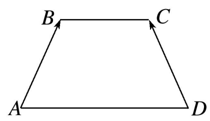
作业 20　平面向量的概念和加法减法运算 参考答案

1.在同一平面内，把所有长度为 1 的向量的起点固定在同一点，这些向量的终点形成的轨迹是(　　)

A.单位圆　　B.一段弧　　C.线段　　D.直线

【答案】A

2.如图所示，梯形 $ABCD$ 为等腰梯形，则两腰上的向量$\overrightarrow{AB}$与$\overrightarrow{DC}$的关系是(　　)



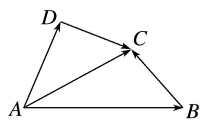
A.$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$　　B.$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{DC}|$

C.$\overrightarrow{AB}>\overrightarrow{DC}$　　D.$\overrightarrow{AB}<\overrightarrow{DC}$

【答案】B

【详解】$|\overrightarrow{AB}|$与$|\overrightarrow{DC}|$表示等腰梯形两腰的长度，故相等.

3.如图，在四边形 $ABCD$ 中，设$\overrightarrow{AB}=a$，$\overrightarrow{AD}=b$，$\overrightarrow{BC}=c$，则$\overrightarrow{DC}$等于(　　)



A.$a-b+c$

B.$b-(a+c)$

C.$a+b+c$

D.$b-a+c$

【答案】A

【详解】$\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AD}=a+c-b=a-b+c$.

4.在矩形 $ABCD$ 中，$|\overrightarrow{AB}|=4$，$|\overrightarrow{BC}|=2$，则向量$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}$的长度为(　　)

A.$2\sqrt{5}$　B.$4\sqrt{5}$　C.12　D.6

【答案】B

【详解】因为$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$，

所以$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}$的长度为$\overrightarrow{AC}$的模的 2 倍.

又$|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{42+22}=2\sqrt{5}$，

所以向量$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}$的长度为 $4\sqrt{5}$.

5.(多选)下列四个式子中可以化简为$\overrightarrow{AB}$的是(　　)

A.$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}-\overrightarrow{BD}$　　　　B.$\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{CB}$

C.$\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}$　　　　D.$\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$

【答案】AD

6.(多选)下列说法错误的有(　　)

A.如果非零向量 a 与 b 的方向相同或相反，那么 $a+b$ 的方向必与 a 或 b 的方向相同

B.在△ABC 中，必有$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=0$

C.若$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=0$，则 A，B，C 一定为一个三角形的三个顶点

D.若 a，b 均为非零向量，则$|a+b|=|a|+|b|$

【答案】ACD

【详解】A 错，若 a＋b＝0，则 a＋b 的方向是任意的；

B 正确；C 错，当 A，B，C 三点共线时，也满足$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=0$；D 错，$|a+b|\le|a|+|b|$.

7.(多选)在$\triangle ABC$中，D，E，F 分别是边 BC,CA,AB 的中点，点 G 为$\triangle ABC$的重心，则下列结论中正确的是（　）

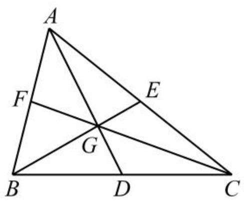
A．$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CA}$　　　　B．$\overrightarrow{AG}=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$

C．$\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CE}=0$　　　　D．$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

【答案】BCD

【分析】由向量的线性运算结合三角形的重心的性质求解即可.

【详解】解：如图：



对于选项 A，$\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=2\overrightarrow{EB}\neq\overrightarrow{AC}$，即选项 A 错误；

对于选项 B，点 G 为$\triangle ABC$的重心，则$\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AD}=\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})=\frac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC})$，即选项 B 正确；

对于选项 C，$\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CE}=\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA})=\vec{0}$，即选项 C 正确；

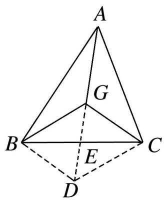
对于选项 D，$\overrightarrow{GA}=-2\overrightarrow{GD}=-2\times\frac{1}{2}(\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC})$，即$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$，即选项 D 正确，

故选：BCD.

8.已知点 G 是△ABC 的重心，则$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=$______.

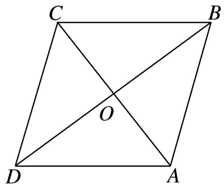
【答案】**0**

【详解】如图所示，连接 AG 并延长交 BC 于点 E，点 E 为 BC 的中点，延长 AE 到点 D，使 GE＝ED，



则$\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\overrightarrow{GD}$，$\overrightarrow{GD}+\overrightarrow{GA}=0$，∴$\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\mathbf{0}$.

9.如图，在菱形 $ABCD$ 中，$\angle BAD=120°$，则以下说法正确的是________.(填序号)



①与$\overrightarrow{AB}$相等的向量只有 1 个(不含$\overrightarrow{AB}$)；

②与$\overrightarrow{AB}$的模相等的向量有 9 个(不含$\overrightarrow{AB}$)；

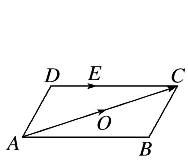
③$\overrightarrow{BD}$的模恰为$\overrightarrow{DA}$的模的$\sqrt{3}$倍；

④$\overrightarrow{CB}$与$\overrightarrow{DA}$不共线.

