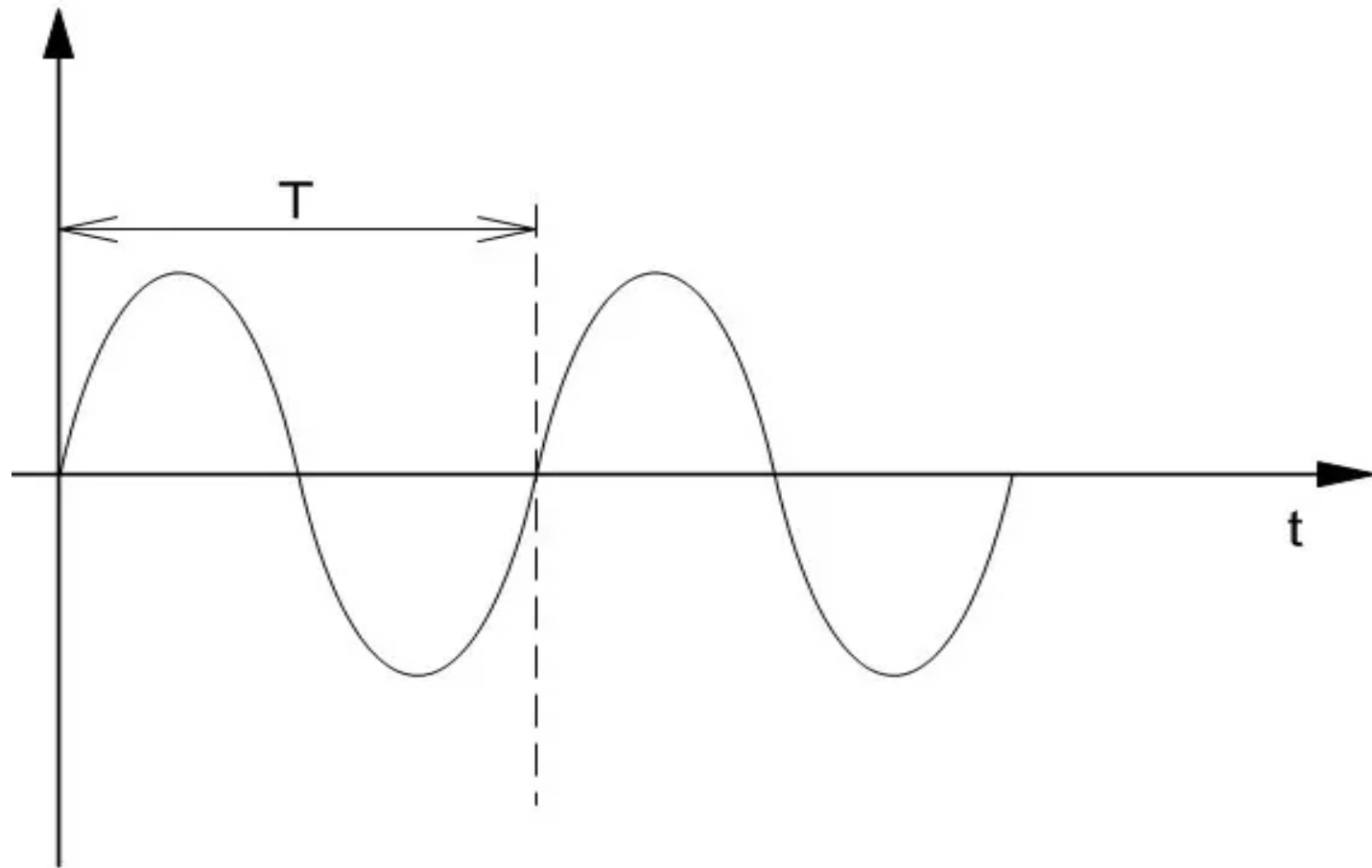


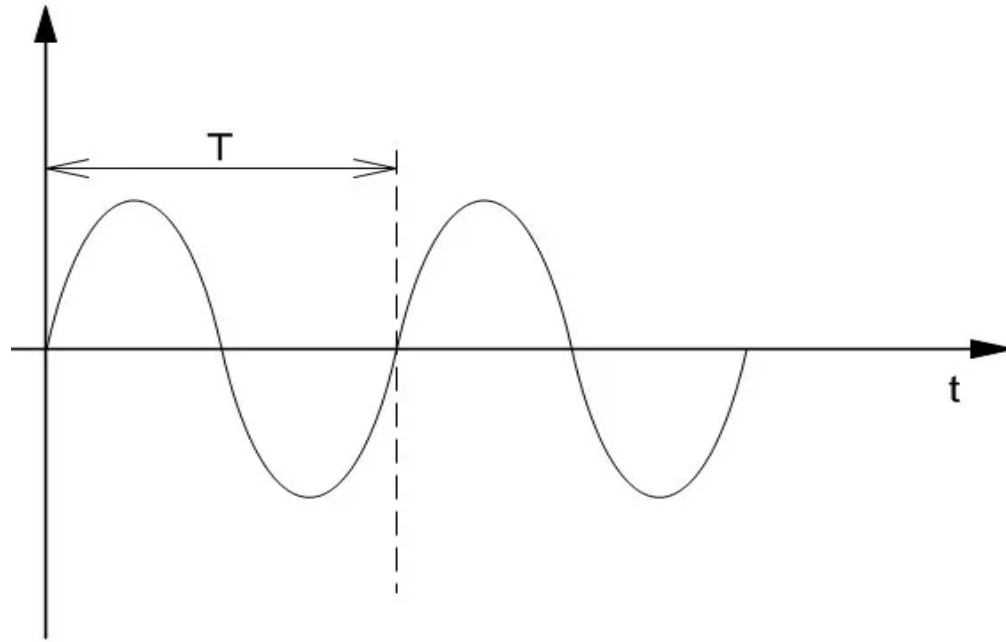
Электротехника, электроника и схемотехника

Контрольная работа

Расчет линейных электрических цепей с синусоидальным источником ЭДС

Цепи синусоидального тока





$$e = E_m \sin(\omega t + \psi_e) \quad i = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \quad u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$$

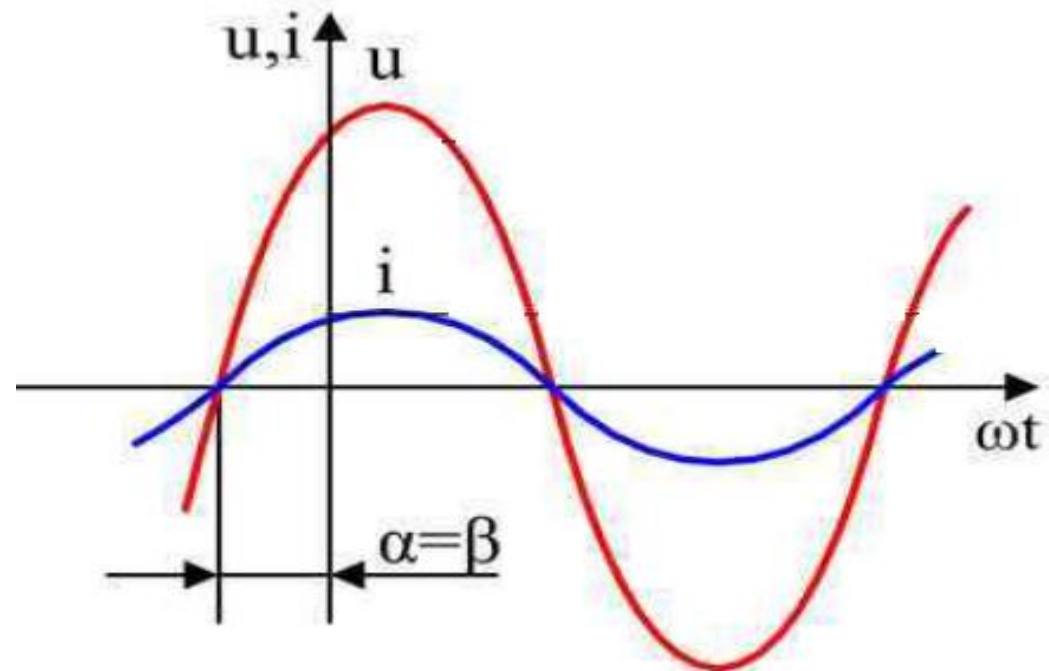
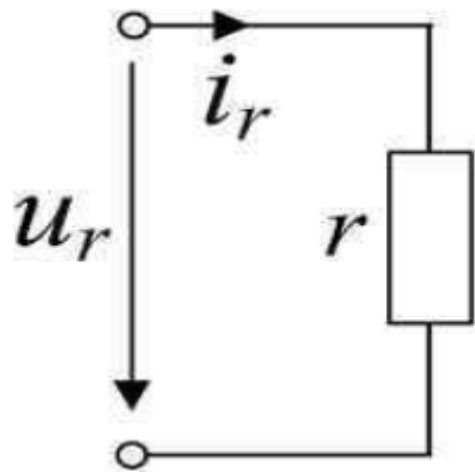
e – мгновенное значение ЭДС; E_m -амплитудное значение или максимальное значение за период; (скобка в целом)- фаза состояния колебания; ω – угловая частота, ψ - начальная фаза колебания.

