

Đáp án đề thi GK1, đợt 2, năm học 2022-2023, ĐSTT

Câu 1

a/ $C^T C = \begin{pmatrix} 11 & 1+3n & 11 \\ 1+3n & 1+n^2 & -2+4n \\ 11 & -2+4n & 21 \end{pmatrix} (0,5đ) \Rightarrow C^T C + I_3 = \begin{pmatrix} 12 & 1+3n & 11 \\ 1+3n & 2+n^2 & -2+4n \\ 11 & -2+4n & 22 \end{pmatrix} (0,5đ)$

b/ $AB = \begin{pmatrix} -5 & 11 & 0 \\ -7 & -8 & -2 \\ 7-5m & 8+3m & 2 \end{pmatrix} (0,5đ); \det(AB) = 80m (0,5đ)$

c/ với $m=1 \rightarrow A^{-1} = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 6 \\ 0 & -1 & -1 \\ 2 & -3 & -4 \end{pmatrix} (0,5đ); X = A^{-1}B = \begin{pmatrix} 41 & -3 & -24 \\ -8 & 1 & 2 \\ -29 & 3 & 16 \end{pmatrix} (0,5đ)$

Câu 2

SV có thể giải theo nhiều cách \neq nhau; GV cần nhắc cho điểm

• Viết lại hệ pt dưới dạng ma trận hoánh/tích ma trận đúng (0,5đ)

• TH1 $\begin{cases} m \neq -3 \\ m \neq 0 \end{cases} \rightarrow$ hệ có nghiệm duy nhất (0,5đ)

$$\begin{cases} x_1 = \frac{2-m^2}{m(m+3)} \\ x_2 = \frac{2m-1}{m(m+3)} \\ x_3 = \frac{m^3+2m^2-m-1}{m(m+3)} \end{cases} (0,5đ)$$

• TH2 $m=0 \rightarrow$ hệ có vô số nghiệm (0,5đ)

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = 1-a-b \\ x_2 = a \\ x_3 = b \end{cases}, \forall a, b \in \mathbb{R} (0,5đ)$$

• TH3 $m=-3 \rightarrow$ hệ pt vô nghiệm (0,5đ)

Câu 3

• Chứng minh $W \neq \emptyset$ (0,5đ)

• Chứng minh $\forall \alpha \in W, \forall \beta \in W \Rightarrow \alpha + \beta \in W$ (0,5đ)

• Chứng minh $\forall k \in \mathbb{R}, \forall \alpha \in W \Rightarrow k\alpha \in W$ (0,5đ)

• Suy ra W là không gian vectơ con của \mathbb{R}^4 (0,5đ)

Câu 4

a/ Với $m=0$, ta tìm được c_1, c_2, c_3 thỏa

$$v = 2u_1 - 3u_2 + u_3, \text{ nghĩa là } c_1 = 2; c_2 = -3; c_3 = 1$$

là biểu diễn tuyến tính cần tìm (1đ)

b) tìm được $m^2 = 9 \Rightarrow \begin{cases} m = 3 \\ m = -3 \end{cases} \quad (1đ)$

———— HẾT ————