

Nội dung thi cuối kỳ-2018

1. Phân phối chuẩn và xấp xỉ qua PP chuẩn.
2. Vectơ ngẫu nhiên 2 chiều (trọng tâm là vectơ ngẫu nhiên liên tục).
3. Ước lượng, kiểm định về trung bình và tỷ lệ. Tương quan và hồi quy tuyến tính (có thể chỉ cho 1 bảng số liệu và yêu cầu làm cả 3 thao tác ước lượng, kiểm định và tìm hệ số tương quan từ bảng số liệu đó)

ĐỀ ÔN TẬP 1

Câu 1: Đường kính của một loại trục máy do máy tiện làm ra là một đại lượng ngẫu nhiên có phân phối chuẩn, với giá trị trung bình là 25 mm, và phương sai là $44,1 \text{ mm}^2$. Trục máy được xem là đạt tiêu chuẩn kỹ thuật nếu đường kính nằm trong khoảng từ 23,44 mm đến 26,56 mm.

- a). Tìm tỉ lệ trục máy đạt tiêu chuẩn kỹ thuật.
- b). Hãy tìm số trục máy đạt tiêu chuẩn kỹ thuật trong số 150 trục máy được sản xuất ra.
- c). Phải sản xuất ít nhất bao nhiêu trục để khả năng có ít nhất 1 trục đạt tiêu chuẩn kỹ thuật không dưới 99,73%.
- d). Tính tỉ lệ trục máy đạt chuẩn trong số các trục máy có đường kính trên 25mm.

(Câu 1: Theo thống kê trung bình cứ 1.000 người đi xe máy thì có 25 người bị tai nạn trong 1 năm. Một công ty bảo hiểm bán bảo hiểm loại này cho 20.000 người trong 1 năm với giá 98 ngàn đồng và mức chi trả khi bị tai nạn là 3 triệu đồng.

Hỏi trong 1 năm lợi nhuận trung bình thu được của công ty về loại bảo hiểm này là bao nhiêu ?

Câu 1: Một khách sạn nhận đặt chỗ của 585 khách hàng cho 500 phòng vào ngày 2/9 vì theo kinh nghiệm của những năm trước cho thấy có 15% khách đặt chỗ nhưng không đến. Biết mỗi khách đặt 1 phòng, tính xác suất có từ 494 đến 499 khách đặt chỗ và đến nhận phòng vào ngày 2/9 ?)

Câu 2: Cho (X, Y) là vector ngẫu nhiên có hàm mật độ:

$$f(x, y) = \begin{cases} A(x^2 + y^2) & \text{khi } x^2 + y^2 \leq r^2 \\ 0 & \text{khi } x^2 + y^2 > r^2 \end{cases}$$

- a). Hãy xác định hằng số A.
- b). Viết hàm mật độ của X.
- c). Viết hàm mật độ có điều kiện $f(x/y)$

Câu 3: Số vốn đầu tư X (triệu đồng) và lợi nhuận Y (triệu đồng) trong một đơn vị thời gian của 64 quan sát là

X \ Y	0,3	0,8	1,0	1,2	1,4
1	2				
2	3	7	3		
3		12	15	4	
4				8	10

- a). Lập phương trình hồi quy tuyến tính của lợi nhuận theo vốn đầu tư.

b). Nếu muốn lợi nhuận là 0,5 triệu đồng thì cần đầu tư bao nhiêu?

c). Hãy Ước lượng lợi nhuận trung bình ở độ tin cậy 90%.

d). Lợi nhuận trên 1 triệu đồng được gọi là có lợi nhuận cao. Có thể cho rằng lợi nhuận trung bình trong thời gian đạt lợi nhuận cao là 1,3 triệu được không? Kết luận ở mức ý nghĩa 0,05.

ĐỀ ÔN TẬP 2

Câu 1: Trọng lượng của những đứa trẻ sơ sinh là biến ngẫu nhiên X có phân phối chuẩn với trọng lượng trung bình là 3kg, độ lệch chuẩn 0,2kg. Người ta muốn có chế độ chăm sóc đặc biệt cho 10% tổng số trẻ nhẹ cân nhất. Tính trọng lượng tối đa những đứa trẻ được chăm sóc đặc biệt. Giả sử trẻ em sinh ra có trọng lượng tối thiểu là 1,5kg.

(Câu 1: Một cửa hàng điện máy bán 1 chiếc tivi thì lời 500.000 đồng nhưng nếu chiếc tivi đó phải bảo hành thì lỗ 700.000 đồng. Tính xác suất tivi phải bảo hành của cửa hàng để mức lời trung bình khi bán 1 chiếc tivi là 356.000 đồng ?

Câu 1: Một lô hàng thịt đông lạnh đóng gói nhập khẩu với tỉ lệ bị nhiễm khuẩn là 1,6%. Kiểm tra lần lượt ngẫu nhiên 2000 gói thịt từ lô hàng này. Tính xác suất có đúng 36 gói thịt bị nhiễm khuẩn ?