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

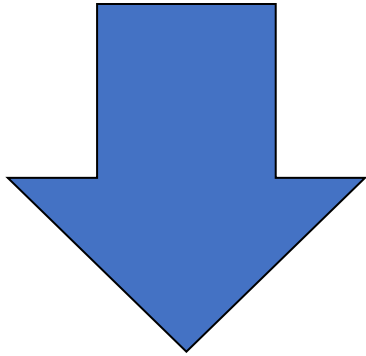
Синусоидальный ток и напряжение на элементах цепи

$$\begin{cases} u = U_m \sin(\omega t + \beta); \\ i = I_m \sin(\omega t + \alpha). \end{cases}$$

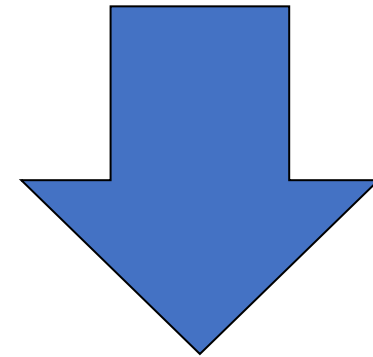
Активное сопротивление



Реактивное сопротивление



Индуктивное

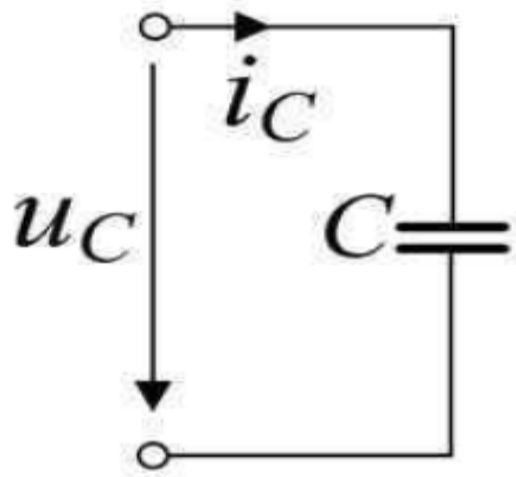


Ёмкостное

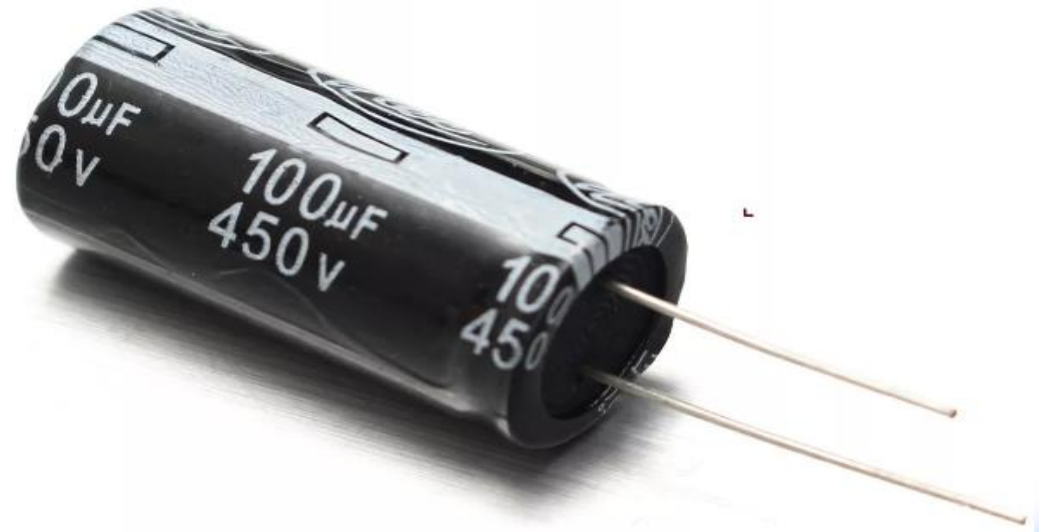
Ёмкостное

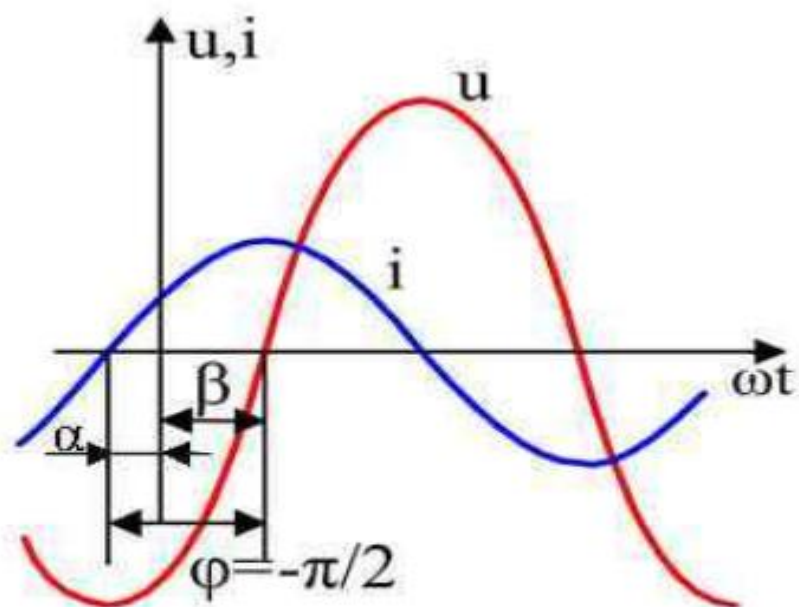
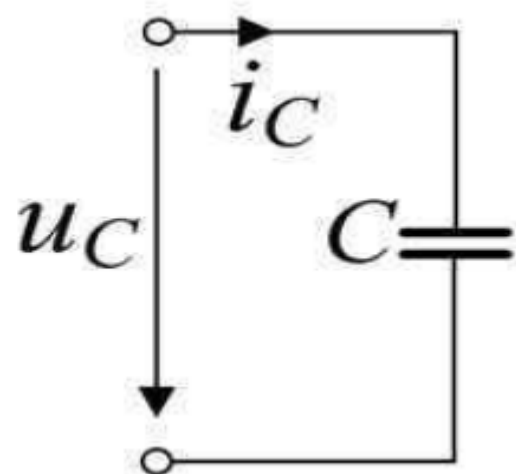
Ёмкость

