mmWave Sensing 学习笔记

李东豫 Powered by TI

2019 年 10 月 4 日

目录

1 概述

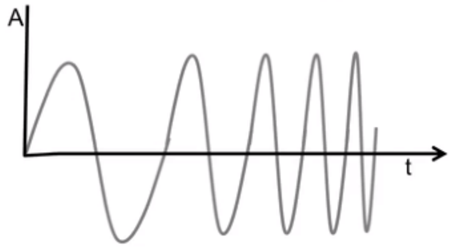
mmWave雷达是近来使用在众多无人驾驶项目中用于建图、避障的高性能传感器，具有分辨率高，不受恶劣天气干扰，隐私性好(想想如果在洗手间安装一个摄像头监控会有多尴尬)的优点。由于开发的需要，我们选择TI的IWR1443毫米波雷达作为载体进行相关学习。

2 mmWave基础知识

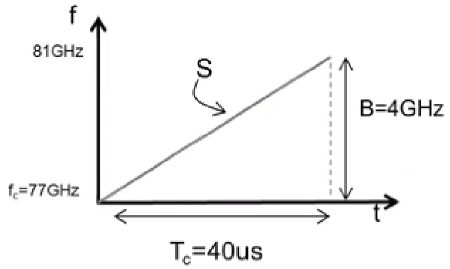
本节将关注mmWave雷达测量距离、角度、速度的原理进行介绍。

2.1 什么是FMCW

FMCW雷达 的核心是一种称为线性调频脉冲(Chirp)的信号。线性调频脉冲是指雷达信号的频率随时间线性增长的正弦波:f=at，时域波形请见下图



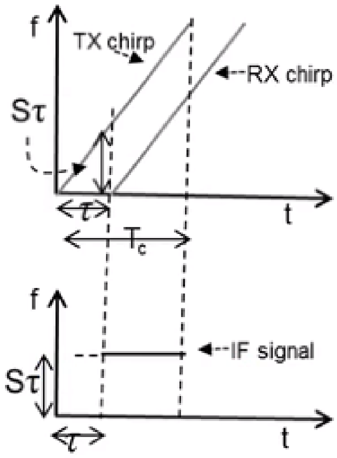
假设线性调频脉冲以频率f_c开始，最终以$f_c + B$的频率结束，那么称B为线性调频脉冲的带宽。因此我们称其为调频连续波，即FMCW。下图为Chirp频域波形：



本图例即为IWR1443毫米波雷达的FMCW波形图，其FMCW由初始频率f_c，带宽B，以及持续时间T_c完全确定。其斜率S决定了线性调频脉冲的频率每单位时间增长的速率。可见在本图中，该线性调频脉冲在40us内扫过了4GHz的带宽，则斜率为100MHz/us.请注意：B和S为定义系统性能的重要参数。

2.2 FMCW雷达测距原理

1TX-1RX FMCW雷达 前方的一个物体会产生一个中频信号(IF Signal)。设雷达信号从TX发射到RX天线接收的时间为τ，则$= 2d/c$，c为光速，d为雷达与障碍物间距。由此产生的IF信号频率恒定，为$f_{IF} = S = \frac{S2d}{c}$.可推测：雷达前方有多个距离不同的物体时，将产生多个IF信号。该IF信号的频率与距离成正比。

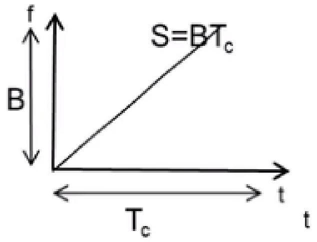


2.2.1 mmWave雷达的分辨率与探测距离

主要是指傅里叶变换对多个距离不同的障碍物所产生的IF信号进行解析时的分辨率。请注意，当两个物体距离过近时，IF信号也会十分接近，进而导致FT无法解析出两个信号的频谱(峰值),进而由频谱混叠导致障碍物数量的误判。

