人群与网络
社会网络中的计算思维方法

关于第二周学习内容的延伸讨论

同质性：
相似←→相聚

现象、测量（抽象）、机理、应用

选择，影响，场合，可变特征，固有特征，社团闭包，会员闭包，…

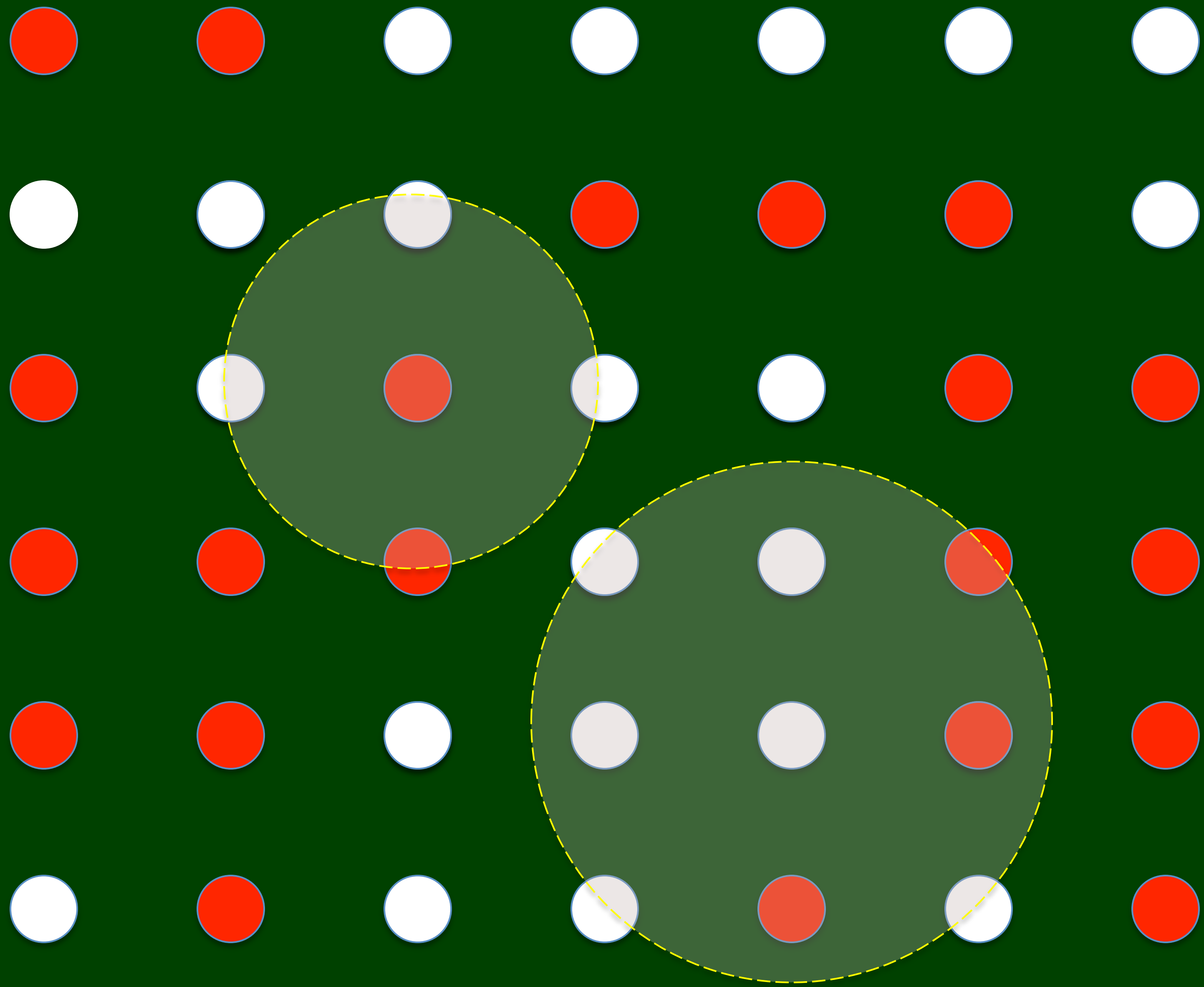
现实生活中同质性的体现（谚语，俗语）

