

# mmWave Sensing 学习笔记

李东豫 Powered by TI

2019 年 9 月 30 日

## 目录

1 概述	1
2 mmWave基础知识	1
2.1 什么是FMCW	1
2.2 FMCW雷达测距原理	2
2.2.1 mmWave雷达的分辨率与探测距离	2
2.2.2 提高mmWave性能方法	4
2.3 IF信号的相位	4
2.3.1 IF信号与物体微小位移的关系	4
2.3.2 用两个线性调频脉冲测量物体速度v	5
2.4 速度估计	6
2.4.1 测量距离相同的多个物体的速度	6
2.5 设计mmWave雷达系统	7
2.5.1 回顾FMCW 2D FFT处理	7
2.5.2 系统设计	8
2.5.3 雷达距离方程	9
2.6 角度估计	10

## 1 概述

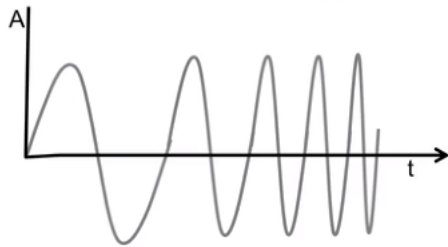
mmWave雷达是近来使用在众多无人驾驶项目中用于建图、避障的高性能传感器，具有分辨率高，不受恶劣天气干扰，隐私性好(想想如果在洗手间安装一个摄像头监控会有多尴尬)的优点。由于开发的需要，我们选择TI的IWR1443毫米波雷达作为载体进行相关学习。

## 2 mmWave基础知识

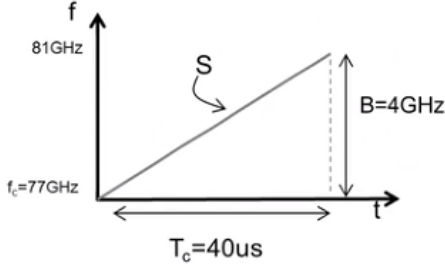
本节将关注mmWave雷达测量距离、角度、速度的原理进行介绍。

### 2.1 什么是FMCW

**FMCW雷达** 的核心是一种称为线性调频脉冲(Chirp)的信号。线性调频脉冲是指雷达信号的频率随时间线性增长的正弦波： $f=at$ ，时域波形请见下图



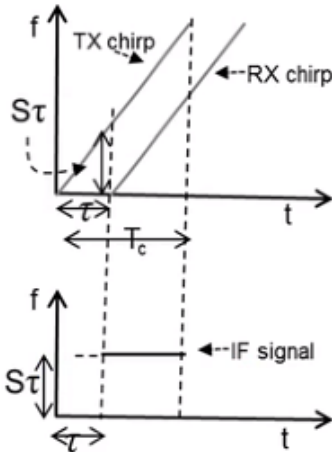
假设线性调频脉冲以频率 $f_c$ 开始，最终以 $f_c + B$ 的频率结束，那么称B为线性调频脉冲的带宽。因此我们称其为调频连续波，即FMCW。下图为Chirp频域波形：



本图例即为IWR1443毫米波雷达的FMCW波形图，其FMCW由初始频率 $f_c$ ，带宽B，以及持续时间 $T_c$ 完全确定。其斜率S决定了线性调频脉冲的频率每单位时间增长的速率。可见在本图中，该线性调频脉冲在40us内扫过了4GHz的带宽，则斜率为100MHz/us.请注意：B和S为定义系统性能的重要参数。

## 2.2 FMCW雷达测距原理

**1TX-1RX FMCW雷达** 前方的一个物体会产生一个中频信号(IF Signal)。设雷达信号从TX发射到RX天线接收的时间为 $\tau$ ，则 $\tau = 2d/c$ ，c为光速，d为雷达与障碍物间距。由此产生的IF信号频率恒定，为 $f_{IF} = S = \frac{S2d}{c}$ .可推测：雷达前方有多个距离不同的物体时，将产生多个IF信号。该IF信号的频率与距离成正比。

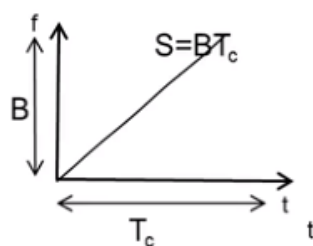


### 2.2.1 mmWave雷达的分辨率与探测距离

主要是指傅里叶变换对多个距离不同的障碍物所产生的IF信号进行解析时的分辨率。请注意，当两个物体距离过近时，IF信号也会十分接近，进而导致FT无法解析出两个信号的频谱(峰值),进而由频谱混叠导致障碍物数量的误判。

