

《概率论与数理统计》期末试卷

2022/2023 学年第一学期 院系_____

学号_____ 姓名_____ 考试成绩_____

题号	一40分	二12分	三12分	四12分	五12分	六12分	总分
得分							

$$\Phi(1) = 0.8413, \Phi(1.5) = 0.9332, t_{0.025}(15) = 2.132, t_{0.025}(16) = 2.120$$

$$\chi_{0.025}^2(24) = 39.364, \chi_{0.975}^2(24) = 12.401, \chi_{0.025}^2(25) = 40.646, \chi_{0.975}^2(25) = 13.120$$

一. 简答题(8 × 5分)

1. 在(0,1)上任取两数, 求两数之积小于0.5的概率。

2. 设 X 为随机变量, 服从 $(-1, 1)$ 上的均匀分布, 求 X^2 的概率密度函数。

3. 设随机变量 X, Y 的相关系数为0.5, $DX = 9, DY = 16$, 求 $D(X - Y)$

4. 设计计算机进行加法运算时, 误差相互独立, 均服从 $N(-0.5, 0.5)$ 的均匀分布。若将1200个数相加, 求误差总和的绝对值大于15的概率。

5. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma_0^2)$, 其中 σ_0 是已知常数。 X_1, X_2, \dots, X_n 为来自总体 X 的简单随机样本, 样本均值记为 \bar{X} , 试写出总体均值 μ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间?

二. (12分) 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$p(x, y) = \begin{cases} k(x^2 + y) & 0 < x < 1, 0 < y < 1 - x^2 \\ 0 & \text{其它。} \end{cases}$$

试求: (1). k ; (2). $P(0 < X < \frac{1}{3})$; (3). X, Y 的边缘密度。

三. (12 分) 设总体 X 服从正态分布 $N(1, 4)$, 总体 Y 服从正态分布 $N(1, 2)$, 而 X_1, X_2, \dots, X_4 及 Y_1, Y_2 分别来自总体 X, Y 的简单随机样本, 且相互独立。它们的样本均值记为 \bar{X}, \bar{Y} , 样本方差记为 S_1^2, S_2^2 。求 $\frac{2(\bar{X}-\bar{Y})}{\sqrt{\frac{3}{2}S_1^2+S_2^2}}$ 的分布。

四. (12分) 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x; \theta) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^\theta} & x > 1 \\ 0 & \text{其它。} \end{cases}$$

其中未知参数 $\theta > 1$, X_1, X_2, \dots, X_n 是来自总体的简单随机样本, 求 θ 的矩估计和极大似然估计。

五. (12分) 考察某个单位成年男性的胆固醇水平, 抽取了样本容量为25的一组样本, 测得样本标准差 S 为12。假设胆固醇水平 X 服从 $N(\mu, \sigma^2)$, μ 未知, 求方差 σ^2 的置信水平为0.95的置信区间。

六. (12分) 设某厂生产的灯泡寿命服从正态分布, 从中抽取16个灯泡, 测得样本均值 \bar{X} 为940小时, 样本标准差 S 为120小时. 试在显著性水平 $\alpha = 0.05$ 下检验整批灯泡的寿命是否为1000小时?