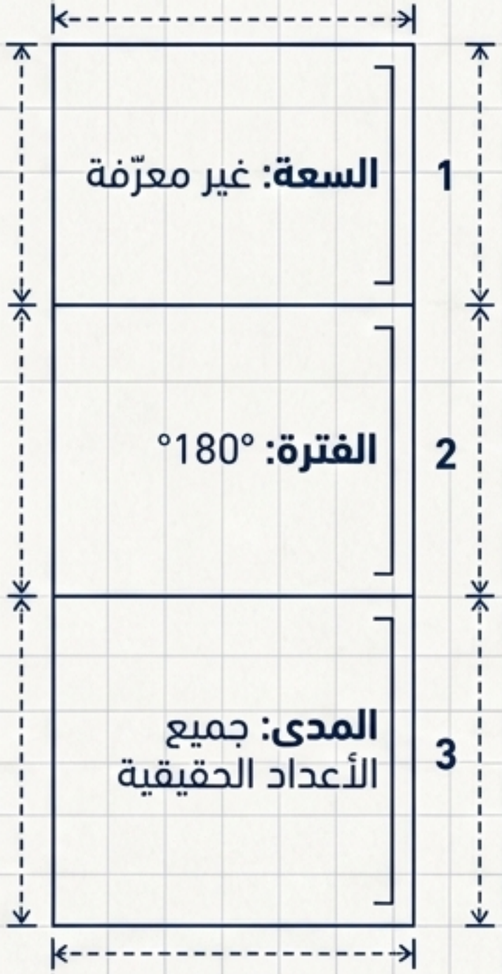
التعريف

هي الدالة العكسية لدالة الظل (1 / tan).



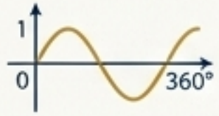
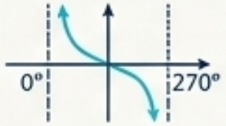
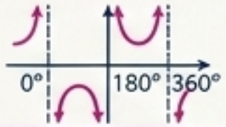
مواقع الجدران

توجد خطوط التقارب عند 0° و180° ومضاعفاتها (الأماكن التي تكون فيها دالة الظل تساوي صفراً).



NotebookLM

الخلاصة: المصفوفة الشاملة للدوال المثلثية

الدالة	الشكل	المجال	المدى	السعة	الفترة
$y = \sin\theta$		جميع الأعداد الحقيقية	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$	1	360°
$y = \cos\theta$		جميع الأعداد الحقيقية	$\{y \mid -1 \le y \le 1\}$	1	360°
$y = \tan\theta$		$\{\theta \mid \theta \ne 90° + 180°n\}$	جميع الأعداد الحقيقية	غير معرّفة	180°
$y = \cot\theta$		$\{\theta \mid \theta \ne 180°n\}$	جميع الأعداد الحقيقية	غير معرّفة	180°
$y = \sec\theta$		$\{\theta \mid \theta \ne 90° + 180°n\}$	$\{y \mid y \ge 1$ أو $y \le -1\}$	غير معرّفة	360°
$y = \csc\theta$		$\{\theta \mid \theta \ne 180°n\}$	$\{y \mid y \ge 1$ أو $y \le -1\}$	غير معرّفة	360°

NotebookLM

القواعد الذهبية لتمثيل الدوال بيانيًا

1 موجات مقابل جدران

فقط **sin** و **cos** عبارة عن **موجات متصلة**.
الدوال الأربع الأخرى تحتوي على **خطوط تقارب** (جدران).

2 قاعدة السعة

السعة (a) تنطبق حصرياً على **الموجات المتصلة** (**sin** و **cos**).
باقي الدوال ليس لها قمة أو قاع محدد.

3 قاعدة الفترة

فترة دوال الظل (**tan, cot**) تُحسب بـ $\frac{180°}{|b|}$،
بينما فترة باقي الدوال تُحسب بـ $\frac{360°}{|b|}$.

4 سر الرسم العكسي

لرسم دوال القاطع (**sec, csc**) بسهولة،
ارسم **الموجة الأساسية** أولاً بخط خفيف،
ثم ارسم **المنحنيات العكسية** على قممها
وضع الجدران عند أصفارها.

NotebookLM