

# Variables aléatoires et matrices de covariance pour la caractérisation de signaux de capteurs et d'erreurs de modèles

## Part 1 : Génération de vecteurs aléatoires gaussiens et ellipsoïdes de confiance en MATLAB

**Exercice** 1) Générer un nuage de  $n = 1000$  points représentant un vecteur aléatoire gaussien centré de  $\mathbb{R}^2$  et dont la matrice de covariance est l'identité. Dédurre du nuage précédent un nuage pour le vecteur aléatoire  $x$  tel que

$$\bar{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \text{ et } \Gamma_x = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

On rangera les nuages dans une matrice à 2 lignes et  $n$  colonnes.

2) Tracer les ellipsoïdes de confiance pour les probabilités  $\eta \in \{0.9, 0.99, 0.999\}$ .

3) Retrouver une estimation de  $\bar{x}$  et  $\Gamma_x$  à partir du nuage pour  $x$ .

Remarque : on pourra s'aider des scripts (notamment draw\_ellipse.m) disponibles sur <http://www.ensta-bretagne.fr/lebars/rob.zip>.

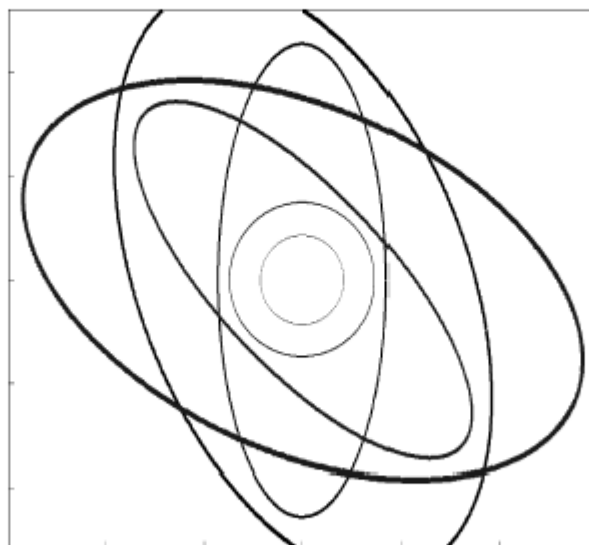
## Part 2 : Diverses formes d'ellipsoïdes de confiance pour représenter divers signaux

### EXERCISE 7.2.— Confidence ellipses

Let us generate six covariance matrices in MATLAB as follows :

$A1=[1 \ 0;0 \ 3]$ ;  $A2=[\cos(\pi/4) \ -\sin(\pi/4);\sin(\pi/4) \ \cos(\pi/4)]$ ;  
 $G1=\text{eye}(2,2)$ ;  $G2=3*\text{eye}(2,2)$ ;  $G3=A1*G2*A1'+G1$ ;  $G4=A2*G3*A2'$ ;  $G5=G4+G3$ ;  $G6=A2*G5*A2'$ ;

Here,  $A2$  corresponds to a rotation matrix of angle  $\frac{\pi}{4}$ . Then, we draw the six confidence ellipses at 90 % associated with these matrices by centering them around 0. We thus obtain Figure 7.10.



**Figure 7.10** – Confidence ellipses associated with the six covariance matrices

- 1) Associate each covariance matrix with its confidence ellipse on the figure.
- 2) Verify the result by regenerating these ellipses in MATLAB.

## Part 3 : Amélioration du simulateur de buggy

1. Rajouter dans le simulateur de buggy une équation d'observation qui considère qu'on mesure boussole+GPS (récupérer [http://www.ensta-bretagne.fr/lebars/Share/buggy\\_simu.zip](http://www.ensta-bretagne.fr/lebars/Share/buggy_simu.zip)) et dessiner le buggy à partir de ces mesures. A ce stade, le dessin de la position réelle du buggy simulé sera confondu avec le dessin de la position estimée (par l'équation d'observation) du buggy simulé.
2. Rajouter des bruits gaussiens d'état et de mesure et dessiner une ellipsoïde de confiance à 90% autour des positions estimées. La position estimée ne sera donc plus exactement la même que la position réelle du buggy simulé, ce qui est plus réaliste : on ne peut jamais mesurer la position réelle d'un vrai buggy.