

Analisi Matematica 1-Informatica-UniNa

Foglio 4

ESERCIZIO 1: Calcolare le derivate delle seguenti funzioni:

1. $f(x) = \frac{x^3 e^x}{x+1}$
2. $f(x) = \log\left(\frac{x^2}{x+1}\right);$
3. $f(x) = \sqrt{e^{x^2} - 1};$
4. $f(x) = 2^x \log(x^2);$
5. $f(x) = \arccos(x^2 + x);$
6. $f(x) = \arctan\left(\frac{4}{x^2}\right);$
7. $f(x) = \sin(\cos(x^2));$
8. $f(x) = \cos(x)^{\sin(x)};$
9. $f(x) = \tan(x^2 + 1);$
10. $f(x) = e^{\sin^2(x)+x};$
11. $f(x) = \arccos^3(x^2);$
12. $f(x) = \log(\cos^2(x^2)).$

ESERCIZIO 2: Determinare, se esiste, la retta tangente al grafico di $f(x)$ nel punto x_0 :

1. $f(x) = \log(x^2) + 1, \quad x_0 = e;$
2. $f(x) = (x+1)^{\frac{4}{3}} + 1, \quad x_0 = -1;$
3. $f(x) = \arctan(x^2 + 1) + 3x, \quad x_0 = 0;$
4. $f(x) = |x|^3, \quad x_0 = 0.$

ESERCIZIO 3: Determinare, se esistono, minimo e massimo assoluto di $f(x)$:

1. $f(x) = x^3 + x^2 - x, \quad x \in [-2, 3];$
2. $f(x) = \log(x^2 - 2x + 3), \quad x \in [-1, 2];$
3. $f(x) = |x^2 - x - 2|, \quad x \in \left[0, \frac{5}{2}\right];$
4. $f(x) = \begin{cases} \sin(x), & -\pi \leq x < 0, \\ -x + 1, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$

ESERCIZIO 4: Determinare la derivata di $f(x)$ stabilendo la natura degli eventuali punti di non derivabilità (punto angoloso, a tangente verticale o cuspid):

1)

$$f(x) = |x^2 - 1|e^x;$$

2)

$$f(x) = |\log(x)| + (x-2)^{\frac{1}{3}} + x^2;$$

3)

$$f(x) = \begin{cases} \log(x^2 + 1), & 0 \leq x < 1, \\ x^2 + 1, & 1 \leq x < 2, \\ 2e^{2x-4} + 3, & 2 \leq x < 3; \end{cases}$$

ESERCIZIO 5: Determinare $a, b \in \mathbb{R}$ tali che $f(x)$ sia derivabile:

1)

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{x^2-1}, & 0 < x < 1, \\ 2, & x = 1, \\ a \log(x^2) + b, & 1 \leq x < 2; \end{cases}$$

2)

$$f(x) = \begin{cases} e^{x^2} + \log^2(x), & 0 < x < 1, \\ ax^2 + b, & 1 \leq x < 2. \end{cases}$$