

# EXAMEN STRUCTURI DE DATE

## Subiectul 7

1 Fie permutarea  $\sigma \in S_6$  dată de  $(4,3,5,6,2,1)$ .

Se cere:

0,2p

a) Să se determine permutarea **Succ**( $\sigma$ ) succesor a mulțimii  $\sigma$ , corespunzătoare ordinii lexicografice.

0,8p

?? b) Fie o mulțime  $M \subset \{1,2,3,4,5,6\}$ ,  $|M| < 6$ , cu proprietatea că  $\sigma(M)=M$ . O astfel de mulțime se numește stabilă în raport cu  $\sigma$ . Câte astfel de mulțimi există și care sunt ele?

2 Fie  $n \in \mathbb{N}$  și  $B(n)$  numărul de arbori binari cu exact  $n$  nivele. Se cere:

0,2p

a) Să se calculeze **B(5)**;

0,8p

b) Să se arate că

$$(\forall)n \in \mathbb{N}, \frac{B(n+1)}{B(n)} \in \mathbb{N}^*;$$

$$\frac{C_{2n+2}^{n+1}}{n+2} \cdot \frac{n}{C_{2n}^n}$$

1,0p

c) Să se scrie o funcție

**long int B(int n);**

care calculează valoarea lui **B(n)** pentru  $n$  dat.

$$= (2n+2)!$$

se folosește formula lui B(n)

3 Lista dublu înlănțuită cu implementare dinamică:

0,4p

• Definiție listă, operații

0,2p

• Exemplu

0,4p

• structură de date C++ (cu Templates)

1,0p

• implementarea operației de ștergere nod (caz general).

4 Sortarea rapidă (**Quicksort**):

0,4p

• exemplu, descriere

0,4p

• clasă C++,

0,4p

• ordin de operații,

0,8p

• ordin mediu de operații.

5 Se dă funcția  $F: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$  dată de relația

1,0p

$$F(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & \text{dacă } x \text{ par} \\ F(F(x+3)), & \text{dacă } x = 4k+1 \\ F(F(x+1)), & \text{altfel} \end{cases}$$

$$5 \rightarrow 25 - 1$$

Demonstrați că expresia lui **F(x)** este corect definită, i.e. calculul lui **F(x)** se termină într-un număr finit de pași oricare ar fi  $x \in \mathbb{N}$ .

6 Să se scrie o funcție

1,0p

**void LListMerge(LList\* l1, LList\* l2, LList\* dest);**

care interclasează listele simplu înlănțuite  $l_1$  și  $l_2$  presupuse **sortate**, în lista dest.

$$B(n) = \frac{1}{n+1} \cdot C_{2n}^n$$

**TOTAL:** 9p+1p oficiu=10p

$$1b. \quad C_6^1 + C_6^2 + C_6^3 + C_6^4 + C_6^5 = 2^6 - 1$$

①

a)  $\pi = (4, 3, 5, \boxed{6}, 2, 1) \Rightarrow$   
 $\text{succ}(\pi) = (4, 3, 6, 1, 2, 5)$

b).

②  $B(n) = \frac{1}{n+1} \cdot C_{2n}^n$

a)  $B(5) = \frac{1}{6} \cdot C_{10}^5 = \frac{1}{6} \cdot \frac{10!}{5! \cdot 5!} = \frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10}{6 \cdot 5! \cdot 5!} = \frac{1}{5! \cdot 5!} = \frac{1}{120 \cdot 120} = \frac{1}{14400}$

dacă are  $n$  nivel  $\Rightarrow$  are  $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-1}$  noduri  $\Rightarrow 2^n - 1$  noduri  $(2n+2)!$

b)  $\frac{B(n+1)}{B(n)} = \frac{C_{2n+2}^{n+1}}{n+2} \cdot \frac{n+1}{C_{2n}^n} = \frac{(n+1)!(n+1)!}{(n+2)!} \cdot \frac{n+1}{(2n)!} = \frac{n+1}{(2n)!} \cdot \frac{n! \cdot n!}{n! \cdot n!}$

