

# Praktikum 1 : DGL

Oliver Steenbuck, Karolina Bernat

31.10.2012

## Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Steife Differentialgleichungen</b>	<b>2</b>
1.1	Gleichung . . . . .	2
1.2	Iterationslgleichungen . . . . .	2
1.2.1	Euler, explizit . . . . .	2
1.2.2	Euler, implizit . . . . .	2
1.2.3	Runge Kutta 2. Ordnung . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Van der Pol DGL</b>	<b>3</b>
2.1	Gleichung . . . . .	3
2.2	Gleichung als DGL 1. Ordnung . . . . .	3
2.3	Euler Verfahren . . . . .	3
2.4	Runge Kutta 2. Ordnung . . . . .	3
2.5	Ergebnisse . . . . .	3
2.5.1	h=0.001 . . . . .	3
2.5.2	h=0.02 . . . . .	4
2.6	Matlab Programme . . . . .	4

## Abbildungsverzeichnis

1	Van Der Pol DGL Y1 h=0.001 . . . . .	5
2	Van Der Pol DGL Y2 h=0.001 . . . . .	5
3	Van Der Pol DGL Y1 h=0.02 . . . . .	6
4	Van Der Pol DGL Y2 h=0.02 . . . . .	6

## Listings

1	VanDerPol GDL . . . . .	4
---	-------------------------	---

2	VanDerPol . . . . .	4
---	---------------------	---

# 1 Steife Differentialgleichungen

## 1.1 Gleichung

$$y(0) = 1 \quad (1)$$

$$y' = 10 - 500 \cdot y + 5000 \cdot x \quad (2)$$

## 1.2 Iterationsgleichungen

### 1.2.1 Euler, explizit

$$y(0) = 1 \quad (3)$$

$$y_{j+1} = y_j + h \cdot (10 - 500 \cdot y_j + 5000 \cdot x_j) \quad (4)$$

### 1.2.2 Euler, implizit

$$y(0) = 1 \quad (5)$$

$$y_{j+1} = y_j + h \cdot (10 - 500 \cdot y_{j+1} + 5000 \cdot x_{j+1}) \quad (6)$$

Wobei hier  $y_{j+1}$  mit dem Newton Verfahren Approximiert wird.

### 1.2.3 Runge Kutta 2. Ordnung

Es gelte  $f(x) = 10 - 500 \cdot y + 5000 \cdot x$

$$y(0) = 1 \quad (7)$$

$$y_{j+1} = y_j + \frac{h}{2} \cdot (f(x_{j+1}, y_j) + f(x_{j+1}, h \cdot f(x_j, y_j))) \quad (8)$$

## 2 Van der Pol DGL

### 2.1 Gleichung

$$y(0) = 0 \quad (9)$$

$$\dot{y}(0) = 1 \quad (10)$$

$$\ddot{y} = 6 \cdot (1 - y^2) \cdot \dot{y} - y \quad (11)$$

### 2.2 Gleichung als DGL 1. Ordnung

$$\dot{z} = 6 \cdot (1 - y^2) \cdot z - y \quad (12)$$

$$\dot{y} = z \quad (13)$$

### 2.3 Euler Verfahren

$$z_{1_{n+1}} = z_{1_n} + h \cdot (6 \cdot (1 - z_{2_n}^2) \cdot z_{1_n} - z_{2_n}) \quad (14)$$

$$z_{2_{n+1}} = z_{2_n} + h \cdot z_{1_n} \quad (15)$$

### 2.4 Runge Kutta 2. Ordnung

Es gelte

$$g(t, y) = z \quad (16)$$

$$f(y, z) = 6 \cdot (1 - y^2) \cdot z - y \quad (17)$$

Dann können wir durch einsetzen von (16) und (17) in Runge Kutta 2. Ordnung die Iterationsgleichungen erstellen:

$$y_{j+1} = y_j + \frac{h}{2} \cdot [g(t_j, y_j) + g(t_{j+1}, y_j + h \cdot f(y_j, z_j))] \quad (18)$$

$$z_{j+1} = z_j + \frac{h}{2} \cdot [f(y_j, z_j) + f(y_{j+1}, z_j + h \cdot f(y_j, z_j))] \quad (19)$$

