纳什均衡

（占优策略，占优策略）

（占优策略，最佳应对）

（最佳应对，最佳应对）

“三客户”博弈的解

		公司2		
		A	B	C
公司1	A	4, 4	0, 2	0, 2
	B	0, 0	1, 1	0, 2
	C	0, 0	0, 2	1, 1

- 策略组（A，A）中的两个策略互为最佳应对

纳什均衡：互为最佳应对的策略组

协调博弈

		你的搭档	
		北门	南门
你	北门	1，1	0，0
	南门	0，0	1，1

- 有两个纳什均衡（北门，北门）和（南门，南门）
- 如何预测协调博弈中参与人的行为？

鹰鸽博弈的推理

		参与人2	
		鸽派	鹰派
参与人1	鸽派	3，3	1，5
	鹰派	5，1	0，0

- 两个均衡，不能推断到底哪个均衡会出现
- 一般来说，纳什均衡概念能有助于缩小预测范围，但它并不一定能给出唯一的预测

- 占优策略，严格占优策略
- 最佳应对，严格最佳应对
- 互为最佳应对策略组 → 纳什均衡
- 具有多个纳什均衡的博弈

如果不存在纳什均衡，该怎么办？

一个不存在纳什均衡的博弈

- 硬币配对—“零和博弈”（zero sum game）
  – 你和他各持一枚硬币，分别决定出手中硬币的某一面。若你们硬币的朝向相同，他将赢得你的硬币。反之，你将赢得他的硬币。

		他	
		正面H	反面T
你	正面H	-1，+1	+1，-1
	反面T	+1，-1	-1，+1

此时，不存在一组互为最佳应对策略

混合策略的引入

- 引入随机性，考虑参与人将以一定的概率在不同策略间进行选择，一个概率对应一个“策略”（称为混合策略）。此时，选择策略就是选择概率，而博弈矩阵中给出的选项称为纯策略
  - 一般地，混合策略是一个概率分布，双策略情形等价为一个概率
- 通常，在有两个纯策略H和T的情形，我们说
  - 你的策略是概率 p，是指你以概率 p执行H；以概率 1-p 执行T
  - 他的策略是概率 q，是指他以概率 q执行H，以概率 1-q 执行T

作为博弈，三要素齐了没有？

	H	T
H	-1，+1	+1，-1
T	+1，-1	-1，+1

• 参与人	✔
• 策略（概率）	✔
• 回报	?

此时的策略是在两种固定（纯）策略上选择的概率，每一组纯策略是对应有固定收益的。因而，从概率意义出发，此时的收益应该体现一种在两种纯策略上的“平均”（期望）。

		他	
		H(0.3)	T(0.7)
你	H(0.6)	-1，+1	+1，-1
	T(0.4)	+1，-1	-1，+1

你的回报

＝ 0.6*0.4 ＋ 0.4*（-0.4）

＝ 0.08

你的回报 ＝ 0.6*你选H的回报 ＋ 0.4*你选T的回报

你选H的回报 ＝ 0.3*他选H时你选H的回报 ＋ 0.7*他选T时你选H的回报

＝ 0.3*（-1）＋ 0.7*（1）＝ 0.4

你选T的回报 ＝ 0.3*他选H时你选T的回报 ＋ 0.7*他选T时你选T的回报

＝ 0.3*（1）＋ 0.7*（-1）＝ -0.4

但是，在研究一个混合策略博弈的时候，我们一般并不关心在每个策略下的具体回报情况，而是关心是否能达到均衡？在什么混合策略组下达到均衡？哪两个概率是互为最佳应对？

硬币匹配博弈中的混合策略均衡求解

		他	
		正面H（q）	反面T（1-q）
你	正面H（p）	-1，+1	+1，-1
	反面T（1-p）	+1，-1	-1，+1

他出H的回报：p*1+(1-p)*(-1)=2p-1
他出T的回报：p*(-1)+(1-p)*1=-2p+1

2p-1=-2p+1
p=0.5

（0.5,0.5）是这个硬币配对博弈的混合策略纳什均衡
（符合直觉）

持球抛球博弈的混合策略均衡

		防守方	
		防守抛球（q）	防守持球（1-q）
进攻方	抛球（p）	0，0	10，-10
	持球（1-p）	5，-5	0，0

（p，q）＝（1/3,2/3）是互为最佳应对的概率策略

进一步的问题

- 是不是，如果一个博弈没有纯策略意义下的均衡，就一定有混合策略均衡？
- 一个博弈，如果有纯策略意义下的均衡，还可能有混合策略均衡吗？

纳什的奠基性贡献：证明了具有有限参与者和有限纯策略集的博弈一定存在纳什均衡（包括混合策略均衡）

兼具纯策略和混合策略均衡的博弈

		你的搭档	
		PPT(q)	Keynote
你	PPT(p)	1，1	0，0
	Keynote	0，0	2，2

- 两个纯策略均衡（PPT, PPT）和（Keynote, Keynote）
- 试求混合策略均衡：$q=2(1-q)$，$q=2/3$；$p=2(1-p)$，$p=2/3$