

Examen de Recherche Opérationnelle

Documents autorisés

avril 2016 - Durée 1h15

Remarque préliminaire : Pour certaines questions, il est possible de répondre en utilisant directement le graphe représenté sur le sujet. Dans ce cas, n'oubliez pas d'indiquer votre nom sur le sujet et de le joindre à votre copie.

Le sujet est "volontairement" long et sera noté "peut-être" sur plus que 20.

Une bonne idée

Alors que vous êtes en train d'errer dans les couloirs de l'ENSTA-Bretagne, vous vous arrêtez brusquement. Ça y est, vous l'avez ! Vous tenez enfin l'idée qui va révolutionner la vie de milliards de personnes – et accessoirement vous faire gagner une jolie somme d'argent – grâce à vos connaissances très pointues en recherche opérationnelle. Vous allez écrire un guideTM. Ce guideTM permettra à tous les habitants de l'univers connu de se sortir de la plupart des situations. Vous allez écrire *le GuideTM du Yeti © Galactique ®* !

1 Tous les chemins mènent au SHR

Un rapide sondage auprès de la population de l'ENSTA-Bretagne vous révèle qu'un des problèmes majeurs se pose lors du choix d'un itinéraire pour se rendre au SHR¹... En effet, le nombre de bâtiments et les connexions entre eux offrent plusieurs possibilités pour se rendre d'un point de l'école à un autre. Vous décidez de représenter tous les chemins reliant les bâtiments L, N, D, E, C, A, P, F, ainsi que la place d'armes (nœud PA) et le SHR (nœud HR). Dans un grand élan de courage, vous décidez de prendre également en compte les étages des différents bâtiments.

Après quelques efforts, vous obtenez le plan représenté Figure 1. Sur ce plan, les arcs ne sont pas orientés, car il est possible de les franchir dans les deux sens, et le temps de transit est supposé être le même dans les deux cas. Le nom de chaque sommet est composé du nom du bâtiment et de l'étage.

1. Quel est le plus court chemin pour aller du premier étage du bâtiment L (nœud L1) au deuxième étage du bâtiment E (nœud E2) ? Détaillez les étapes de la technique employée pour trouver ce chemin.
2. Quel est le plus court chemin permettant d'aller du premier étage du bâtiment L au SHR ? Et pour aller de L1 à F2 ?

1. Également appelé le SHREU, la cantine, le resto, ...

3 Bien vendre le Guide

Ça y est, le *GuideTM du Yeti* ©*Galactique* ® est enfin écrit ! Il faut maintenant s'intéresser à sa vente. Vous vous attaquez à la modélisation de la vente de votre ouvrage en prenant en compte le plus de paramètres possible (le profil psychologique des acheteurs potentiels, l'évolution de la conjoncture économique, les stocks de papier au travers de la galaxie, ...), et vous obtenez alors un système à 42 inconnues, ce qui vous semble un tantinet excessif.

Vous décidez alors courageusement de faire quelques hypothèses simplificatrices et de remanier le problème. Vous choisissez de sortir votre *GuideTM* en 3 versions, et vous cherchez à déterminer les quantités à produire pour chacune des versions. Vous obtenez alors le système 1 dans lequel les variables x_1 , x_2 et x_3 représentent les nombres d'exemplaires des versions 1, 2 et 3².

$$\left\{ \begin{array}{llll} \max & x_1 & +4x_2 & +x_3 \\ & x_1 & +x_2 & \leq 6 \\ & x_1 & +x_2 & -x_3 \geq -2 \\ & -4x_1 & +x_2 & +x_3 \leq 12 \\ & x_1, & x_2, & x_3 \geq 0 \end{array} \right. \quad (1)$$

1. Combien d'exemplaires de chaque version devez-vous produire pour maximiser votre profit ?

2. Les quantités indiquées étant exprimées en milliards d'exemplaires, on pourra se permettre d'avoir des valeurs non entières.

4 Une distillerie d'arrache-boyaux pan-galactique

La meilleure boisson de l'univers connu est bien évidemment l'arrache-boyaux pan-galactique. Boire un arrache-boyaux pan-galactique, c'est comme avoir la cervelle écrabouillée par un gros lingot d'or entouré d'une rondelle de citron.

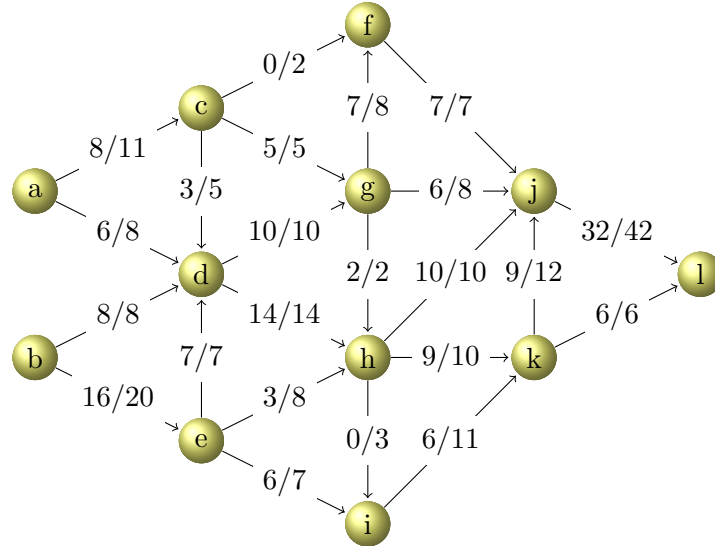


FIGURE 2 – Un bel alambic

Un ouvrage de référence comme *le GuideTM du Yeti © Galactique ®* se doit de décrire la fabrication de ce nectar. Après quelques efforts, vous parvenez à fabriquer l'alambic représenté figure 2. Le robinet duquel sort le liquide est nommé 'l', et l'alimentation se fait par les arrivées 'a' et 'b'. Les débits sont exprimés en ml/jour³.

Vous cherchez à optimiser le débit de votre alambic.

1. Modifiez le problème pour être confronté à un problème classique de recherche opérationnelle. Quel est ce problème ?
2. Améliorez le débit le plus possible (indiquez les étapes et représentez le nouvel état final de l'alambic).

3. La fabrication de l'arrache-boyaux pan-galactique est un procédé relativement long.