分析语言

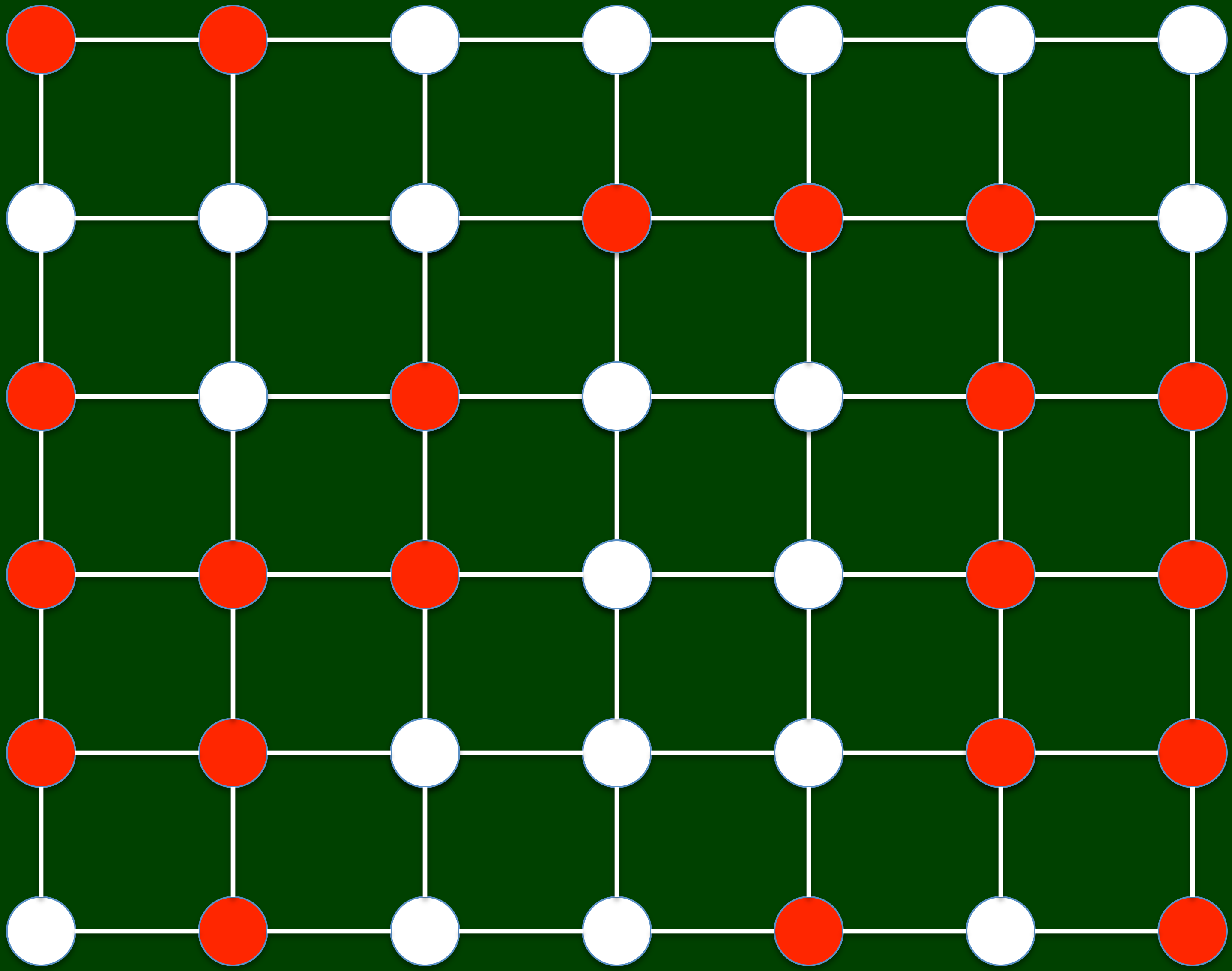
- ✓ 因选了同一门课程，两位同学相识了
- ✓ 两人因为都是处女座这件事而成为了朋友
- ✓ 受朋友的邀请，终于玩起了微信
- ✓ 夫妻相
- ✓ 篮球队的人个子都挺高
- ✓ 百度公司北大毕业生多

