Mo Tu We Th Fr Sa Su

# Sửa bài Giải Tích

Memo No. 1
Date 12 / 11 / 24

Câu 1. $f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^2 y^3}{x^4 + y^6} & \text{khi } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{khi } (x,y) \end{cases}$

Xét tính liên tục của h số:

G

$\forall (x,y) \neq (0,0)$

Ta có $f(x,y) = \dfrac{x^2y^3}{x^4+y^6}$ là hàm sơ cấp nên liên tục trên $\mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$

+) Tại $(x,y) = (0,0)$: $f(0,0) = 0$

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = \lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2y^3}{x^4+y^6}$$

+) $(x_n, y_n) = \left(0, \dfrac{1}{n}\right) \xrightarrow{n\to+\infty} (0,0)$

$$f(x_n, y_n) = \frac{0 \cdot 1/n^3}{0 + 1/n^6} = 0 \xrightarrow{n\to+\infty} 0 \quad (1)$$

+) $(x'_n, y'_n) = \left(\dfrac{1}{n^3}, \dfrac{1}{n^2}\right) \xrightarrow{n\to+\infty} (0,0)$

$$f(x'_n, y'_n) = \frac{\frac{1}{n^6}\cdot\frac{1}{n^6}}{\frac{1}{n^{12}} + \frac{1}{n^{12}}} = \frac{1}{2} \xrightarrow{n\to+\infty} \frac{1}{2} \quad (2)$$

Từ (1) và (2) $\Rightarrow \nexists \lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$

$\Rightarrow$ hs gián đoạn tại $(0,0)$

Vậy hs LT trên $\mathbb{R}^2 / \{(0,0)\}$

Câu 3 a) /2017/ Khảo sát sự hội tụ chuỗi số

$$A = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n 2^n n!}{n^n}$$

Xét $I = \sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{(-1)^n 2^n n!}{n^n} \right| = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n n!}{n^n}$

Đặt $a_n = \frac{2^n \cdot n!}{n^n} \xrightarrow{D'Alembert} \lim\limits_{n\to+\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} = \cancel{\lim\limits_{n\to+\infty} \frac{2^{n+1}(n+1)!}{(n+1)^{n+1}}}$

$$= \lim_{n\to+\infty} \frac{2^{n+1} \cdot (n+1)!}{(n+1)^{(n+1)}} \cdot \frac{n^n}{2^n \cdot n!} = \lim_{n\to+\infty} \frac{2(n+1)}{n+1} \cdot \left(\frac{n}{n+1}\right)^n$$

$$= \lim_{n\to\infty} 2 \cdot \frac{1}{\left(1+\frac{1}{n}\right)^n} = \frac{2}{e} < 1$$

$\Rightarrow$ I hội tụ

Vậy A hội tụ tuyệt đối

Câu 3 b) Tìm miền hội tụ của $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(x+3)^{2n}}{n^2 4^n}$ (*)

Đặt $X = \frac{(x+3)^2}{4}$

Viết lại: $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2} X^n$ (1), $a_n = \frac{1}{n^2}$

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{a_n}{a_{n+1}} = \lim_{n\to\infty} \frac{(n+1)^2}{n^2} = 1$$

$\Rightarrow$ Bán kính hội tụ của (1) là 1

$\Rightarrow$ Khoảng hội tụ của (1) là $(-1, 1)$

Mo Tu We Th Fr Sa Su

Memo No.

Date / /

+) $x = -1$

$\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{(-1)^n}{n}$ hội tụ vì $\sum_{n=1}^{+\infty} \left| \frac{(-1)^n}{n} \right| = \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$ hội tụ

+) $x = 1$ $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^2}$ hội tụ

Do đó: miền ~~hội~~ hội tụ của (1) là $[-1, 1]$

$\Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$

$\Leftrightarrow -4 \leq (x+3)^2 \leq 4$

$\Leftrightarrow -5 \leq x \leq -1$

Vậy miền hội tụ của (a) là $(-5, -1)$