作业 9 对数运算与函数答案

1．下列函数中是增函数的为（　）

A．$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$　　B．$f(x)=(\frac{2}{3})^x$

C．$f(x)=x^2$　　D．$f(x)=\sqrt[3]{x}$

【答案】D

【分析】根据基本初等函数的性质逐项判断后可得正确的选项.

【详解】对于 A，$f(x)=\log_{\frac{1}{2}}x$ 为$(0,+\infty)$上的减函数，A 不是；

对于 B，$f(x)=(\frac{2}{3})^x$ 为$\mathbf{R}$上的减函数，B 不是；

对于 C，$f(x)=x^2$ 在$\mathbf{R}$上不单调，C 不是；

对于 D，$f(x)=\sqrt[3]{x}$ 为$\mathbf{R}$上的增函数，D 是.

故选：D

2．函数$f\left(x\right)=\log_2\left(-x^2+2x\right)$的单调递增区间为（　）

A．$\left(-\infty,1\right)$　　B．$\left(0,1\right)$　　C．$\left(1,2\right)$　　D．$\left(1,+\infty\right)$

【答案】B

【详解】由题意得$-x^2+2x>0$，解得$0<x<2$，$y=-x^2+2x$开口向下，对称轴为$x=1$，所以$y=-x^2+2x$在$(0,1)$上递增，在$(1,2)$上递减；因为$y=\log_2 x$是定义域上的递增函数，利用复合函数的同增异减可得$f(x)=\log_2(-x^2+2x)$的单调递增区间为$(0,1)$，故选：B.

3．图像过点$(0,1)$的函数是（　）

A．$y=3^x$　　B．$y=x^2$

C．$y=\sqrt{x}$　　D．$y=\ln x$

【答案】A

【详解】对于 A 中，函数$y=3^x$，由指数函数的性质，可得函数的图象过$(0,1)$，符合题意；

对于 B 中，函数$y=x^2$，由幂函数的性质，可得函数的图象恒过$(1,1)$，不符合题意；

对于 C 中，函数$y=\sqrt{x}$，由幂函数的性质，可得函数的图象恒过$(1,1)$，不符合题意；

对于 D 中，函数$y=\ln x$，由对数函数的性质，可得函数的图象恒过$(1,0)$，不符合题意.

故选：A.

4．已知x_1，x_2是方程$|\lg x|=t$的两个不等实根，则$\dfrac{2}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}$的最小值是（　）

A．2　　B．$2\sqrt{2}$　　C．$2\sqrt{3}$　　D．3

【答案】B【详解】由题意知$\lg x_1=-\lg x_2=\lg\dfrac{1}{x_2}$，其中$x_1>1$，$0<x_2<1$，则$x_1x_2=1$，

所以$\dfrac{2}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}\geq 2\sqrt{\dfrac{2}{x_1}\times\dfrac{1}{x_2}}=2\sqrt{2}$，当且仅当$\dfrac{2}{x_1}=\dfrac{1}{x_2}$，即$x_1=\sqrt{2}$，$x_2=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$时取等号，故B正确.

5．(多选)下列结论正确的是（　）

A．若幂函数$f(x)=x^{\alpha}$的图象过点$\left(\dfrac{1}{2},4\right)$，则$\alpha=-\dfrac{1}{2}$

B．若x，$y\in\mathrm{R}$，$x+2y=1$，则$\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}$的最小值为8

C．“$\forall x\in\mathrm{R}$，有$x^2+x+1\geq 0$”的否定是“$\exists x\in\mathrm{R}$，使$x^2+x+1<0$”

D．$\exists x\in(0,1)$，$\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>\log_{\frac{1}{2}}x$

【答案】CD

【详解】对于A，因为幂函数$f(x)=x^{\alpha}$的图象过点$\left(\dfrac{1}{2},4\right)$，

所以$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{\alpha}=4$，解得$\alpha=-2$，故A错误；

对于B，当$x=3,y=-1$时，$x+2y=1$，此时$\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}=\dfrac{1}{3}-2=-\dfrac{5}{3}<8$，故B错误；

对于C，“$\forall x\in\mathrm{R}$，有$x^2+x+1\geq 0$”的否定是“$\exists x\in\mathrm{R}$，使$x^2+x+1<0$”，故C正确；

对于D，如图，作出函数$y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x,y=\log_{\frac{1}{2}}x$ 的图象，

由图可知，$\exists x\in(0,1)$，$\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>\log_{\frac{1}{2}}x$，故D正确.故选：CD.