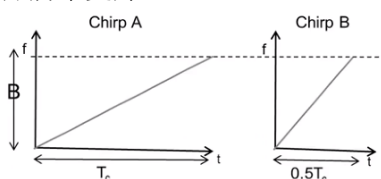
距离分辨率的计算：

**问题一：** 已知一个与雷达相距 $d$ 的障碍物会使雷达混频器产生频率 $f=S2d/c$ 的IF信号，且只要两个信号的频率差 $\Delta f > 1/T$ ，那么它们就可以被傅里叶变换分辨(观察时间要大于等于信号的一个周期)。计算雷达的距离分辨率：



解：  $\Delta f = \frac{S2\Delta d}{c}$ ;  $\Delta f > \frac{1}{T_c}$ ，其中 $T_c$ 为IF信号的持续时间  
 请注意此处忽略FMCW一开始的线性调频脉冲的往返时间  $\tau$   
 则有：  $\frac{S2\Delta d}{c} > \frac{1}{T_c}$   
 可得  $\Delta d > \frac{c}{2ST_c}$ ，且斜率 $S$ \*线性调频脉冲的持续时间 $T_c$ 等于带宽 $B$   
 $\therefore \Delta d > \frac{c}{2B}$ ,  $d_{res} = \frac{c}{2B}$

**问题二：** 如下图所示，若两个雷达的带宽相同，而线性调频脉冲的持续时间不同，哪一个的距离分辨率更好？



解： 根据问题一所得结果，他们应具有相同的距离分辨率。  
 但Chirp A具有更长的IF信号持续时间，因此具有更长的IF信号观测窗口。因此Chirp A的距离分辨率应优于Chirp B.与问题一矛盾。因此引出IF信号数字化：

**IF信号的数字化：** 有如下几条信息：

- (1).我们所感兴趣的IF信号的带宽由我们想要的最大探测距离决定：  $f_{IF\_max} = \frac{S2d_{max}}{c} = \frac{2B}{c}$
- (2).IF信号通常首先经过低通滤波器，后经过ADC输入至DSP被处理
- (3).IF带宽因此被ADC采样率( $F_s$ )限制。  $F_s > \frac{S2d_{max}}{c}$

请注意：Nyquist采样定理限定了实信号的采样率应大于等于信号最大频率的2倍，但这里假设基带信号是复信号，因此上式Nyquist采样率为实信号的一半。

$\therefore$  ADC采样率 $F_s$ 限制了雷达的最大探测距离：  $d_{max} = \frac{F_s c}{2S}$

结论：带宽与ADC采样率为影响雷达性能的瓶颈。

由于 $d_{max} = \frac{F_s c}{2S}$ ,  $S$ 与 $d_{max}$ 成正比，可以权衡 $S$ 与 $d_{max}$ ，设计符合应用目的的雷达。

注意：通常雷达倾向于拥有更大的探测距离，因此具有更小的斜率 $S$ 。

回到问题二上，由于A、B的带宽相同，则它们的距离分辨率相同。但由于Chirp A的斜率 $S$ 小于Chirp B的斜率，因此对于相同的最大距离要求 $d_{max}$ ，线性调频脉冲A仅需要一半的IF带宽，因此对其进行采样的ADC具有较小的采样率。因此Chirp A的测量时间较长；线性调频脉冲B仅需要一半的测量时间。

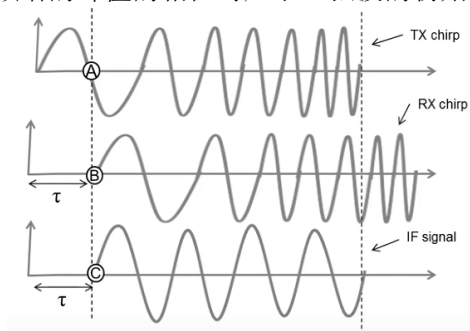
### 2.2.2 提高mmWave性能方法

**1：增大IF信号的长度 $T_c$** ，即拓展两个正弦波的观测窗口。请思考这样做可以分开两个频率相近的正弦波信号的原因。请注意：增大观测窗口同时也潜在地增大了带宽，此带宽称为射频带宽(线性调频脉冲的带宽)，其范围在几GHz到几百MHz之间。直观上即大带宽对应更好的分辨率。