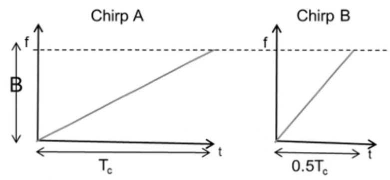
距离分辨率的计算：

问题一： 已知一个与雷达相距d的障碍物会使雷达混频器产生频率f=S2d/c的IF信号，且只要两个信号的频率差Δf >1/T，那么它们就可以被傅里叶变换分辨(观察时间要大于等于信号的一个周期)。计算雷达的距离分辨率：



解：$\Delta f = \frac{S2\Delta d}{c}; \Delta f > \frac{1}{T_c}$，其中$T_c$为IF信号的持续时间
请注意此处忽略FMCW一开始的线性调频脉冲的往返时间τ
则有：$\frac{S2\Delta d}{c} > \frac{1}{T_c}$
可得$\Delta d > \frac{c}{2ST_c}$,且斜率S*线性调频脉冲的持续时间$T_c$等于带宽B
$\therefore \Delta d > \frac{c}{2B}, d_{res} = \frac{c}{2B}$

问题二： 如下图所示，若两个雷达的带宽相同，而线性调频脉冲的持续时间不同，哪一个的距离分辨率更好？



解：根据问题一所得结果，他们应具有相同的距离分辨率。
但Chirp A具有更长的IF信号持续时间，因此具有更长的IF信号观测窗口。因此Chirp A的距离分辨率应优于Chirp B.与问题一矛盾。因此引出IF信号的数字化：

IF信号的数字化： 有如下几条信息：
(1).我们所感兴趣的IF信号的带宽由我们想要的最大探测距离决定：$f_{IF\_max} = \frac{S2d_{max}}{c} = \frac{2B}{c}$
(2).IF信号通常首先经过低通滤波器，后经过ADC输入至DSP被处理
(3).IF带宽因此被ADC采样率(F_s)限制.$F_s >= \frac{S2d_{max}}{c}$
请注意：Nyquist采样定理限定了实信号的采样率应大于等于信号最大频率的2倍，但这里假设基带信号是复信号，因此上式Nyquist采样率为实信号的一半.
$\therefore$ADC采样率F_s限制了雷达的最大探测距离：$d_{max} = \frac{F_s c}{2S}$
结论：带宽与ADC采样率为影响雷达性能的瓶颈。

由于$d_{max} = \frac{F_s c}{2S}$,S与$d_{max}$成正比，可以权衡S与$d_{max}$,设计符合应用目的的雷达。
注意：通常雷达倾向于拥有更大的探测距离，因此具有更小的斜率S。

回到问题二上，由于A、B的带宽相同，则它们的距离分辨率相同。但由于Chirp A的斜率S小于Chirp B的斜率，因此对于相同的最大距离要求d_{max}，线性调频脉冲A仅需要一半的IF带宽，因此对其进行采样的ADC具有较小的采样率。因此Chirp A的测量时间较长；线性调频脉冲B仅需要一半的测量时间。

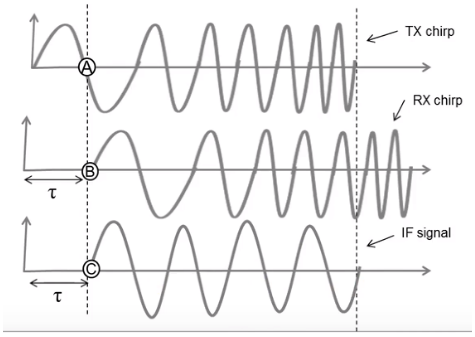
2.2.2 提高mmWave性能方法

1：增大IF信号的长度T_c ，即拓展两个正弦波的观测窗口。请思考这样做可以分开两个频率相近的正弦波信号的原因。请注意：增大观测窗口同时也潜在地增大了带宽，此带宽称为射频带宽(线性调频脉冲的带宽)，其范围在几GHz到几百MHz之间。直观上即大带宽对应更好的分辨率。