$= \frac{(2n+2)(2n+1) \cdot 2n \cdot (2n-1) \cdot \dots \cdot (n+1)!}{(n+1)!(n+1)!(n+2)} \cdot \frac{n! \cdot n!}{2n(2n-1) \cdot \dots \cdot (n+1)n!}$

$= \frac{2(n+1) \cdot 2n(2n-1) \cdot \dots \cdot (n+3)(n+2)}{2n(2n-1) \cdot \dots \cdot (n+2)} = 2(n+2) \in \mathbb{N}^*$   
 $2 \cdot 2 + 2 > 0$

c) 

```
long int B(int n)
{
    long int result;
    result = Comb(2n, n) / (n+1);
    return result;
}
```

se scrie funcție pentru combinații și pentru factorial.

### ③ Lista dublu întărită:

O listă dublu întărită conține în fiecare nod trei câmpuri:

- 1) câmpul de informație
- 2) câmpul de legătură (pointer) spre nodul următor.
- 3) câmpul de legătură (pointer) spre nodul precedent.

Precedent	Info	Next
-----------	------	------

Nodul de listă întărită poate fi descris în limbajul C++ cu ajutorul unei clase de forma

```
template < class T >
```

```
class NOD
```

```
{
```

```
// ...
```

```
    T info;
```

```
    NOD * prec, * next;
```

```
// ...
```

```
}
```

```
template < class T >
```

```
{
```

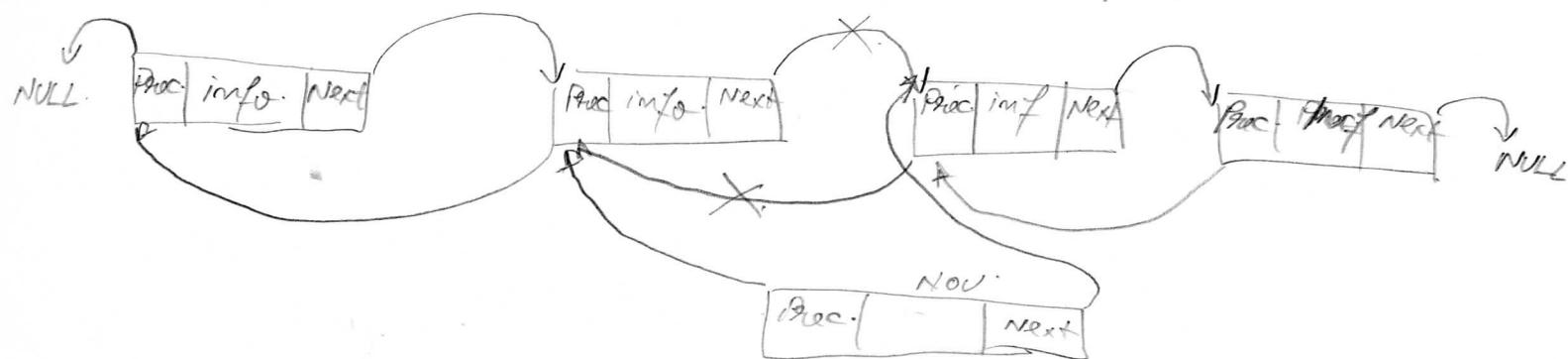
```
    NOD * head, * tail // începutul listei
```

```
    // ... metode.
```

```
    // coada listei
```

```
}
```

operația de adăugare se face astfel



se pot defini următoarele operații:

- crearea unei liste dublu înlanțuite
- accesul la un element
- inserarea unui nod.
- ștergerea unui nod.
- etc.

ștergerea nodului:

vezi: L. Hegresan.

⑤.

$$x = 4k \Rightarrow F(x) = 2k \Rightarrow \text{STOP}$$

$$x = 4k+1 \Rightarrow F(x) = F(F(4k+4)) = F(2k+2) = k+1 \Rightarrow \text{STOP}$$

$$x = 4k+2 \Rightarrow F(x) = 2k+1 \Rightarrow \text{STOP.}$$

$$x = 4k+3 \Rightarrow F(x) = F(F(4k+4)) = F(2k+2) = k+1 \Rightarrow \text{STOP.}$$

⑥. Vezi programul lista-par.