### 2.5 Ergebnisse

#### 2.5.1 h=0.001

Bei einer Schrittweite  $h$  von 0.001 ist zu erkennen das beide Approximationsverfahren (Expliziter Euler und Runge Kutta 2. Ordnung) mit der aus Simulink extrahierten

Approximation (Dormand-Prince, Variable Step Size) übereinstimmen.

### 2.5.2 $h=0.02$

Bei einer Schrittweite  $h$  von 0.02 ist zu erkennen das das simpleere Approximationsverfahren (Expliziter Euler) deutlich von der aus Simulink extrahierten Approximation (Dormand-Prince, Variable Step Size) abweicht während das komplexere Verfahren (Runge Kutta 2. Ordnung) auch hier noch sehr dicht an Simulink liegt.

## 2.6 Matlab Programme

Listing 1: VanDerPol GDL

```

1 function [ res ] = vdp( x, y )
2 % Van-Der-Pol-Gleichung zu Aufgabe 2
3
4 res = [y(2); 6 * ( 1 - y(1)^2 ) * y(2) - y(1)];
5
6 end

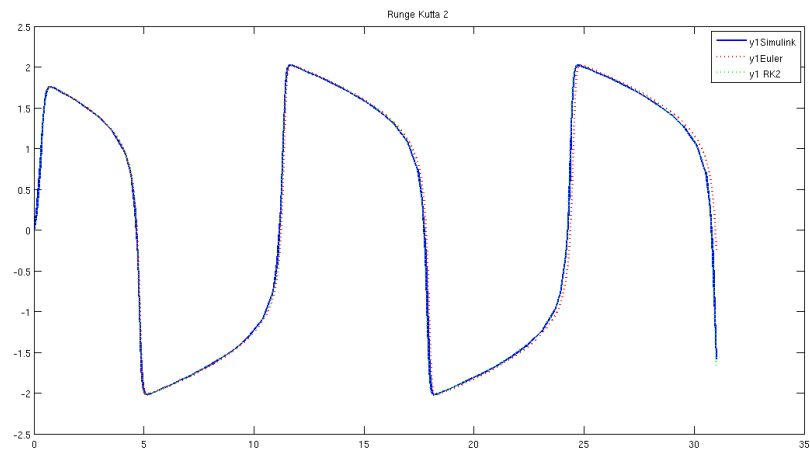
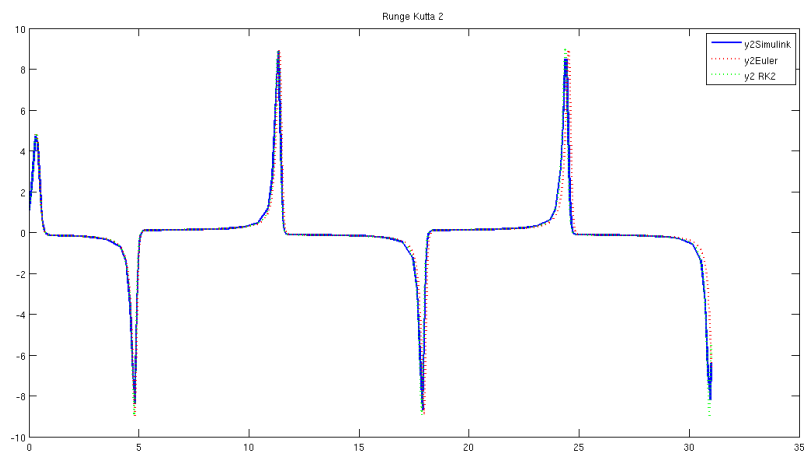
```

