

**Câu 1.** (2,0 điểm) Cho phân phối xác suất đồng thời của hai biến ngẫu nhiên rời rạc X, Y như hình bên.

- Tìm phân phối xác suất của X, của Y.
- Tính  $P[(Y-X)>1]$ .
- Tìm phân phối xác suất của Y khi  $X=2$ .

P(X,Y)		X			
		1	2	3	4
Y	0	0.01	0.02	0.01	0
	1	0.05	0.1	0.2	0.02
	2	0.01	0.2	0.1	0.01
	3	0.07	0.05	0.06	0.09

**Câu 2.** (2,0 điểm) Cho hàm mật độ xác suất đồng thời của X và Y là

$$f(x,y) = \begin{cases} cx, & (x,y) \in D \\ 0, & (x,y) \notin D \end{cases}$$

trong đó D là miền được giới hạn bởi  $x=2$ ,  $x=y^2$ .

- Tìm hằng số c.
- Tính xác suất  $P(Y>1)$ .
- Tìm hàm phân phối xác suất của X.

**Câu 3.** (2,0 điểm)

a. Ở một xưởng bê tông, đo ngẫu nhiên độ bền chịu nén (tính bằng  $\text{kg/cm}^2$ ), có bảng thống kê sau:

Độ bền chịu nén ( $\text{kg/cm}^2$ )	Số mẫu bê tông
190 – 200	10
200 – 210	26
210 – 220	56
220– 230	64
230- 240	30
240- 250	14

- Các mẫu bê tông có độ bền chịu nén  $\geq 210 \text{ kg/cm}^2$  gọi là bê tông loại I. Sử dụng số liệu thống kê trên để ước lượng tỉ lệ các mẫu bê tông loại I với độ chính xác  $\varepsilon_0 = 4\%$  và độ tin cậy 97% thì có cần đo thêm các mẫu bê tông không? Nếu cần thì đo thêm bao nhiêu mẫu bê tông nữa?

- b. Hãy nêu một phương pháp để ước lượng số chim cánh cụt ở một địa phương ở độ tin cậy 90%.

**Câu 4.** (1,0 điểm)  $X(\text{Kg})$  là một chỉ tiêu của một loại sản phẩm ở xí nghiệp A với giá trị trung bình là 65 kg. Người ta cải tiến sản xuất nhằm làm tăng chỉ tiêu này cho sản phẩm để tăng tính cạnh tranh khi bán sản phẩm ra thị trường. Sau cải tiến, người ta điều tra ngẫu nhiên một số sản phẩm của xí nghiệp và có bảng thống kê sau:

$X(\text{kg})$	50 – 55	55 – 60	60 – 65	65 – 70	70 – 75	75 – 80
$n_i$	5	10	25	30	18	12

Giả sử chỉ tiêu  $X$  tuân theo phân phối chuẩn.

Hãy cho biết việc cải tiến có đạt mục tiêu hay không? Kết luận ở mức ý nghĩa 0.05.

**Câu 5.** (3,0 điểm) Để nghiên cứu sự ảnh hưởng của phân bón ( $X$ ) đến năng suất lúa ( $Y$ ), người ta tiến hành thí nghiệm trên các mảnh ruộng có cùng diện tích và thu được kết quả như sau:

$X(\text{kg}) \backslash Y(\text{kg})$	10	12	14	16
100	4			
150	8	10	3	
200	6	15	12	
250			1	7

- Ước lượng năng suất lúa trung bình trên một mảnh ruộng với độ tin cậy 95%.
- Nếu muốn độ chính xác của ước lượng năng suất lúa trung bình trên một mảnh ruộng đạt 5 kg thì độ tin cậy của ước lượng này bằng bao nhiêu?
- Hãy tìm phương trình hồi quy tuyến tính của  $Y$  theo  $X$  và đánh giá mối tương quan tuyến tính giữa  $X$  và  $Y$ .

