Programmazione I

Il Linguaggio C

La ricorsione

Daniel Riccio

Università di Napoli, Federico II

13 dicembre 2021

Sommario

- Argomenti
  - La ricorsione

Calcolo del fattoriale iterativo

Il fattoriale può essere calcolato mediante un algoritmo iterativo:

```
int fact(int n){
    int i;
    int F=1; /* inizializzazione del fattoriale */

    for(i=2; i<=n; i++)
        F=F*i;

    return F;
}
```

La variabile F accumula risultati intermedi:
se n = 3 inizialmente F=1
poi al primo ciclo for i=2 F assume il valore 2
Infine all'ultimo ciclo for i=3 F assume il valore 6

- Al primo passo **F** accumula il fattoriale di 1
- Al secondo passo **F** accumula il fattoriale di 2
- Al i-esimo passo **F** accumula il fattoriale di i

Processo computazionale iterativo

Nell'esempio precedente il risultato viene sintetizzato “**in avanti**”

L'esecuzione di un algoritmo di calcolo che computi “**in avanti**”, per accumulo, è un processo computazionale **iterativo**.

La caratteristica fondamentale di un processo computazionale iterativo è che a ogni passo è disponibile un risultato parziale

- dopo **k** passi, si ha a disposizione il risultato parziale relativo al caso **k**

- questo non è vero nei processi computazionali ricorsivi, in cui nulla è disponibile finché non si è giunti fino al caso elementare.

La ricorsione

Una funzione matematica è definita **ricorsivamente** quando nella sua definizione compare un riferimento a se stessa

La **ricorsione** consiste nella possibilità di definire una funzione mediante se stessa

È basata sul principio di **induzione matematica**:

> se una **proprietà P** vale per **n**=**n0** (**CASO BASE**)
> e si può provare che, assumendola valida per **n**, allora vale per **n**+1, allora **P** vale per ogni **n**>= **n0**

La ricorsione

Operativamente, risolvere un problema con un approccio ricorsivo comporta

identificare un **caso base** (**n**=**n**$_0$) in cui la soluzione sia nota

riuscire a esprimere la soluzione nel caso generico **n** in termini dello stesso problema in uno o più casi più semplici (**n**-1, **n**-2, etc).

Esempio: il fattoriale di un numero naturale

fact(n) = n!

n!: N → N
n! vale 1 se n == 0
n! vale n*(n-1)! se n > 0

La ricorsione in C

In C è possibile definire funzioni ricorsive:

Il corpo di ogni funzione ricorsiva contiene almeno una chiamata alla funzione stessa

Esempio: definizione in C della funzione ricorsiva fattoriale

```
int fact(int n){
    if(n<=0)
        return 1;
    else
        return n*fact(n-1);
}
```

Servitore & Cliente: **`fact`** è sia servitore che cliente (di se stessa)

```
main(){
    int fz,z = 5;
    fz = fact(z-2);
}
```

La ricorsione in C

```
int fact(int n){
    if(n<=0)
        return 1;
    else
        return n*fact(n-1);
}

main(){
    int fz,z = 5;
    fz = fact(z-2);
}
```

Si valuta l'espressione che costituisce il parametro attuale (nell'environment del main) e si trasmette alla funzione fact una copia del valore così ottenuto (3).

La ricorsione in C

```
int fact(int n){
    if(n<=0)
        return 1;
    else
        return n*fact(n-1);
}

main(){
    int fz,z = 5;
    fz = fact(z-2);
}
```

La funzione **fact** lega il parametro **n** a 3.
Essendo 3 positivo si passa al ramo else.
Per calcolare il risultato della funzione è necessario effettuare una nuova chiamata di funzione **fact**(2)

Per calcolare il risultato della funzione è necessario effettuare una nuova chiamata di funzione; **n**-1 nell'environment di **fact** vale 2 quindi viene chiamata **fact**(1)

Il nuovo servitore lega il parametro n a 1. Essendo 1 positivo si passa al ramo else.
Per calcolare il risultato della funzione è necessario effettuare una nuova chiamata di funzione.
n-1 nell'environment di **fact** vale 0 quindi viene chiamata **fact**(0)

La ricorsione in C

```
int fact(int n){
    if(n<=0)
        return 1;
    else
        return n*fact(n-1);
}

main(){
    int fz,f6,z = 5;
    fz = fact(z-2);
}
```

Il controllo passa al **main** che assegna a **fz** il valore 6

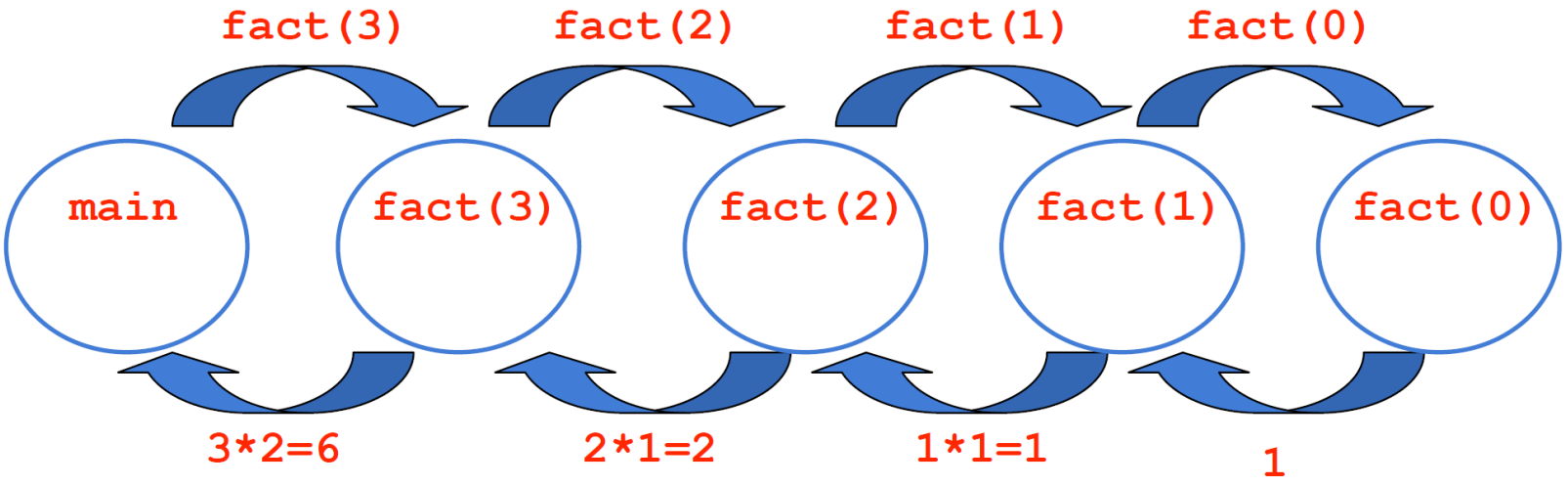
Il nuovo servitore lega il parametro n a 0. La condizione n<=0 è vera e la funzione **fact**(0) restituisce come risultato 1 e termina.

