Modellierung physikalischer Systeme

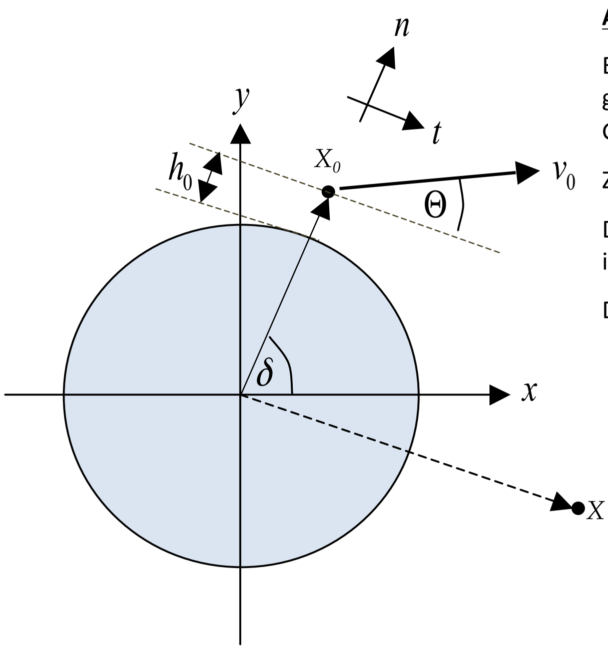
Lernziele:

- Entwicklung der Differentialgleichungen aus dem physikalischen Modell
- Realisierung in Matlab/Simulink
- Einfache Ereignisse und Parameterumschaltung
- Grafische Ausgaben unter Matlab/Simulink

Aufgabenstellungen:

1. Weltraummissionen

1.1 Erdumkreisung, Fluchtgeschwindigkeit und geostationäre Bahn



Aufgabenstellung:

Ein Satellit wird mit einer Trägerrakete in die Startposition x_0 gebracht und fliegt von dort antriebslos weiter. Dort hat er die Geschwindigkeit v_0 und den Flugwinkel θ.

Zu simulieren ist nur die antriebslose Phase ab x_0.

Die Flugbahn kann als ebenes Problem modelliert werden (Flug in der Äquatorebene).

Der Einfluss des Satelliten auf die Erde ist vernachlässigbar.

Satellitenposition zu einem späteren Zeitpunkt

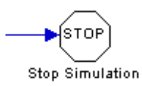
Simulationsrandbedingungen:

a) Als Parameter sollen vorgebbar sein :
   - Startgeschwindigkeit v_0 (in km/s) und Startflugwinkel θ (in °),
   - Starthöhe h_0 über Meeresspiegel (in km) und Startpositionswinkel δ (in °).

b) Es sollen Vektorintegratoren verwendet werden.
   Anm.: Ein Integrator wird automatisch zum Vektorintegrierer, wenn auf den Eingang ein Vektorsignal gegeben wird. Auch der Startwert muss dann als Vektor angegeben werden.

c) Die Bahnkoordinaten sollen in den Matlab-Workspace geschrieben werden, wo sie angezeigt werden.

d) Die Simulation soll abbrechen, wenn der Satellit die Erde berührt.



Modellierung physikalischer Systeme

Formeln und Konstanten:

$$\vec{F}_S = G \cdot \frac{m_E \cdot m_S}{r^2} \cdot \vec{e}_{SE}$$

Erdradius :	$r_E = 6378 \text{ km}$
Erdmasse :	$m_E = 5.9736 * 10^{24} kg$
Gravitationskonstante:	$G = 66.743 \cdot 10^{-12} \dfrac{m^3}{kg \cdot s^2}$

Modellierung – Schritt für Schritt:

a) Geben Sie eine Embedded-Matlab-(EM)-Funktion „***Startposition***“ an,
die aus den Parametern δ(°), der Starthöhe h_0 (km) sowie der Konstante „Erdradius“
den Startpositionsvektor x_0 berechnet (→ Anfangswert für die Position).

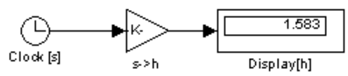
b) Geben Sie eine EM-Funktion „***vStart***“ an,
die aus den Parametern v_0 , θ und der berechneten Startposition x_0
den Startgeschwindigkeitsvektor $\vec{v}_{0,Welt}$ berechnet (→ Anfangswert der Geschwindkt. in Weltkoordinaten).