-----  
**Hết**

*Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm*

**Cán bộ ra đề thi**  
(Ký, ghi rõ Họ tên)

**Trưởng BM Toán - Lý**  
(Ký, ghi rõ Họ tên)

**PGS.TS CAO THANH TÌNH**

## Đáp án đề thi môn XSTK

HK 2 năm học 2023-2024

### Câu 1 (2đ)

a. Phân phối của X (0.5đ)

X	1	2	3	4
P	0.14	0.37	0.37	0.12

Phân phối của Y (0.5đ)

Y	0	1	2	3
P	0.04	0.37	0.32	0.27

b.  $P((Y-X)>1)=P(X=1, Y=3)=0.07$  (0.5đ)

c. Phân phối của Y khi X=2 (0.5đ)

Y	0	1	2	3
P(Y/X=2)	0.027027	0.540541	0.27027	0.162162

### Câu 2 (2đ)

a.  $\int(f, x=y^{2..2}, y=-\sqrt{2}..\sqrt{2})=c.16.\sqrt{2}/5=1$ . Suy ra  $c=5\sqrt{2}/32$  (1đ=0.5+0.5)

b.  $P(Y>1)=\int(f, x=y^{2..2}, y=-1..\sqrt{2})=5\sqrt{2}/32.(8\sqrt{2}/5-19/10)$  (0.25+0.25đ)

c. Hàm mật độ xác suất của X:  $f(x)=5/6\sqrt{2}.x^{(3/2)}$ , với x thuộc  $[0,2]$ ,  $f(x)=0$  nơi khác

Hàm phân phối xs của X:  $F(x)=0$ , khi  $x<0$ ;  $F(x)=\sqrt{2}/8 x^{(5/2)}$  khi x thuộc  $[0,2]$ ;  $F(x)=1$  khi  $x>2$  (0.5đ)

### Câu 3 (2đ)

a.  $n=200$ ,  $f=0.82$ , tra bảng Laplace  $t=2.17$ ,  $n\geq 434.4\sim 435$  mẫu. (0.25+0.25+0.25đ)

Vậy cần đo thêm 235 mẫu nữa (0.25đ)

b. Bước 1: Bắt N con chim cánh cụt và đánh dấu, rồi thả lại địa phương (0.25đ)

Bước 2: Sau một thời gian, bắt lại n con và tìm ước lượng tỉ lệ chim có đánh dấu của lần bắt trước ở độ tin cậy 90%. Giả sử khoảng tin cậy 90% cho tỉ lệ chim có đánh dấu là  $(p_1, p_2)$  (0.25đ+0.25đ)

Bước 3: Số chim cánh cụt ở độ tin cậy 90% của vùng đó là  $(N/p_2; N/p_1)$  con (0.25đ)

**Câu 4 (1đ)**  $n=100$ ,  $\bar{x}=66.6$ ,  $\sigma_{(n-1)}\sim 6.61$ . Cặp gt:  $H_0: \mu=65$ ,  $H_1: \mu>65$  (0.25đ+0.25đ)

$t_{kd}=2.42$ ;  $\alpha=0.05\Rightarrow t_{trabang}=1.65$ . Bác gt  $H_0$ . Vậy việc cải tiến đạt mục tiêu. (0.25đ+0.25đ)

### Câu 5 (3đ)

a.  $n=66$ ,  $\bar{x}=184.1$ ,  $\sigma_{(n-1)}=38.39$ ,  $\epsilon=9.26$ , Khoảng tin cậy 95% là  $(174.8, 193.4)$  (kg) (0.5đ+0.5đ)

b.  $t_{trabangLaplace}=5.\sigma_{(n-1)}/\sigma_{(n-1)}=1.06$ ; Tra bảng được  $\gamma/2=0.35543$ .

Suy ra độ tin cậy là 71.09% (0.5đ+0.5đ)

c.  $y=19.68+13.3x$  (0.5đ)  $R=66.46\%$ : Tương quan tuyến tính ở mức vừa phải (trung bình) và là tương quan thuận. (0.5đ+0.5đ)