- 可变特征，场合
- 选择，社团闭包
- 固有特征，选择
- 会员闭包，影响
- 选择，影响
- 选择，固有特征
- 影响，会员闭包

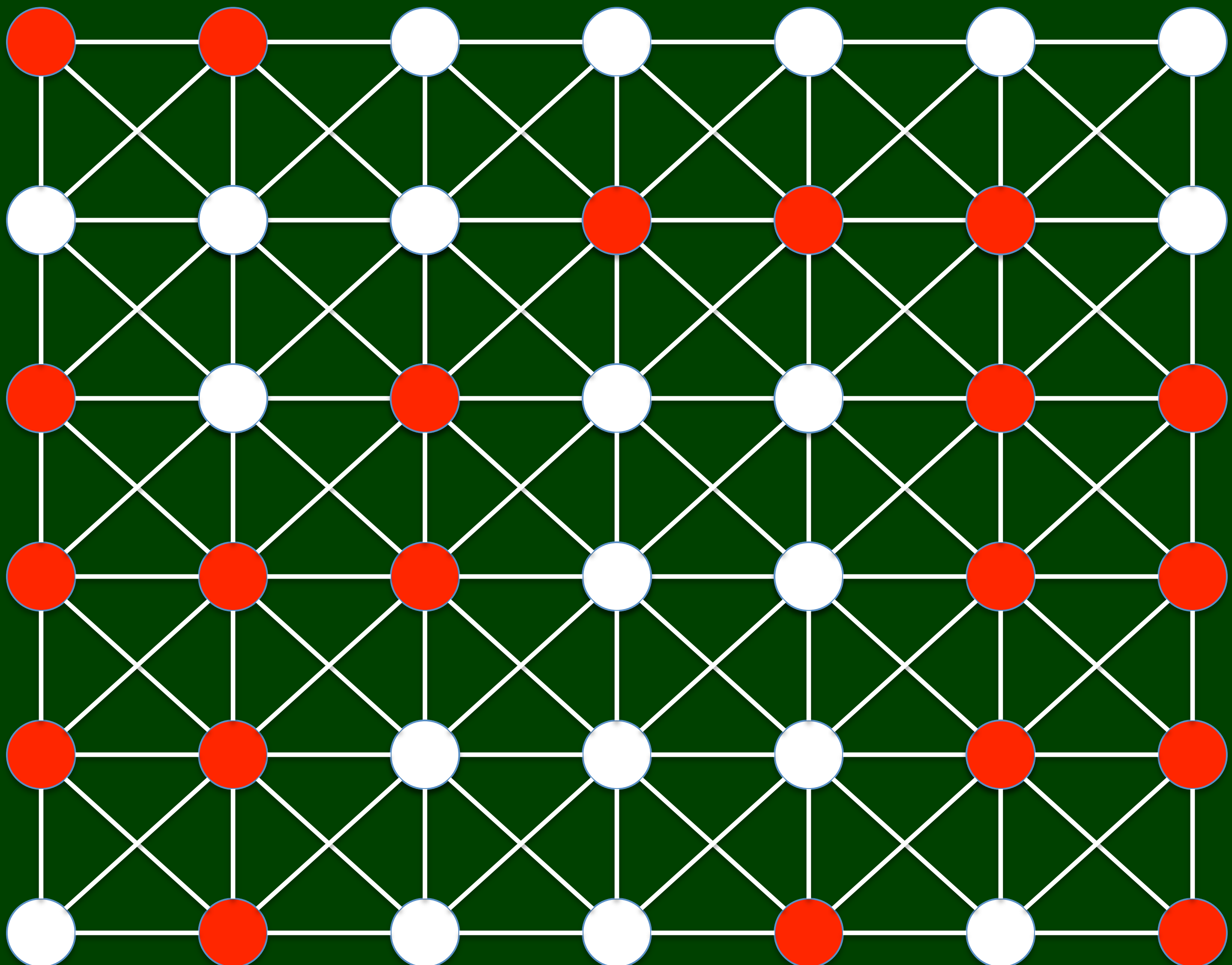
同质性现象在这照片中有没有体现？



- 想像这么些本来相互不认识的人如此站在那里，相邻间距为1。在一定范围内，人们会打招呼，从而变得相识，于是形成一个社交网络。



- 假设距离为1者之间为朋友（相识）



- 假设距离为√2者之间为朋友（相识）

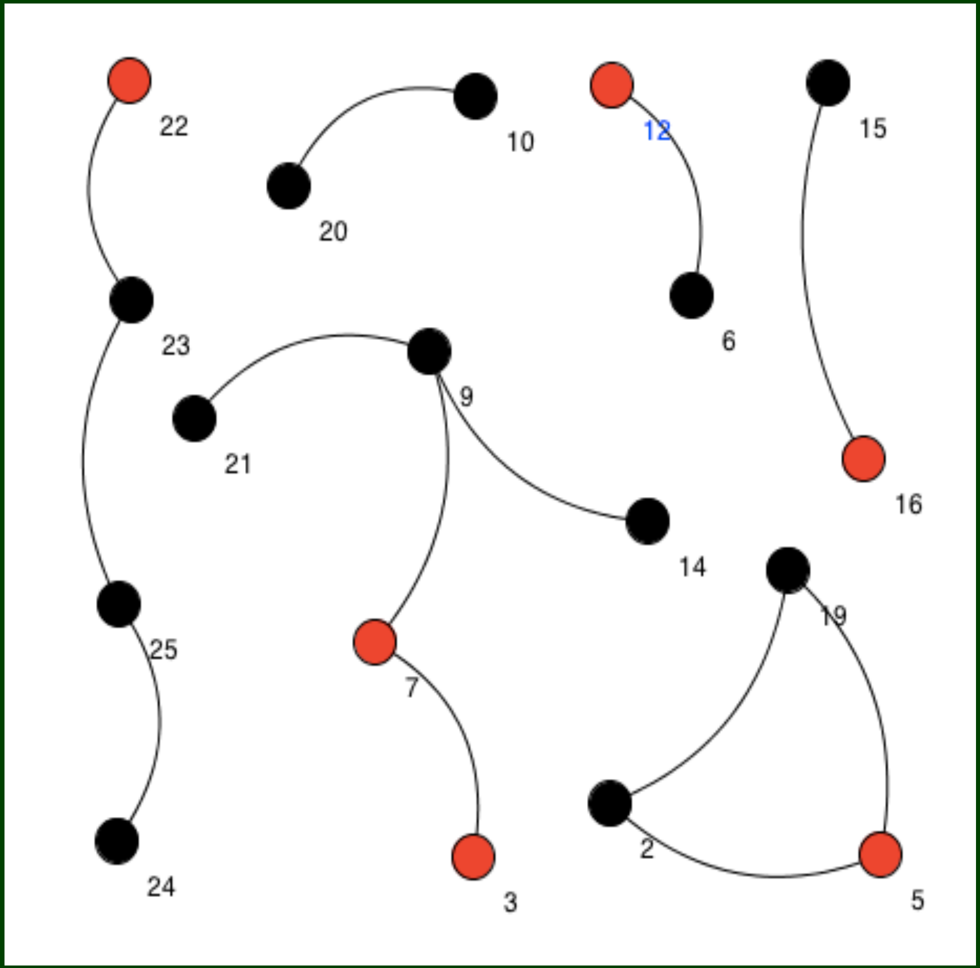
同质性的测量

- 在讲课视频中，我们采用了与教材稍有不同，但等价的准则，说的是：

$\dfrac{\text{同端点边数}}{\text{所有边数}} > p^2+q^2$，则 …	$\dfrac{\text{异端点边数}}{\text{所有边数}} < 2pq$，则 …