Hinweis: - Einheitsvektoren in Tangential- und Normalenrichtung ($\vec{n}$, $\vec{t}$) aus x_0 konstruieren,
- Tangential- und Normalkomponente der Startgeschwindigkeit (v_t, v_n) berechnen,
- aus $\vec{n}$, $\vec{t}$ und (v_t, v_n) die Startgeschwindigkeit $\vec{v}_{0,Welt}$ zusammenbauen.

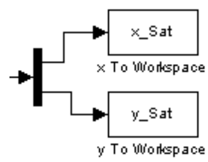
c) Geben Sie eine EM-Funktion „***Beschleunigung***“ an,
die aus der aktuellen Satellitenposition $\vec{x}$ die Satellitenbeschleunigung errechnet (Hinweis: ΣF=ma).

d) Geben Sie eine EM-Funktion „***Kontakt***“ an,
die 0 ausgibt solange die Satellitenposition über der Erdoberfläche liegt, sonst 1.

e) Zeigen Sie die Simulationszeit (in Stunden) in einem Display an.



f) Geben Sie die Bahndaten (x,y) wie folgt in den Matalab-Workspace aus.



Versuchsdurchführung:

Für die Darstellung der Flugbahn liegt ein Matlab-Skript „*Erdbahn.m*“ in meinem Pub.

a) Voreinstellungen: δ=30°, h_0=400km (z.B. ISS), θ=0°.
Bestimmen Sie die Startgeschwindigkeit v_0 so, dass der Satellit eine Kreisbahn in gleicher Höhe fliegt.
Wie lange dauert eine Erdumkreisung (Simulationszeit variieren)?
Tipp: $v_0 \approx$ 7.5 - 8.5 km/s, Simulationszeit $\approx$ 1 – 2 h

b) Voreinstellungen: wie a, Simulationszeit 10^6s.
Bestimmen Sie die Startgeschwindigkeit v_0 so, dass der Satellit gerade der Erde entflieht.
Tipp: $v_0 \approx$ 10 – 11 km/s → “*Fluchtgeschwindigkeit*“

c) Voreinstellungen: δ_0=30°, θ=0°.
Bestimmen Sie die Starthöhe h_0 und die Startgeschwindigkeit v_0 so, dass eine Kreisbahn genau 1 Tag dauert.
Tipp: $h_0 \approx$ 40000 km, $v_0 \approx$ 3 km/s → “*geostationäre Bahn*“

Speichern Sie die Simulation unter dem Namen „*Erdorbits*“ ab.
Speichern Sie die Simulation für den nächsten Versuch erneut ab, aber jetzt unter dem Namen „*Mondmission*“.

Modellierung physikalischer Systeme

1.2 Mondumkreisung

Aufgabenstellung:
Der Satellit soll jetzt von der Erde zum Mond fliegen.
Dabei wird der Mond vereinfachend als feststehend angenommen.

Konstanten:

Mondposition (fest): $x_M = (0,-380.000)^T\,km$

Mondmasse : $m_M = 7{,}3480 * 10^{22} kg$

Modellierung:

a) Ergänzen Sie die EM-Funktion „***Beschleunigung***“ entsprechend.

b) Zeigen Sie die Simulationszeit (in Tagen) in einem Display an.

Versuchsdurchführung:

Für die Darstellung der Flugbahn liegt ein Matlab-Skript „*ErdMondBahn.m*“ in meinem Pub.

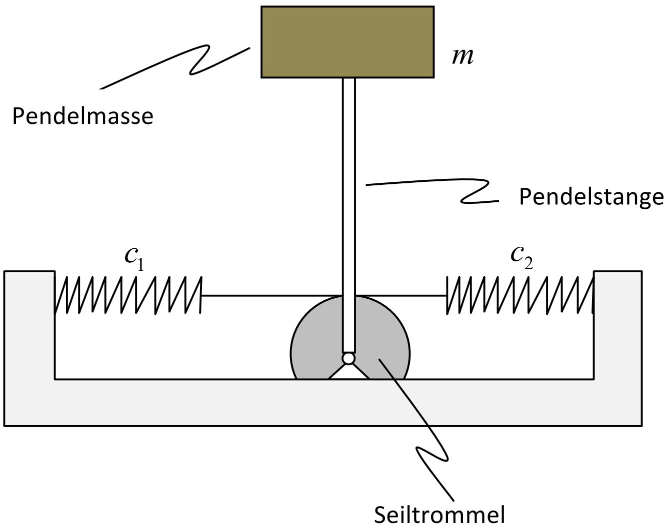
Voreinstellungen: δ_0=30°, h_0=150km .
Bestimmen Sie die Startgeschwindigkeit v_0 und θ so, dass der Satellit in einer 8-förmigen Schleife um den Mond und dann zur Erde zurück fliegt.

