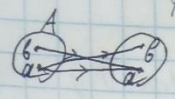
дискретка

ДЗ 2

N 3

а) 

$\rho = \{<a,a>, <b,a>, <a,b>\}$

$A_\rho \circ A_\rho = \begin{matrix}1&1\\1&0\end{matrix} \circ \begin{matrix}1&1\\1&0\end{matrix} = \begin{matrix}1&1\\1&1\end{matrix} \Rightarrow A_\rho$

ρ - нетранз, симм, перефлекс

$Dom\,\rho = \{a, b\}$ $Im\,\rho = \{a, b\}$ $A_\rho = \begin{pmatrix}1&1\\1&0\end{pmatrix}$

б) $A = \{1,2,3,4,5\}$; $\rho = \{<x,y>: x+y=6\}$ $A_\rho = \begin{matrix}0&0&0&0&1\\0&0&0&1&0\\0&0&1&0&0\\0&1&0&0&0\\1&0&0&0&0\end{matrix}$

$\rho = \{<1,5>, <2,4>, <5,1>, <4,2>, <3,3>\}$

$Dom\,\rho = \{1,2,3,4,5\}$ $Im\,\rho = \{1,2,3,4,5\}$

ρ - перефлекс, симм, транз.

N4) $\rho_1 = \{<1,2>, <5,7>; <3,3>; <20;10>\}$

$\rho_2 = \{<2,4>; <7,6>; <7;9>; <3;0>; <10;10>; <15;1>\}$

$\rho_2 \circ \rho_1 = \{<1,4>; <5,6>; <5,9>; <20,10>; <3;0>\}$

$\rho_1 \circ \rho_2 = \{<15,2>)$

N5. ρ - {„родиться в одном месяце}

ρ - {„быть братьями}

N1

1) $A \setminus (B \vee C) = (A \setminus B) \wedge (A \setminus C)$ $A \setminus B = A \cap \bar{B}$

$A \setminus (B \vee C) = A \wedge (\bar{B} \wedge \bar{C}) = (A \wedge \bar{B}) \wedge (A \wedge \bar{C}) = (A \setminus B) \wedge (A \setminus C)$

2) $A \setminus (B \vee C) = A \setminus B \setminus C$

$A \setminus (B \vee C) = A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C} = A \setminus B \setminus C$

3) $(\bar{A} \vee B) \wedge A = A \wedge B$

$(\bar{A} \vee B) \wedge A = \cancel{(A \wedge \bar{B}) \vee (A \wedge \bar{A})} = (A \wedge \bar{A}) \vee (A \wedge B) = A \wedge B$

4 $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$

$(A \setminus B) \setminus C = A \wedge \bar{B} \wedge \bar{C}$

5) $A \setminus (A \setminus B) = A \wedge B$

$A \setminus (A \setminus B) = A \wedge (\bar{A} \vee B) = (A \wedge \bar{A}) \vee (A \wedge B) = A \wedge B$

6) $A \setminus B = A \setminus (A \wedge B)$

$A \setminus B = (A \wedge \bar{B}) \vee (A \wedge \bar{A}) = A \wedge (\bar{A} \vee \bar{B}) = A \wedge (\overline{A \wedge B}) = A \setminus (A \wedge B)$

7) $(A \vee B) \setminus C = (A \setminus C) \vee (B \setminus C)$

$(A \vee B) \setminus C = (A \vee B) \wedge \bar{C} = (\bar{C} \wedge A) \vee (\bar{C} \wedge B) = (A \setminus C) \vee (B \setminus C)$

№. а) $\rho = \{(x,y) : x < 3y\}$ 1) $x \rho x$: $x < 3x$ – ∀ x ч. 7
ρ-рефлекс.
2) $x \rho y \Rightarrow y \rho x$. $x < 3y \not\Rightarrow y < 3x$ ρ-не симм
3) $\left.\begin{matrix} x \rho y \\ y \rho z \end{matrix}\right\} \Rightarrow x \rho z$ $\left.\begin{matrix} x < 3y \\ y < 3x \end{matrix}\right\} \Rightarrow x < 3z$ ρ-нетранз

