Examen de Recherche Opérationnelle

Documents autorisés

Mai 2017 - Durée 1h15

Remarque préliminaire : Pour certaines questions, il est possible de répondre en utilisant directement le graphe représenté sur le sujet. Dans ce cas, n'oubliez pas d'indiquer votre nom sur le sujet et de le joindre à votre copie.

Pour chaque exercice, vous devrez indiquer clairement la méthode ou l'algorithme utilisé. Ne vous contentez pas de donner le résultat.

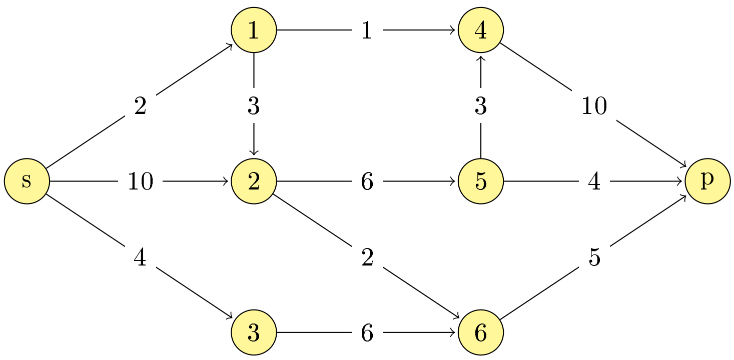

Figure 1 – Graphe

1 Plus court chemin

On considère le graphe représenté figure 1. Les poids des arcs représentent des distances.

1. Quel algorithme peut-on utiliser pour déterminer le plus court chemin du sommet **s** à tous les autres sommets ?
2. Utilisez-le pour trouver les plus courtes distances de **s** à tous les autres sommets.
3. Représentez le plus court chemin de **s** à tous les autres sommets.

2 Flot

On considère le réseau de sources **s** et de puits **p** représenté figure 1. Les poids des arcs représentent maintenant des capacités.

1. Trouvez la coupe minimum.

2. Que peut-on en déduire ?
3. Trouver un flot maximal sur ce graphe.

3 Examen

Plusieurs étudiants (A, B, C, ...) doivent passer une série d'examens (1, 2, 3, ...). Les différentes épreuves passées par les étudiants sont marquées par une croix dans le tableau ci-dessous.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	x			x		x	x		x	x			
2					x	x				x			
3		x			x			x			x		x
4	x			x									
5			x						x				x
6								x				x	x
7	x	x			x					x			
8							x					x	

Chaque étudiant ne peut passer qu'une épreuve par jour.

1. Comment modéliser ce problème ?
2. Proposez une solution.

4 Programmation linéaire

On considère le problème linéaire suivant :

$$(P) \quad \left\{ \begin{array}{lll} \max\limits_{x_1, x_2} & 5x_1 + x_2 & \\ s.t. & -x_1 + x_2 & \geq -1, \\ & 2x_1 + x_2 & \leq 3, \\ & x_1 \geq 0, & \\ & x_2 \geq 0, & \end{array} \right.$$

1. Écrire (P) sous forme standard.
2. Résoudre (P) en utilisant l'algorithme du simplexe sous forme de tableaux.
3. Quelle est la solution optimale du problème ? Que vaut la fonction objectif ?

5 Transport routier

Le graphe de la figure 2 représente un réseau routier. Les poids des arcs représentent la hauteur maximale (en cm) des véhicules autorisés sur cette portion du réseau.

Un transporteur désire acheminer des produits du noeud **A** au noeud **Z** du réseau en utilisant le camion le plus haut possible. Il doit donc déterminer la hauteur maximale utilisable entre le noeud **A** et le noeud **Z**.

1. Comment modéliser ce problème ?
2. Quel algorithme utiliser pour le résoudre ?
3. Résoudre le problème.

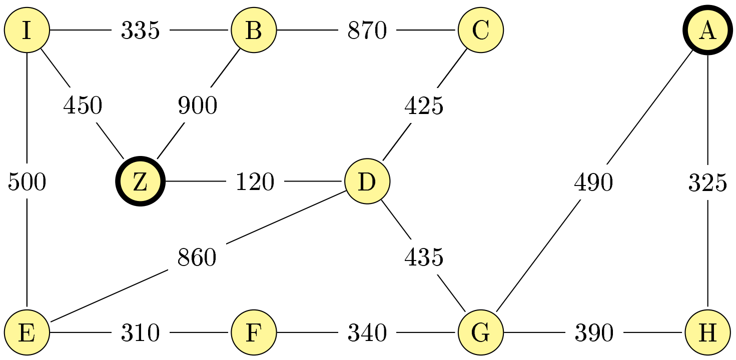

Figure 2 – Réseau de transport

6 Modélisation

L'entreprise "ENSTA-corp", spécialisée dans la fabrication de matériels informatiques, propose dans son catalogue d'ordinateurs des centaines de références. Pour simplifier, on ne s'intéresse ici qu'à deux types d'ordinateurs : le BSI4 et le BSI5. Chacun d'eux comporte un processeur – le même – mais les deux modèles diffèrent en particulier par le nombre de barrettes mémoires. Plus précisément, le BSI4 comporte 2 barrettes alors que le BSI5 en comporte 6.

Le marché pour ces composants est tel qu'on ne peut espérer acheter auprès des fournisseurs habituels plus de 10000 processeurs pour le trimestre à venir et plus de 48000 barrettes. Une autre limitation risque d'intervenir sur la production. L'assemblage est caractérisé, en particulier, par une opération délicate, qui pour le BSI4 est de 3 minutes alors que pour l'BSI5 elle n'est que d'une minute ; on ne dispose a priori pour l'assemblage de ces deux types de machines que de 24000 minutes pour le trimestre à venir.

Enfin, compte tenu des conditions actuelles du marché, on peut espérer retirer un profit de 400 euros sur l'BSI4 et de 800 euros sur l'BSI5. Le problème est de déterminer les quantités de chacun des deux types d'ordinateurs à fabriquer de manière à obtenir le plus grand profit possible.

1. Modéliser ce problème (sans le résoudre).