**2：提高线性调频脉冲频域的斜率S** 即增大IF带宽( $f_{IF\_max}$ )，更大的IF带宽等效于更快的线性调频脉冲(即 $T_c$ 更短)，更大的最大探测距离 $d_{max}$

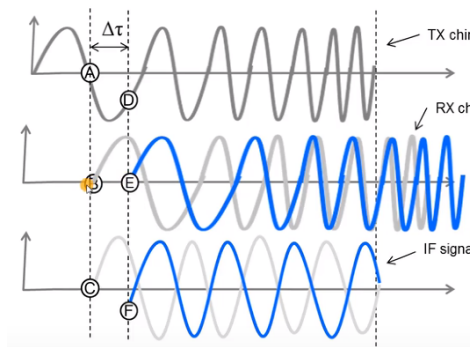
### 2.3 IF信号的相位

相位可以响应物体极小的位移，雷达正是基于此原理测量速度的变化。首先提醒一下：在傅里叶变换中，单正弦信号的频谱的峰值的相位对应于正弦波的初始相位。



上图中IF信号为TX、RX经过混频器输出的信号  $A\sin(2\pi * ft + \phi_0)$ , 其中频率  $f = \frac{S2d}{c}$

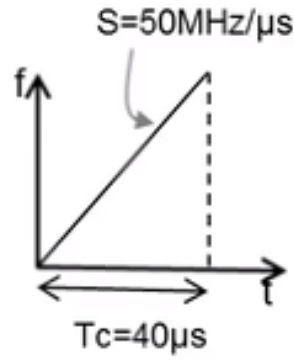
**IF信号的相位也会发生相应变化**  $\phi_0 = \phi_A + \phi_B$  则当物体移动后，TX-RX发送接收延迟增加  $\Delta \tau$ ，则此时RX的相位不变，TX相位变化为  $(\phi_A + 2\pi f_c \Delta \tau = \frac{4\pi \Delta d}{\lambda})$  等于IF相位变化。



结论：即：IF信号  $A\sin(2\pi * ft + \phi_0)$  的频率随物体间距变化，其起始相位随物体距离的微小变化  $\Delta d$  成线性变化。此处的“微小变化”指相对于雷达的距离分辨率而言的。它必须为若干毫米。

#### 2.3.1 IF信号与物体微小位移的关系

**举例：** 线性调频脉冲如下图。考虑当雷达前方的物体发生了1mm的位移时，IF信号的变化。(注：对77GHz雷达， $1\text{mm} = \lambda/4$ )



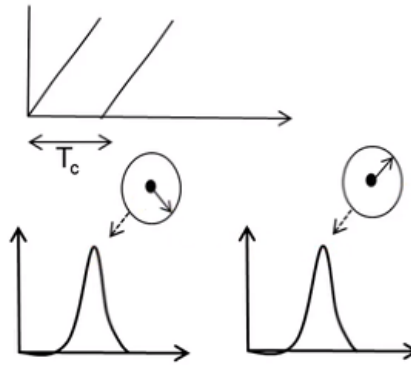
解：由前面推导：IF信号的相位变化 $\Delta\phi = \frac{4\pi\Delta d}{\lambda} = \pi = 180^\circ$

IF信号的频率变化 $\Delta f = \frac{S^2\Delta d}{c} = 333Hz$

对于观察窗口 $T_c = 40\mu s$ ,  $\Delta f$ 对应周期数目为 $\Delta f T_c = 333 * 40 * 10^{-6} = 0.013cycles$ , 如此微小的变化在FFT中体现不出来。

结论：IF信号的相位对物体距离的微小变化量十分敏感，而频率对其不敏感。

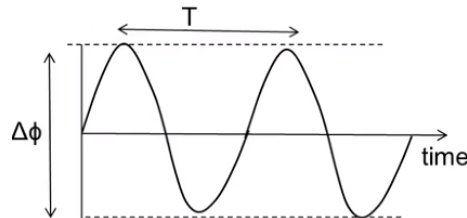
### 2.3.2 用两个线性调频脉冲测量物体速度v



以 $T_c$ 为时间间隔发送两个线性调频脉冲，对得到的IF信号进行FFT运算，他们将具有相同的峰值但相位不同。测得的相位差 $\omega$ 对应于物体的运动 $vT_c$ 。

$$\omega = \frac{4\pi v T_c}{\lambda}, v = \frac{\lambda \omega}{4\pi T_c}$$

由上式，可知 $\Delta\phi$ 与 $\Delta d$ 成正比， $\Delta\phi$ 的变化周期 $T$ 也直接反映了震动周期。



补充：

- (1) 由于mmWave雷达对于微小振动敏感，因此也常用来作为电机振动监测、心跳检测等应用的核心部件。
- (2) 当有多个物体恰好与雷达的距离相同，但拥有不同的移动速度。那么距离FFT(Range FFT,即