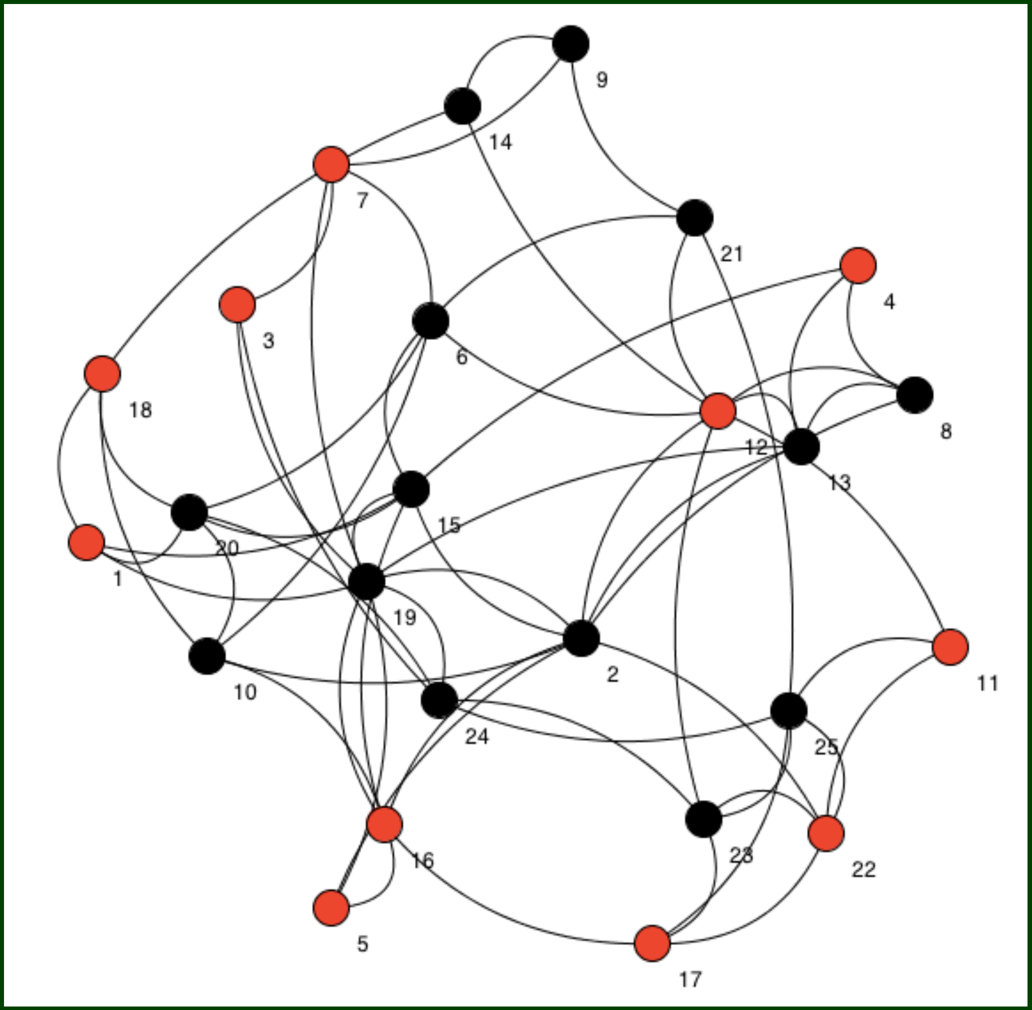
为什么它们是等价的？

同质性测量



- 18个节点，其中红色6个，黑色12个
- 13条边，其中两端都是红色节点的有1条，黑色6条，不同色6条

同质性测量



- 25个节点，其中红色11个，黑色14个
- 62条边，其中两端都是红色节点的有7条，黑色22条，不同色33条

同质性的机理

东方
古老智慧

物以类聚
人以群分

近朱者赤
近墨者黑

西方
现代概念

选择
（selection）

社交影响
（influence）

抽象：
人、场合及其关系

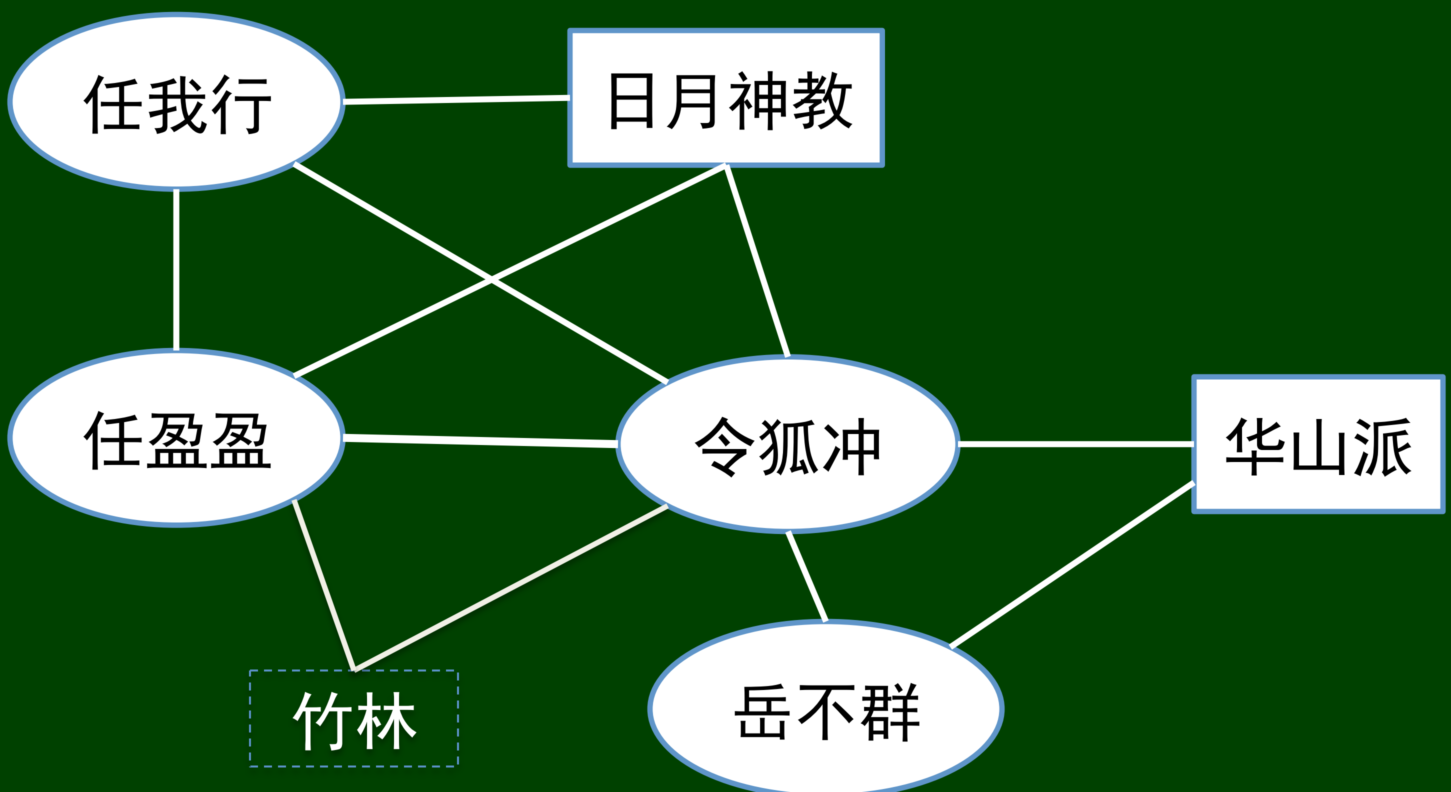