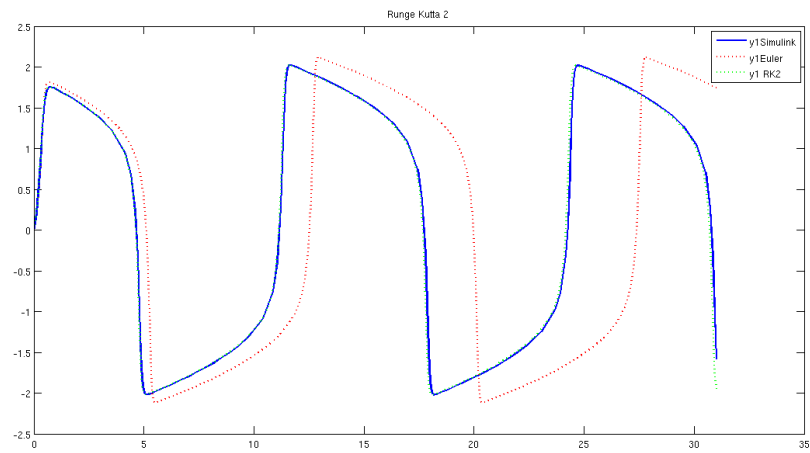
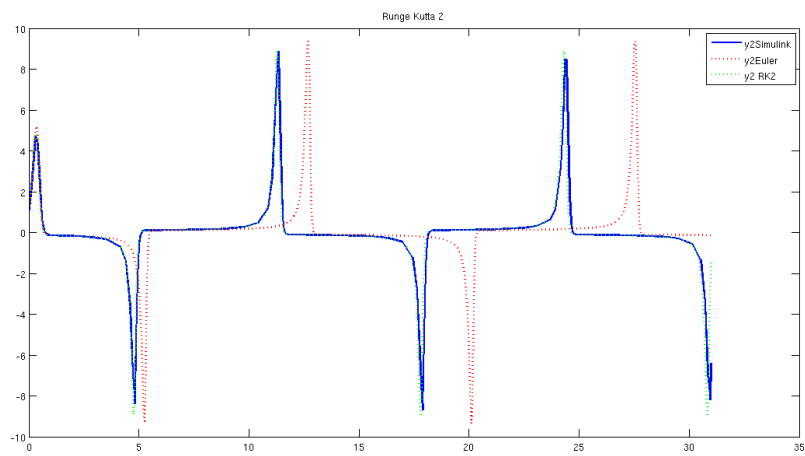
Listing 2: VanDerPol

```

1 function [ ] = vanDerPolZeigen( y1Sim, y2Sim, h )
2 sum(Prak1Aufg2Simulink)
3 [~, Y_E] = eulerE(@vdp, 31, h, [0;1]);
4 [X, Y_RK] = rk2(@vdp, 31, h, [0;1]);
5
6
7 %hold on;
8 plot(121);
9 p1=plot(y2Sim.time, y2Sim.signals.values, 'b-', X, Y_E(:,1), 'r:', X, Y_RK←
10 (:,1), 'g:');
11 set(p1, 'LineWidth', 2);
12 title('Runge Kutta 2');
13 legend('y1Simulink', 'y1Euler', 'y1 RK2');
14
15 figure
16 plot(122);
17 p2=plot(y1Sim.time, y1Sim.signals.values, 'b-', X, Y_E(:,2), 'r:', X, Y_RK←
18 (:,2), 'g:');
19 set(p2, 'LineWidth', 2);
20 title('Runge Kutta 2');
21 legend('y2Simulink', 'y2Euler', 'y2 RK2');
22 end

```

Abbildung 1: Van Der Pol DGL Y1  $h=0.001$ Abbildung 2: Van Der Pol DGL Y2  $h=0.001$

Abbildung 3: Van Der Pol DGL Y1  $h=0.02$ Abbildung 4: Van Der Pol DGL Y2  $h=0.02$