6．(多选)已知$x>0$，$y>0$，且$x+2y=4$，则（　）

A．$\ln x+\ln y\leq\ln 2$　B．$2^x+4^y<8$　C．$\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}\geq\dfrac{9}{4}$　D．$\mathrm{e}^{x^2}\geq\mathrm{e}^{8-4y^2}$

【答案】ACD

【详解】对于A，因为$4=x+2y\geq 2\sqrt{2xy}\Leftarrow xy\leq 2,$ 当且仅当$x=2,y=1$时取等号，

所以$\ln x+\ln y=\ln xy\leq\ln 2$，A正确；

对于B，取$x=1,y=\dfrac{3}{2}$，则$2^x+4^y=2+4^{\frac{3}{2}}=2+8=10>8$，B错误；

对于C，$\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y}=\dfrac{1}{4}(\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{y})(x+2y)=\dfrac{1}{4}(1+4+\dfrac{2y}{x}+\dfrac{2x}{y})\geq\dfrac{1}{4}(5+2\sqrt{\dfrac{2y}{x}\cdot\dfrac{2x}{y}})=\dfrac{9}{4}$，

当且仅当$\frac{2y}{x}=\frac{2x}{y}$，即$x=y=\frac{4}{3}$时取等号，C 正确；

对于 D，因为$x^2+4y^2=(x+2y)^2-4xy=16-4xy\geq 8$,

所以$x^2\geq 8-4y^2\Rightarrow e^{x^2}\geq e^{8-4y^2}$，D 正确．故选：ACD.

7．(多选)已知函数$f\left(x\right)=\log_2\left(x+1\right)$，当$\left(x,y\right)$是函数$f\left(x\right)$图象上的点时，$\left(\frac{x}{3},\frac{y}{2}\right)$是函数$g\left(x\right)$图象上的点，则（　）

A．$g\left(x\right)=\frac{1}{2}\log_2\left(3x+1\right)$　　B．若$2g\left(x\right)-f\left(x\right)\geq 0$，则$x$的取值范围为$\left(-1,+\infty\right)$

C．若$2g\left(x\right)-f\left(x\right)\geq 0$，则$x$的取值范围为$\left[0,+\infty\right)$　　D．$g\left(x\right)=\log_2\left(3x+1\right)$

【答案】AC

【详解】设$\begin{cases}\frac{x}{3}=a\\ \frac{y}{2}=b\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=3a\\ y=2b\end{cases}$，则$2b=\log_2\left(3a+1\right)\Rightarrow b=\frac{1}{2}\log_2\left(3a+1\right)$，

所以$g\left(x\right)=\frac{1}{2}\log_2\left(3x+1\right)$，故 A 正确，D 错误；

$2g\left(x\right)-f\left(x\right)=\log_2\left(3x+1\right)-\log_2\left(x+1\right)\geq 0\Rightarrow\log_2\left(\frac{3x+1}{x+1}\right)\geq\log_2 1$，

则$\begin{cases}3x+1>0\\ x+1>0\\ \frac{3x+1}{x+1}\geq 1\end{cases}\Rightarrow x\geq 0$，故 B 错误，C 正确.故选：AC

8．定义在$\mathbf{R}$上的奇函数$f\left(x\right)$满足：当$x\geq 0$，$f\left(x\right)=\log_2\left(x+2\right)+m$，则$f\left(-2\right)=$_________.

【答案】-1

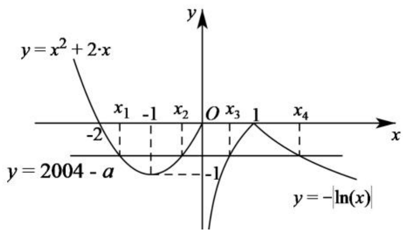
【详解】$\because f\left(x\right)$是定义在$\mathbf{R}$上的奇函数，$\therefore f\left(0\right)=\log_2\left(0+2\right)+m=0$，则$m=-1$，

$\therefore f\left(-2\right)=-f\left(2\right)=-\log_2\left(2+2\right)+1=-1$.故答案为：-1

9. 已知函数$y=f\left(x\right)$, 其中$f\left(x\right)=\begin{cases}a-\left|\ln x\right|,x>0\\ x^2+2x+a,x\leq 0\end{cases}\left(a\in R\right)$.若关于$x$的方程$f(x)=2024$恰有四个不同的实数根，则该方程所有实数根之和的取值范围是_______________.

