

ESERCIZI 12-1

1. Cosa sono gli autovalori e gli autovettori di un endomorfismo T ? Che relazione c'è con gli autovalori e gli autovettori di una matrice associata a T in un riferimento fissato? Come si calcolano?

2. Data l'applicazione lineare $f : \mathbb{R}[x]_{\leq 2} \rightarrow \mathbb{R}[x]_{\leq 2}$ con matrice associata $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ nel riferimento $\mathcal{R} = (1, 1+x, x+x^2)$, calcolarne autovalori e autospazi.

3. Determinare la matrice associata all'applicazione lineare $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ tale che $f((x, y, z)) = (2y + z, x - y + z)$, nei riferimenti $\mathcal{R} = ((0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0))$ e $\mathcal{R}' = ((1, 2), (-1, 0))$.

4. Se $\mathcal{B} = (u, v, w)$ è una base di V di uno spazio vettoriale V su \mathbb{R} e $f : V \rightarrow V$ è l'endomorfismo di V tale che $f(u) = u + w$, $f(v) = -u + v + w$ e $f(w) = v + 2w$,

- (i) spiegare perché il vettore $u + v - w$ è autovettore di f ;
- (ii) spiegare perché f non è iniettiva;
- (iii) scrivere la matrice A associata a f nella base ordinata \mathcal{B} .

5. Determinare la matrice A associata all'endomorfismo $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ tale che $f((x, y, z)) = (4x + 3y - 3z, 6x + y - 3z, 12x + 6y - 8z)$ nel riferimento $\mathcal{R} = ((1, 0, 1), (0, 1, 0), (0, 0, 1))$.

Calcolare autovalori e autospazi dell'endomorfismo f .