上文中使用的FFT)将只输出单个与此距离d对应的峰值。分离方法：多普勒FFT:用于分离多个距离相同但速度不同的物体。

## 2.4 速度估计

**FFT** 与一个相量以恒定离散角速度 $\omega$ (/次采样)的速率旋转(即每两个样本之间相隔 $\omega$ 弧度),其FFT将在 $\omega$ 处产生一个峰值

**分辨率的问题：** 当一个信号内由两个相量构成时，FFT理应有 $\omega_1$ 与 $\omega_2$ 两个峰值。

请注意：输入序列的长度越长，FFT的分辨率越高。一般地，一个长度为N的序列可以分辨两个角速度差大于 $2\pi/N$ 的信号。

**比较连续信号与离散信号的分辨率：**

连续信号： $\Delta f = \frac{1}{T}(\text{cycles/sec})$ ,其中T为观察窗口

离散信号： $\Delta\omega = \frac{2\pi}{N}(\text{rad/sample}) = \frac{1}{N}(\text{cycles/sample})$ ,N为观测样本数

**最大可测量速度** 与波长和观察时间有关。当物体远离雷达向远处移动时， $\omega > 0$ ；当物体远离雷达向近处移动时， $\omega < 0$ 。考虑 $e^{j\omega}$ 周期为 $2\pi$ ，当 $|\omega| > 180^\circ = \pi$ 时，将无法判断物体的运动方向。即：

不产生歧义的速度测量： $|\omega| < \pi$

$\therefore \frac{4\pi v T_c}{\lambda} < \pi$ ,即 $v < \frac{\lambda}{4T_c}$

得到：

$$v_{max} = \frac{\lambda}{4T_c}$$

其中 $T_c$ 为两个Chirp间隔。

因此要得到更高的最大可测量速度，需要由更密集的线性调频脉冲(降低 $T_c$ )

### 2.4.1 测量距离相同的多个物体的速度

**考虑** 两个与雷达相距均为d,但速度分别为 $v_1, v_2$ ,它们均向雷达靠近。由于距离相同，Range-FFT的输出将只有一个峰值，但峰值处的相量相位将具有两个物体的分量。

**解决方案：**

**发射一系列等间隔的线性调频脉冲**，而不仅仅是两个Chirps.假设发射N个Chirps(通常称它们为1帧)，对一系列相量做Range-FFT,得到的一组Range-FFT总会在相同的位置有一个峰值，但与这些相量相对应的离散序列有两个旋转相量，分别为 $\omega_1, \omega_2$ ，对应 $v_1, v_2$ 。因此对这个序列的FFT将有两个峰值 $\omega_1, \omega_2$ 。将其代入下式，得到两物体的速度：

$$v_1 = \frac{\lambda\omega_1}{4\pi T_c}$$

$$v_2 = \frac{\lambda\omega_2}{4\pi T_c}$$

请注意：这里的FFT是在线性调频脉冲之间执行的，通常称为多普勒FFT(doppler-FFT)。

**多普勒FFT的速度分辨率**，即 $v_1, v_2$ 之间的最小间隔可由以下条件给出：

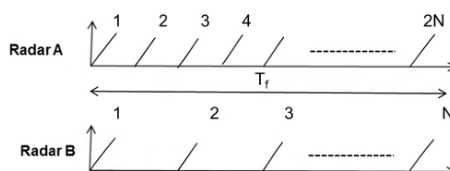
两个物体的速度差为 $\Delta v$ ，则其角频率差为 $\Delta\omega = \frac{4\pi\Delta v T_c}{\lambda}$

对于序列长度为N的FFT,当其角频率差值 $\Delta\omega > \frac{2\pi}{N}$ 时，可被FFT分辨。

$\therefore \frac{4\pi\Delta v T_c}{\lambda} > \frac{2\pi}{N}$ , 即 $\Delta v > \frac{\lambda}{2NT_c}$