Câu 1: Tỉ lệ thanh niên đã tốt nghiệp THPT của quận A là 75%. Trong đợt tuyển quân đi nghĩa vụ quân sự năm nay, quận A đã gọi ngẫu nhiên 325 thanh niên. Tính xác suất để có từ 80 đến 84 thanh niên bị loại do chưa tốt nghiệp THPT ?)

)

Câu 2: Cho (X, Y) là vector ngẫu nhiên có hàm mật độ:

$$f(x, y) = \begin{cases} Ax, & 0 < y < x < 1 \\ 0, & \text{ngược lại} \end{cases}$$

a). Hãy xác định hằng số A.

b). Viết hàm mật độ của X, của Y.

c). X, Y có độc lập không?

d) Viết hàm mật độ có điều kiện $f(x/y)$, $f(y/x)$

Câu 3: Số liệu thống kê nhằm nghiên cứu quan hệ giữa tổng sản phẩm nông nghiệp Y với tổng giá trị tài sản cố định X của 10 nông trại (tính trên 100 ha) như sau:

x_i	y_i	x_i	y_i
11.3	13.2	22.0	23.9
12.9	15.6	22.2	22.4
13.6	17.2	23.7	23.0

16.8	18.8	26.6	24.4
18.8	20.2	27.5	24.6

- a) Hãy xác định phương trình hồi qui tuyến tính của Y theo X . Đánh giá mối quan hệ tuyến tính giữa X và Y
- b) Dự đoán tổng sản phẩm nông nghiệp khi tổng tài sản cố định là 25.
- c) Cho kết luận về ý kiến cho rằng tổng sản phẩm nông nghiệp trung bình là 23 ở mức ý nghĩa 0,1.

Câu 4: Theo dõi trọng lượng của một số trẻ sơ sinh tại một số nhà hộ sinh ở thành phố và ở nông thôn, người ta thấy: trong số 150 trẻ sơ sinh ở thành phố có 100 cháu nặng hơn 3000 gam, trong số 200 trẻ sơ sinh ở nông thôn có 98 cháu nặng hơn 3000 gam. Từ kết quả đó, hãy so sánh tỉ lệ trẻ sơ sinh có trọng lượng trên 3000 gam ở thành phố và ở nông thôn, với mức ý nghĩa 0.05

Hướng dẫn giải đề ôn tập 2018

Đề 1.

Câu 1. $X = \text{"điểm"} \Rightarrow X \sim N(25, 44,1)$

a) Tỷ lệ tức đạt chuẩn $= P(25 < X < 26,56)$
 $= \Phi\left(\frac{26,56-25}{\sqrt{44,1}}\right) - \Phi\left(\frac{25-25}{\sqrt{44,1}}\right) = \Phi(1) - \Phi(0) = 0,2420$ (Phụ lục II)

b) Số học đạt chuẩn trong 150 học $= 150 \times 0,2420$

c) Đặt $n = \text{số học cần } k, k = \text{tỷ lệ đạt chuẩn}$
 để cho $P(K \geq 1) \geq 0,9973$

$\Rightarrow P(K=0) \leq 0,0027$

$(1 - 0,2420)^n \leq 0,0027 \Rightarrow n \geq \log_{0,7580} 0,0027$

d) $P(\text{đạt chuẩn} / X > 25 \text{ mm}) = \frac{P(25 < X < 26,56)}{P(X > 25)}$
 $= \frac{\Phi\left(\frac{26,56-25}{\sqrt{44,1}}\right) - \Phi(0)}{\Phi(+\infty) - \Phi(0)} = \frac{0,2420 - 0,5}{1 - 0,5} = 0,4840$ (Phụ lục II: $\Phi(0) = 0,5$)

Câu 2. $f(x,y) = \begin{cases} A(x^2+y^2) & , x^2+y^2 \leq r^2 \\ 0 & , x^2+y^2 > r^2 \end{cases}$

a) $\iint_{\mathbb{R}^2} f(x,y) dx dy = 1 \Leftrightarrow A \iint_{x^2+y^2 \leq r^2} (x^2+y^2) dx dy = 1$

$\Rightarrow A = \frac{1}{\pi r^4}$

b) Hàm mật độ của $X: f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dy$
 $\Rightarrow f_X(x) = \begin{cases} \int_{-\sqrt{r^2-x^2}}^{\sqrt{r^2-x^2}} A(x^2+y^2) dy & , \text{nếu } -r \leq x \leq r \\ 0 & , \text{nếu } x \notin [-r, r] \end{cases}$

c) Hàm mật độ có đk $f(x,y) = \frac{f_X(x)}{f_Y(y)}$, $y \in [-r, r]$

với $f_Y(y) = \int_{-\sqrt{r^2-y^2}}^{\sqrt{r^2-y^2}} A(x^2+y^2) dx = \left(\frac{2}{3} A(r^2-y^2) + 2Axy^2\right) \sqrt{r^2-y^2}$
 $y \in [-r, r]$

