Método iterativo Newton-Rapshon

Integrantes:

- Sebastián Mora Godínez - Carnet 2019227554
- Carlos Adrián Araya Ramírez - Carnet 2018319701
- Michael Shakime Richards Sparks - Carnet 2018170667
- David Cordero Chavarría - Carnet 201019579

Problema a resolver

El método iterativo de Newton-Rapshon implementando en esta tarea es una variación de dicho método para encontrar la solución de un sistema de ecuaciones no lineales de m variables y funciones. Este problema se puede representar como:

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \begin{pmatrix} f_1(x_1, x_2, ..., x_m) \\ f_2(x_2, x_2, ..., x_m) \\ . \\ . \\ . \\ f_M(x_2, x_2, ..., x_m) \end{pmatrix} = \boldsymbol{0_m}$$

donde $\boldsymbol{0_m} = (0, 0, 0, ..., 0)^T \in R^m$ y cada $f_i(x_1, x_2, ..., x_m) : R^m \to R$ es una función no lineal.

Formulación matemática del método

El método iterativo de Newton-Raphson para resolver un sistema de ecuaciones lineales está definido como:

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x}) = \begin{cases} x_{k+1} = x_k - [\mathbb{J}(x_k)]^{-1}\boldsymbol{f}(x_K) \\ \\ x_0 \in R^m \end{cases}$$

donde $\mathbb{J}(x_k) \in R^{mxm}$ es la matriz jacobiana de $\boldsymbol{F}(\boldsymbol{x})$, es invertible para todo k = 0, 1, 2, ..., m y evaluada para un vector $c = (x_1, x_2, ..., x_n)^t \in R^m$ está definida como

$$[\mathbb{J}_f(c)]_{i,j} = \frac{\partial f_i}{\partial x_j}(c)$$

Pseudocódigo

Algorithm 1 Método iterativo de Newton-Raphson

Input: $\boldsymbol{x}^{(0)} \in R^m$, $\boldsymbol{f}$, $\boldsymbol{x} \in R^m$, tol $>$0, iterMax $\in N$
Output: x_k, k, e_k

```
while k <iterMax do
    f_k = f(x_k)
    J_k = J(x_k)
    y = np.linag.solve(J_k, f_k)
    x_k = x_k - y
    f_k = f(x_k)
    e_k = ||f_k||_fro
    if e_k <tol then
        break
    end if k = k + 1
end while
```

- **while** k $<$iterMax **do**
  - $f_k = \boldsymbol{f}(x_k)$
  - $\mathbb{J}_k = \mathbb{J}(x_k)$
  - y = np.linag.solve($\mathbb{J}_k$, f_k)
  - $x_k = x_k$ - y
  - $f_k = \boldsymbol{f}(x_k)$
  - $e_k = \|f_k\|_{fro}$
  - **if** e_k $<$tol **then**
    - break
  - **end if**k $=$ k $+$ 1
- **end while**