конденсатор



$$x_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f C}$$

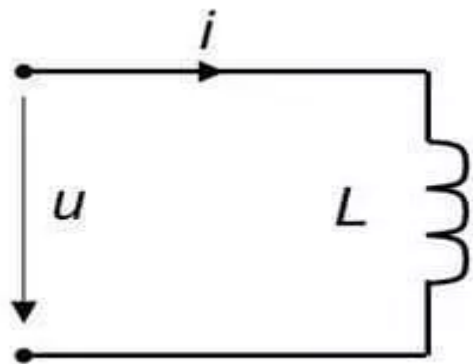




Временная
диаграмма

Индуктивное

Индуктивность

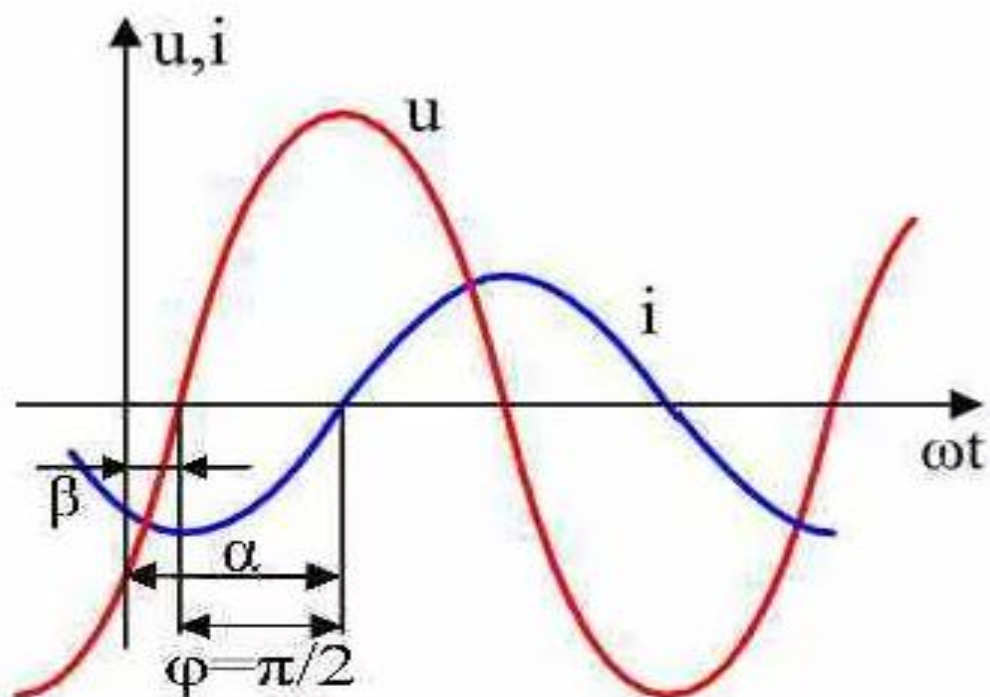
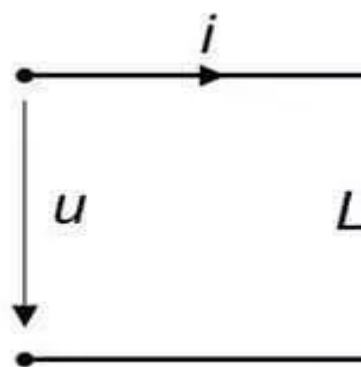


$$x_L = \omega L = 2\pi fL$$

Катушка

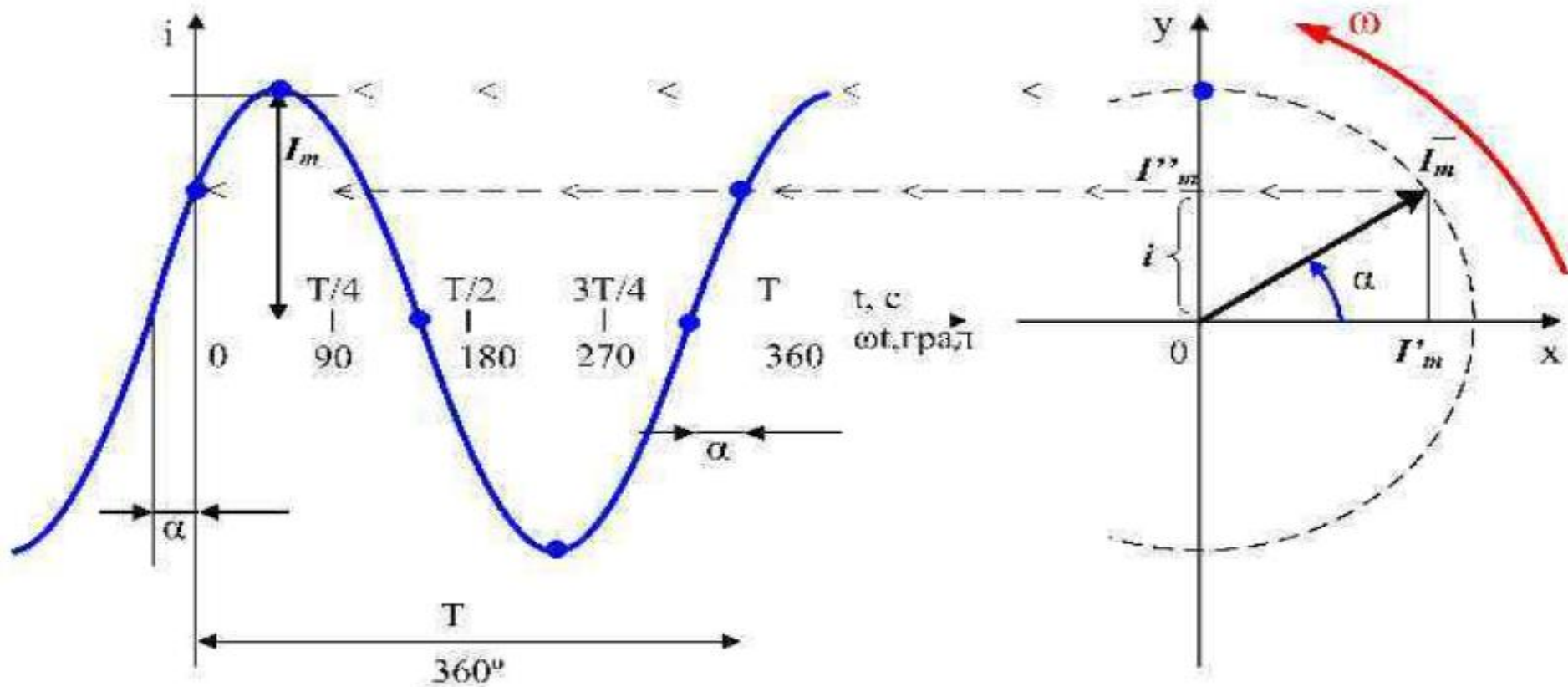
ИНДУКТИВНОСТИ





Временная
диаграмма

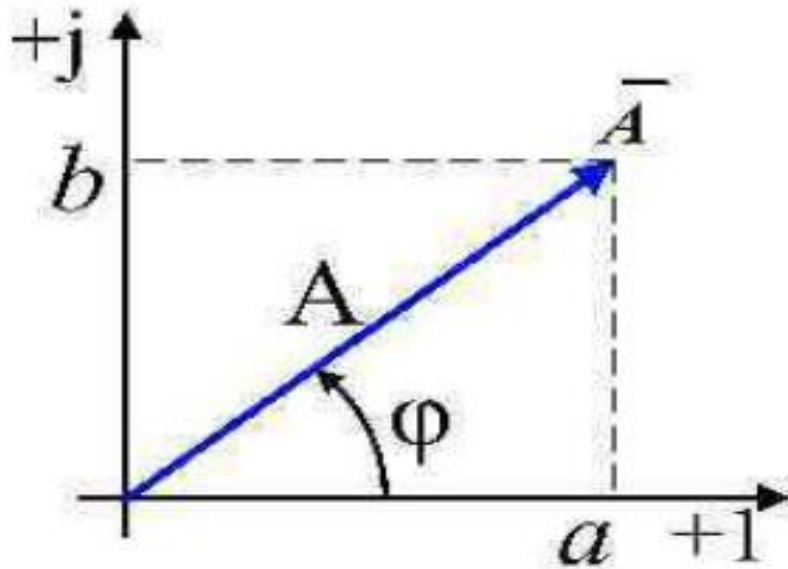
Комплексные числа



Синусоидальная функция $i = I_m \sin(\omega t + \alpha)$
и ее представление вращающимся вектором

