

Examen de Recherche Opérationnelle

Documents autorisés

Mai 2018 - Durée 1h15

Remarque préliminaire : Chaque exercice est indépendant. Pour certaines questions, il est possible de répondre en utilisant directement le graphe représenté sur le sujet. Dans ce cas, n'oubliez pas d'indiquer votre nom sur le sujet et de le joindre à votre copie. Pour chaque exercice, vous devrez indiquer clairement la méthode ou l'algorithme utilisé. Les étapes de calculs doivent être détaillées. Ne vous contentez pas de donner le résultat.

Un WEI au top

Le responsable du WEI de l'année prochaine vient de déclarer forfait, et vous venez d'apprendre que vous héritez de son organisation. Pas de Panique ! Il est temps de mettre en oeuvre vos connaissances en recherche opérationnelle.

1 Transport des marchandises

Cette année le WEI a lieu à Ouessant. Pour transporter tout le matériel nécessaire aux animations, vous avez décidé de louer un bateau. Celui-ci dispose de 3 compartiments pour le chargement du matériel : un à l'avant, un au centre et un à l'arrière. Les limites de capacité en poids et en volume sont résumées dans le tableau 1 :

Compartiments	Capacité	
	poids (en kg)	volume (en m^3)
avant	240	8
centre	300	12
arrière	200	7

TABLE 1 – Capacité des compartiments du bateau

Pour des raisons de stabilité du bateau, le chargement doit être équilibré dans chaque compartiment, c'est-à-dire que, pour les trois compartiments, le chargement doit représenter la même proportion, en poids, de la limite de charge. Par exemple, il est possible de charger le bateau à 10% de sa limite de charge en le remplissant de la façon suivante : 24 kg à l'avant, 30 kg au centre et 20 kg à l'arrière.

La liste par catégorie du matériel qu'il serait nécessaire de transporter est décrite dans le tableau 2.

Catégories	poids (en kg)	encombrement (en m^3 /kg)	bénéfice (unité de bonheur/kg)
sonorisation	200	0.035	22
cadeaux	160	0.05	28
boisson	250	0.04	25
décoration	130	0.03	20

TABLE 2 – Description du matériel à transporter

Malheureusement, tout le matériel ne pourra pas être transporté. Pour effectuer un choix, nous avons attribué à chaque catégorie des *unités de bonheur par kilo*, afin de "quantifier" le bonheur que chaque catégorie pourra procurer aux nouveaux étudiants. Il serait donc judicieux de remplir le bateau avec le maximum de matérielle afin de maximiser le nombre d'unités de bonheur transporté. On peut choisir n'importe quelle portion de chaque catégorie. On considérera l'encombrement uniforme par catégorie.

Écrire un programme linéaire qui permet de trouver le chargement optimal du bateau. Il ne vous est pas demandé de le résoudre.

2 Allocation de fréquences

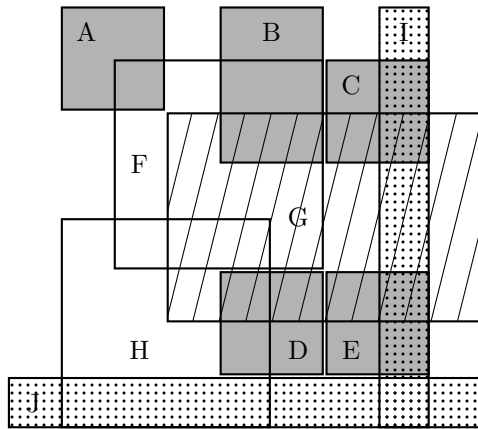


FIGURE 1 – Description des zones

Zone	X_{min}	Y_{min}	X_{max}	Y_{max}
A	1	6	3	8
B	4	5	6	8
C	6	5	8	7
D	4	1	6	3
E	6	1	8	3
F	2	3	6	7
G	3	2	9	6
H	1	0	5	4
I	7	0	8	8
J	0	0	9	1

FIGURE 2 – Émetteurs

Afin d'assurer la sécurité sur le site, vous voulez que la zone soit couverte par un réseau hertzien. Ce réseau repose sur des émetteurs représentés par les lettres de 'A' à 'J'. Chaque émetteur a une zone de couverture qui sera représentée par un rectangle. Les émetteurs ainsi que les zones couvertes sont représentés par la figure 1 ou par la figure 2 (il s'agit de 2 représentations des mêmes émetteurs).

