$\Rightarrow$ Vậy $X = \begin{bmatrix} 3/5 & -2/5 \\ 1/5 & 1/5 \end{bmatrix}$

b/ * Vì $A_{2\times 2} \cdot Y = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$ nên cỡ của Y là 2×1

gọi $Y = \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$ $\forall a, b \in \mathbb{R}$

Ta có $A \cdot Y = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix}$

$= \begin{bmatrix} a + 2b \\ -a + 3b \end{bmatrix}$

vì $A \cdot Y = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$ nên $\begin{cases} a + 2b = m \\ -a + 3b = n \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a = (3m - 2n)/5 \\ b = (m + n)/5 \end{cases}$

Vậy $Y = \begin{bmatrix} \frac{3m - 2n}{5} \\ \frac{m + n}{5} \end{bmatrix}$

Date 19/9 : Thu

hoặc $A \cdot Y = \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix} \Leftrightarrow A^{-1} \cdot A \cdot Y = A^{-1} \cdot \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$

$= \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} m \\ n \end{bmatrix}$

* Các hệ số của 1 pt có thể biểu diễn = ma trận

vd: $\begin{cases} 4x + 6y = 12 \\ x - 3y = 5 \end{cases}$ $\Leftrightarrow$ $\left[\begin{array}{cc|c} 4 & 6 & 12 \\ 1 & -3 & 5 \end{array}\right]$

* Các phép biến đổi sơ cấp:

S1: Đổi chỗ 2 hàng

S2: Nhân 1 hàng với một số k khác 0

S3: Nhân một hàng với 1 số k rồi cộng vào hàng khác

Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}$, Tìm A^{-1}.

Ta có $A \cdot A^{-1} = I$ gọi $A^{-1} = \begin{bmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{bmatrix}$

$$\Rightarrow \begin{cases} \begin{cases} x_1 + 2x_2 = 1 \\ -x_1 + 3x_2 = 0 \end{cases} \\ \begin{cases} y_1 + 2y_2 = 0 \\ -y_1 + 3y_2 = 1 \end{cases} \end{cases}$$

giải hPT trên bằng cách

$$(A \mid I) = \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$\sim \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 1 & 1 \end{array}\right]$$

$$\sim \Big[$$

...

$$\sim \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3/5 & -2/5 \\ 0 & 1 & 1/5 & 1/5 \end{array}\right]$$

$$\sim [I \mid A^{-1})$$

VD: Tìm m.trận bậc thang tương đương với m.trận sau.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 2 & 1 \\ 4 & -1 & 0 & -3 \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 5 & 8 \\ 0 & 6 & 7 & 11 \\ 0 & 9 & 12 & 19 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \end{bmatrix} \sim \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 3 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

[Ma trận rút gọn bậc thang (theo hàng)]

ĐN: ...

có các t/chất: i) các hàng bằng 0 (nếu có) nằm dưới các hàng $\neq 0$

ii) Dưới ptử $\neq 0$ đầu tiên (tính từ bên trái) của mỗi dòng $\neq 0$ là các ptử 0.

Định thức cấp n

là định thức của ma trận vuông cấp n <u>KH</u>: det(A)

nếu $n=1$ thì $\det(A) = a_{11}$

$n=2$ thì $\det(A) = a_{11}.a_{22} - a_{21}.a_{12}$

$n=3$ thì $\det(A) = a_{11}.a_{22}.a_{33} + a_{12}.a_{23}.a_{31} + a_{13}.a_{21}.a_{32} - a_{13}.a_{22}.a_{31} - a_{12}.a_{21}.a_{33} - a_{11}.a_{23}.a_{32}$

$$\begin{array}{ccc|cc} + & + & + & & \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{31} & a_{32} \\ - & - & - & & \end{array}$$

$n>1$: $\det(A) = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{i+k} . a_{ik} . M_{ik}$

KH: $M_{ij} = \det(A_{ij})$ $\qquad = \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k+j} . a_{kj} . M_{jk}$

gọi A_{ij} là ma trận con của A (cấp n) bằng cách xoá đi hàng i và cột j

(A_{ij} là <u>m.trận con</u> cấp n-1)

[Định Lý <u>Laplace</u>]

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & 7 & 1 \\ 0 & -2 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 2.\begin{vmatrix} -2 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - 7\begin{vmatrix} 0 & 5 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 2.-11 - 7.(-5) + 2$$

$$= -15$$

BT(1): Tìm A^{-1} bằng pp Gauss với $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{bmatrix}$

(2) Tính định thức Δ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{vmatrix}$$

B_1:

$$(I \mid A) = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & -1 & 3 & 1 \end{array}\right]$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 5 & 0 \end{array}\right] = \left.\begin{array}{c} 1 \\ 0 \\ 0 \end{array}\right| \begin{array}{cc} 2 & -1 \\ 1 & 2 \\ & \end{array}$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ -1 & 5 & -1 & 0 & 0 & 10 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ -1/10 & 1/2 & -1/10 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$$= \left[\begin{array}{ccc|ccc} 9/10 & 1/2 & 1/10 & 1 & 2 & 0 \\ \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & 0 & 1 & 0 \\ -1/10 & 1/2 & -1/10 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{-3}{10} & 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{5} & 0 & \frac{1}{5} & 0 & 1 & 0 \\ \frac{-1}{10} & \frac{1}{2} & \frac{-1}{10} & 0 & 0 & 1 \end{array}\right]$$

$\boxed{B_1}$ $(A|I) = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 5 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right]$

$\sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -10 & 1 & -5 & 1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -0,1 & 0,5 & -0,1 \end{array}\right]$

$\sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 2 & 0 & 0,9 & 0,5 & -0,1 \\ 0 & 1 & 0 & 0,2 & 0 & 0,2 \\ 0 & 0 & 1 & -0,1 & 0,5 & -0,1 \end{array}\right] \sim \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 0,5 & 0,5 & -0,5 \\ 0 & 1 & 0 & 0,2 & 0 & 0,2 \\ 0 & 0 & 1 & -0,1 & 0,5 & -0,1 \end{array}\right]$

$\sim (I|A^{-1}) \Rightarrow A^{-1} = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,5 & -0,5 \\ 0,2 & 0 & 0,2 \\ -0,1 & 0,5 & -0,1 \end{bmatrix}$

$\boxed{B_2}$ $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & -2 & 1 \end{vmatrix} \Leftrightarrow 3\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & -6 & 3 \end{vmatrix}$

$\Leftrightarrow 3\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 11 & 0 \\ 0 & 0 & -6 & 3 \end{vmatrix} = (-1)^{3+3} \cdot 11 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$

$= 11 \cdot (-1)^{3+3} \cdot 3 \cdot \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$

$= 3 \cdot 11 \cdot (-3)$

$\Leftrightarrow \Delta = -33$

* Các pp tính định thức:

1. pp hạ bậc

Phép biến đổi	Giá trị định thức
- đổi chỗ 2 hàng/cột	đổi dấu
- nhân k với 1 hàng/cột	nhân k
- cộng k lần hàng/cột r vào hàng/cột s	không đổi

2. pp tam giác

+ Nếu định thức y m/trận A có dạng tam giác trên thì det(A) bằng tích các phần tử trên đg chéo chính

$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \cdots & \cdots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \cdots & a_{3n} \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots 0 & a_{n-1\,n-1} & a_{n-1\,n} \\ 0 & 0 & \cdots & & a_{nn} \end{bmatrix} \Rightarrow \det(A) = |A| = a_{11} \cdot a_{22} \cdots a_{nn}$