2：提高线性调频脉冲频域的斜率S 即增大IF带宽(f_{IF_max})，更大的IF带宽等效于更快的线性调频脉冲(即T_c更短)，更大的最大探测距离d_{max}

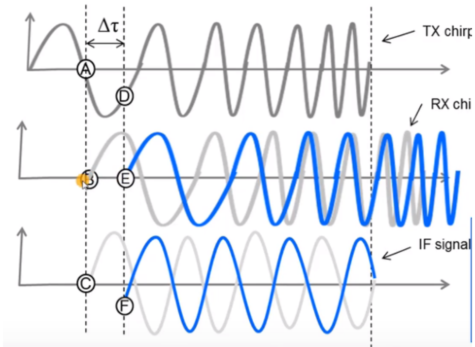
2.3 IF信号的相位

相位可以响应物体极小的位移，雷达正是基于此原理测量速度的变化。首先提醒一下：在傅里叶变换中，单正弦信号的频谱的峰值的相位对应于正弦波的初始相位。



上图中IF信号为TX、RX经过混频器输出的信号$Asin(2\pi * ft + \phi_0)$,其中频率$f = \frac{S2d}{c}$

IF信号的相位也会发生相应变化 ϕ_0=$\phi_A + \phi_B$则当物体移动后，TX-RX发送接收延迟增加Δτ，则此时RX的相位不变，TX相位变化为($\phi_A + 2\pi f_c \Delta\tau = \frac{4\pi\Delta d}{\lambda}$)等于IF相位变化。

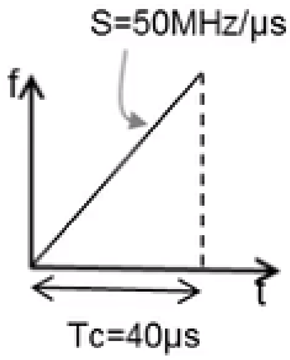


结论：即：IF信号$Asin(2\pi * ft + \phi_0)$的频率随物体间距变化，其起始相位随物体距离的微小变化Δd成线性变化。此处的“微小变化”指相对于雷达的距离分辨率而言的。它必须为若干毫

米。

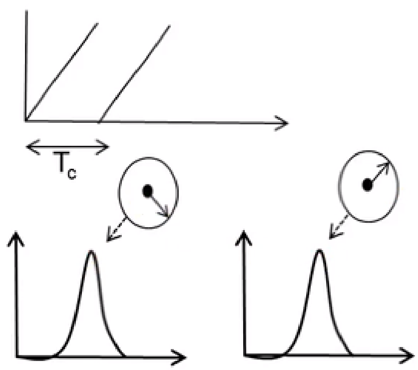
2.3.1 IF信号与物体微小位移的关系

举例： 线性调频脉冲如下图。考虑当雷达前方的物体发生了1mm的位移时，IF信号的变化。(注：对77GHz雷达，1mm=$\lambda/4$)



解：由前面推导：IF信号的相位变化$\Delta\phi = \frac{4\pi\Delta d}{\lambda} = \pi = 180°$
IF信号的频率变化$\Delta f = \frac{S2\Delta d}{c} = 333Hz$
对于观察窗口$T_c = 40us$,Δf对应周期数目为$\Delta f T_c = 333 * 40 * 10^-6 = 0.013cycles$，如此微小的变化在FFT中体现不出来。
结论：IF信号的相位对物体距离的微小变化量十分敏感，而频率对其不敏感。