Il controllo torna al servitore precedente **fact**(1) che può valutare l'espressione n * 1 (valutando n nel suo environment dove vale 1) ottenendo come risultato 1 e terminando.

Il controllo torna al servitore precedente **fact**(2) che può valutare l'espressione n * 1 (valutando n nel suo environment dove vale 2) ottenendo come risultato 2 e terminando.

Il controllo torna al servitore precedente **fact**(3) che può valutare l'espressione n * 2 (valutando n nel suo environment dove vale 3) ottenendo come risultato 6 e terminando.

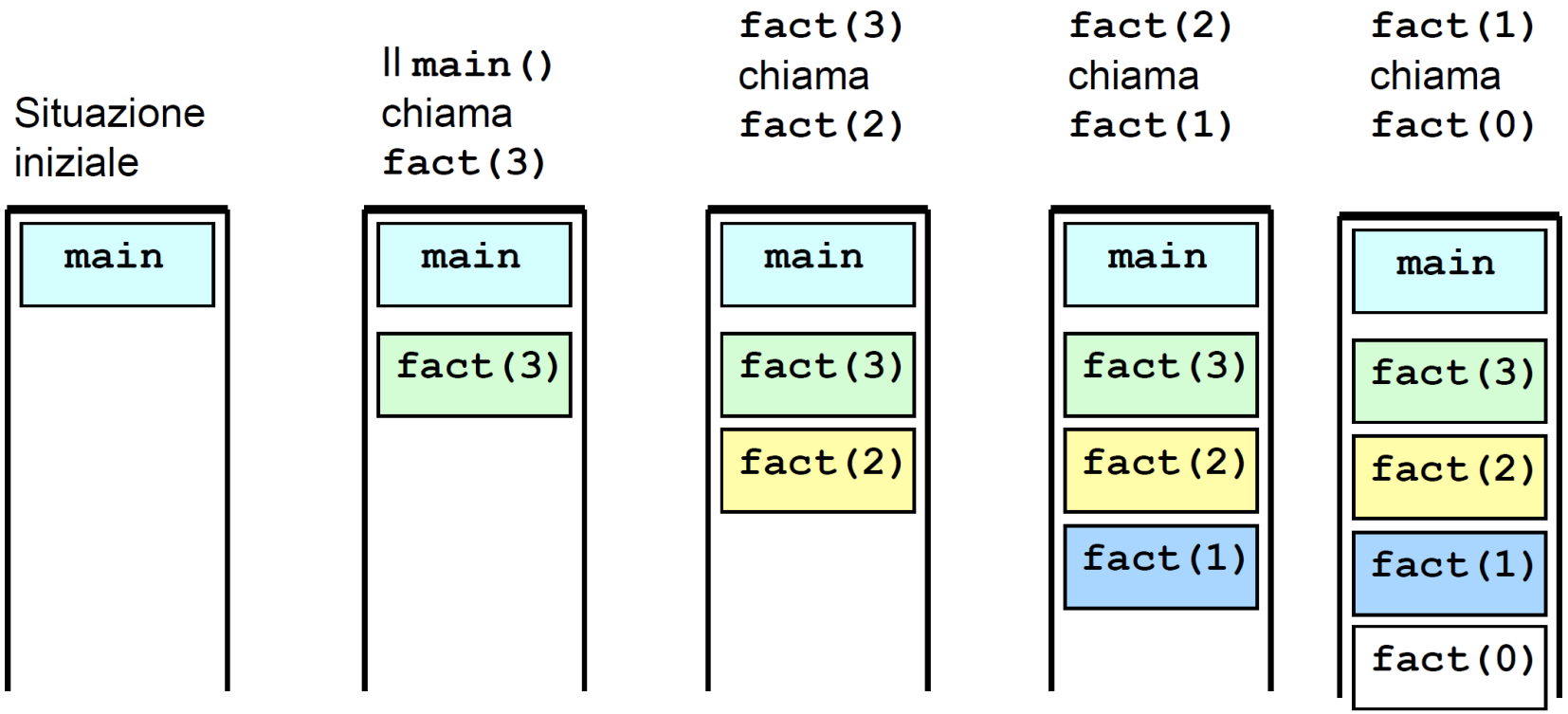
La ricorsione in C



main	fact(3)	fact(2)	fact(1)	fact(0)
Cliente di fact(3)	Cliente di fact(2) Servitore del main	Cliente di fact(1) Servitore di fact(3)	Cliente di fact(0) Servitore di fact(2)	Servitore di fact(1)