Wie lange dauert die Mondmission?

Modellierung physikalischer Systeme

---

2. Crazy Pendulum



Aufgabenstellung:

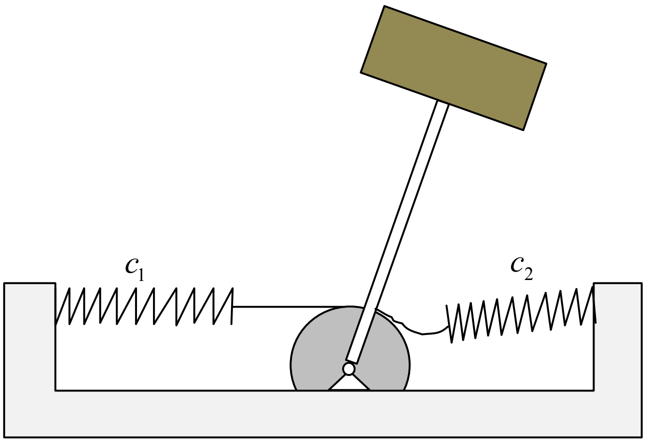
Die Pendelmasse m ist über eine Pendelstange mit einer drehbaren Seiltrommel verbunden.

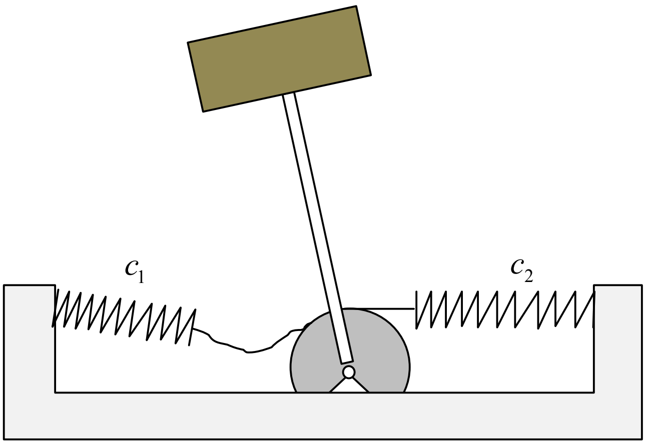
An der Seiltrommel sind zwei Federn über Seile befestigt. In der senkrechten Pendelstellung sind beide Federn gerade kraftfrei.

Ist das Pendel zur linken bzw. rechten Seite geneigt, so ist entweder nur Feder 2 bzw. nur Feder 1 wirksam.

Der Einfluss der <u>Pendelstange</u> und der <u>Seiltrommel</u> können bei der <u>Simulation vernachlässigt</u> werden.

Die Bewegung des Pendels ist zu simulieren.

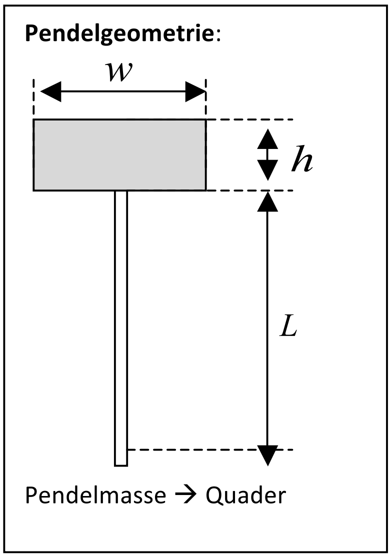




Simulationsrandbedingungen:

a) Als Parameter sollen vorgebbar sein :
   - Pendelmasse m [kg] ,
   - Abstand L [m], Quadermaße w[m] und h[m]
   - Trommelradius r [m].
   - Anfangsauslenkung φ_0 [°] des Pendels,
   - Federkonstanten c_1 [N/m] und c_2 [N/m].

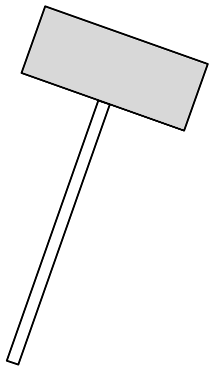
b) Es soll $\varphi(t)$ ausgegeben werden (Scope und virtuelles Modell).