社会归属
网

让我们能够讨论
网络在一定环境
下的演化过程

社团闭包

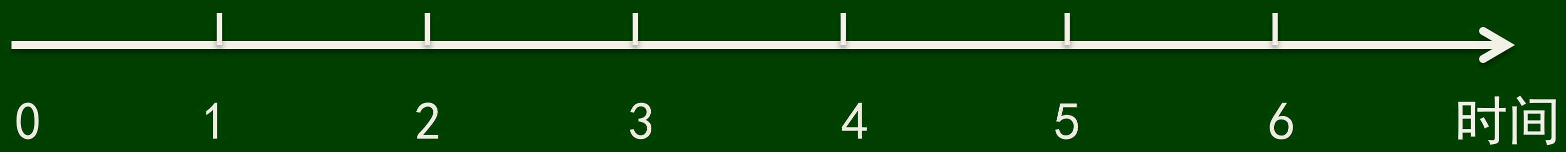
会员闭包

武侠小说中的闭包

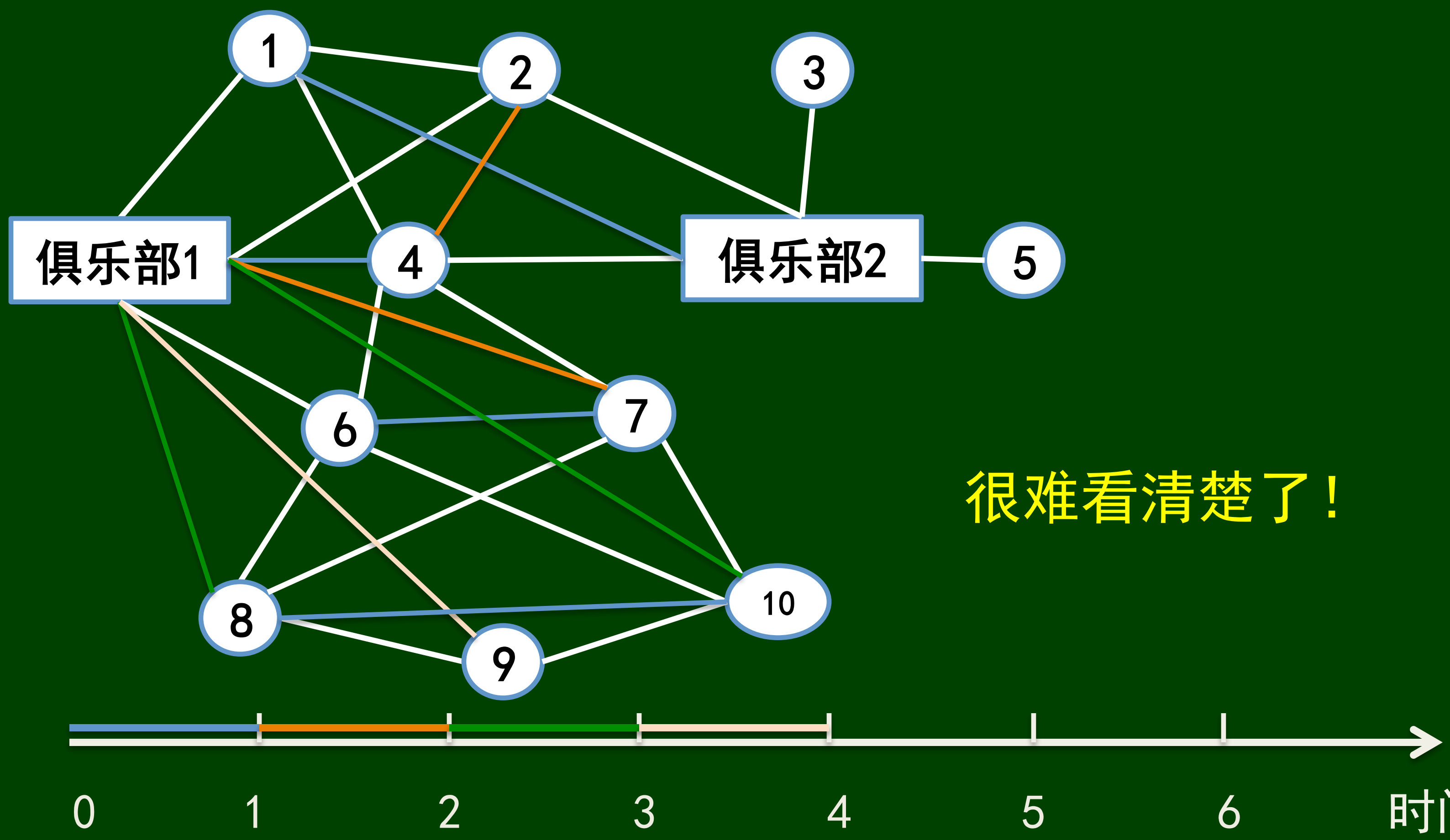


基于三元闭包与同质性机理
考察社会（归属）网络结构的变化

- 假设
  - 如果两个不相识的人有了3个或更多共同朋友，则他们下一时点前会成为朋友
  - 如果某人有2个或更多朋友参加了某个俱乐部，则他在下一时点前参加该俱乐部
  - 如果两个不相识的人参加了2个或更多相同的俱乐部，则他们在下一时点前会成为朋友