Cosa succede nello stack

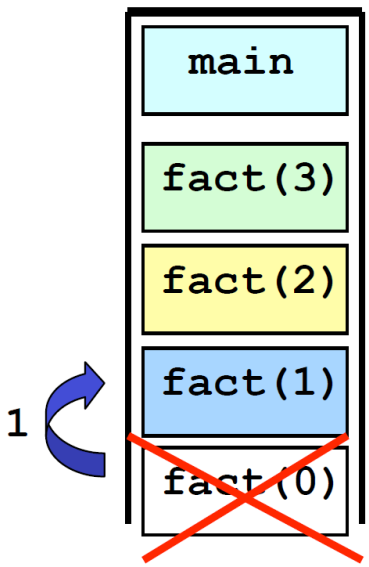
Seguiamo l'evoluzione dello stack durante l'esecuzione



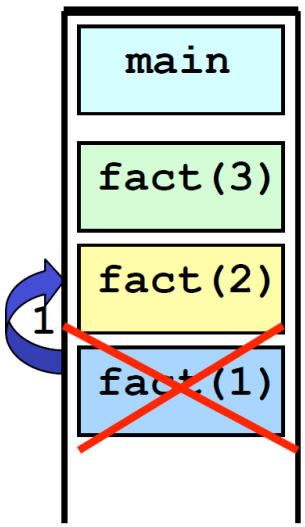
Cosa succede nello stack

Seguiamo l'evoluzione dello stack durante l'esecuzione

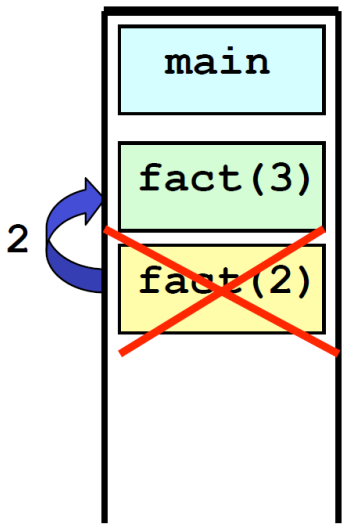
`fact(0)` termina restituendo il valore 1. Il controllo torna a `fact(1)`



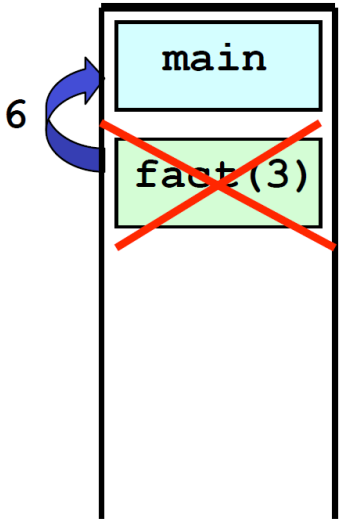
fact(1) effettua la moltiplicazione e termina restituendo il valore 1. Il controllo torna a fact(2)



fact(2) effettua la moltiplicazione e termina restituendo il valore 2. Il controllo torna a fact(3)



fact(6) effettua la moltiplicazione e termina restituendo il valore 6. Il controllo torna al main.



Ricorsione in C – Somma dei primi N naturali

Problema: calcolare la somma dei primi N naturali

Specifica: Considera la somma 1+2+3+...+(N-1)+N come composta di due termini

- (1+2+3+...+(N-1))
- N

Il primo termine non è altro che lo stesso problema in un caso più semplice: calcolare la somma dei primi N-1 interi

Valore noto

Esiste un caso banale ovvio: **CASO BASE**
la somma fino a 1 vale 1

Algoritmo ricorsivo:
Somma: N -> N

Somma(n) vale 1 se n == 1

Somma(n) vale n+Somma(n-1) se n > 0

Ricorsione in C – Somma dei primi N naturali

Codifica:

```
int sommaFinoA(int n){
    if(n==1)
        return 1;
    else
        return sommaFinoA(n-1)+n;
}
```

Ricorsione in C – Somma dei primi N naturali

```c
#include <stdio.h>

int sommaFinoA(int n);

main(){
    int dato;

    printf("\ndammi un intero positivo: ");
    scanf("%d", &dato);

    if(dato>0)
        printf("\nRisultato: %d", sommaFinoA(dato));
    else printf("ERRORE!");
}

int sommaFinoA(int n){
    if(n==1) return 1;
    else return sommaFinoA(n-1)+n;
}
```

Ricorsione in C – Somma dei primi N naturali

Esempio di esecuzione con N = 4

```
N = [4 + sommaFinoA(3) ]
N = [4 + [3+sommaFinoA(2) ] ]
N = [4 + [3+ [2+sommaFinoA(1) ] ] ]
                      ||
N = [4 + [3+ [2+      1          ] ] ]
N = [4 + [3+          3            ] ]
N = [4 +              6              ]
N=                   10
```

Funzioni: modello run-time

Ogni volta che viene invocata una funzione:

- si crea di una nuova **attivazione** (istanza) del servitore
- viene **allocata la memoria** per i parametri e per le variabili locali
- si effettua il **passaggio dei parametri**
- si **trasferisce il controllo** al servitore
- si **esegue il codice** della funzione

