# Домашняя работа №7 по курсу TEX'a

Морозов Данила Егорович

22 февраля 2024 г.

## Содержание

**1 Неравенства Йенсена** **2**

**2 Круги Эйлера** **2**

# 1 Неравенства Йенсена

**Theorem 1.1**(Неравенства Йенсена).*Пусть f(x) выпукла верх на* [a,b].*Тогда* $\forall x_1, ...., x_n \in$ [a,b]*и их выпуклой комбинации выполнено неравенство* $\sum_{k-=1}^{n} \alpha_k$ *f(*$x_k$*)* $\leq$ *f(*$\sum_{k=1}^{n} \alpha_k x_k$*)*

*Доказательство.* (Докажем по индукции)

**База:** $n = 2$

Неравенство превращается в определение выпуклой вверх функции,для которой это,очевидно,выполняется.

**Переход:** Пусть это выполняется для $n$.Докажем,что это работает и для $n+1$

$$\sum_{k=1}^{n+1} \alpha_k = 1, \text{обозначим за } s_n = \sum_{k=1}^{n+1} \alpha_k$$

Пусть $\beta_k = \frac{\alpha_k}{s_n}$.Тогда получаем:$\sum_{k=1}^{n} \beta_k = 1$

$$\sum_{k=1}^{n+1} \alpha_k f(x_k) = s_n \sum_{k=1}^{n} \beta_k f(x_k) + \alpha_{n+1} f(x_{n+1}) \leq$$

$$\leq (\text{по предположению индукции}) s_n \left( \sum_{k=1}^{n} \beta_k x_k \right) + \alpha_{n+1} f(x_n + 1) \leq$$

$$\leq (\text{так как} s_n + \alpha_{n+1} = 1) f \left( \sum_{k=1}^{n+1} \alpha_k x_k \right)$$

Значит, шаг индукции проделан, неравенство доказано для произвольного n.

□

# 2 Круги Эйлера

$(A \cup B) \setminus (A \cap B)$

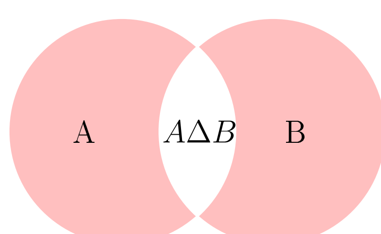


Рис. 1: Симметрическая разность