【答案】$(0,e+e^{-1}-2)$

【详解】$g(x)=f\left(x\right)-a=\begin{cases}-\left|\ln x\right|,x>0\\ x^2+2x,x\leq 0\end{cases}$，画出图像如图所示.



方程 $f(x)=2024$ 等价于 $g\left(x\right)=2004-a$，方程有 4 个不同的实数根，即函数 $y=g\left(x\right)$ 的图象与水平直线 $y=2004-a$ 有 4 个不同的交点，故 $2004-a\in\left(-1,0\right)$.

设四个交点的横坐标从左到右依次为 x_1,x_2,x_3,x_4，如图所示，可知

$x_1<0,x_2<0,x_1+x_2=-2$，$0<x_3<1<x_4$，

结合 $2004-a=g\left(x_3\right)=g\left(x_4\right)=-\left|\ln x_3\right|=-\left|\ln x_4\right|$,得 $\ln x_3=-\ln x_4$,所以 $x_3x_4=1$.

又因为 $2004-a\in\left(-1,0\right)$，所以 $\ln x_3\in\left(-1,0\right)$，所以 $x_3\in\left(\mathrm{e}^{-1},1\right)$，所以 $x_3+x_4=x_3+\dfrac{1}{x_3}$，

由于函数 $y=x+\dfrac{1}{x}$ 在 $\left(0,1\right]$ 上单调递减，所以 $x_3+x_4\in\left(2,\mathrm{e}+\mathrm{e}^{-1}\right)$，

$x_1+x_2+x_3+x_4=-2+x_3+x_4\in(0,\mathrm{e}+\mathrm{e}^{-1}-2)$，

所以题设方程所有实数根之和的取值范围是 $(0,\mathrm{e}+\mathrm{e}^{-1}-2)$.故答案为：$(0,\mathrm{e}+\mathrm{e}^{-1}-2)$

10．已知函数 $f\left(x\right)=\log_a x$（$a>0$ 且 $a\neq1$），$f\left(3\right)-f\left(2\right)=1$.

(1)求使 $f\left(x-\dfrac{2}{x}\right)=\log_{\frac{3}{2}}\dfrac{7}{2}$ 成立的 x 的值；

(2)若 $f\left(3m-2\right)<f\left(2m+5\right)$，求实数 m 的取值范围.

【答案】(1) $x=4$ 或 $x=-\dfrac{1}{2}$ (2) $\left(\dfrac{2}{3},7\right)$

【详解】(1)解：因为 $f\left(x\right)=\log_a x$，则 $f\left(3\right)-f\left(2\right)=\log_a 3-\log_a 2=\log_a\dfrac{3}{2}=1$，解得 $a=\dfrac{3}{2}$，

所以 $f\left(x-\dfrac{2}{x}\right)=\log_{\frac{3}{2}}\left(x-\dfrac{2}{x}\right)=\log_{\frac{3}{2}}\dfrac{7}{2}$，得 $x-\dfrac{2}{x}=\dfrac{7}{2}$，

即 $2x^2-7x-4=0$，解得 $x=4$ 或 $x=-\dfrac{1}{2}$.

（2）解：由（1）知 $f\left(x\right)=\log_{\frac{3}{2}}x$ 是 $\left(0,+\infty\right)$ 上的增函数，

又 $f\left(3m-2\right)<f\left(2m+5\right)$，则 $2m+5>3m-2>0$，解得 $\dfrac{2}{3}<m<7$.

故实数 m 的取值范围是 $\left(\dfrac{2}{3},7\right)$.

11．已知函数 $f(x)=\log_2\left(4^x+1\right)+kx$ 为偶函数.

(1)求实数 k 的值；

(2)解不等式 $f(x)\geq\log_2\left(7\cdot2^x-1\right)$.

