

UNIVERSITÁ DI NAPOLI FEDERICO II
ANALISI MATEMATICA I - INFORMATICA - 03/02/2021

Nome e Cognome:	ESERCIZI	PUNTEGGIO
	1	
Matricola:	2	
	3	
	4	
	5	
	TEORIA	
	TOTALE	

1. Determinare e disegnare l'insieme di definizione della seguente funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x|x| - 1}{x}} + \frac{1}{\log_{1/2}(2^x - 1)}$$

2. Data

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\log(x)}{x-1} + 1, & \text{se } x > 1, \\ axe^{x-1}, & \text{se } x \leq 1. \end{cases}$$

Dopo aver trovato il valore di $a \in \mathbb{R}$ tale per cui f sia continua, tracciarne il grafico determinando dominio, limiti, asintoti, monotonia, estremi locali, convessità, flessi.

3. Calcolare il seguente limite

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{2x^2 + 2x} \right)^{\frac{2x+2}{x^2+2x}}.$$

4. Calcolare il seguente integrale indefinito

$$\int \frac{\sin(x) \cos(x)}{\sin^3(x) + 2 \sin^2(x) + 5 \sin(x)} dx$$

5. Studiare il carattere della seguente serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \log \left(\frac{k^4 + 2k^2 + k}{k^4 + k} \right)^k$$

Teoria: Svolgere almeno due delle seguenti domande teoriche a scelta:

- Enunciare e dimostrare il Teorema di Fermat. Fornire un esempio di una funzione che ammette un punto stazionario/critico che non sia massimo o minimo.
- Enunciare e dimostrare il Teorema fondamentale del calcolo integrale. Cosa si può dire sulla monotonia di

$$F(x) = \int_2^x \sin^2(t) dt$$

- Dimostrare che la convergenza assoluta di una serie implica la sua convergenza semplice. Fornire un esempio di serie che non converge assolutamente ma converge semplicemente.