Комплексные числа

$$\sqrt{-1} = j$$



Алгебраическая форма записи

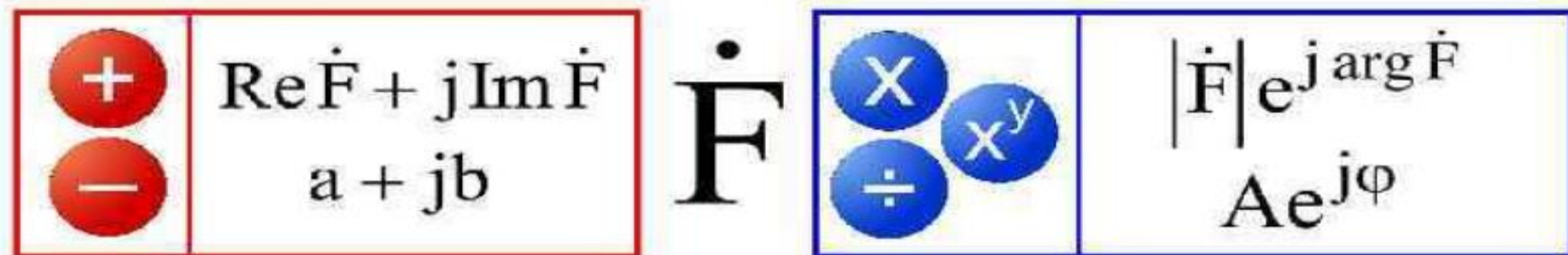
$$\dot{A} = a + jb$$

Показательная форма записи

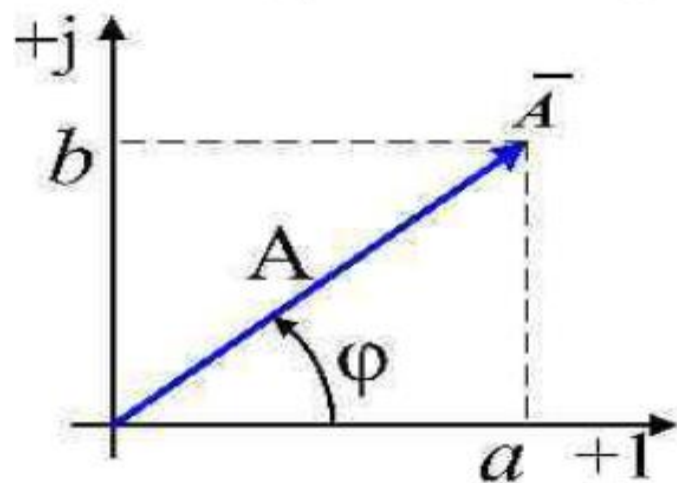
$$\dot{A} = A e^{j\varphi}$$

При расчетах синусоидальных режимов приходится применять преобразование комплексных чисел, так как:

- для операций сложения и вычитания необходима **алгебраическая форма** комплексных чисел,
- умножение и деление удобнее выполнять в **показательной** (экспоненциальной) **форме**.



Переход от алгебраической формы к показательной



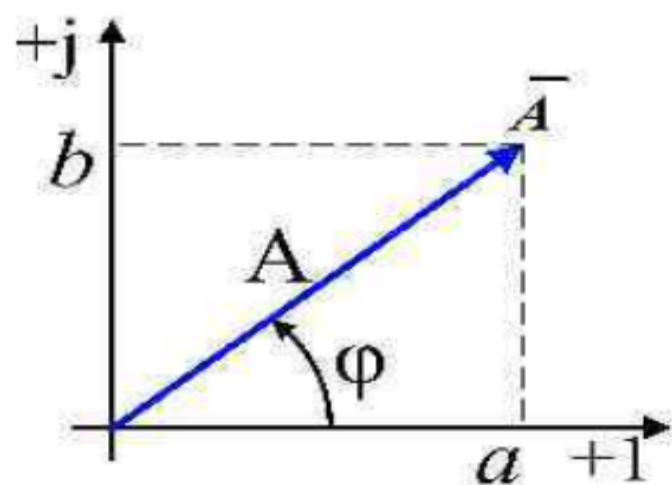
$$a + jb = Ae^{j\varphi}$$

$$\varphi = \arctg \frac{b}{a}; \quad A = |\vec{A}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

a и ***b*** вводить с их знаками!

$$-1 = 1e^{j180^\circ} = 1e^{-j180^\circ}$$

Переход от показательной формы к алгебраической



$$Ae^{j\varphi} = a + jb$$

$$a = A \cos \varphi; \quad b = A \sin \varphi$$

Переключатель должен стоять в положении
DEG, а не GRAD или RAD

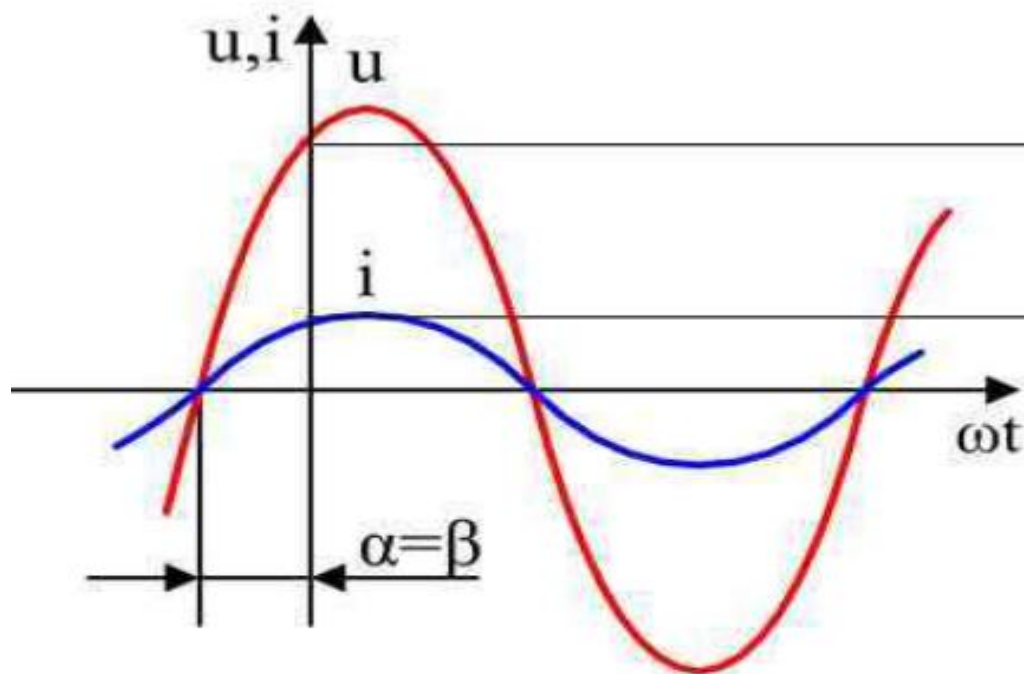
$$(a + jb) + (c + jd) = (a + c) + j(b + d) = Fe^{j\gamma}$$

$$Ae^{j\alpha}Be^{j\beta} = AB e^{j(\alpha+\beta)}$$

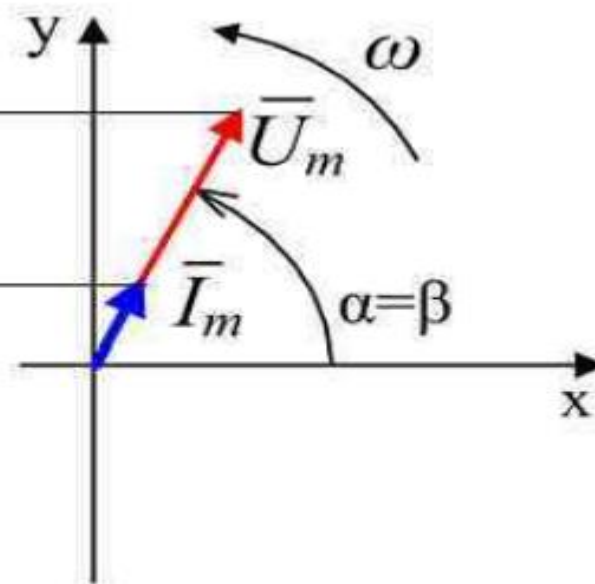
$$\frac{Ae^{j\alpha}}{Be^{j\beta}} = \frac{A}{B} e^{j(\alpha-\beta)}$$