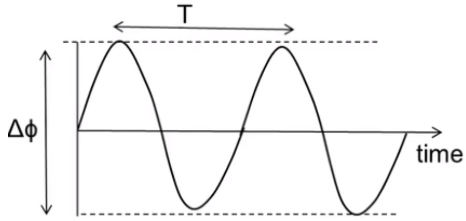
2.3.2 用两个线性调频脉冲测量物体速度v



以T_c为时间间隔发送两个线性调频脉冲，对得到的IF信号进行FFT运算，他们将有相同的峰值但相位不同。测得的相位差ω对应于物体的运动vT_c。

$$\omega = \frac{4\pi v T_c}{\lambda}, v = \frac{\lambda\omega}{4\pi T_c}$$

由上式，可知$\Delta\phi$与Δd成正比，$\Delta\phi$的变化周期T也直接反映了震动周期。



补充 ：
(1) 由于mmWave雷达对于微小振动敏感，因此也常用来作为电机振动监测、心跳检测等应用的核心部件。
(2) 当有多个物体恰好与雷达的距离相同，但拥有不同的移动速度。那么距离FFT(Range FFT,即上文中使用的FFT)将只输出单个与此距离d对应的峰值。分离方法：多普勒FFT:用于分离多个距离相同但速度不同的物体。

2.4 速度估计

FFT 与一个相量以恒定离散角速度ω(/次采样)的速率旋转(即每两个样本之间相隔ω弧度)，其FFT将在ω处产生一个峰值

分辨率的问题： 当一个信号内由两个相量构成时，FFT理应有ω_1与ω_2两个峰值。
请注意：输入序列的长度越长，FFT的分辨率越高。一般地，一个长度为N的序列可以分辨两个角速度差大于$2\pi/N$的信号。

比较连续信号与离散信号的分辨率 ：
连续信号：$\Delta f = \frac{1}{T}(cycles/sec)$,其中T为观察窗口
离散信号：$\Delta\omega = \frac{2\pi}{N}(rad/sample) = \frac{1}{N}(cycles/sample)$,N为观测样本数

最大可测量速度 与波长和观察时间有关。当物体远离雷达向远处移动时，$\omega > 0$；当物体远离雷达向近处移动时，$\omega < 0$。考虑$e^{j\omega}$周期为2π，当$|\omega| > 180° = \pi$时，将无法判断物体的运动方向。即：
不产生歧义的速度测量：$|\omega| < \pi$
$\therefore \frac{4\pi v T_c}{\lambda} < \pi$,即$v < \frac{\lambda}{4T_c}$
得到：

$$v_{max} = \frac{\lambda}{4T_c}$$

其中T_c为两个Chirp间隔。
因此要得到更高的最大可测量速度，需要由更密集的线性调频脉冲(降低T_c)

2.4.1 测量距离相同的多个物体的速度

考虑 两个与雷达相距均为d,但速度分别为v_1, v_2,它们均向雷达靠近。由于距离相同，Range-FFT的输出将只有一个峰值，但峰值处的相量相位将具有两个物体的分量。

解决方案 ：

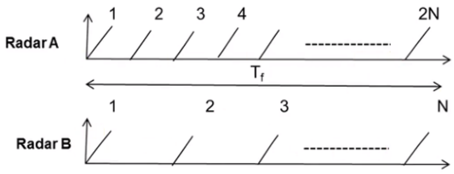
发射一系列等间隔的线性调频脉冲 ，而不仅仅是两个Chirps.假设发射N个Chirps(通常称它们为1帧)，对一系列相量做Range-FFT,得到的一组Range-FFT总会在相同的位置有一个峰值，但与这些相量相对应的离散序列有两个旋转相量，分别为ω_1, ω_2，对应v_1, v_2。因此对这个序列的FFT将有两个峰值ω_1, ω_2。将其代入下式，得到两物体的速度：

$$v_1 = \frac{\lambda\omega_1}{4\pi T_c}$$
$$v_2 = \frac{\lambda\omega_2}{4\pi T_c}$$