【答案】(1) $k=-1$ (2) $\left(-\log_2 7,-1\right]$

【详解】（1）$\because$ 函数 $f(x)=\log_2\left(4^x+1\right)+kx$ 为偶函数，

$\therefore f(-x)=f(x)$，即 $\log_2\left(4^{-x}+1\right)-kx=\log_2\left(4^x+1\right)+kx$，

$\therefore 2kx=\log_2\left(4^{-x}+1\right)-\log_2\left(4^x+1\right)=\log_2\dfrac{\frac{4^x+1}{4^x}}{4^x+1}=\log_2 4^{-x}=-2x$，$\therefore k=-1$.

（2）由（1）知，$k=-1$，

$\therefore f(x)=\log_2\left(4^x+1\right)-x=\log_2\left(\dfrac{4^x+1}{2^x}\right)=\log_2\left(2^x+2^{-x}\right)$，

不等式 $f(x)\geq\log_2\left(7\cdot 2^x-1\right)$，等价于 $\log_2\left(2^x+2^{-x}\right)\geq\log_2\left(7\cdot 2^x-1\right)$，

即 $2^x+2^{-x}\geq 7\cdot 2^x-1>0$，由 $7\cdot 2^x-1>0$，解得 $x>-\log_2 7$，

由 $2^x+2^{-x}\geq 7\cdot 2^x-1$，得 $6\cdot\left(2^x\right)^2-2^x-1\leq 0$，得 $0<2^x\leq\dfrac{1}{2}$，即 $x\leq -1$，

综上，不等式 $f(x)\geq\log_2\left(7\cdot 2^x-1\right)$ 的解集为 $\left(-\log_2 7,-1\right]$.

12．(多选)通过等式 $a^b=c(a>0,a\neq 1)$ 我们可以得到很多函数模型，例如将 a 视为常数，b 视为自变量 x，那么 c 就是 b（即 x）的函数，记为 y，则 $y=a^x$，也就是我们熟悉的指数函数.若令 $c=\mathrm{e}$,(e 是自然对数的底数)，将 a 视为自变量 $x(x>0,x\neq 1)$，则 b 为 x 的函数，记为 $y=f(x)$，下列关于函数 $y=f(x)$ 的叙述中正确的有（　）

A．$f\left(\sqrt{\mathrm{e}}\right)=2$　　　B．$\forall x\in(0,1)\cup(1,+\infty)$，$\mathrm{e}^{f(x)}=\dfrac{1}{x}$

C．$y=f(x)$ 在 $(0,1)$ 上单调递减

D．若对任意 $x\in(0,1)\cup(1,+\infty)$，不等式 $\left(mx^2+x+2m-1\right)f(x)>0$ 恒成立，则实数 m 的值为 0

【答案】ACD

【详解】由题意可得，$x^y=\mathrm{e}$，两边取自然对数得，$y=\dfrac{1}{\ln x}$，即 $f(x)=\dfrac{1}{\ln x}$.

对于 A 选项，$f\left(\sqrt{\mathrm{e}}\right)=\dfrac{1}{\ln\sqrt{\mathrm{e}}}=2$,故 A 项正确；

对于 B 选项，$\forall x\in(0,1)\cup(1,+\infty)$，$\mathrm{e}^{f(x)}=\mathrm{e}^{\frac{1}{\ln x}}$，因 $\mathrm{e}^{-\ln x}=\dfrac{1}{\mathrm{e}^{\ln x}}=\dfrac{1}{x}$，但是 $\dfrac{1}{\ln x}\neq -\ln x$（否则 $\ln^2 x=-1$，x 值不存在），

则 $\mathrm{e}^{f(x)}\neq\dfrac{1}{x}$，故 B 项错误；

对于 C 选项，当 $x\in(0,1)$ 时，$\ln x<0$ 且 $y=\ln x$ 为增函数，则 $f(x)=\dfrac{1}{\ln x}$ 恒为负且为减函数，故 C 项正确；

对于 D 选项，①当 $x\in(0,1)$ 时，$f(x)=\dfrac{1}{\ln x}<0$，则由 $\left(mx^2+x+2m-1\right)f(x)>0$ 可推得 $mx^2+x+2m-1<0$ 在 $(0,1)$ 上恒成立，

即 $m<\dfrac{1-x}{x^2+2}$ 在 $(0,1)$ 上恒成立，不妨设 $t=1-x$，则 $t\in(0,1)$，$x^2+2=(1-t)^2+2=t^2-2t+3$，

