

Elementi di informatica teorica

Prova scritta

16 febbraio 2022

1. Sia $A = \{a, b\}$, $L \subset A^*$,

$L = \{w \mid \text{la lunghezza di } w \text{ è un multiplo di 3 e } w \text{ termina con } ba \text{ o con } ab\}.$

Scrivere un'espressione regolare α tale che $\langle \alpha \rangle = L$.

2. Sia $L_1 = \{a^n b^m \mid n, m > 0 \text{ e } n \neq m\}$. Scrivere le regole di una grammatica CF G tale che $L(G) = L_1^*$.
3. Mostrare che il linguaggio L_1 dell'esercizio 2 non è regolare.
4. Sia $S = \{\langle m, n \rangle \mid m \text{ ed } n \text{ sono coprimi}\}$. Mostrare che S è un insieme ricorsivo primitivo. (NB: Due numeri naturali si dicono *coprimi* se il loro massimo comun divisore è 1.)
5. Specificare un predicato calcolabile $P(x, y)$ tale che $B = \{x \mid \forall y P(x, y)\}$ non è un insieme r.e. e \bar{B} è un insieme r.e.
6. Sia $f(x)$ una funzione calcolabile e sia

$$C = \{x \mid f(x) \in D\}$$

dove D è un insieme ricorsivo. Mostrare che anche C è un insieme ricorsivo.