Modellierung physikalischer Systeme

Modellierung:

a) Zeichnen Sie das Freikörperbild des Pendels mit allen angreifenden Kräften.
Legen Sie die positive Richtung für φ, $\dot{\varphi}$, $\ddot{\varphi}$ fest.

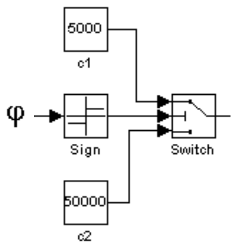


b) Geben Sie die auf das Pendel wirkenden Momente bezüglich des Drehpunktes an.

c) Geben Sie das Massenträgheitsmoment des Pendels an (Pendelmasse hat Quaderform) → Satz von Steiner.

d) Leiten Sie die Bewegungs-DGL aus dem Drallsatz ab.

e) Modellieren Sie das System mit Matlab-Simulink.
Hinweis: Die Federkraftumschaltung lässt sich wie folgt realisieren:



Versuchsdurchführung:

Beginnen Sie mit den folgenden Parametern.

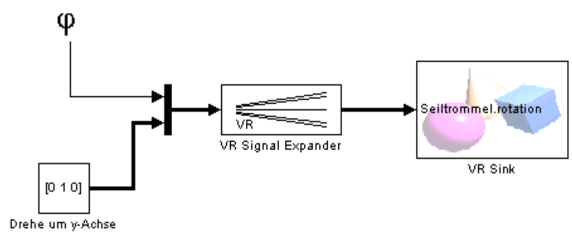
a) Voreinstellungen: L=1m, m=10kg, Trommelradius r=0.3m, w=0.3m, h=0.2m.
c_1=5000 N/m, c_2=500000N/m
φ_0=45°.

Simulieren Sie das System und zeigen Sie $\varphi(t)$ mit dem Scope an.
Kontrollieren Sie die Genauigkeit der Schaltzeitpunkte der Federkraftumschaltung.

b) Visualisieren Sie das pendelnde System mit einer VR-Sink (virtual reality toolbox).

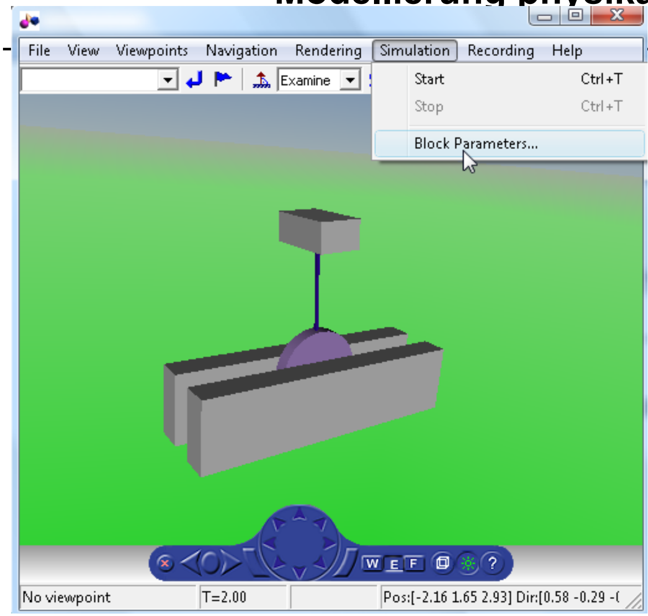
Die WRL-Datei ist bereits vorhanden und liegt im Pub-Verzeichnis (CrazyPendlm.wrl).

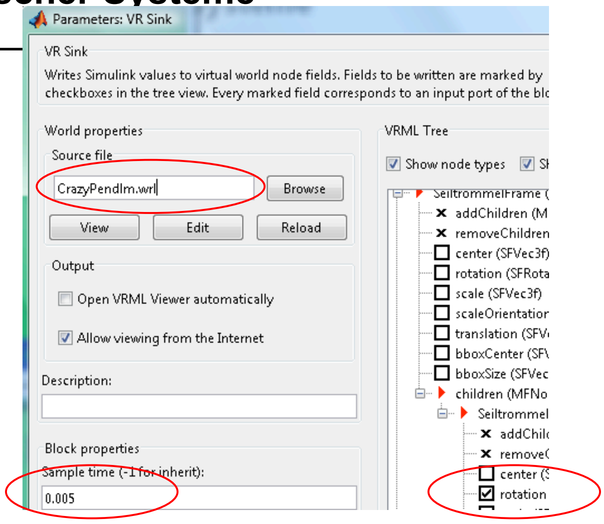
Über den Signalexpander wird der Drehwinkel φ und die Drehachse [0 1 0] (=y-Achse) auf die VR-Sink-Eingänge [4 1 2 3] gelegt.