请注意：这里的FFT是在线性调频脉冲之间执行的，通常称为多普勒FFT(doppler-FFT)。

多普勒FFT的速度分辨率 ，即v_1, v_2之间的最小间隔可由以下条件给出：
两个物体的速度差为Δv，则其角频率差为$\Delta\omega = \frac{4\pi\Delta v T_c}{\lambda}$
对于序列长度为N的FFT,当其角频率差值$\Delta\omega > \frac{2\pi}{N}$时，可被FFT分辨。
$\therefore \frac{4\pi\Delta v T_c}{\lambda} > \frac{2\pi}{N}$,即$\Delta v > \frac{\lambda}{2NT_c}$
即$v_{res} = \frac{\lambda}{2NT_c} = \frac{\lambda}{2T_f}$,$T_f$为帧时间长度。

问题： 两个雷达的帧如下



问：如何评价两个雷达的最大测量速度v_{max}与速度测量精度v_{res}?
答：两个雷达的帧时间长度相同，且FMCW的带宽相同、斜率S相同。则λ相同
$\therefore v_{res} = \frac{\lambda}{2T_f}$，可得两个雷达速度测量精度$v_{res}$相同。
由$v_{max} = \frac{\lambda}{4T_c}$，其中$T_c$为两个Chirps之间的时间间隔，可知Radar A的最大可测量速度较大。

2.5 设计mmWave雷达系统

本节主要目标位设计一个符合制定标准（速度分辨率，最大测量速度等），并粗略了解一些更深层的雷达设计知识。

2.5.1 回顾FMCW 2D FFT处理

首先，可以使用距离FFT(Range-FFT)来解析处于不同距离的物体，然后，多普勒FFT(doppler-FFT)对一帧中的后续的线性调频脉冲进行解析，可以解析出处于距离相近但速度不同的物体。

梳理 ：
(1)雷达Tx天线发射一系列时间间隔相同的线性调频脉冲，称为一帧。
(2)雷达Rx端对接收的信号进行ADC采样。请注意：ADC采样得到的数据将是连续不断的，前一个线性调频脉冲对后一个Chirp进行影响的数据。（请好好理解）
(3)DSP或其他处理器对ADC采得的数据,即距离单元进行距离FFT（对每一个单独的线性调频脉冲–此时的线性调频脉冲由于受到前一个脉冲的叠加，因此改称为range-bin,距离单元），得到物

体之间的距离
(4)DSP再对所有距离单元进行多普勒FFT，得到距离相近物体的不同速度（注意是所有！因此多普勒FFT必须在一帧全部接收后才能进行）。
说明：DSP在接收到数据时以“内联”方式对ADC数据进行距离FFT,之后将距离FFT数据存储到存储单元中——距离单元。ADC数据不被储存。之后对其进行多普勒FFT。此操作称为2维FFT。