基于三元闭包与同质性机理
考察社会归属网结构的变化



很难看清楚了！

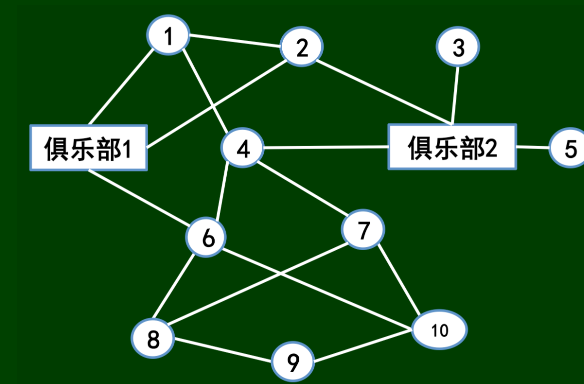
我们希望有一个“自动化”方法

1 2 3 ...... n

A＝ 邻接矩阵（0，1）

1 2 … m

B＝ 归属矩阵（0，1）



$$
\begin{array}{c}
\left(\begin{array}{cccccccccc}
0&1&0&1&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&1&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&0&1&0&1\\
0&0&0&1&0&0&0&1&0&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&1&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&1&0
\end{array}\right)
\end{array}
\begin{array}{c}
1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10
\end{array}
\quad
\left(\begin{array}{cc}
1&0\\
1&1\\
0&1\\
0&1\\
0&1\\
1&0\\
0&0\\
0&0\\
0&0\\
0&0
\end{array}\right)
$$

n: 人物节点个数

m: 社交聚点个数

A(i,j): i与j的连接关系

B(i,j): i是否加入j

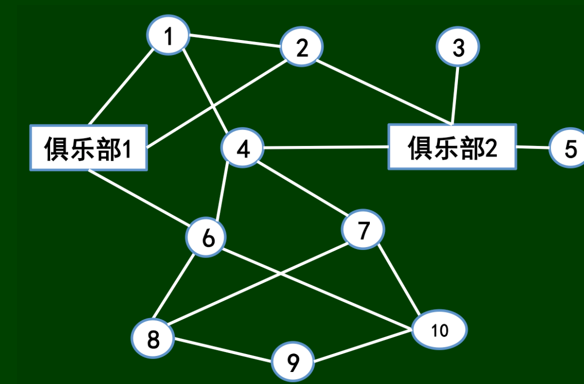
A(i,*): A的第i行向量

B(*,j): B的第j列向量

邻接矩阵的两个行向量内积结果有什么含义？

希望有一个“自动化”方法（续）

$$A = \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} 1 & 2 & 3 & \ldots\ldots & n \end{array} \\ \left(\begin{array}{c} \text{邻接矩阵} \\ (0,\ 1) \end{array} \right) \end{array} \qquad B = \begin{array}{c} \begin{array}{cccc} 1 & 2 & \ldots & m \end{array} \\ \left(\begin{array}{c} \text{归属矩阵} \\ (0,\ 1) \end{array} \right) \end{array}$$



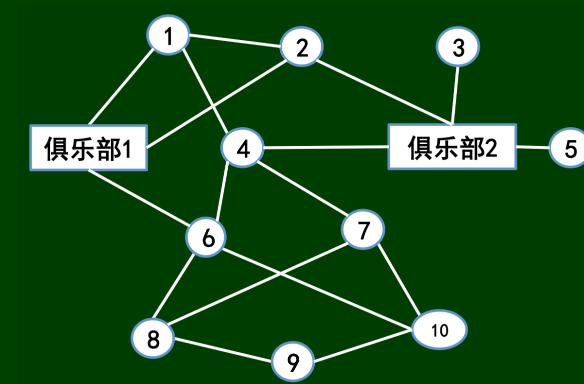
$$\left(\begin{array}{cccccccccc} 0&1&0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0&1&1&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&1&0&1 \\ 0&0&0&1&0&0&0&1&0&1 \\ 0&0&0&0&0&1&1&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&1 \\ 0&0&0&0&0&1&1&0&1&0 \end{array} \right) \quad \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} \quad \begin{array}{c} \\ \rightarrow \\ \\ \\ \\ \rightarrow \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \left(\begin{array}{c} 1\ 0 \\ \boxed{1\ 1} \\ 0\ 1 \\ 0\ 1 \\ 0\ 1 \\ \boxed{1\ 0} \\ 0\ 0 \\ 0\ 0 \\ 0\ 0 \\ 0\ 0 \end{array} \right)$$

n: 人物节点个数
m: 社交聚点个数
A(i,j): i与j的连接关系
B(i,j): i是否加入j
A(i,*): A的第i行向量
B(*,j): B的第j列向量