б) $\rho = \{(x,y) : |x-y| = 3\}$ 1) $x \rho x$: $|x-x| \neq 3$ неверно ∀ x
ρ-антирефлекс.
2) $x \rho y \Rightarrow y \rho x$; $|x-y| = 3 \Rightarrow |y-x| = 3$ ρ-симм.
3) $\left.\begin{matrix} x \rho y \\ y \rho z \end{matrix}\right\} \Rightarrow x \rho z$ $\left.\begin{matrix} |x-y| = 3 \\ |y-z| = 3 \end{matrix}\right\} \Rightarrow x - z = 3$ ρ-нетранз

в) $\rho = \{(x,y) : НОД(x,y) = 1\}$ 1) $x \rho x$: $НОД(x,x) \neq 1$ – неверно ∀ x
ρ-антирефлекс.
2) $x \rho y \Rightarrow y \rho x$ $НОД(x,y) = 1 \Rightarrow НОД(y,x) = 1$ ρ-симм
3) $\left.\begin{matrix} x \rho y \\ y \rho z \end{matrix}\right\} \Rightarrow x \rho z$ $\left.\begin{matrix} НОД(x,y) \\ НОД(y,z) \end{matrix}\right\} \Rightarrow НОД(x,z) = 1$ ρ-нетранз

д) $\rho = \{(x,y) : (x-y) : 3\}$ 1) $x \rho x$: $(x-x) : 3$: ∀ x ρ-рефлекс
2) $x \rho y \Rightarrow y \rho x$ $(x-y) : 3 \Rightarrow (y-x) : 3$ ρ-симм
3) $\left.\begin{matrix} x \rho y \\ y \rho z \end{matrix}\right\} \Rightarrow x \rho z$ $\left.\begin{matrix} (x-y) : 3 \\ (y-z) : 3 \end{matrix}\right\} x - z : 3$ ρ-транз.

е) $\rho = \{(x,y) : x - y = 3\}$ 1) $x \rho x$: $x - x \neq 3$ ρ-антирефл.
2) $x \rho y \Rightarrow y \rho x$. $x - y = 3 \not\Rightarrow y - x = 3$ ρ-антирефлекс.
3) $\left.\begin{matrix} x \rho y \\ y \rho z \end{matrix}\right\} \Rightarrow x \rho z$ $\left.\begin{matrix} x - y \\ y - z \end{matrix}\right\} = x - z = 3$ ρ-нетранз.

(4.13) а) ρ-реф, симм, транз $x \rho y \Rightarrow y \rho x$. $x \rho y \Rightarrow 2\left(\frac{x}{y}\right)^2 - 5\frac{x}{y} + 2 \le 0$
$x \rho x$ $2 - 5 + 2 \le 0$ $-1 \le 0$ ρ-рефлекс
$\frac{1}{2} \le \frac{x}{y} \le 2 \Rightarrow \frac{1}{2} \le \frac{y}{x} \le 2$ ρ-симм $\left.\begin{matrix} x \rho y \\ y \rho z \end{matrix}\right\} \Rightarrow x \rho z$ ρ-нетранз

б) $X = \{1,2,3,4\}$ $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

(4.16) $a \rho b \Leftrightarrow a + b = 0$ или $a - b = 0$
а) $a \rho a = a \neq 0$ или $a - a = 0$ ρ-рефл.
б) $a \rho b \Rightarrow b \rho a$; $a - b \Rightarrow b - a = 0$
$\left.\begin{matrix} a \rho b \\ b \rho c \end{matrix}\right\} \Rightarrow a \rho c$ $\left.\begin{matrix} a - b \\ b - c \end{matrix}\right\} \Rightarrow a - c = 0$ ρ-симм
ρ-транз.

б) $X = \{-1, 0, 1, 2\}$ $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

(4.29) а) ρ-рефл. не симм б) ρ-реф, симм., в) ρ-антирефл, симм
г) ρ-рефлекс, антисимм д) ρ-нерефлекс, антисимм е) ρ-антирефл, симм
ж) ρ-антирефлекс симм; з) ρ-рефле, симм, и) ρ-рефл, симм)

(4.32) ρ = антирефл., симм, нетранз.
$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

(4.34) $X = \{1,2,3\}$ ρ-рефлекс, симм, транз.
$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$