公式回顾 ：

$$v_{max} = \frac{\lambda}{4T_c}, v_{res} = \frac{\lambda}{2T_f}$$

$$d_{res} = \frac{c}{2B}$$

$$F_{if\_max} = \frac{S2d_{max}}{c}$$

2.5.2 系统设计

考虑： 给定距离分辨率d_{res},最大距离d_{max}，速度分辨率v_{res},最大可测量速度v_{max}，如何设计一帧？

可能的解法：
(1)首先从v_{max}开始，由上公式可见v_{max}仅取决于T_c，即线性调频脉冲之间的时间间隔。因此，给定v_{max}，直接可得：

$$T_c = \frac{\lambda}{4v_{max}}$$

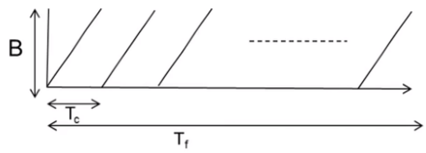
(2)注意到距离分辨率d_{res}仅取决于线性调频脉宽的带宽B,因此可求得：

$$B = \frac{c}{2d_{res}}$$

请注意，此时由于T_c与B均已确定，则Chirps的斜率S也已锁定。
(3)速度分辨率v_{res}仅取决于一帧的时间T_f,因此可求得：

$$T_f = \frac{lambda}{2v_{res}}$$

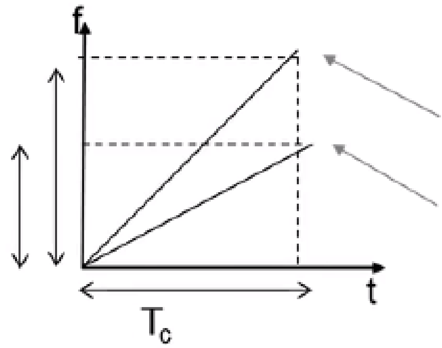
此时整个帧的定义就结束了。但这整个过程没有用到第四个方程。更详细的讨论将在下面给出。



在实际开发中，设定线性调频脉冲的参数的过程可能比上面的讨论更有’迭代性’。比如：

1) 设备可能不支持所需的最大IF带宽：由于$F_{if_max} = \frac{S2d_{max}}{c}$，设计者需要按需平衡S或$d_{max}$。
2) 设备在发射调频脉冲时必须能够生成所需的斜率S(通常雷达中的合成器对能够生成的最大斜率有限制)。
3) 调频脉冲之间的空闲时间T_c可能存在于特定设备的要求。
4) 设备必须有足够大的内存来存储所有脉冲的距离FFT数据，否则多普勒FFT无法进行。

S与d_{max}的取舍 由公式可知：d_{max}增加对应着S必须减小。假设脉冲的时间长度T_c一定(T_c由v_{max}决定)，当斜率S降低时会直接导致带宽B降低，从而导致距离分辨率d_{res}降低。



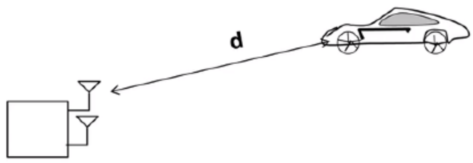
通常的做法是：对于给定的脉冲时间T_c：

1) 一个短距离雷达会提高斜率S，从而有更大的带宽$- >$更好的距离分辨率

2) 一个长距离雷达会降低斜率S，从而有较小的带宽。

2.5.3 雷达距离方程

影响雷达最大探测距离的其他因素 当雷达发射脉冲后，该最大距离物体反射的信号应该有足够的强度才能被雷达接收到。



如图所示，雷达发射输出功率为P_t，由于信号被不断地扩散，其功率密度随距离d的平方成反比，即：

$$发射功率密度=\frac{P_t G_{TX}}{4\pi d^2} W/m^2$$

可以通过使用更高功率增益的天线来提高功率密度，其工作方式通常是通过提高方向性来束缚功率扩散。上式中的$G_T X/RX$即天线的发射/接收增益。此时被物体反射的功率密度为

$$发射功率密度*\sigma=\frac{P_t G_{TX}\sigma}{4\pi d^2}\mathrm{W}$$

其中σ为目标的雷达截面积(Radar Cross Section,RCS)，用于表示雷达接收端方向上反射雷达信号的强度。

因而可推出雷达接收天线处的功率密度为：

$$\frac{P_t G_{TX}\sigma}{(4\pi)^2 d^4}$$

雷达RX天线捕获到的功率为

$$P_{capture} = \frac{P_t G_{TX}\sigma A_{RX}}{(4\pi)^2 d^4} = \frac{P_t G_{TX}\sigma G_{RX}\lambda^2}{(4\pi)^3 d^4}$$