$$\sqrt{Ae^{j\alpha}} = \sqrt{A} e^{j\frac{\alpha}{2}}$$

Активное сопротивление

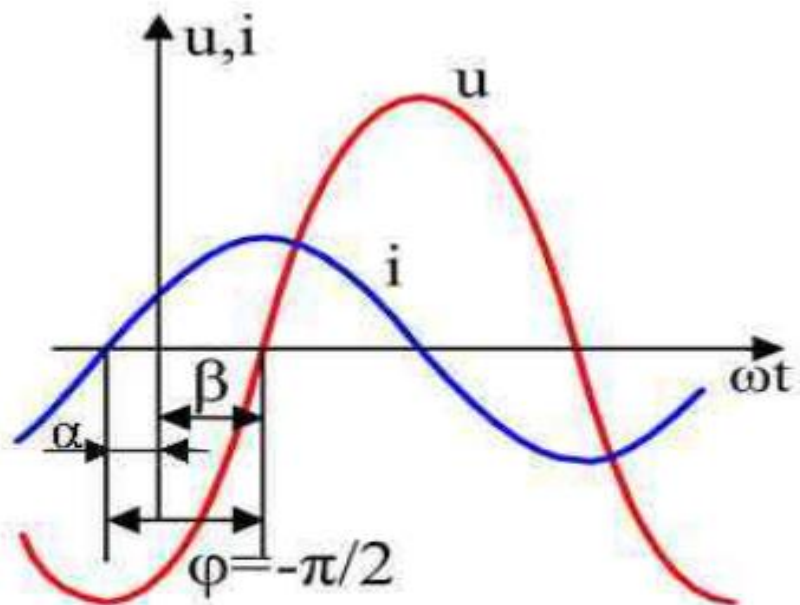


Временная диаграмма
(мгновенные значения)

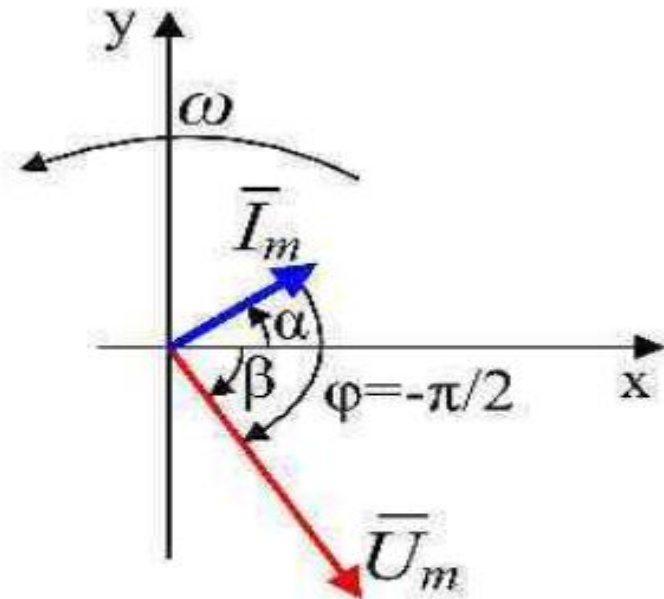


Векторная диаграмма

Ёмкость

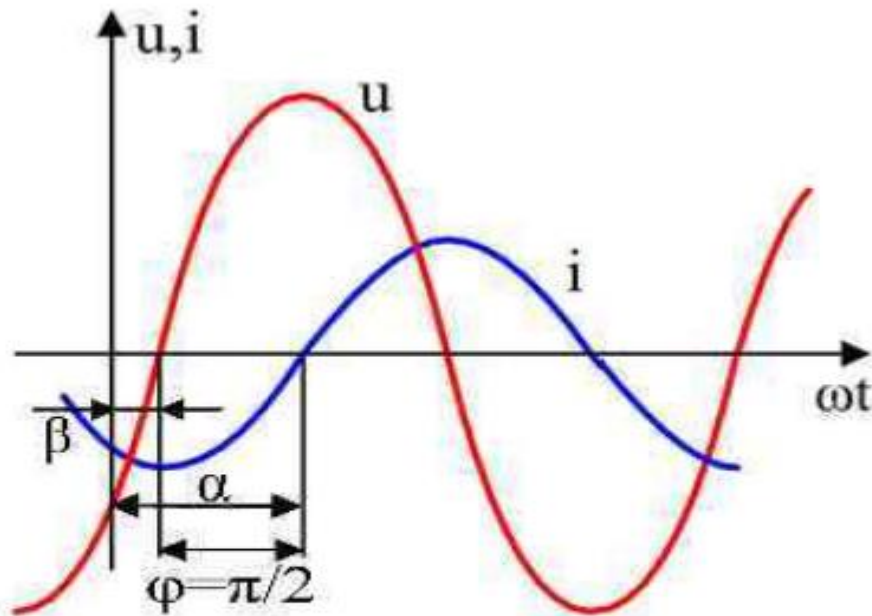


Временная
диаграмма

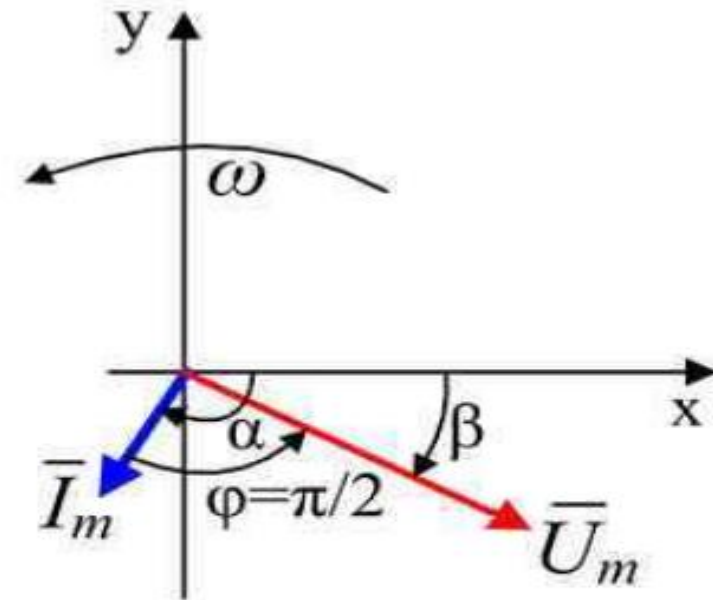


Векторная
диаграмма

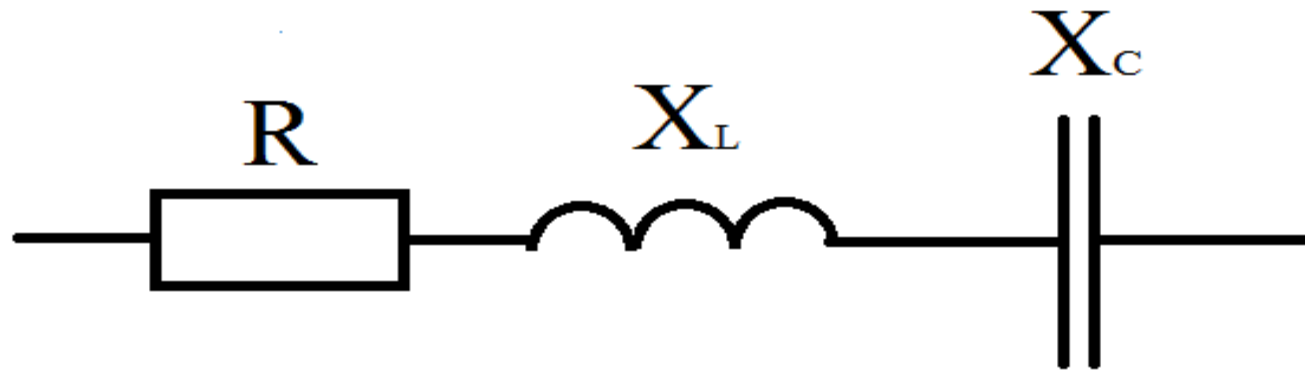
ИНДУКТИВНОСТЬ



Временная
диаграмма



Векторная
диаграмма



$$\dot{A} = a + jb$$

$$\dot{Z} = R + j(X_L - X_C)$$

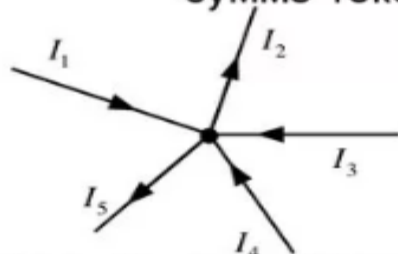
Законы Кирхгофа

Первый закон Кирхгофа применяется к узлам электрической схемы и выражает баланс токов.