记 $g(t)=\dfrac{t}{t^2-2t+3}=\dfrac{1}{t+\dfrac{3}{t}-2}$，

因 $y=t+\dfrac{3}{t}$ 在 $(0,1)$ 上单调递减，故 $t+\dfrac{3}{t}>4$，从而 $0<g(t)<\dfrac{1}{2}$，即 $0<\dfrac{1-x}{x^2+2}<\dfrac{1}{2}$，故 $m\le 0$，

②当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$f(x)=\dfrac{1}{\ln x}>0$，则由 $\left(mx^2+x+2m-1\right)f(x)>0$ 可推得

$mx^2+x+2m-1>0$ 在 $(1,+\infty)$ 上恒成立，

即 $m>\dfrac{1-x}{x^2+2}$ 在 $(1,+\infty)$ 上恒成立，不妨设 $t=1-x$，则 $t\in(-\infty,0)$，同法得

$g(t)=\dfrac{t}{t^2-2t+3}=\dfrac{1}{t+\dfrac{3}{t}-2}$，

因 $y=t+\dfrac{3}{t}$ 在在 $(-\infty,-\sqrt{3})$ 上单调递增，$(-\sqrt{3},0)$ 上单调递减，故 $t+\dfrac{3}{t}\le-2\sqrt{3}$，从而

$-\dfrac{\sqrt{3}-1}{4}\le g(t)<0$，即 $-\dfrac{\sqrt{3}-1}{4}\le\dfrac{1-x}{x^2+2}<0$，故 $m\ge 0$.

综上分析知，实数 m 的值为 0,故 D 项正确.故选：ACD.

13．设函数 $f\left(\log_2 x\right)$ 的定义域为 $\left[\dfrac{1}{4},4\right]$，且满足 $f\left(\log_2 x\right)=\dfrac{x-1}{x+1}$，则不等式

$f\left(\left(\dfrac{1}{4}\right)^x-4\right)+f\left(2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^x\right)<0$ 的解集是_______.

【答案】$\left(-1,-\dfrac{1}{2}\right]$

【详解】令 $t=\log_2 x$，则 $x=2^t$，由 $x\in\left[\dfrac{1}{4},4\right]$，得 $t\in[-2,2]$，

所以 $f(t)=\dfrac{2^t-1}{2^t+1}$，$t\in[-2,2]$，

因为 $f(-t)=\dfrac{2^{-t}-1}{2^{-t}+1}=\dfrac{1-2^t}{2^t+1}=-\dfrac{2^t-1}{2^t+1}=-f\left(t\right)$，所以函数 $f\left(t\right)$ 为奇函数，

因为 $f(t)=\dfrac{2^t-1}{2^t+1}=1-\dfrac{2}{2^t+1}$，而 $y=2^t+1$ 在其定义域内单调递增，则 $y=\dfrac{2}{2^t+1}$ 在其定义域内单调递减，所以函数 $f\left(t\right)$ 单调递增，

而不等式 $f\left(\left(\dfrac{1}{4}\right)^x-4\right)+f\left(2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^x\right)<0$ 可变形为

$f\left(\left(\dfrac{1}{4}\right)^x-4\right)<-f\left(2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^x\right)=f\left(\left(\dfrac{1}{2}\right)^x-2\right)$，所以 $-2\le\left(\dfrac{1}{4}\right)^x-4<\left(\dfrac{1}{2}\right)^x-2\le 2$，

由 $-2\le\left(\dfrac{1}{4}\right)^x-4$，解得 $x\le-\dfrac{1}{2}$，由 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x-2\le 2$，解得 $x\ge-2$，

由$\left(\frac{1}{4}\right)^x-4<\left(\frac{1}{2}\right)^x-2$，令$m=\left(\frac{1}{2}\right)^x$，得$m^2-m-2<0$，即$-1<m<2$，

所以$-1<\left(\frac{1}{2}\right)^x<2$，则$x>-1$，综上，$-1<x\le-\frac{1}{2}$.故答案为：$\left(-1,-\frac{1}{2}\right]$.

14．已知函数$g(x)=\log_3\frac{x-a}{x+1}$为奇函数.