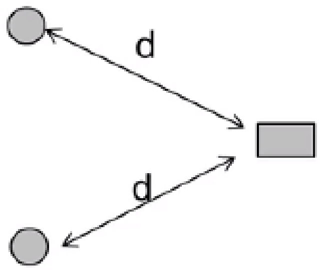
A_{RX}为RX天线的有效孔径面积，度量了天线捕获接收信号的能力：$A_{RX} = \frac{G_{RX}\lambda^2}{4\pi}$
另外还有一件重要的事实：接收信号中会混有噪声。噪声太大会直接淹没原信号，所以这里我们需要用到信噪比SNR的概念：SNR=信号功率/噪声功率。在雷达中，有

$$SNR = \frac{\sigma P_t G_{TX} G_{RX}\lambda^2 T_{meas}}{(4\pi)^3 d^4 kTF}$$

其中T_{meas}为总测量时间：$T_{meas} = NT_c$,k为玻尔兹曼常数，T为天线温度(绝对温度)。kTF为接收端的热噪声
当雷达检测一个物体时，对SNR最小值有限制：SNR_{min}的典型值为15dB-20dB。当接收到的SNR低于最小SNR时，任何目标将不被视为有效目标。
给定SNR_{min},可计算雷达最大探测距离:

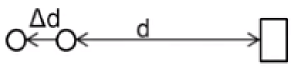
$$d_{max} = (\frac{\sigma P_t G_{TX} G_{RX} \lambda^2 T_{meas}}{(4\pi)^3 SNR_{min} kTF})^{\frac{1}{4}}$$

2.6 角度估计



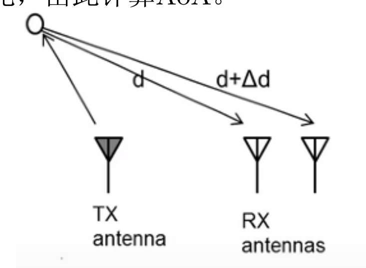
考虑一个问题：当有两个物体雷达的距离与速度均相同时，如何分辨二者？此时多普勒FFT与距离FFT均已不能分辨。本小节主要介绍使用多个天线来估计物体的到达角(Angle of arrival)的方法。

到达角(A0A)测量基础 ：复习：当物体在距离上改变一个微小量Δd之后，距离FFT的峰值处将会产生一个相位变化。



$$\Delta\omega = \frac{4\pi\Delta d}{\lambda}$$

角度估计使用了类似的原理。角度估计需要至少两个RX天线，物体距离两个天线的距离差将会导致2D-FFT中峰值的相位变化，由此计算AoA。



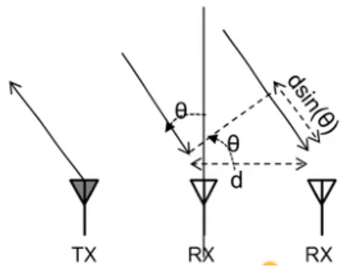
同理，$\Delta\omega = \frac{2\pi\Delta d}{\lambda}$，请注意上式中$2\pi$的因子项。