即 $v_{res} = \frac{\lambda}{2NT_c} = \frac{\lambda}{2T_f}$ ,  $T_f$ 为帧时间长度。

**问题：** 两个雷达的帧如下



问：如何评价两个雷达的最大测量速度 $v_{max}$ 与速度测量精度 $v_{res}$ ？

答：两个雷达的帧时间长度相同，且FMCW的带宽相同、斜率S相同。则 $\lambda$ 相同

$\therefore v_{res} = \frac{\lambda}{2T_f}$ ，可得两个雷达速度测量精度 $v_{res}$ 相同。

由 $v_{max} = \frac{\lambda}{4T_c}$ ，其中 $T_c$ 为两个Chirps之间的时间间隔，可知Radar A的最大可测量速度较大。

## 2.5 设计mmWave雷达系统

本节主要目标位设计一个符合制定标准（速度分辨率，最大测量速度等），并粗略了解一些更深层的雷达设计知识。

### 2.5.1 回顾FMCW 2D FFT处理

首先，可以使用距离FFT(Range-FFT)来解析处于不同距离的物体，然后，多普勒FFT(doppler-FFT)对一帧中的后续的线性调频脉冲进行解析，可以解析出处于距离相近但速度不同的物体。

**梳理：**

- (1)雷达Tx天线发射一系列时间间隔相同的线性调频脉冲，称为一帧。
- (2)雷达Rx端对接收的信号进行ADC采样。请注意：ADC采样得到的数据将是连续不断的，前一个线性调频脉冲对后一个Chirp进行影响的数据。（请好好理解）
- (3)DSP或其他处理器对ADC采得的数据,即距离单元进行距离FFT（对每一个单独的线性调频脉冲-此时的线性调频脉冲由于受到前一个脉冲的叠加，因此改称为range-bin,距离单元），得到物体之间的距离
- (4)DSP再对所有距离单元进行多普勒FFT，得到距离相近物体的不同速度（注意是所有！因此多普勒FFT必须在一帧全部接收后才能进行）。

说明：DSP在接收到数据时以“内联”方式对ADC数据进行距离FFT,之后将距离FFT数据存储在存储单元中——距离单元。ADC数据不被储存。之后对其进行多普勒FFT。此操作称为2维FFT。

**公式回顾：**

$$v_{max} = \frac{\lambda}{4T_c}, v_{res} = \frac{\lambda}{2T_f}$$

$$d_{res} = \frac{c}{2B}$$

$$F_{if\_max} = \frac{S2d_{max}}{c}$$

### 2.5.2 系统设计

**考虑：** 给定距离分辨率 $d_{res}$ ,最大距离 $d_{max}$ , 速度分辨率 $v_{res}$ ,最大可测量速度 $v_{max}$ , 如何设计一帧？

可能的解法：

(1)首先从 $v_{max}$ 开始, 由上公式可见 $v_{max}$ 仅取决于 $T_c$ , 即线性调频脉冲之间的时间间隔。因此, 给定 $v_{max}$ , 直接可得：

$$T_c = \frac{\lambda}{4v_{max}}$$

(2)注意到距离分辨率 $d_{res}$ 仅取决于线性调频脉宽的带宽B,因此可求得：

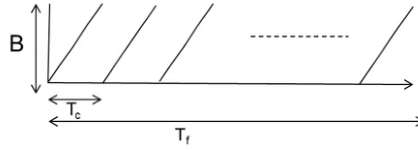
$$B = \frac{c}{2d_{res}}$$

请注意, 此时由于 $T_c$ 与B均已确定, 则Chirps的斜率S也已锁定。

(3)速度分辨率 $v_{res}$ 仅取决于一帧的时间 $T_f$ ,因此可求得：

$$T_f = \frac{\lambda}{2v_{res}}$$

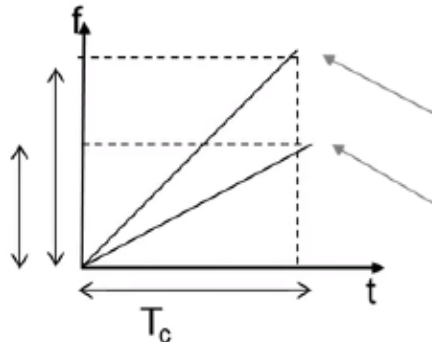
此时整个帧的定义就结束了。但这整个过程没有用到第四个方程。更详细的讨论将在下面给出。



在实际开发中, 设定线性调频脉冲的参数过程可能比上面的讨论更有'迭代性'。比如：

- 1) 设备可能不支持所需的最大IF带宽：由于 $F_{if\_max} = \frac{S2d_{max}}{c}$ , 设计者需要按需平衡S或 $d_{max}$ 。
- 2) 设备在发射调频脉冲时必须能够生成所需的斜率S(通常雷达中的合成器对能够生成的最大斜率有限制)。
- 3) 调频脉冲之间的空闲时间 $T_c$ 可能存在于特定设备的要求。
- 4) 设备必须有足够大的内存来存储所有脉冲的距离FFT数据, 否则多普勒FFT无法进行。

