

Algorithm_Analysis_2024Fall

一

1. 简述快速排序算法
2. 给你一个链表，要求讲解如何在链表中快速排序，空间要求 $O(1)$ ，不计递归栈。

二

给定一个Hash表，大小为4，结构长这样 $\{?, \text{empty}, \text{empty}, ?, ?, ?, ?, ?\}$ 具体是什么数字忘记了，Hash函数和ReHash函数分别是：

$$\text{Hash}(x) = 5 * x \pmod{8}, \text{ReHash}(x) = x + 1 \pmod{8}$$

1. 其中被映射到第五个位置的是散列值为5的元素，被映射到第6个位置的是散列值为4的元素，请问哪一个元素先被插入或者无法判断（散列表没有执行过删除操作）
2. 插入233

三

简述Dijkstra算法并且举出一个反例证明其在有负权边的图上不适用

四

有 n 个任务 j_1, \dots, j_n ，分别需要花费 a_1, \dots, a_n 的时间，我们的处理器每次只能处理一个任务并且不能切换任务，但是我们可以改变处理器执行这些任务的次序，定义每个任务花费的时间为它自身需要花费的时间加上在其之前执行的所有任务花费的总时间，在定义每个任务平均花费的时间是如上定义的每个任务花费时间的平均值，请编写算法求出平均花费的最小值和此时的任务安排顺序。要求给出伪代码，分析时间复杂度，并且严格证明算法的正确性。

五

1. 简述二分图中的增广路
2. 你需要在一个 $M \times M$ 的棋盘上放置一些棋子，同一行只能存在一个棋子，同一列也是，同时棋盘上有若干个位置不能放棋子，将这个问题归约到二分图最大匹配。

六

给定两棵二叉树，它们满足所有父节点的权值小于子节点的权值，要求编写算法合并这两棵树，并且仍然满足上述性质，要求在不计递归栈的情况下空间复杂度 $O(1)$ 。

七

树形dp问题，给定一颗树，要求你给每个节点赋值0,1,2其中一个，满足：

- 任意子节点值与父节点不同
- 要求满足 u 是 v 的父节点， u 对应的值大于 v 对应的值这样的父子对 u, v 个数最小
编写算法给出满足要求的赋值方案。