2.6.1 具体过程分析

1) TX天线发射一帧线性调频脉冲

2) 每个RX天线进行2D-FFT，他们将在同一个位置有峰值，但相位不同

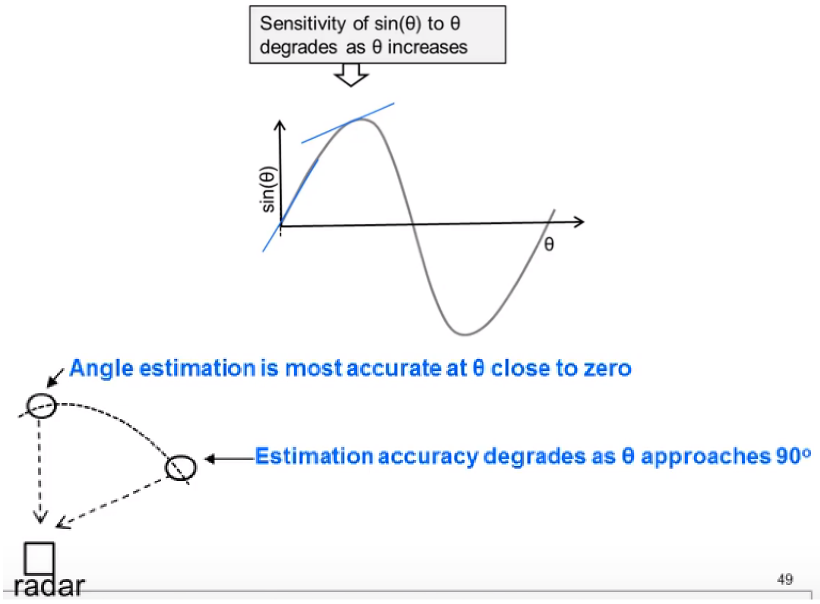
3) 测量的相位差$\Delta\omega$可以用于测量AoA



上图中d为两个RX天线之间的距离，假设物体离两天线距离足够远，则两条反射波平行，θ时物体相对于雷达的到达角，则有：

$$\omega = \frac{2\pi d sin(\theta)}{\lambda} -> \theta = sin^{-1}(\frac{\lambda\omega}{2\pi d})$$

可见ω与θ为非线性关系，在$\theta = 0$时，ω对θ的变化最为敏感，当θ增加时，角度估计误差更容易出现误差。



2.6.2 雷达的最大视场

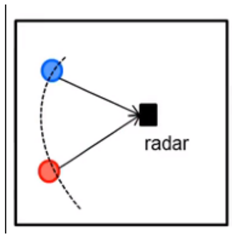
与最大可测量速度类似，雷达左侧的物体与雷达右边的物体之间的$|\Delta\omega| < 180°$，否则无法判断。

$$=> \frac{2\pi d sin(\theta)}{\lambda} < \pi => \theta < sin^{-1}(\frac{\lambda}{2d})$$

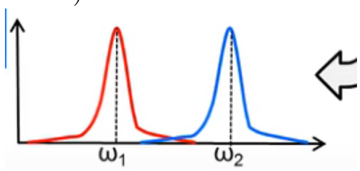
可推出雷达RX天线相距为d,则最大视场为$\theta_{max} = sin^{-1}(\frac{\lambda}{2d})$

相距为$\frac{\lambda}{2}$的雷达可以得到最大视场$+-90°$

2.6.3 测量具有相同距离与速度的两个物体



由于两个物体具有相同的位置，则距离FFT的峰值位置相同；相同的速度导致多普勒FFT峰值相同。但当使用两个RX天线时，两个RX天线进行FFT的相量的相位将不会相同。
因此，解决方案：使用N组接收天线的矩阵。对这N组RX天线的2D-FFT进行再次FFT，将会解析两个物体。称为角度FFT(angle-FFT)。



ω_1 和ω_2 对应于两个连续的线性调频脉冲的相位差（两个物体），反向计算可得两物体的AoA=> $\theta_x = sin^{-1}(\frac{\lambda\omega_x}{2\pi d})$,其中x为1,2

2.6.4 角度分辨率

当两个物体之间的夹角小于$\Delta\theta$时，将无法分辨物体个数。此$\Delta\theta$称为角度分辨率。

解算方法 :
(1)两物体相隔θ角时，其角度FFT计算出的离散频率为$\omega = \frac{2\pi d sin(\theta)}{\lambda}$
(2)频域可分辨的标准：$\Delta\omega > \frac{2\pi}{N}$,N为FFT的样本数（在这里是天线的个数）
可解出

$$\Delta\omega = \frac{2\pi d}{\lambda}(\sin(\theta+\Delta\theta)-\sin(\theta))$$

$$\approx \frac{2\pi d}{\lambda}\cos(\theta)\Delta\theta$$

$$\Delta\omega > \frac{2\pi}{N}$$

$$\Rightarrow \frac{2\pi d}{\lambda}\cos(\theta)\Delta\theta > \frac{2\pi}{N}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta > \frac{\lambda}{N d\cos(\theta)}$$

Since derivative of sin(θ) is cos(θ)

$$\frac{\sin(\theta+\Delta\theta)-\sin(\theta)}{\Delta\theta} = \cos(\theta)$$