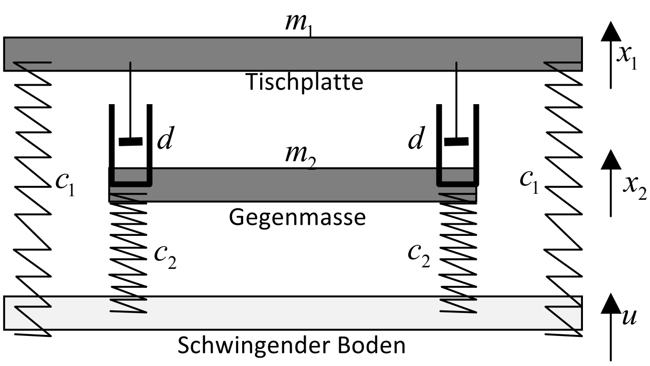
Die Sample-Time der VR-Sink wird auf 0.005 gestellt.

Modellierung physikalischer Systeme





3. Schwingungsgedämpfter Tisch



Aufgabenstellung:

Eine Tischplatte soll schwingungsgedämpft gelagert werden. Dafür wird die nebenstehende Konstruktion verwendet.

Über den Boden kann eine Vertikalauslenkung u auf den Tisch wirken.

Die Gegenmasse m_2 und die Tischplatte m_1 reagieren darauf mit den Auslenkungen x_2 und x_1.

Das System ist zu simulieren.

Simulationsrandbedingungen:

a) Als Parameter sollen vorgebbar sein : m_1, m_2, c_1, c_2, d

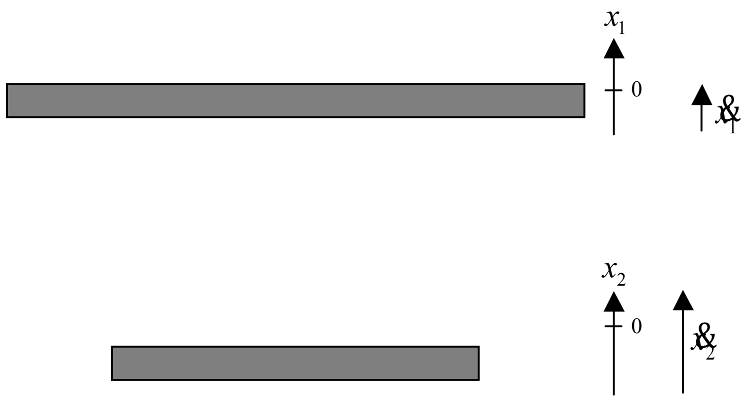
b) Die Auslenkung der Tischplatte $x_1(t)$ soll mit dem Scope dargestellt werden.

Modellierung physikalischer Systeme

Modellierung:

a) Zeichnen Sie das Freikörperbild der beiden Massen mit allen angreifenden Kräften.
Legen Sie die positive Richtung für $x_1, \dot{x}_1, x_2, \dot{x}_2$ fest.

Hinweis: Zur Festlegung der Kraftrichtung stellen Sie sich einen bestimmten Systemzustand vor, z.B.: $x_1 < 0$, $x_2 < x_1$ und $\dot{x}_2 > \dot{x}_1$



b) Leiten Sie die beiden Bewegungs-DGLn für m_1 und m_2 aus dem ´Schwerpunktsatz ab ($\Sigma F=ma$).

c) Bestimmen Sie die Ruhelagen der beiden Massen.
Hinweis: In der Ruhelage findet keine Bewegung mehr statt, d.h. alle Ableitungen sind 0.
Die Ruhelagen sind die Anfangswerte der Positionen.

Versuchsdurchführung:

Simulieren Sie das System und zeigen Sie $x_1(t)$ mit dem Scope an. Verwenden Sie folgende Parameter:

Voreinstellungen: c_1=15000 N/m, c_2=10000 N/m, d=600Ns/m
m_1=60kg, m_2=450 kg

Geben Sie einen Sprung von u=1mm auf den Tisch.

Vorführung der Matlab / Simulink-Versuche:

Im Praktikum während des jeweiligen Termins der Praktikumsgruppe.

Abgabe aller Ausarbeitungen:

23. November 2012 per E-Mail an mich. Es reicht, die pdf-Datei der Ausarbeitung zu schicken, wenn die Simulationen im Praktikum erfolgreich abgegeben wurden.