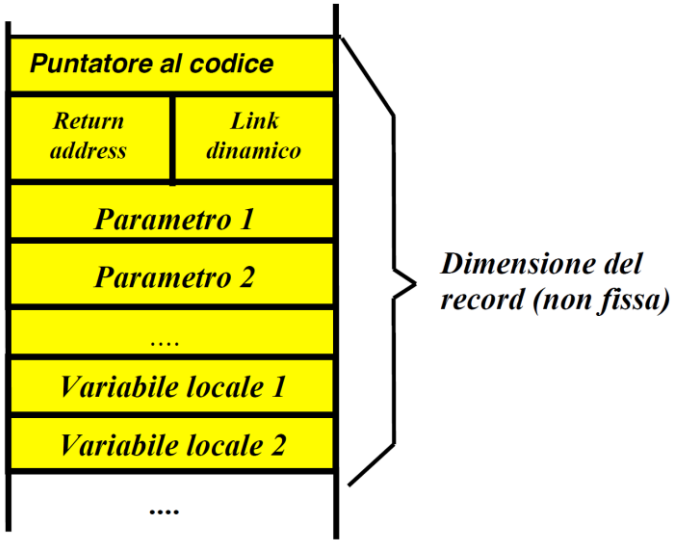
Al momento dell'invocazione:

- viene creata dinamicamente una struttura dati che contiene i binding dei parametri e degli identificatori definiti localmente alla funzione detta **RECORD DI ATTIVAZIONE**

Record di attivazione

È il "**mondo della funzione**": contiene tutto ciò che serve per la chiamata alla quale è associato:

- i **parametri** formali
- le **variabili locali**
- l'**indirizzo di ritorno** (**Return address RA**) che indica il punto a cui tornare (nel codice del cliente) al termine della funzione, per permettere al cliente di proseguire una volta che la funzione termina
- un collegamento al record di attivazione del cliente (Link Dinamico DL)
- l'**indirizzo del codice** della funzione (puntatore alla prima istruzione del corpo)



Record di attivazione

Il record di attivazione associato a una chiamata di una funzione **f**:

- è creato al momento della invocazione di **f**
- permane per tutto il tempo in cui la funzione **f** è in esecuzione
- è distrutto (deallocato) al termine dell'esecuzione della funzione stessa.

Ad ogni chiamata di funzione viene creato un nuovo record, specifico per quella chiamata di quella funzione

La dimensione del record di attivazione

- varia da una funzione all'altra
- per una data funzione, è fissa e calcolabile a priori

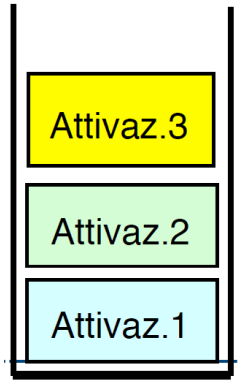
Record di attivazione

Funzioni che chiamano altre funzioni danno luogo a una sequenza di record di attivazione

- allocati secondo l'ordine delle chiamate
- deallocati in ordine inverso

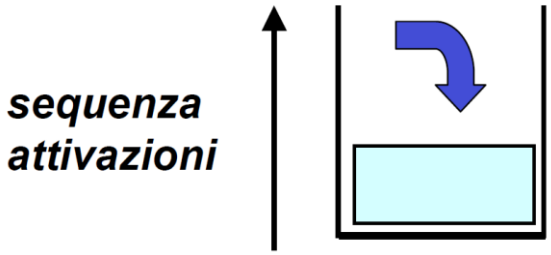
La sequenza dei link dinamici costituisce la cosiddetta catena dinamica, che rappresenta la storia delle attivazioni ("chi ha chiamato chi")

L'area di memoria in cui vengono allocati i record di attivazione viene gestita come uno **stack**

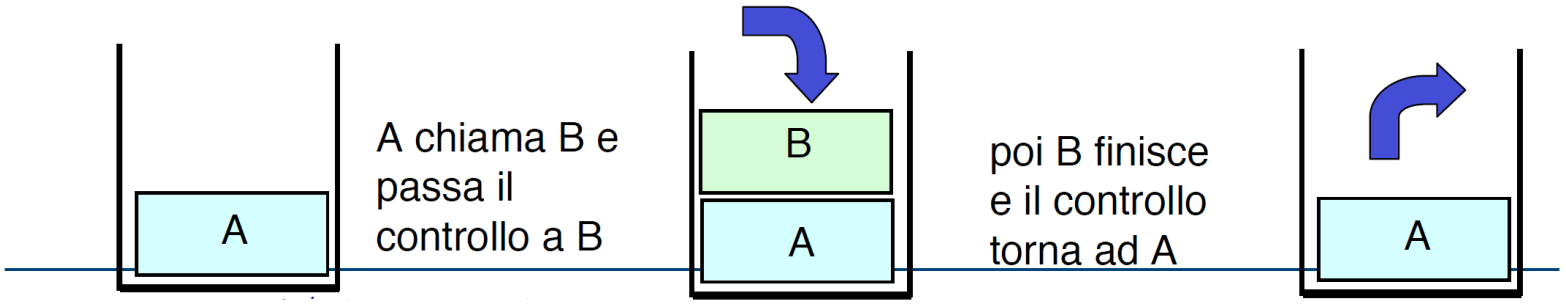


Record di attivazione

Normalmente lo STACK dei record di attivazione si disegna nel modo seguente:



Quindi, se la funzione **A** chiama la funzione **B**, lo stack evolve nel modo seguente



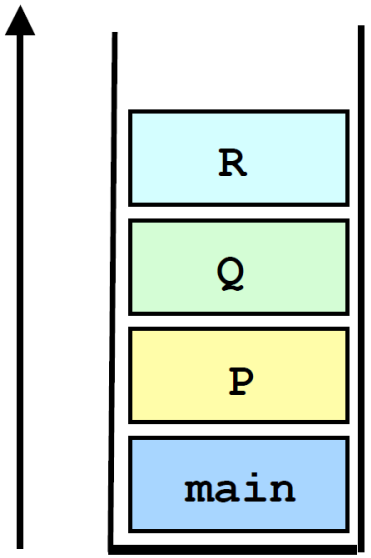
Record di attivazione

Programma:

```
int R(int A){ return A+1; }
int Q(int x){ return R(x); }
int P(void){ int a=10; return Q(a); }

main(){ int x = P(); }
```