$\Rightarrow f(x,y) = \begin{cases} \frac{A(x^2+y^2)}{\left(\frac{2}{3} A(r^2-y^2) + 2Axy^2\right) \sqrt{r^2-y^2}} & , \text{nếu } (y \in [-r, r]) \wedge x^2+y^2 \leq r^2 \\ 0 & , \text{ngược lại} \end{cases}$

Câu 3. Nếu $Y(\text{trên độ}) = \text{là nhuận}$
 $X(\text{trên độ}) = \text{Vấn chất từ}$

a) ptty: $y = A + Bx$

b) Là nhuận $= 0,5 \text{ tr} = y_0 \Rightarrow x = \frac{y_0 - A}{B} = \text{vấn chất từ}$

c) Khoảng tin cậy 90% cho hệ nhuận $B = (\bar{y} - E; \bar{y} + E)$
 $E = t_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{s_{nh}}{\sqrt{n}}$

d) Nếu hệ nhuận là nhuận $H_0: \mu = 1,3 \text{ tr}$
 Cần kiểm tra H_0 về T và S .

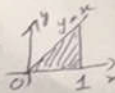
Đề 2/2

①. $X \sim N(3; 0,2)$ ($\mu=3, \sigma=0,2$)

Đặt $M = \text{tỷ lệ}$ thì đa của nhuận từ việc cần (log)
 $\Rightarrow P(1,5 < X < 4,5) = 10\% = 0,1$

$\Phi\left(\frac{4,5-3}{0,2}\right) - \Phi\left(\frac{1,5-3}{0,2}\right) = 0,1$ (đặt $\Phi(-x) = 1 - \Phi(x)$)
 $\Rightarrow M$.

②. $f(x,y) = \begin{cases} Ax & , 0 < y < x < 1 \\ 0 & , \text{ngược lại} \end{cases}$



a) $\iint_{\mathbb{R}^2} f(x,y) dx dy = 1 \Leftrightarrow A = 3$

b) $f_X(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dy = \begin{cases} \int_0^x Ax dy & , x \in [0,1] \\ 0 & , x \notin [0,1] \end{cases} = \begin{cases} \frac{3}{2} x^2 & , x \in [0,1] \\ 0 & , x \notin [0,1] \end{cases}$

$f_Y(y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y) dx = \begin{cases} \int_y^1 Ax dx & , y \in [0,1] \\ 0 & , y \notin [0,1] \end{cases} = \begin{cases} \frac{3}{2} (1-y^2) & , y \in [0,1] \\ 0 & , y \notin [0,1] \end{cases}$

c) Vì $f(x,y) \neq f_X(x) f_Y(y)$ nên X, Y không độc lập

d) $f(x,y) = \frac{f_X(x)}{f_Y(y)} = \begin{cases} \frac{3x}{1-y^2} & , y \in [0,1] \wedge y < x < 1 \\ 0 & , \text{ngược lại} \end{cases}$

$f(y/x) = \frac{f(x,y)}{f_X(x)} = \begin{cases} \frac{1}{x} & , 0 < y < x < 1, x \in [0,1] \\ 0 & , \text{ngược lại} \end{cases}$

③. Nếu muốn điểm tốt đến để sai cần
 đúng k)

$Y = \text{sp}^2$ nước ng
 $X = \text{sp}^2$ TS có độ

a) pt $Y = A + Bx$, r_{xy}

b) $X = 25 \Rightarrow Y = \dots$

c) Kiểm tra $H_0: \mu = 23$, $t_{\text{tr}} = \frac{|\bar{y} - 23|}{s_{\text{tr}}}$
 $t_{\text{tr}} = t_{\alpha/2}$

④. Kiểm tra $H_0: p_1 = p_2$ (so sánh 2 tỷ lệ)

$p_1 = \text{tỷ lệ từ số KS có tỷ lệ trên 300 gram}$
 $p_2 = \dots$

$t_{\text{tr}} = \frac{|\hat{p}_1 - \hat{p}_2|}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}$ với $\begin{cases} \hat{p}_1 = \frac{100}{150}, n_1 = 150 \\ \hat{p}_2 = \frac{98}{200}, n_2 = 200 \end{cases}$

$\hat{p} = \frac{100 + 98}{150 + 200}$

$t_{\text{tr}} = t_{\frac{\alpha}{2}}$ (phụ lục 2)

Số sản và KL như các bài toán đã học

$n = 22 < 30$.

$t_{\text{tr}} = t_{\alpha/2, \frac{n-2}{2}}$ (Phụ lục III)

$t_{\text{tr}} = \frac{|\bar{x} - \mu|}{s_{\text{tr}}}$

\Rightarrow Số sản và tỷ lệ đã kiểm tra