归属矩阵的两个行向量内积结果有什么含义？

我们希望有一个“自动化”方法

$$A = \begin{array}{c} \quad 1 \quad 2 \quad 3 \ldots\ldots \quad n \\ \left(\begin{array}{c} \text{邻接矩阵} \\ (0,\ 1) \end{array} \right) \end{array} \qquad B = \begin{array}{c} \quad 1 \quad 2 \ldots \quad m \\ \left(\begin{array}{c} \text{归属矩阵} \\ (0,\ 1) \end{array} \right) \end{array}$$



$$\begin{array}{cc} \left(\begin{array}{cccccccccc} 0&1&0&1&0&0&0&0&0&0 \\ 1&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ \boxed{1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0} \\ 0&0&0&0&0&0&0&0&0&0 \\ 0&0&0&1&0&0&0&1&0&1 \\ 0&0&0&1&0&0&0&1&0&1 \\ 0&0&0&0&0&1&1&0&1&0 \\ 0&0&0&0&0&0&0&1&0&1 \\ 0&0&0&0&0&1&1&0&1&0 \end{array} \right) & \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \\ 9 \\ 10 \end{array} \end{array} \qquad \left(\begin{array}{cc} 1&0 \\ 1&1 \\ 0&1 \\ 0&1 \\ 0&1 \\ 1&0 \\ 0&0 \\ 0&0 \\ 0&0 \\ 0&0 \end{array} \right)$$

n: 人物节点个数
m: 社交聚点个数
A(i,j): i与j的连接关系
B(i,j): i是否加入j
A(i,*): A的第i行向量
B(*,j): B的第j列向量

邻接矩阵的一行与归属矩阵一列内积结果有什么含义？

于是我们就有了一个方法

$$A=\begin{array}{c} \quad 1 \quad 2 \quad 3 \ldots\ldots \quad n \\ \begin{pmatrix} \text{邻接矩阵} \\ \text{（0，1）} \end{pmatrix} \end{array} \qquad B=\begin{array}{c} \quad 1 \quad 2 \ \ldots \quad m \\ \begin{pmatrix} \text{归属矩阵} \\ \text{（0，1）} \end{pmatrix} \end{array}$$

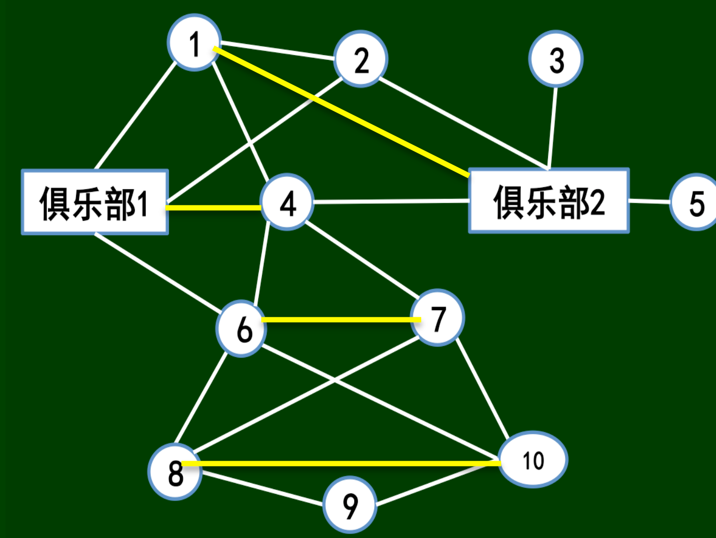
n: 人物节点个数
m: 社交聚点个数
A(i,j): i与j的连接关系
B(i,j): i是否加入j
A(i,*): A的第i行向量
B(*,j): B的第j列向量

- 根据初始给定情况，将矩阵初始化
- 看“三元闭包”：若A(i，j)=0，且A(i，*)×A(j，*)≥3，则A(i，j)将＝1
- 看“社团闭包”：若A(i，j)=0，且B(i，*)×B(j，*)≥2，则A(i，j)将＝1
- 看“会员闭包”：若B(i，j)=0，且A(i，*)×B(*，j)≥2，则B(i，j)将＝1
- 同时完成上述需要的更新，重新“三看”，直到没有进一步更新的可能

（上述，讨论到A的元素，由于对称性，我们可以总假定i<j，但在更新的时候需要同时做（i,j）和（j,i））

初始网络

$$
\begin{array}{c}
\begin{pmatrix}
0&1&0&1&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&1&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&0&1&0&1\\
0&0&0&1&0&0&0&1&0&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&1&0\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&1&0
\end{pmatrix}
\end{array}
\begin{array}{c}
1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10
\end{array}
\quad
\begin{pmatrix}
1&0\\
1&1\\
0&1\\
0&1\\
0&1\\
1&0\\
0&0\\
0&0\\
0&0\\
0&0
\end{pmatrix}
$$



$$
\begin{array}{c}
\begin{pmatrix}
0&1&0&1&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&0&0&1&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&1&1&0&1\\
0&0&0&1&0&1&0&1&0&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&0&0&1&0&1\\
0&0&0&0&0&1&1&1&1&0
\end{pmatrix}
\end{array}
\begin{array}{c}
1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10
\end{array}
\quad
\begin{pmatrix}
1&1\\
1&1\\
0&1\\
1&1\\
0&1\\
1&0\\
0&0\\
0&0\\
0&0\\
0&0
\end{pmatrix}
$$

一轮演化后的矩阵

两人一组，完成这个例子
分别给出第二轮、第三轮、等等演化后的矩阵，直到不再变化
（为节省时间，只需考虑给出的“？”是否该变成“1”或是保持“0”）

- 看“三元闭包”：若A(i, j)=0，且A(i, *)×A(j, *)≥3，则A(i, j)将＝1
- 看“社团闭包”：若A(i, j)=0，且B(i, *)×B(j, *)≥2，则A(i, j)将＝1
- 看“会员闭包”：若B(i, j)=0，且A(i, *)×B(*, j)≥2，则B(i, j)将＝1
- 同时完成上述需要的更新，重新“三看”，直到没有进一步更新的可能