(1)求实数a的值；

(2)判断函数$g(x)$的单调性，并用函数单调性的定义证明；

(3)若存在$s,t\in(1,+\infty)$，使$g(x)$在区间$[s,t]$上的值域为$\left[\log_3\left(ns-\frac{n}{2}\right),\log_3\left(nt-\frac{n}{2}\right)\right]$，求实数$n$的取值范围.

【答案】(1)1　(2)增区间为$(-\infty,-1),(1,+\infty)$，无减区间，证明见解析　(3)$\left(0,\frac{2}{9}\right)$

【详解】（1）因为函数$g(x)=\log_3\frac{x-a}{x+1}$为奇函数，所以$g(-x)+g(x)=0$，

即$\log_3\frac{-x-a}{-x+1}+\log_3\frac{x-a}{x+1}=0$，$\log_3\frac{(-x-a)(x-a)}{(-x+1)(x+1)}=0$，$\frac{-x^2+ax-ax+a^2}{1-x^2}=1$，

化简得$a^2-x^2=1-x^2$，即$a^2=1$，$a=\pm1$；

当$a=-1$时，$g(x)=\log_3\frac{x+1}{x+1}$，定义域为$x\neq-1$，不符合题意；

当$a=1$时，$g(x)=\log_3\frac{x-1}{x+1}$，$\frac{x-1}{x+1}>0$，定义域为$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$，

定义与关于原点对称，所以$a=1$满足题意，

综上所述，实数a的值为1.

（2）函数$g(x)$在$(-\infty,-1),(1,+\infty)$上为增函数；

证明：由（1）知$g(x)=\log_3\frac{x-1}{x+1}$，定义域为$(-\infty,-1)\cup(1,+\infty)$，

任取x_1，$x_2\in(1,+\infty)$，不妨设$x_1<x_2$，则$g(x_1)-g(x_2)=\log_3\frac{x_1-1}{x_1+1}-\log_3\frac{x_2-1}{x_2+1}$

$=\log_3\frac{(x_1-1)(x_2+1)}{(x_1+1)(x_2-1)}$，因为$x_1-1>0$，$x_2+1>0$，所以$(x_1-1)(x_2+1)>0$，

因为$x_1+1>0$，$x_2-1>0$，所以$(x_1+1)(x_2-1)>0$，所以$\frac{(x_1-1)(x_2+1)}{(x_1+1)(x_2-1)}>0$，

$(x_1-1)(x_2+1)-(x_1+1)(x_2-1)=2(x_1-x_2)<0$，所以$0<\frac{(x_1-1)(x_2+1)}{(x_1+1)(x_2-1)}<1$，

所以$\log_3\frac{(x_1-1)(x_2+1)}{(x_1+1)(x_2-1)}<0$，即$g(x_1)<g(x_2)$，所以$g(x)$在$(1,+\infty)$上为增函数；

同理可证$g(x)$在$(-\infty,-1)$上为增函数.

（3）由（2）知，$g(x)$在$(1,+\infty)$上为增函数，又因为$g(x)$在区间$[s,t]$上的值域为

$\left[\log_3 n\left(s-\frac{1}{2}\right),\log_3 n\left(t-\frac{1}{2}\right)\right]$，所以$n>0$，$\begin{cases}\log_3\frac{s-1}{s+1}=\log_3 n\left(s-\frac{1}{2}\right)\\ \log_3\frac{t-1}{t+1}=\log_3 n\left(t-\frac{1}{2}\right)\end{cases}$，

即s,t是方程$\frac{x-1}{x+1}=nx-\frac{n}{2}$的两个实数根，问题等价于$nx^2-\left(1-\frac{n}{2}\right)x+1-\frac{n}{2}=0$

在$(1,+\infty)$上有两个不等实根，令$h(x)=nx^2-\left(1-\frac{n}{2}\right)x+1-\frac{n}{2}$，

对称轴为$x=\frac{1}{2n}-\frac{1}{4}$，则$\begin{cases}n>0\\ \frac{1}{2n}-\frac{1}{4}>1\\ \Delta=\left(1-\frac{n}{2}\right)^2-4n\left(1-\frac{n}{2}\right)>0\\ h(1)=n>0\end{cases}$，即$\begin{cases}n>0\\ 0<n<\frac{2}{5}\\ n>2\text{或}n<\frac{2}{9}\end{cases}$，

解得$0<n<\frac{2}{9}$，即实数n的取值范围为$\left(0,\frac{2}{9}\right)$