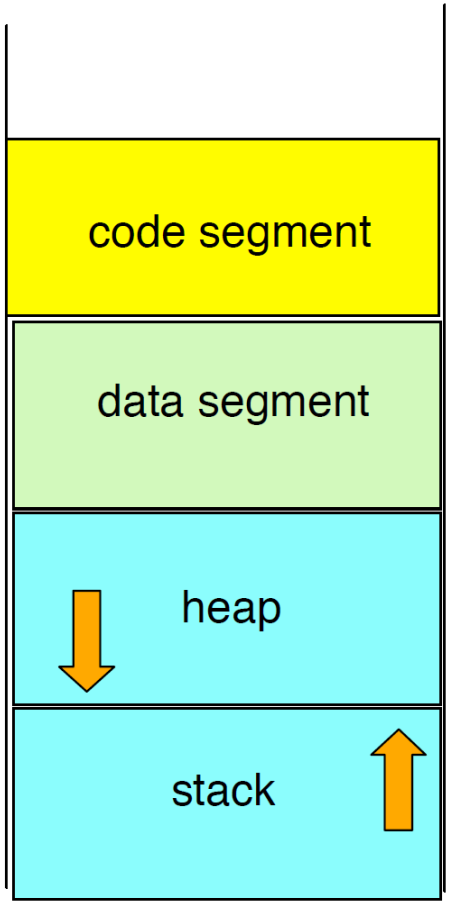
Sequenza chiamate:

S.O. → `main` → `P()` → `Q()` → `R()`



Spazio di indirizzamento

La memoria allocata a ogni programma in esecuzione è suddivisa in varie parti (segmenti), secondo lo schema seguente:



code segment: contiene il codice eseguibile del programma
data segment: contiene le variabili globali
heap: contiene le variabili dinamiche
stack: è l'area dove vengono allocati i record di attivazione

➔**Code segment** e **data segment** sono di dimensione fissata staticamente (a tempo di compilazione)

➔La dimensione dell'area associata a **stack** + **heap** è fissata staticamente: man mano che lo stack cresce, diminuisce l'area a disposizione dell'heap, e viceversa.

Spazio di indirizzamento

È possibile imporre che una variabile locale a una funzione abbia un tempo di vita pari al tempo di esecuzione dell'intero programma, utilizzando il qualificatore **static**:

```
void f(){
   static int cont=0;
    ...
}
```

la variabile **`static int cont`**:

- è creata all'inizio del programma, inizializzata a 0, e deallocata alla fine dell'esecuzione
- la sua visibilità è limitata al corpo della funzione **f**
- il suo tempo di vita è pari al tempo di esecuzione dell'intero programma
- è allocata nell'area dati globale (data segment)

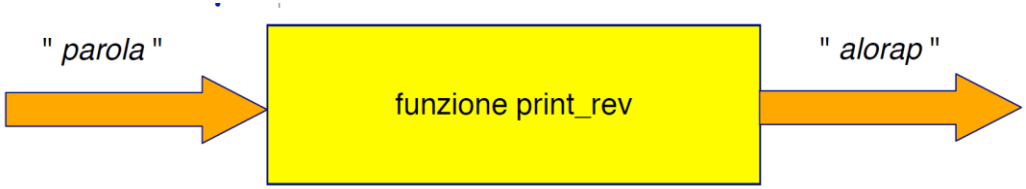
Esempio

```c
#include <stdio.h>

int f(){
    static int cont=0;
    cont++;

    return cont;
}

main(){
    printf("%d\n", f());
    printf("%d\n", f());
}
```

➔ la variabile `static int cont`, è allocata all'inizio del programma e deallocata alla fine dell'esecuzione; essa persiste tra una attivazione di **f** e la successiva: la prima **printf** stampa 1, la seconda **printf** stampa 2.

Esercizio

Scrivere una funzione ricorsiva **print_rev** che, data una sequenza di caratteri (terminata dal carattere '.') stampi i caratteri della sequenza in ordine inverso.
La funzione non deve utilizzare stringhe.
Ad esempio:



Esercizio

Osservazione: l'estrazione (**pop**) dei record di attivazione dallo **stack** avviene sempre in ordine inverso rispetto all'ordine di inserimento (**push**)

Associamo ogni carattere letto a una nuova chiamata ricorsiva della funzione

Soluzione:

```
void print_rev(char car){
  char c;

  if (car != '.'){
    scanf("%c", &c);
    print_rev(c);
    printf("%c", car);
  }
  else return;
}
```

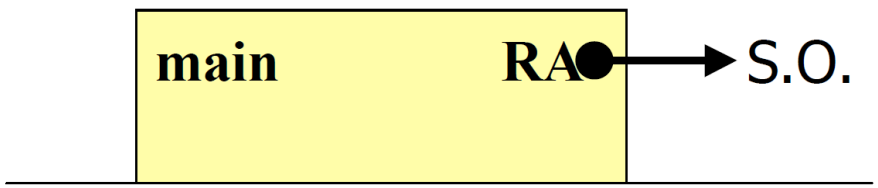
ogni record di attivazione nello **stack** memorizza un singolo carattere letto (**push**);
in fase di **pop**, i caratteri vengono stampati nella sequenza inversa

```
#include <stdio.h>
#include <string.h>

void print_rev(char car);

main(){
    char k;
    printf("\nIntrodurre una
sequenza terminata da .:\t");
    scanf("%c", &k);
    print_rev(k);
    printf("\n*** FINE ***\n”);
}
```

Esercizio

Codice

```
...
main(void)
{       ...
        print_rev(k);
}
void print_rev(char car);
{       if (car != '.')
        { ...
          print_rev(c);
          printf("%c", car);
        }
        else return;
}
```