Первый закон Кирхгофа имеет две формулировки.

- 1) Алгебраическая сумма токов в узле равна нулю.
- 2) Арифметическая сумма токов, которые втекают в узел равна сумме токов, которые вытекают из узла.

$$\sum_{k=1}^K \pm I_k = 0$$



$$I_1 - I_2 + I_3 + I_4 - I_5 = 0$$

$$I_1 + I_3 + I_4 = I_2 + I_5$$

Второй закон Кирхгофа применяется к контурам электрической цепи и выражает баланс напряжений.

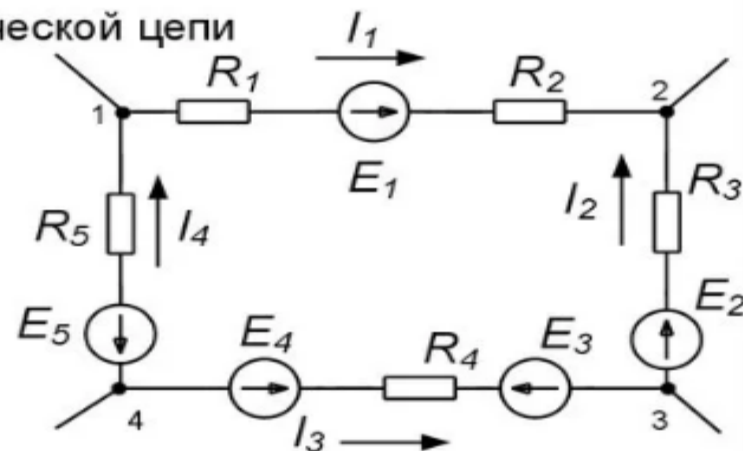
Второй закон Кирхгофа:

алгебраическая сумма падений напряжения в любом замкнутом контуре равна алгебраической сумме ЭДС вдоль этого контура.

$$\sum \pm U_m = \sum \pm E_n$$

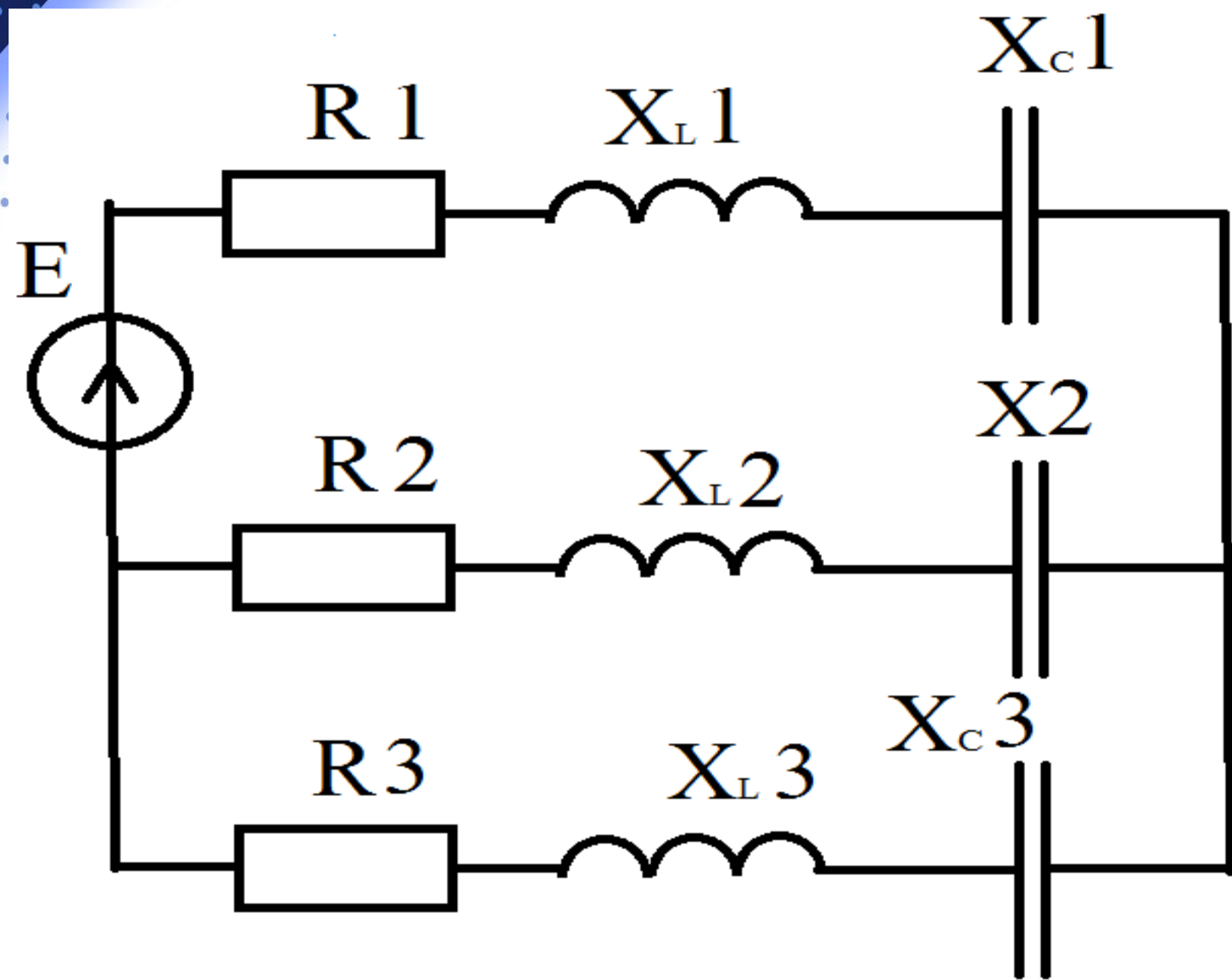
В каждую из сумм слагаемые входят со знаком «плюс», если они совпадают с направлением обхода контура.