＊考察A的元素，由对称性，只用考虑对角线上的三角部分就可以，但在更新的时候需要同时做（i,j）和（j,i）

$$
\begin{pmatrix}
0&1&0&1&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0&?&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1&?&0&0&0&1&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&1&1&?&1\\
0&0&0&1&0&1&0&1&0&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0&?&0&1&0&1\\
0&0&0&0&0&1&1&1&1&0
\end{pmatrix}
\begin{matrix}1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\end{matrix}
\quad
\begin{pmatrix}
1&1\\
1&1\\
0&1\\
1&1\\
0&1\\
1&0\\
?&0\\
0&0\\
0&?\\
0&0
\end{pmatrix}
$$

考虑第二轮

$$
\begin{pmatrix}
0&1&0&1&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0& &0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1& &0&0&0&1&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&1&1& &1\\
0&0&0&1&0&1&0&1&0&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0& &0&1&0&1\\
0&0&0&0&0&1&1&1&1&0
\end{pmatrix}
\begin{matrix}1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\end{matrix}
\quad
\begin{pmatrix}
1&1\\
1&1\\
0&1\\
1&1\\
0&1\\
1&0\\
 &?\\
?&0\\
0& \\
?&0
\end{pmatrix}
$$

考虑第三轮

$$
\begin{pmatrix}
0&1&0&1&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0& &0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1& &0&0&0&1&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&1&1& &1\\
0&0&0&1&0&1&0&1&?&1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0& &?&1&0&1\\
0&0&0&0&0&1&1&1&1&0
\end{pmatrix}
\begin{matrix}1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\end{matrix}
\quad
\begin{pmatrix}
1&1\\
1&1\\
0&1\\
1&1\\
0&1\\
1&0\\
 & \\
 &0\\
?& \\
 &0
\end{pmatrix}
$$

考虑第四轮

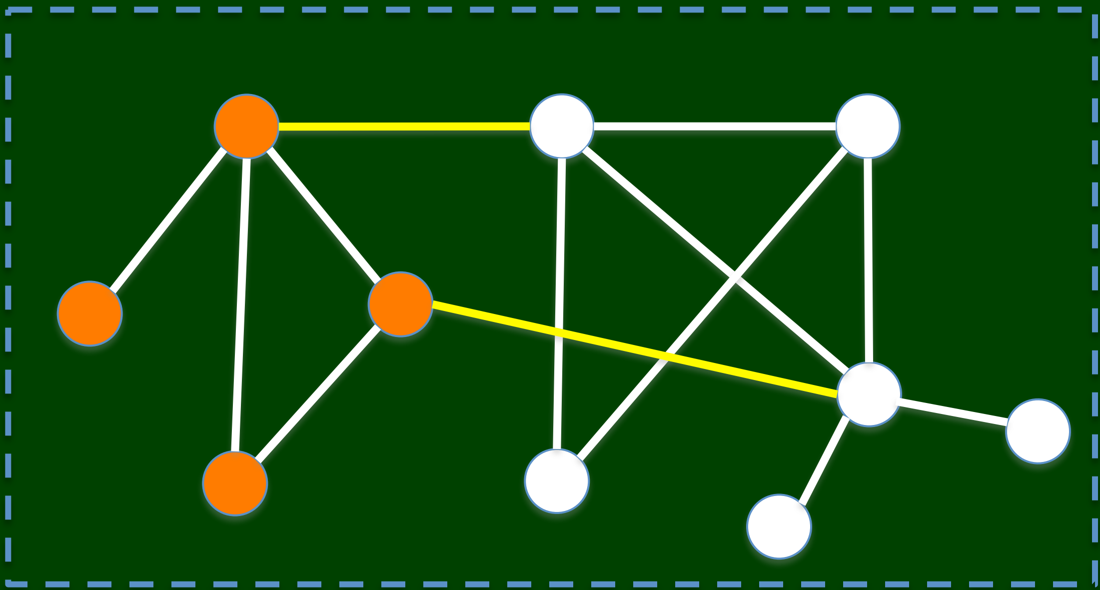
$$
\begin{pmatrix}
0&1&0&1&0&0&0&0&0&0\\
1&0&0& &0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
1& &0&0&0&1&1&0&0&0\\
0&0&0&0&0&0&0&0&0&0\\
0&0&0&1&0&0&1&1& &1\\
0&0&0&1&0&1&0&1& &1\\
0&0&0&0&0&1&1&0&1&1\\
0&0&0&0&0& & &1&0&1\\
0&0&0&0&0&1&1&1&1&0
\end{pmatrix}
\begin{matrix}1\\2\\3\\4\\5\\6\\7\\8\\9\\10\end{matrix}
\quad
\begin{pmatrix}
1&1\\
1&1\\
0&1\\
1&1\\
0&1\\
1&0\\
 & \\
 &0\\
 & \\
 &0
\end{pmatrix}
$$

第四轮结束后

同质性的应用

- 同质性现象的意义？
  - 积极？消极？
  - 建设性？破坏性？
  - 正能量？负能量？
  - …
  - 现实社会网与在线社交网中同质性的差别？

对网络中同质性的干预



节点数 n =10
边数 e = 11
红色节点占比 p =4/10
白色节点占比 q =6/10
两端节点不同的边数 0
（同质性的极端情况）

- 假设你有形成两条边的资源，如何添加能最大限度降低同质性
- 接着，假设你有改变一个节点颜色的资源，改变哪一个能最大限度降低同质性

这是最好结果吗？

哪些措施体现了对同质性的影响

- 大军区司令员不定期换防
- 和亲
- 让有影响的社会贤达参加全国政协
- 在一个组织内统一思想

* 当然，所有这些事情都是很复杂的，我们只是从同质性变化的角度体会

下周上课前的阅读内容

- 泛读（4页）
  - 20.1节，20.6节
- 精读（10页）
  - 20.2—20.5节

有些内容，讲课视频中没有讲，学生也需要熟悉