计算方法实验二

PB19030888张舒恒

2022 年 4 月 6 日

问题详述

用复化$Simpson$自动控制误差方式计算积分$\int_a^b f(x)\,dx$，输入积分区间$[a,b]$，精度控制值e，定义函数$f(x)$，输出积分值S。利用$\int_1^2 \ln x dx$，$\varepsilon = 10^{-4}$验证结果。

算法分析

复化$Simpson$积分公式为$S_n(f) = \sum_{i=0}^{m-1} \frac{2h}{6}[f(x_{2i}) + 4f(x_{2i+1}) + f(x_{2i+2})]$，由$I(f) - T_{2n}(f) \approx \frac{1}{3}(T_{2n}(f) - T_n(f))$，对任给的误差控制量$\varepsilon > 0$，只需$|T_{2n}(f) - T_n(f)| < 3\varepsilon$即可，这相比直接计算误差方便很多。

```
double Simpson(double a, double b, double eps) {
    double width = (b - a);
    double simpson_integral;
    int counter = 1;
    while (fabs(DI(counter, a, width) - DI(counter * 2, a, width)) > eps) {
        counter++;
    }
    simpson_integral = DI(counter * 2, a, width);
    return simpson_integral;
}
```

实验结果

当积分结点数$n = 2$时，积分值$S = 0.38626$;

当积分结点数$n = 4$时，积分值$S = 0.386292$;

真实积分值为$2ln2 - 1 = 0.386294...$

可以看到积分结点数$n = 4$时的计算结果已经达到精度要求。

实验总结

本次实验我注意到复化$Simpson$积分公式收敛速度极快，在$e = 0.00003$时即可计算出积分值0.386294，其与真实值小数点后六位一致，这也达到了$double$类型变量的精度上限，与课上所学的复化$Simpson$积分相比梯形积分具有更高的3阶代数精度是相吻合的。

参考资料

[1]数值计算方法与算法.第三版.张韵华,王新茂编