## ESERCIZI 10

**1.** Dato uno spazio euclideo di dimensione finita e un suo riferimento cartesiano, spiegare come si rappresenta un suo sottospazio euclideo nel riferimento cartesiano fissato.

**2.** Fissato un riferimento cartesiano di uno spazio euclideo di dimensione 3, si considerino i punti $A(1,-1,2)$, $B(2,1,-1)$, $C(0,1,2)$. Tenendo conto del fatto che due vettori sono paralleli se formano un insieme linearmente dipendente,

(i) determinare *un* punto $D$ tale che il vettore $\overrightarrow{CD}$ sia parallelo al vettore $\overrightarrow{AB}$.

(ii) Determinare *il* punto $E$ tale che il vettore $\overrightarrow{CE}$ sia *uguale* al vettore $\overrightarrow{AB}$.

**3.** Fissato un riferimento cartesiano di uno spazio euclideo di dimensione 3, si consideri la retta $r$ passante per il punto $P(2,1,0)$ e con giacitura $\overrightarrow{r} = \mathcal{L}(u)$, dove $u$ è il vettore di componenti $(3,-2,1)$.

(i) Determinare la giacitura di un piano che sia parallelo a $r$.

(ii) Determinare la giacitura di un piano che *non* sia parallelo a $r$.

**4.** Fissato un riferimento cartesiano di un piano euclideo, si considerino i punti $A(1,-1)$, $B(-1,-3)$ e $C(1,1)$. Determinare le componenti del vettore $\overrightarrow{AB}$ e quelle del vettore $\overrightarrow{BC}$. Dire se $A$, $B$ e $C$ sono allineati (tre punti si dicono allineati se appartengono a una stessa retta).

**5.** Fissato un riferimento cartesiano di uno spazio euclideo di dimensione 2, si considerino i punti $A(1,1)$, $B(2,2)$, $C(0,0)$, $D(3,-2)$.

(1) Dire se tra i punti dati ce ne sono tre allineati (ossia, che sono contenuti in una stessa retta) e, in tal caso, scrivere la retta che contiene i tre punti.

(2) Rappresentare la retta $r$ per $B$ e $D$.

(3) Rappresentare la retta $s$ per $C$ di vettore direzionale $\mathbf{v}(0,1)$ (ossia, la sua giacitura è generata da $\mathbf{v}$).

(4) Rappresentare la retta per $D$ con stessa giacitura della retta $s$.

**6.** Fissato un riferimento cartesiano in uno spazio euclideo di dimensione 3:

(1) rappresentare la retta passante per $P(1,3,-2)$ e con giacitura $\mathcal{L}(v(2,0,1)$;

(2) rappresentare il piano (sottospazio di dimensione 2) per il punto $Q(2,1,1)$ e giacitura $\mathcal{L}(u(3,1,2),u'(1,1,1))$; dimostrare che la giacitura della retta considerata nel punto (1) è contenuta nella giacitura di questo piano;

(3) rappresentare la retta $s$ per $C(2,1,0)$ e con giacitura $\mathcal{L}(v(2,3,1)$; determinare l'intersezione di questa retta con il piano considerato al punto (2).

**7.** Fissato un riferimento cartesiano di uno spazio euclideo di dimensione 3, si considerino la retta $s : \begin{cases} x+z+2 &= 0 \\ -x+2y+1 &= 0 \end{cases}$ e il punto $B(1,0,1)$.

(a) Calcolare un vettore direzionale di $s$.

(b) Dire se la retta $s' : \begin{cases} x &= 1+t \\ y &= 2t \\ z &= 1+2t \end{cases}$ è incidente, parallela o sghemba con $s$ (due rette sono sghembe se non sono incidenti e non sono parallele).

(c) Determinare il piano per $B$ contenente $s$. Questo piano è parallelo a $s'$?

(d) Determinare una retta $r$ passante per $B$ e incidente $s$. Rappresentare il piano che contiene $r$ ed $s$.