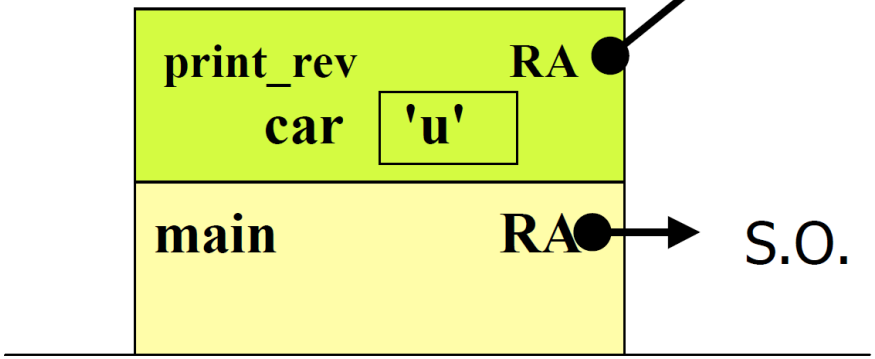


Standard Input:
"uno."

Esercizio

Codice

```
...
main(void)
{       ...
        print_rev(k);
}
void print_rev(char car);
{       if (car != '.')
        { ...
          print_rev(c);
          printf("%c", car);
        }
        else return;
}
```

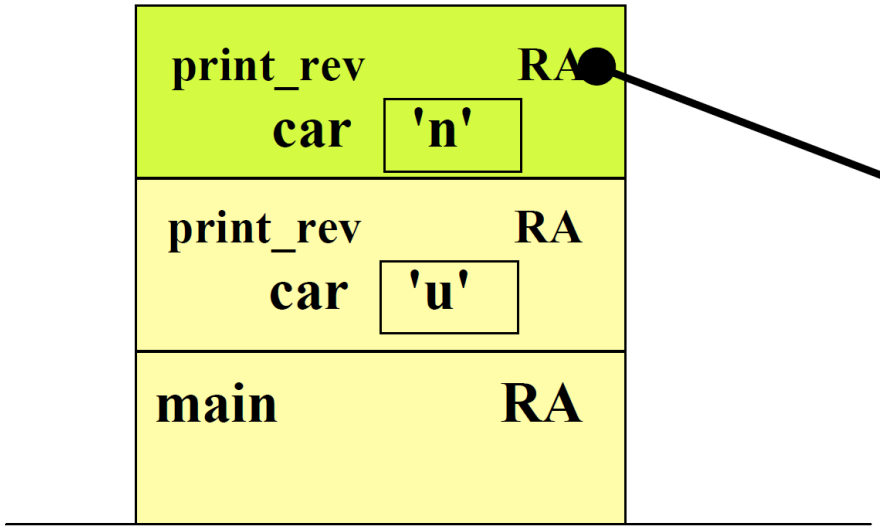


Standard Input:
"uno."

Esercizio

Codice

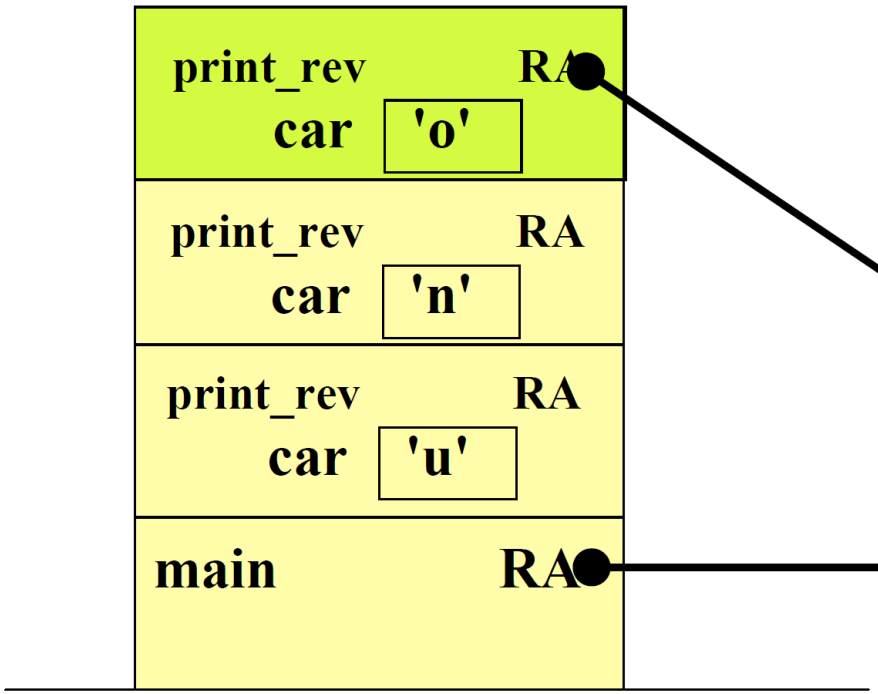
```
...
main(void)
{       ...
        print_rev(k);
}
void print_rev(char car);
{       if (car != '.')
        { ...
          print_rev(c);
          printf("%c", car);
        }
        else return;
}
```



Standard Input:

"uno."