【答案】①②③

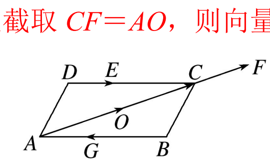
【详解】由于$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$，因此与$\overrightarrow{AB}$相等的向量只有$\overrightarrow{DC}$，而与$\overrightarrow{AB}$的模相等的向量有$\overrightarrow{DA}$，$\overrightarrow{DC}$，$\overrightarrow{AC}$，$\overrightarrow{CB}$，$\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{CA}$，$\overrightarrow{BC}$，$\overrightarrow{BA}$，因此选项①②正确.而 Rt△AOD 中，因为∠ADO＝30°，所以$|\overrightarrow{DO}|=\frac{\sqrt{3}}{2}|\overrightarrow{DA}|$，故$|\overrightarrow{DB}|=\sqrt{3}|\overrightarrow{DA}|$，因此选项③正确.由于$\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{DA}$，因此$\overrightarrow{CB}$与$\overrightarrow{DA}$是共线的，故填①②③.

10.如图，已知在▱ $ABCD$ 中，O 是两条对角线的交点，E 是 CD 的一个三等分点(靠近 D 点)，求作：



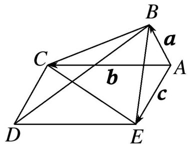
(1)$\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{AC}$；(2)$\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{BA}$.

【详解】(1)延长 AC，在延长线上截取 $CF=AO$，则向量$\overrightarrow{AF}$即为所求.



(2)在 AB 上取点 G，使 $AG=\frac{1}{3}AB$，则向量$\overrightarrow{BG}$即为所求.

11.如图，在五边形 $ABCDE$ 中，若四边形 $ACDE$ 是平行四边形，且$\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{a}$，$\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{b}$，$\overrightarrow{AE}=\boldsymbol{c}$，试用 $\boldsymbol{a}$，$\boldsymbol{b}$，$\boldsymbol{c}$ 表示向量$\overrightarrow{BD}$,$\overrightarrow{BC}$,$\overrightarrow{BE}$，$\overrightarrow{CD}$及$\overrightarrow{CE}$.



【详解】 ∵四边形 $ACDE$ 是平行四边形，

∴$\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AE}=\boldsymbol{c}$，

$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}$，

$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AB}=\boldsymbol{c}-\boldsymbol{a}$，

$\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{AE}-\overrightarrow{AC}=\boldsymbol{c}-\boldsymbol{b}$，

∴$\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\boldsymbol{b}-\boldsymbol{a}+\boldsymbol{c}$.

【拓展探究※选做】

12.(多选)在平面四边形 $ABCD$ 中，E，F 分别为 AD，BC 的中点，则下列向量与 $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$ 相等的是（　）

A．$2\overrightarrow{EF}$　　B．$\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$　　C．$\overrightarrow{EB}+\overrightarrow{EC}$　　D．$\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FD}$

【答案】ABC

【详解】因为在平面四边形 ABCD 中，E，F 分别为 AD，BC 的中点，

所以 $\overrightarrow{AE}=\overrightarrow{ED}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{FC}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$，

因为 $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}$， $\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CF}$

所以 $2\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CF}+\overrightarrow{EA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}$，

所以 A 正确，

因为 $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}$，

所以 $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{DB}$， 所以 B 正确，

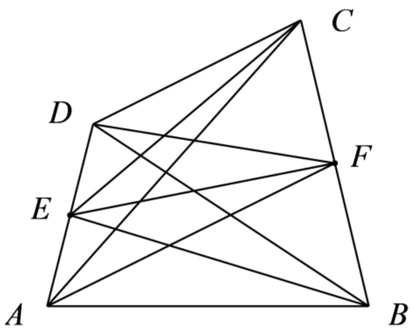
因为 $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EC},\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EB}$，

所以 $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DE}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EB}=\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{EB}$， 所以 C 正确，

因为 $\overrightarrow{FA}+\overrightarrow{FD}=\overrightarrow{FB}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{FC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}=-(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC})$，

所以 D 错误，

故选：ABC

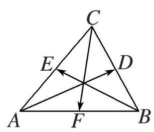


13.已知在四边形 $ABCD$ 中，$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$且$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BD}|=|\overrightarrow{BC}|=2$，则该四边形内切圆的面积是________.

【答案】$\frac{3\pi}{4}$

【详解】由$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$知四边形 ABCD 为平行四边形，由$|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{BD}|=|\overrightarrow{BC}|$知四边形 ABCD 为菱形，△ABD 为等边三角形，故∠ABC＝120°，菱形的内切圆圆心 O 在对角线 BD 的中点处，令其半径为 r，则 $r=\frac{1}{2}|\overrightarrow{BD}|\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}$，所以 S 圆＝πr2＝$\pi\times\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)2=\frac{3\pi}{4}$.

14.如图，已知 D，E，F 分别为△ABC 的三边 BC，AC，AB 的中点，求证：$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=\mathbf{0}$.



【详解】证明　由题意知，$\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}$，

$\overrightarrow{BE}=\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CE}$，$\overrightarrow{CF}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BF}$.

由平面几何知识可知，$\overrightarrow{EF}=\overrightarrow{CD}$，$\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{FA}$，

所以$\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{CF}=(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD})+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CE})+(\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BF})$

$=(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{BF})+(\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CB})$

$=(\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EC}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CE}+\overrightarrow{BF})+\mathbf{0}$

$=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BF}=\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{FA}=\mathbf{0}$.