$$I_1 R_1 + I_1 R_2 - I_2 R_3 - I_3 R_4 + I_4 R_5 = E_1 - E_2 + E_3 - E_4 - E_5$$





Домашнее задание



$$R_1 = 5 \text{ } \Omega$$

$$X_{L1} = 10 \text{ } \Omega$$

$$X_{C1} = 5 \text{ } \Omega$$

$$R_2 = 10 \text{ } \Omega$$

$$X_{L2} = 6 \text{ } \Omega$$

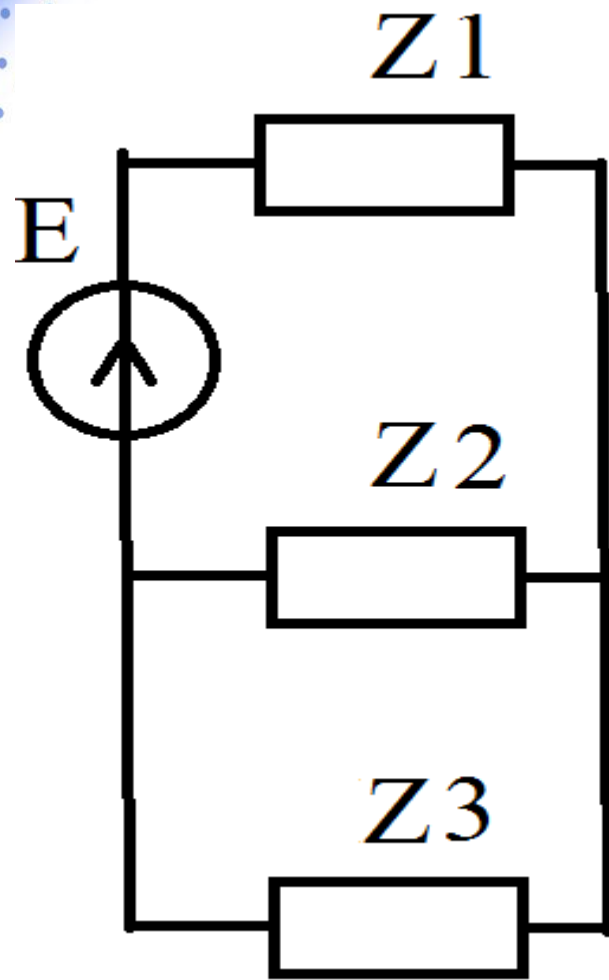
$$X_{C2} = 8 \text{ } \Omega$$

$$R_3 = 2 \text{ } \Omega$$

$$X_{L3} = 1 \text{ } \Omega$$

$$X_{C3} = 2 \text{ } \Omega$$

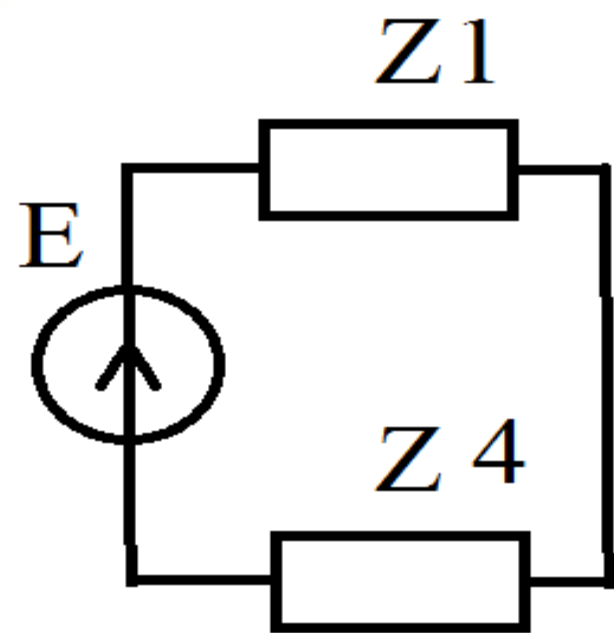
$$E = 100$$



$$\begin{aligned}\dot{Z}_1 &= R_1 + j(X_{L1} - X_{C1}) = \\ &= 5 + j(10 - 5) = 5 + j5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{Z}_2 &= R_2 + j(X_{L2} - X_{C2}) = \\ &= 10 + j(6 - 8) = 10 - j2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{Z}_3 &= R_3 + j(X_{L3} - X_{C3}) = \\ &= 1 + j(1 - 2) = 1 - j1\end{aligned}$$

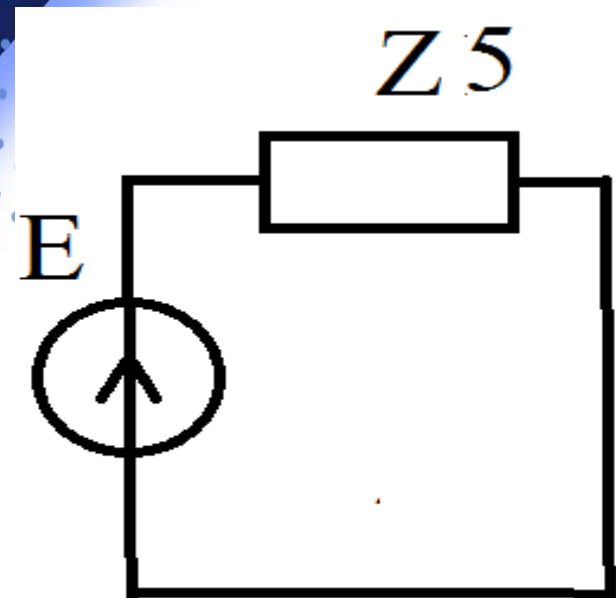


$$\begin{aligned}\dot{Z}_4 &= \frac{Z_2 \cdot Z_3}{Z_2 + Z_3} = \frac{(10 - j2)(1 - j1)}{(10 - j2) + (1 - j1)} = \\ &= \frac{10.198e^{-j11.31} 1.414e^{-j45}}{11 - j3} = \frac{14.422e^{-j56.31}}{11.402e^{-j15.255}} = \\ &= 1.265e^{-j41.058} = 1.265\cos(-41.058) + \\ &+ j1.265\sin(-41.058) = 0.954 - j0.831\end{aligned}$$

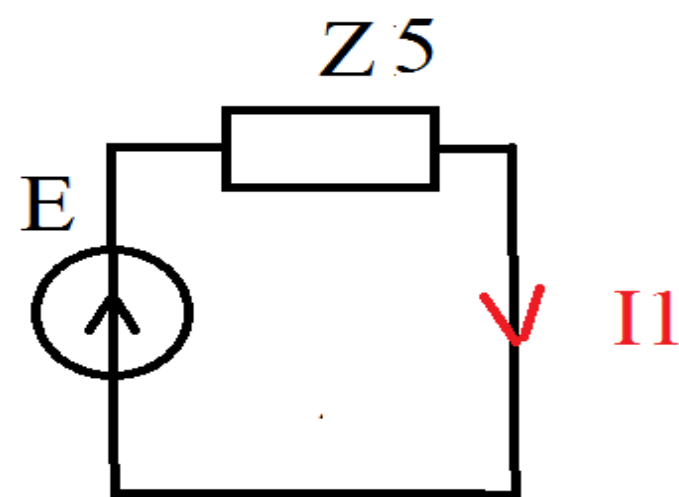
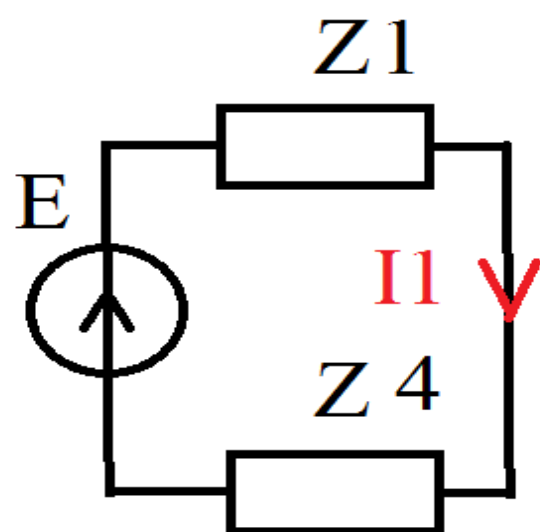
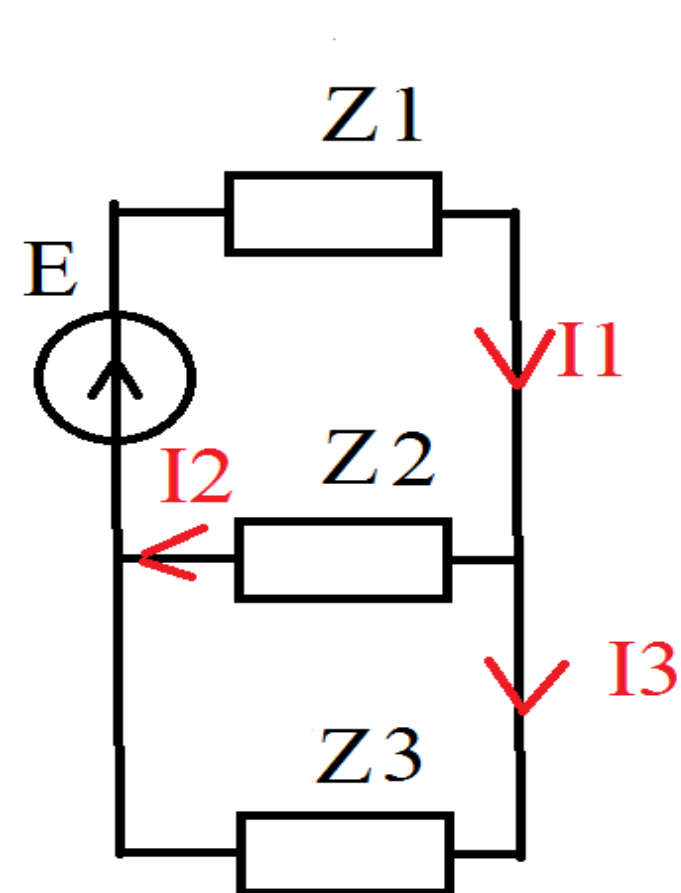
$$\dot{Z}_2 = 10 - j2$$