Esercizio

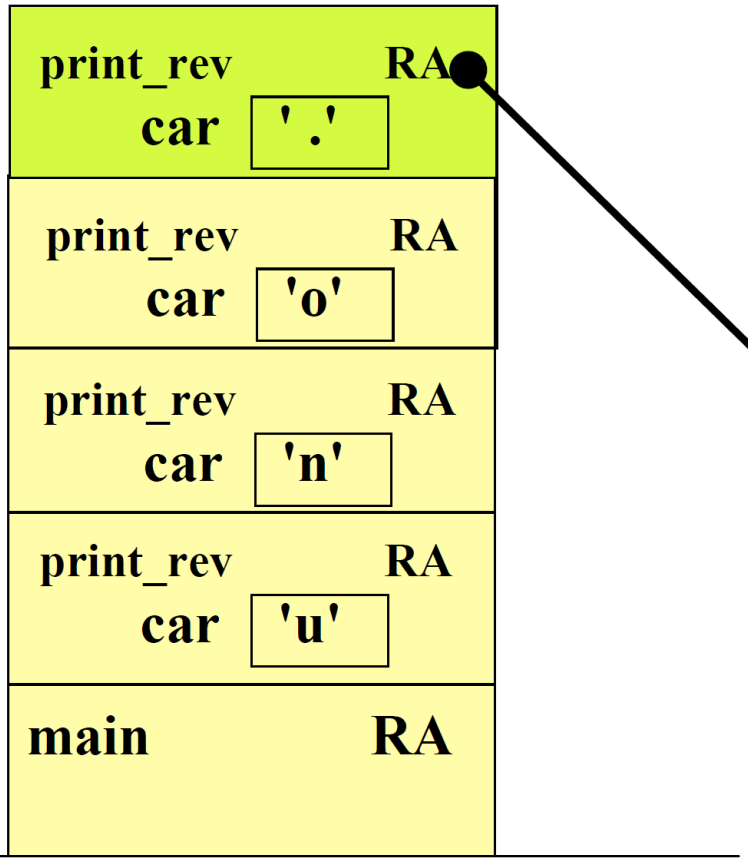


Codice

```
...
main(void)
{       ...
        print_rev(k);
}
void print_rev(char car);
{       if (car != '.')
        { ...
          print_rev(c);
          printf("%c", car);
        }
        else return;
}
```

Standard Input:
"uno."

Esercizio

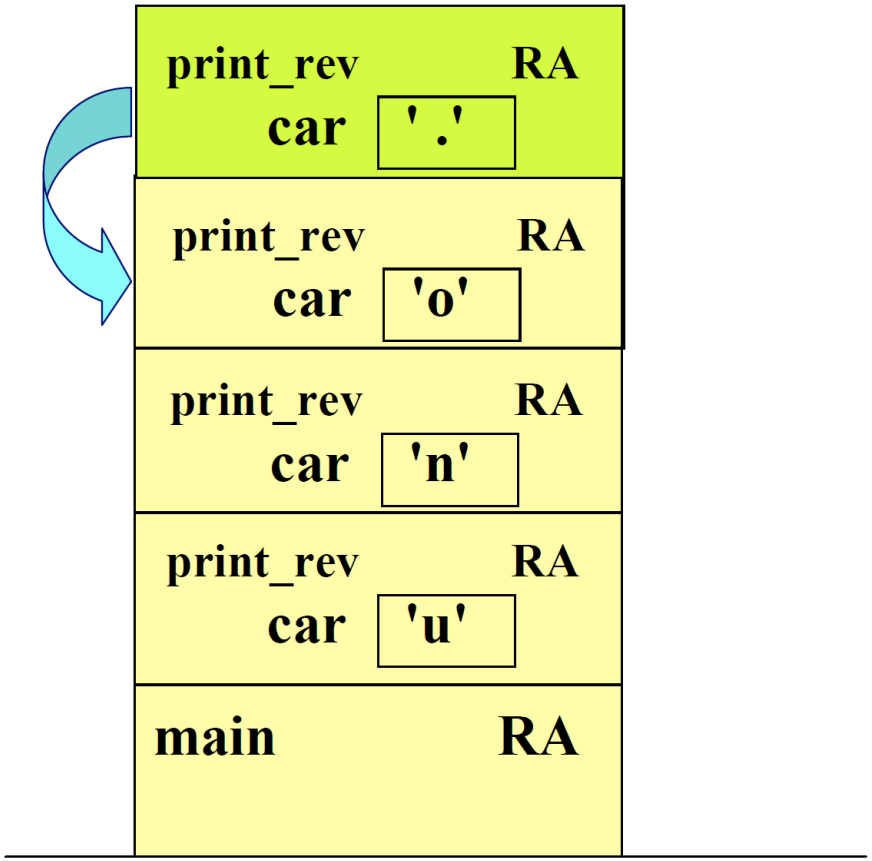


Codice

```
...
main(void)
{       ...
        print_rev(k);
}
void print_rev(char car);
{       if (car != '.')
        { ...
          print_rev(c);
          printf("%c", car);
        }
        else return;
}
```

Standard Input:
"uno.)"

