

# Model matematyczny epidemii

Mikołaj Bartkowiak 148164 (I1.1)

Szymon Stanisławski 150192 (I6.2)

Projekt ma na celu zamodelowanie symulacji przebiegu epidemii wśród populacji na podstawie podanych parametrów wejściowych. W tym celu wykorzystano równania różniczkowe oparte na modelu matematycznym przebiegu pandemii COVID-19 [1]. Zmienne, parametry oraz równania różniczkowe są tymczasowo poglądowe i mogą ulec zmianie w przypadku znalezienia bardziej odpowiedniego modelu na potrzeby projektu.

## 1 Zmienne

Zmienne wykorzystywane w modelowaniu matematycznym epidemii wśród populacji:

- $N(t)$  – całkowita populacja w chwili  $t$ , w tym:
  - $S$  – liczba osób podatnych na zakażenie (osoby niezakażone),
  - $I$  – liczba osób zakażonych, w tym:
    - $I_s$  – liczba osób zakażonych wykazujących objawy zakażenia (przypadki symptomatyczne),
    - $I_a$  – liczba osób zakażonych nie wykazujących objawów zakażenia (przypadki asymptomatyczne).
  - $Q$  – liczba osób na kwarantannie (osoby te przestrzegają kwarantanny i nie zakażają pozostałych osób w populacji, nawet jeżeli przynależą do osób zakażonych),
  - $R$  – liczba ozdowieńców lub zaszczepionych: osób które przeszły zakażenie i/lub uzyskały odporność,
  - $D$  – liczba osób, które zmarły w wyniku zakażenia.

Osoby zakażone, które wykazują objawy charakteryzują się niższym współczynnikiem zarażania innych osób w populacji ze względu na podjęcie stosownych środków ostrożności pod wpływem objawów, które pozwalają ograniczyć rozprzestrzenianie się zakażenia w populacji. Z kolei osoby zakażone, które nie wykazują objawów mogą być nieświadome zakażenia i w wyniku tego nieumyślnie zarażać inne osoby w populacji.

## 2 Parametry

Parametry wykorzystywane w modelowaniu matematycznym epidemii wśród populacji:

- $\beta_s$  – współczynnik zarażania pozostałych osób w populacji przez osoby wykazujące objawy zakażenia (przypadki symptomatyczne),
- $\beta_a$  – współczynnik zarażania pozostałych osób w populacji przez osoby nie wykazujące objawów zakażenia (przypadki asymptomatyczne),
- $\psi$  – odsetek osób, które prawidłowo noszą maseczki ( $0 \leq \psi \leq 1$ ),
- $\xi$  – spodziewany spadek zakażeń związany z używaniem maseczek ( $0 \leq \xi \leq 1$ ),
- $\lambda_s, \lambda_a, \lambda_q$  – wskaźnik ozdrowienia kolejno dla osób będących zarażonych symptomaticznie ( $I_s$ ), asymptomatycznie ( $I_a$ ) i będących na kwarantannie ( $Q$ ),
- $\alpha_s, \alpha_a$  – wskaźnik osób izolujących się kolejno podczas zakażenia symptomatycznego i asymptomatycznego,
- $\delta_s, \delta_q$  – wskaźnik śmiertelności kolejno dla osób zakażonych i wykazujących objawy oraz dla osób przebywających na kwarantannie,
- $\mu$  – wskaźnik śmiertelności ogólny dla danej populacji.

## 3 Równania różniczkowe

Równania różniczkowe wchodzące w skład modelu:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= \beta_s(1 - \psi\xi)SI_s - \beta_a(1 - \psi\xi)SI_a - \mu S, \\ \frac{dI_s}{dt} &= S - (\alpha_s + \delta_s + \lambda_s + \mu)I_s, \\ \frac{dI_a}{dt} &= S - (\alpha_a + \lambda_a + \mu)I_a, \\ \frac{dQ}{dt} &= \alpha_s I_s + \alpha_a I_a - (\lambda_q + \delta_q + \mu)Q, \\ \frac{dR}{dt} &= \lambda_s I_s + \lambda_a I_a + \lambda_q Q - \mu R, \\ \frac{dD}{dt} &= \delta_s I_s + \delta_q Q.\end{aligned}$$

## 4 Literatura

- [1] K. Nishizawa, P. Riyapan, S. E. Shuaib and A. Intarasit, “A Mathematical Model of COVID-19 Pandemic: A Case Study of Bangkok, Thailand,” *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, vol. 2021, 2021.