複素フーリエ解析

周期が2π以外の関数に対してフーリエ解析を行う手法

複素フーリエ級数

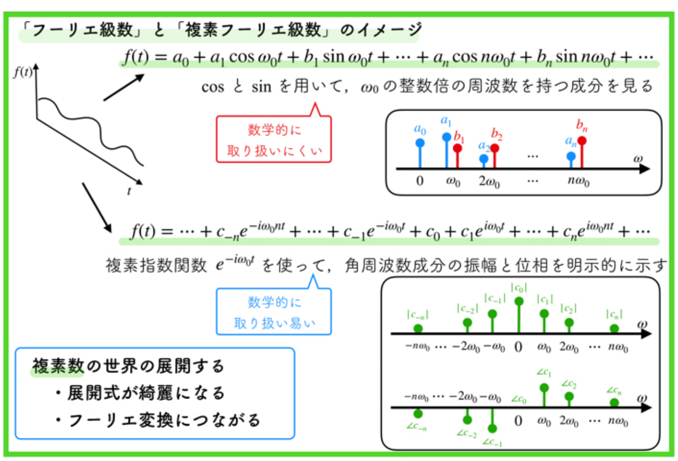
▼ 一般式

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{inx}$$

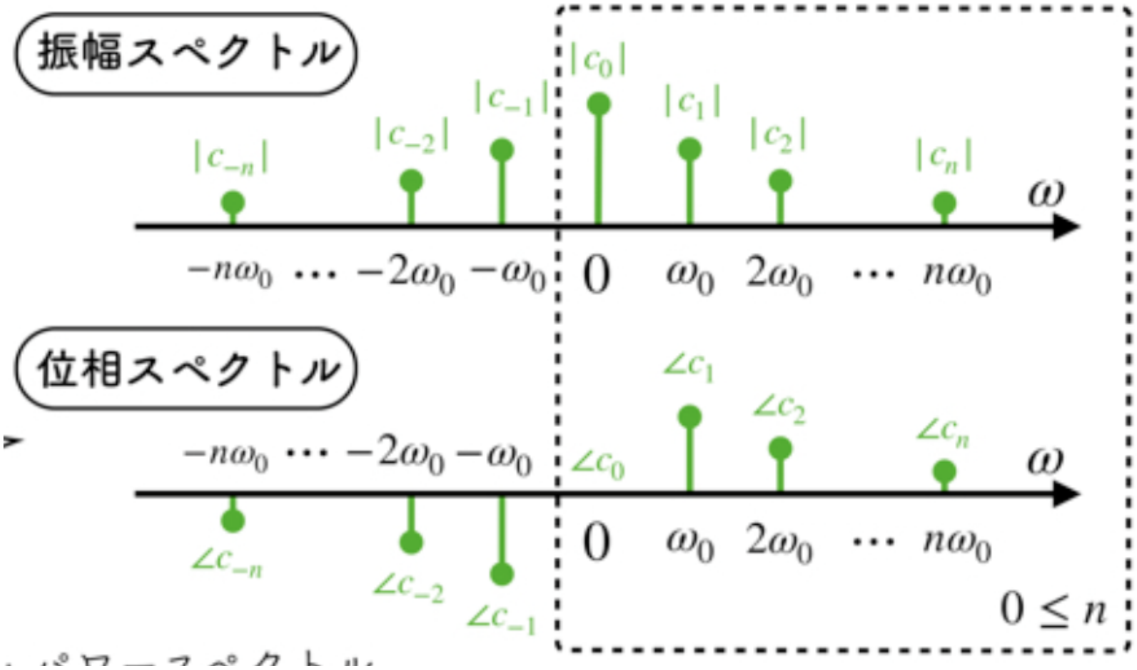
▼ 複素フーリエ係数の公式

$$c_n = \frac{2}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) e^{-inx} dx \ \ (n = ..., -1, 0, 1, ...)$$

フーリエとの違い



周波数成分の**振幅や位相がフーリエ級数のみで明示的に表される。（スペクトル分布）**



振幅スペクトル：フーリエ変換の絶対値 → 振幅情報

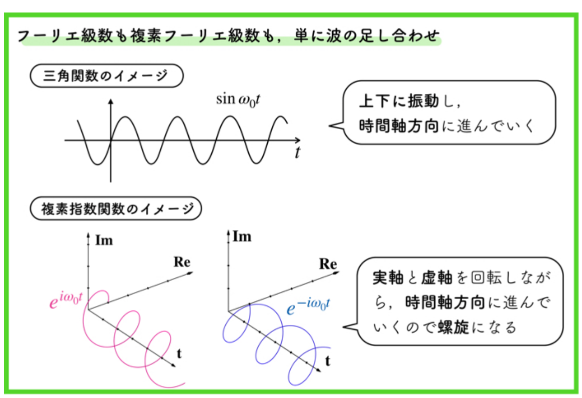
位相スペクトル：フーリエ変換の偏角 → 位相情報

▼ 偏角の求め方

$z = a + bi$ (a,bは実数)の時、

zの偏角θは、$\tan\theta = \frac{b}{a}$

▼ 複素フーリエ級数のイメージ



オイラーの公式

$$
\begin{aligned}
e^{i\theta} &= \cos\theta + i\sin\theta \\
e^{-i\theta} &= \cos\theta - i\sin\theta
\end{aligned}
$$

複素指数関数の直交性

三角関数の直交性を引き継いでいる。

→ n = m 以外の内積がゼロ