Esercizio

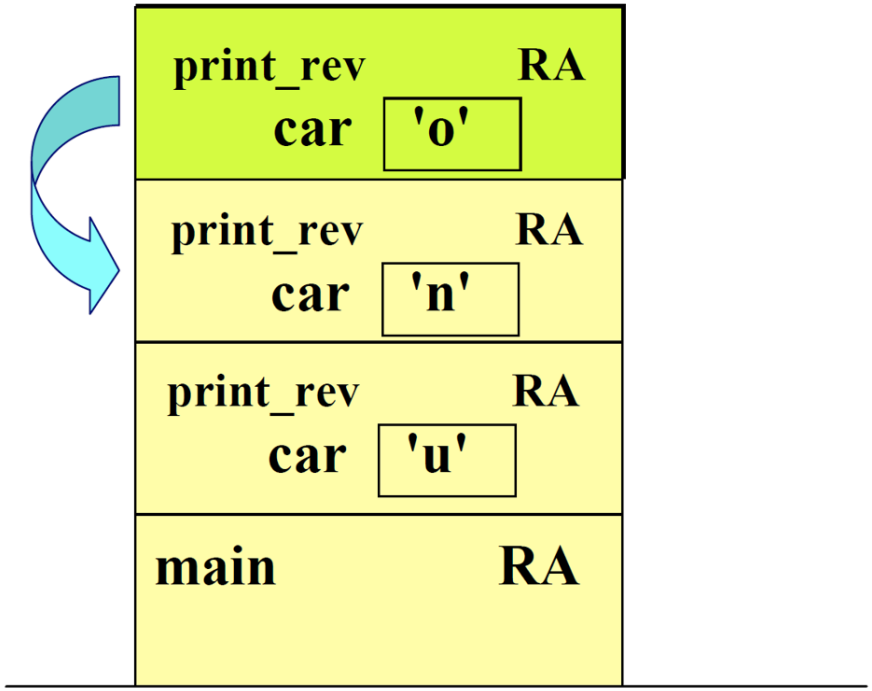


Codice

```
...
main(void)
{       ...
        print_rev(k);
}
void print_rev(char car);
{       if (car != '.')
        { ...
          print_rev(c);
          printf("%c", car);
        }
        else return;
}
```

Standard Input:
"uno."

Esercizio



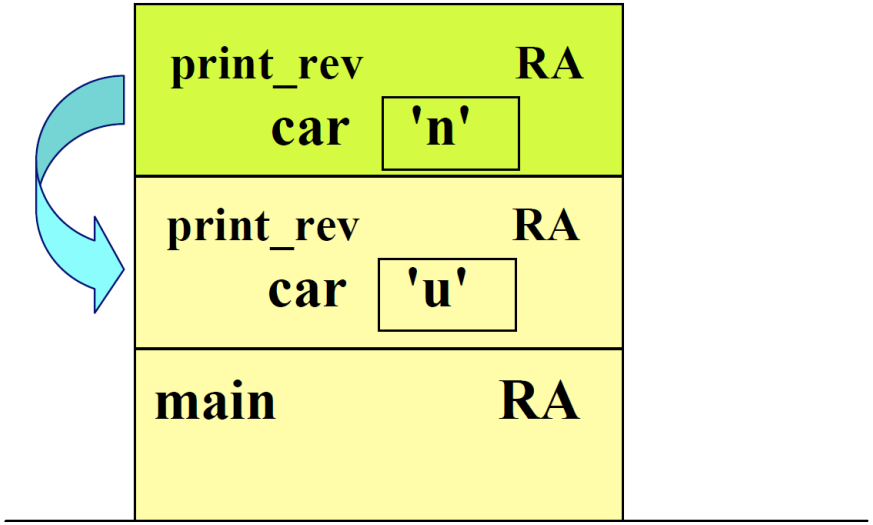
Codice

```
...
main(void)
{       ...
        print_rev(k);
}
void print_rev(char car);
{       if (car != '.')
        { ...
          print_rev(c);
          printf("%c", car);
        }
        else return;
}
```

Standard output:
"o"

Standard Input:
"uno."

Esercizio



Codice

```
...
main(void)
{       ...
        print_rev(k);
}
void print_rev(char car);
{       if (car != '.')
        { ...
          print_rev(c);
          printf("%c", car);
        }
        else return;
}
```

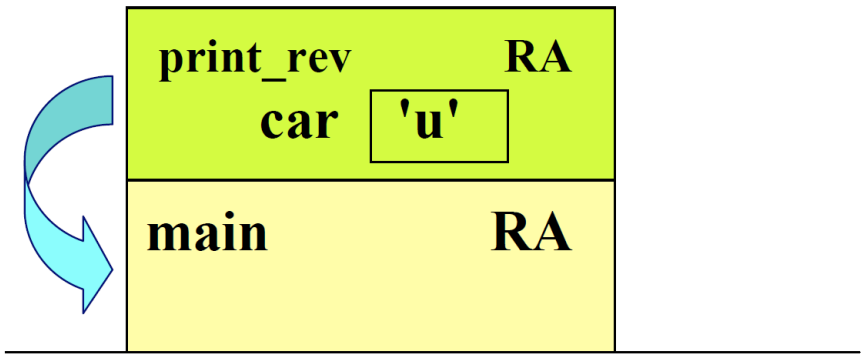
Standard output:
"on"

Standard Input:
"uno."

Esercizio

Codice

```
...
main(void)
{       ...
        print_rev(k);
}
void print_rev(char car);
{       if (car != '.')
        { ...
          print_rev(c);
          printf("%c", car);
        }
        else return;
}
```



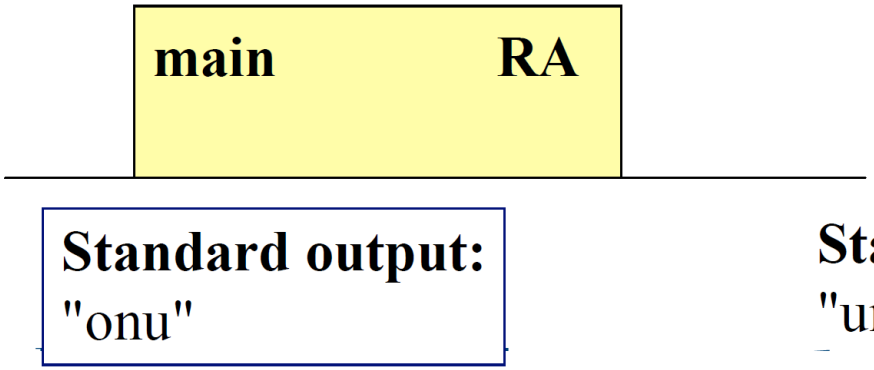
Standard output:
"onu"

Standard Input:
"uno."

Esercizio

Codice

```
...
main(void)
{       ...
        print_rev(k);
}
void print_rev(char car);
{       if (car != '.')
        { ...
          print_rev(c);
          printf("%c", car);
        }
        else return;
}
```



Standard output:
"onu"

Standard Input:
"uno."