**S与 $d_{max}$ 的取舍** 由公式可知:  $d_{max}$ 增加对应着S必须减小。假设脉冲的时间长度 $T_c$ 一定( $T_c$ 由 $v_{max}$ 决定), 当斜率S降低时会直接导致带宽B降低, 从而导致距离分辨率 $d_{res}$ 降低。



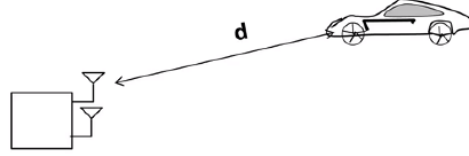


通常的做法是：对于给定的脉冲时间 $T_c$ ：

- 1) 一个短距离雷达会提高斜率 $S$ ，从而有更大的带宽—>更好的距离分辨率
- 2) 一个长距离雷达会降低斜率 $S$ ，从而有较小的带宽。

### 2.5.3 雷达距离方程

**影响雷达最大探测距离的其他因素** 当雷达发射脉冲后，该最大距离物体反射的信号应该有足够的强度才能被雷达接收到。



如图所示，雷达发射输出功率为 $P_t$ ，由于信号被不断地扩散，其功率密度随距离 $d$ 的平方成反比，即：

$$\text{发射功率密度} = \frac{P_t G_{TX}}{4\pi d^2} \text{ W/m}^2$$

可以通过使用更高功率增益的天线来提高功率密度，其工作方式通常是通过提高方向性来束缚功率扩散。上式中的 $G_{TX}/RX$ 即天线的发射/接收增益。此时被物体反射的功率密度为

$$\text{发射功率密度} * \sigma = \frac{P_t G_{TX} \sigma}{4\pi d^2} \text{ W}$$

其中 $\sigma$ 为目标的雷达截面积(Radar Cross Section, RCS)，用于表示雷达接收端方向上反射雷达信号的强度。

因而可推出雷达接收天线处的功率密度为：

$$\frac{P_t G_{TX} \sigma}{(4\pi)^2 d^4}$$

雷达RX天线捕获到的功率为

$$P_{capture} = \frac{P_t G_{TX} \sigma A_{RX}}{(4\pi)^2 d^4} = \frac{P_t G_{TX} \sigma G_{RX} \lambda^2}{(4\pi)^3 d^4}$$

$A_{RX}$ 为RX天线的有效孔径面积，度量了天线捕获接收信号的能力： $A_{RX} = \frac{G_{RX} \lambda^2}{4\pi}$

另外还有一件重要的事实：接收信号中会混有噪声。噪声太大会直接淹没原信号，所以这里我们需要用到信噪比SNR的概念：SNR=信号功率/噪声功率。在雷达中，有

$$SNR = \frac{\sigma P_t G_{TX} G_{RX} \lambda^2 T_{meas}}{(4\pi)^3 d^4 k T F}$$

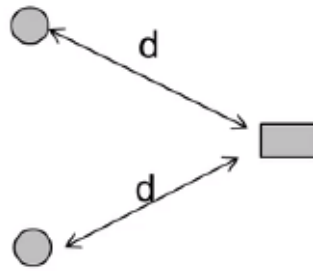
其中 $T_{meas}$ 为总测量时间： $T_{meas} = N T_c$ ,  $k$ 为玻尔兹曼常数， $T$ 为天线温度(绝对温度)。 $kTF$ 为接收端的热噪声

当雷达检测一个物体时，对SNR最小值有限制： $SNR_{min}$ 的典型值为15dB-20dB。当接收到的SNR低于最小SNR时，任何目标将不被视为有效目标。

给定 $SNR_{min}$ ，可计算雷达最大探测距离：

$$d_{max} = \left( \frac{\sigma P_t G_{TX} G_{RX} \lambda^2 T_{meas}}{(4\pi)^3 SNR_{min} k T F} \right)^{\frac{1}{4}}$$

## 2.6 角度估计



考虑一个问题：当有两个物体雷达的距离与速度均相同时，如何分辨二者？此时多普勒FFT与距离FFT均已不能分辨。本小节主要介绍使用多个天线来估计物体的到达角(Angle of arrival)的方法。