Utgangslogistikk

Def:

Et utsagn er noe som enten er sant eller usant

Eks:

$2 + 3 = 5$ → riktig utsagn

$6 \% 2 = 1$ → feil utsagn

$x + 1 = 3$ → ikke et utsagn (kan vare rett eller feil)

$x + 1 = 2, \ x = 1$ → riktig utsagn

Formler og sammensatte tegn

Vi vil gjøre algebr med et utsagn.
Vi bruker ofte P, Q, R, S som utsagn variabler
En var P kalles ofte en atomær formel fordi den består av bare et symbol.

La P og Q være to utsagn
Vi kan kombinere P og Q til nye utsagn slik:

- $P \vee Q$: "P eller Q" Disjuksjon
- $P \wedge Q$: "P og Q" Konjuksjon
- $P \rightarrow Q$: "P viser at Q" Implikasjon
- $\neg P$: "Ikke P" negasjon

Vi kalder ofte $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow$ for logiske konentiver

Eks:

La P: "Det regner"
Q: "Bakken er våt"

$P \vee Q$: Det regner eller bakken er våt
$P \wedge Q$: Det regner og bakken er våt
$P \rightarrow Q$: Hvis det regner, så bakken er våt
$\neg Q$: Det regner ikke

Merk:
Vi kan breke flere om gangen:

$\neg P \wedge (Q \rightarrow R)$ eller $\neg(P \vee Q \vee R)$
ikke P, og hvis Q så R   ikke P, Q eller R

Obs:

Pass på parrantes.

Sett heller for mange enn for få.

Eks:

Hvordan tolke $\neg P \wedge Q$?

$\neg$ Binder sterkere enn $\wedge$, så dette skal tolkes som $(\neg P) \wedge Q$. Ikke $\neg(P \wedge Q)$.

Samme som $1+2\cdot 3 = 1+(2\cdot 3)$

For å unngå tvil: Bruk mange paranteser!

Merk også at $(\neg P) \wedge Q \neq \neg(P \wedge Q)$

La igjen P = "det regner"
Q = "bakken er våt

$(\neg P) \wedge Q$ = "det regner ikke og bakken er våt"

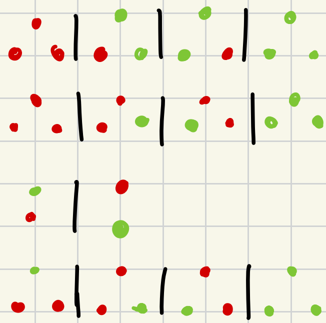
$\neg(P \wedge Q)$ = "det verken regner, eller ballen er våt

(ikke regn og våt)

Evaluering av formler

La P og Q vere to utsegn som vi vet er sann eller usann.

- $P \vee Q$: Or gate
- $P \wedge Q$: And gate
- $\neg P$: Not gate
- $P \to Q$: Xor gate



Eks

Tenk på pastanden:

"Hvis jeg få rett på alle opp gavene får jeg A på eksamen"

P: "Rett på alt"
Q: "A på eksamen"

hvis P er feil er Q feil
hvis Q er feil er P feil

ellers stemmer ikke $P \to Q$

Sannhetsverdier

La P = "Denne setningen har fem ord"

a) Hva er sannhetverdi til P?

b) Skriv ned $\neg P$ med ord
Hva er sannhetsverdien til $\neg P$

Løsning:

a) P er sann.

b) $\neg P$ = Følgende er usant: "denne setningen har 5 ord"

Tallordninger og Sannhetsverditabeller

Vi ønsker å undersøke sannhetsverdien til formler bygget opp av atomære utsagn.

Vi kan sette opp alle muligheter i en tabell:

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$P \to Q$
0	0	0	0	1
1	0	1	0	0
0	1	1	0	1
1	1	1	1	1

Merk! Hvis vi har n atomære utsagn har vi 2^n mulige tilordninger på disse.

kolonnene 3, 4 og 5 forteller oss hvordan vi skal tolke sannhetsverdiene til $\vee$, $\wedge$ og $\to$

Logisk ekvivalens

Def

La P og Q være to utsagnslogiske formler, over en mengde atomære utsagn A.

Hvis P og Q har samme sannhetsverdi for enhver tilordning av de atomære formlene i A,

Sier vi at P og Q er logisk ekvivalente, og vi sier at $P \equiv Q$ eller $P \Leftrightarrow Q$,

Eks:

$$\left.\begin{array}{l} (P \vee Q) \vee P \Leftrightarrow P \vee Q \\ P \vee Q \not\Leftrightarrow P \wedge Q \\ P \vee \neg Q \Leftrightarrow Q \vee \neg Q \\ \neg\neg P \Leftrightarrow P \end{array}\right\}$$

Kan sjekkes med sannhetsverditabell!