$$|\dot{Z}_2| = \sqrt{10^2 + 2^2} = 10.198$$

$$\varphi_{Z_1} = \arctg\left(\frac{-2}{10}\right) = -11.31$$



$$\begin{aligned}\dot{Z}_5 &= \dot{Z}_1 + \dot{Z}_{54} = 5 + j5 + 0.954 - j0.831 = \\ &= 5.954 + j4.169 = 7.268e^{j35}\end{aligned}$$



$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{E}}{\dot{Z}_5} = \frac{100}{7.268e^{j49.715}} = 13.758e^{-j35} = 11.27 - j7.892$$

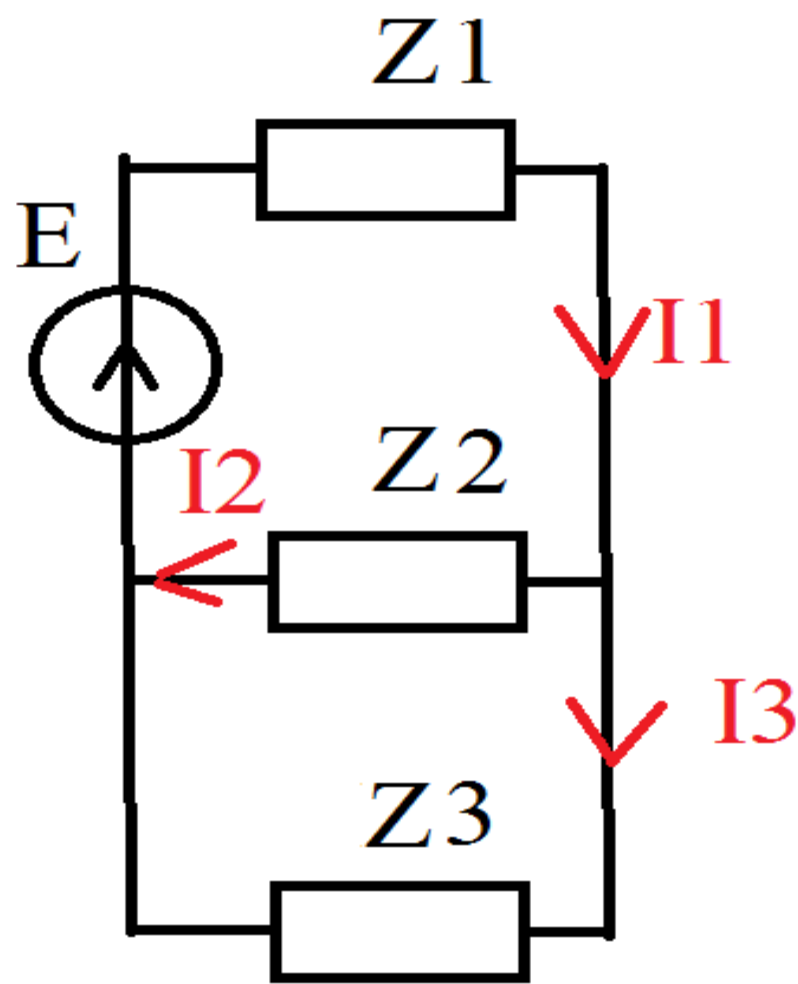
$$\begin{aligned} \dot{U}_4 &= \dot{I}_1 \cdot \dot{Z}_4 = 13.758e^{-j35.002} 1.265e^{-j41.058} = \\ &= 17.403e^{-j76.058} \end{aligned}$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{U}_4}{\dot{Z}_2} = \frac{17.403e^{-j76.058}}{10.198e^{-j11.31}} = 1.706e^{-j64.742} =$$

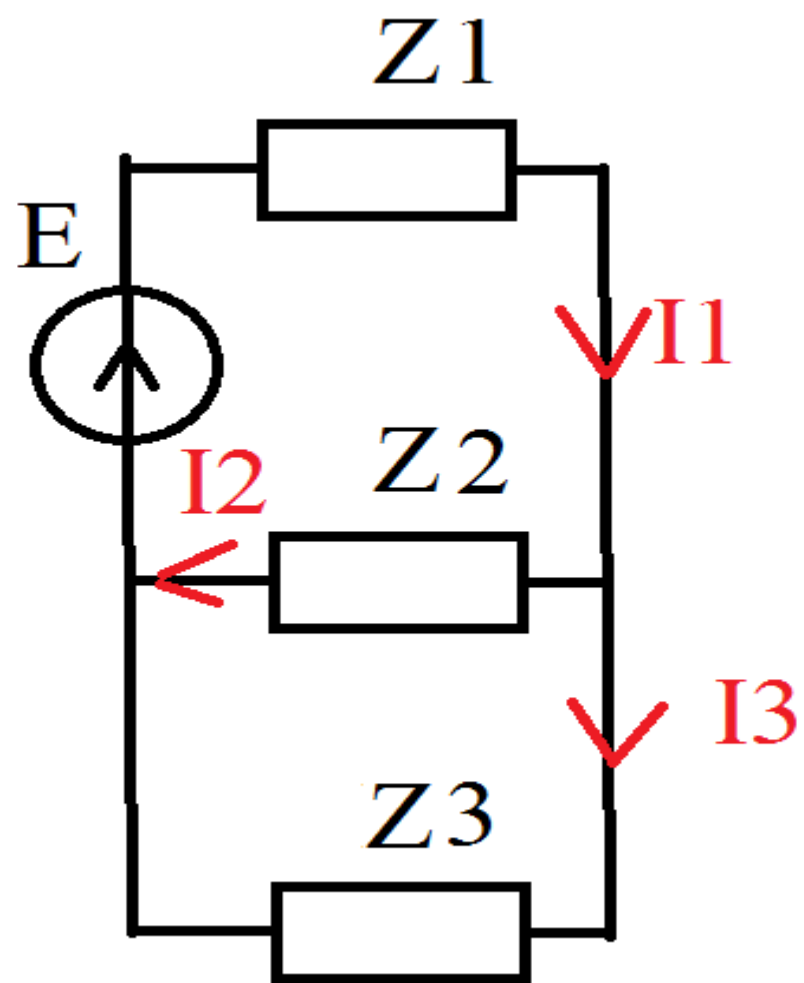
$$= 0.728 - j1.543$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{U}_4}{\dot{Z}_3} = \frac{17.403e^{-j76.058}}{1.414e^{-j45}} = 12.306e^{-j31.055} =$$

$$= 10.542 - j6.348$$



$$\dot{I}_1 - \dot{I}_2 - \dot{I}_3 = 11.27 - j7.892 - (0.728 - j1.543) - (10.542 - j6.348) = 0$$



$$\dot{I}_1 \dot{Z}_1 + \dot{I}_2 \dot{Z}_2 = \dot{E}$$

$$\dot{I}_2 \dot{Z}_2 - \dot{I}_3 \dot{Z}_3 = 0$$