Model matematyczny epidemii

Mikołaj Bartkowiak · 148164 (I1.1)
mikolaj.bartkowiak@student.put.poznan.pl
Szymon Stanisławski · 150192 (I6.2)
szymon.stanislawski@student.put.poznan.pl

Projekt ma na celu zamodelowanie symulacji przebiegu epidemii wśród populacji na podstawie podanych parametrów wejściowych. W tym celu wykorzystano równania różniczkowe oparte na modelu matematycznym przebiegu pandemii COVID-19 [1]. Zmienne, parametry oraz równania różniczkowe są tymczasowo poglądowe i mogą ulec zmianie w przypadku znalezienia bardziej odpowiedniego modelu na potrzeby projektu.

1 Zmienne

Zmienne wykorzystywane w modelowaniu matematycznym epidemii wśród populacji:

- $N(t)$ – całkowita populacja w chwili t, w tym:
  - $S(t)$ – liczba osób podatnych na zakażenie (osoby niezakażone),
  - $E(t)$ – liczba osób pozostających bezpośrednio w kontakcie z osobami zakażonymi,
  - $I(t)$ – liczba osób zakażonych,
  - $Q(t)$ – liczba osób na kwarantannie (osoby te przestrzegają kwarantanny i nie zakażają pozostałych osób w populacji, nawet jeżeli przynależą do osób zakażonych),
  - $R(t)$ – liczba ozdrowieńców lub zaszczepionych: osób które przeszły zakażenie i/lub uzyskały odporność,

2 Parametry

Parametry wykorzystywane w modelowaniu matematycznym epidemii wśród populacji:

- θ – współczynnik określający liczbę osób podatnych na zakażenie,
- μ – ogólny wskaźnik śmiertelności dla populacji,
- δ – wskaźnik śmiertelności osób zakażonych,
- ω – współczynnik określający podatność na zakażenie,

- σ – współczynnik określający utratę odporności,
- τ – współczynnik określający odsetek osób wyleczonych wśród osób zakażonych,
- ϕ – współczynnik określający odsetek osób wyleczonych wśród osób na kwarantannie,
- ψ – współczynnik określający odsetek osób stosujących się do zasad zachowywania dystansu społecznego,
- ν – współczynnik określający odsetek osób używających maseczek oraz płynów dezynfekujących,
- ρ – współczynnik określający odsetek ozdrowieńców,
- α_c – wskaźnik transmisji zakażeń.

3 Równania różniczkowe

Równania różniczkowe wchodzące w skład modelu:

$$\begin{aligned}
\frac{dS}{dt} &= \theta - \frac{\alpha_c(1-\psi)(1-\nu)(E+I)S}{N(t)} - \mu S + \sigma R, \\
\frac{dE}{dt} &= \frac{\alpha_c(1-\psi)(1-\nu)(E+I)S}{N(t)} - (\mu+\omega)E, \\
\frac{dI}{dt} &= \omega E - (\mu+\delta+\rho+\tau)I, \\
\frac{dQ}{dt} &= \rho I - (\mu+\delta+\phi)Q, \\
\frac{dR}{dt} &= \phi Q + \tau I - (\sigma+\mu)R.
\end{aligned} \tag{1}$$

4 Równania różnicowe

Równania (1) przekształcono do postaci równań różnicowych:

$$\begin{aligned}
\frac{\Delta S(n)}{T_p} &= \theta - \frac{\alpha_c(1-\psi)(1-\nu)\big(E(n)+I(n)\big)S(n)}{N} - \mu S(n) + \sigma R(n), \\
\frac{\Delta E(n)}{T_p} &= \frac{\alpha_c(1-\psi)(1-\nu)\big(E(n)+I(n)\big)S(n)}{N} - (\mu+\omega)E(n), \\
\frac{\Delta I(n)}{T_p} &= \omega E(n) - (\mu+\delta+\rho+\tau)I(n), \\
\frac{\Delta Q(n)}{T_p} &= \rho I(n) - (\mu+\delta+\phi)Q(n), \\
\frac{\Delta R(n)}{T_p} &= \phi Q(n) + \tau I(n) - (\sigma+\mu)R(n).
\end{aligned} \tag{2}$$

5 Literatura

[1] O. J. Peter, S. Qureshi, A. Yusuf, M. Al-Shomrani i A. A. Idowu, „A new mathematical model of COVID-19 using real data from Pakistan,” *Results in Physics,* tom 24, 2021.