Il vous reste maintenant à affecter des fréquences aux émetteurs, sachant que 2 émetteurs couvrant la même zone ne peuvent pas utiliser la même fréquence.

1. Modélisez ce problème ; à quel problème classique êtes-vous confronté ?
2. Résolvez le problème. De combien de fréquences avez-vous besoin ?

3 Course d'orientation

Le parcours d'orientation choisi est représenté par la figure 3 sur laquelle sont représentés les temps de trajet entre les différents points de passage. Le départ est en 0, et l'arrivée en 15, et vous cherchez à déterminer le temps que mettront les groupes les plus rapides à arriver ¹.

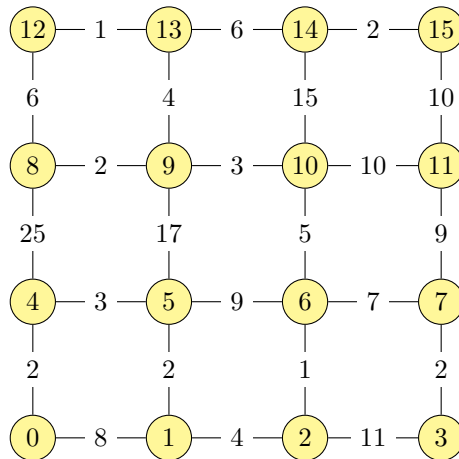


FIGURE 3 – Parcours d'orientation

1. De quel type est le problème posé, et quel algorithme de résolution pouvez-vous utiliser ?
2. Quel sera le temps des groupes les plus rapides, et quel chemin auront-ils suivi ?

4 Formule idéale

Après l'effort, le réconfort... Vous offrez à tous les participants de la course un élixir dont le Foy'z a le secret. Cet élixir est fabriqué à partir de 4 produits de base, savamment brassés par la machine représentée figure 4, et se présente sous la forme de 3 variantes. Les stocks des produits de base sont représentés à gauche du réseau, et la demande des 3 formes d'éllixir est représentée à droite du réseau.

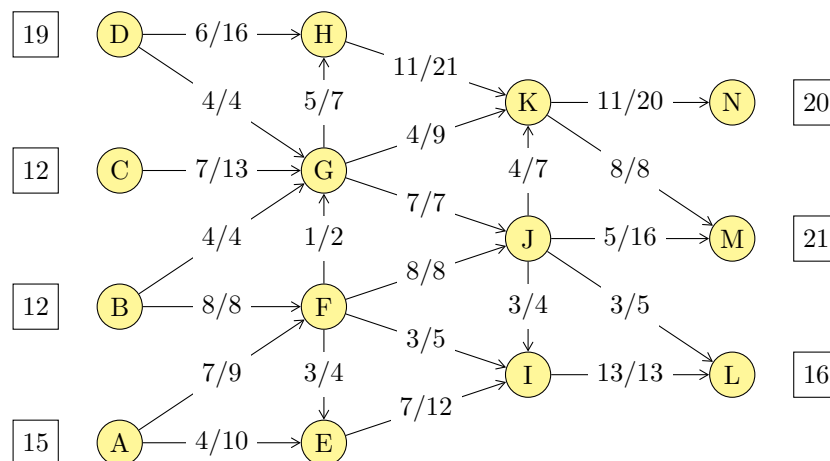


FIGURE 4 – Réseau

La machine est déjà opérationnelle, mais vous pensez pouvoir améliorer son réglage.

1. À quel problème classique pouvez-vous vous ramener ?
2. À quelle production maximale parvenez-vous ? Arrivez-vous à satisfaire la demande ?

1. Il n'est pas nécessaire de passer par tous les points intermédiaires.