BÀI TẬP

1.1. Tìm n nếu biết:

a) $C_n^2 = 45$. (b) $\dfrac{A_n^4}{C_{n-1}^3} = 60$.

1.2. Chứng minh rằng: $C_{n+1}^r = C_n^{r-1}$.

1.3. Từ 5 chữ số 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên (3 chữ số):

a) Có 3 chữ số?

b) Có 3 chữ số khác nhau?

c) Có 3 chữ số giống nhau?

d) Có 3 chữ số mà tận cùng là chữ số 4?

e) Có 3 chữ số khác nhau mà tận cùng là chữ số 4?

f) Có 3 chữ số không tận cùng là chữ số 4?

1.4. Tung 3 con súc sắc (hột xí ngầu) phân biệt. Dựa vào số chấm xuất hiện trên mỗi con súc sắc, hỏi có bao nhiêu trường hợp:

a) Có thể xảy ra?

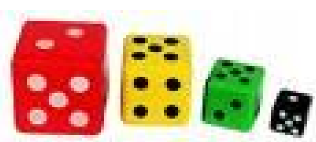
b) Xuất hiện 3 mặt khác nhau?

c) Xuất hiện 3 mặt giống nhau?

d) Xuất hiện mặt 5 chấm ở con súc sắc thứ nhất?

e) Xuất hiện ba mặt: 4, 5, 6 chấm?

f) Xuất hiện đúng một mặt 5 chấm?



Hình 1.5: Hình ảnh con súc sắc, hay hột xí ngầu.

1.5. Có 5 người lên 7 toa tàu một cách ngẫu nhiên. Có bao nhiêu trường hợp:

a) Có thể xảy ra?

b) 5 người cùng lên toa thứ 3?

c) 5 người cùng lên một toa?

d) 5 người lên 5 toa đầu và mỗi người một toa?

1.6. Xếp ngẫu nhiên 5 người vào 1 chiếc ghế dài có 5 chỗ. Có bao nhiêu cách xếp:

a) Năm người vào ghế trên?

b) Sao cho A và B ngồi hai đầu ghế?

c) Sao cho A ngồi cạnh B?

d) Sao cho A ngồi bên phải B?

e) Sao cho A và B không ngồi cạnh nhau?

f) Sao cho A ngồi chính giữa B và C?

1.7. Một lô sản phẩm gồm 6 sản phẩm loại A và 7 sản phẩm loại B. Từ lô sản phẩm trên, người ta lấy ngẫu nhiên 5 sản phẩm cùng một lúc để kiểm tra. Hỏi có bao nhiêu cách lấy sao cho trong đó có:

a) Đúng 2 sản phẩm loại A?

b) Đúng 1 sản phẩm loại B?

c) Ít nhất 1 sản phẩm loại A?

1.8. Một hộp chứa 3 quả cầu trắng, 2 đen và 5 đỏ. Lấy ngẫu nhiên từ hộp ra 6 quả cầu cùng một lúc. Hỏi có bao nhiêu cách lấy:

a) Sao cho trong đó có 2 cầu trắng, 2 cầu đen và 2 cầu đỏ?

b) Sao cho có đúng hai cầu trắng?

1.9. Trên mặt phẳng có 20 điểm không có 3 điểm nào thẳng hàng. Qua mỗi cặp điểm phân biệt ta vẽ được một đường thẳng. Hỏi có bao nhiêu đường thẳng như vậy?

1.10. Lập công thức tính số đường chéo của một n giác lồi ($n \geq 4$).

1.11. Một lớp có 45 học sinh trong đó có 20 nam. Hỏi có bao nhiêu cách lập nhóm gồm:

a) 3 học sinh.

b) 3 học sinh gồm 2 nam 1 nữ.

1.12. Có 5 bức tranh để trên bàn. Hỏi có mấy cách:

a) Lấy ra 3 bức để treo lên tường?

b) Lấy ra 3 bức và treo lên 3 vị trí định sẵn trên tường?

1.13. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số đôi một khác nhau.

1.14. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau.

1.15. Từ các chữ số 0, 1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên gồm 4 chữ số sao cho chữ số 1 xuất hiện 2 lần, còn 2 chữ số còn lại khác nhau và khác 1.

1.16. Từ các chữ số 0,1, 2, 3, 4, 5 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 4 chữ số đôi một khác nhau mà chữ số đầu tiên là chữ số lẻ.

1.17. Có 3 đường thẳng song song nằm ngang cắt 5 đường thẳng song song thẳng đứng. Hỏi có bao nhiêu hình chữ nhật được tạo thành (có giải thích)? Mở rộng cho m và n đường thẳng.

1.18. Một lô sản phẩm gồm có 6 sản phẩm loại A và 4 sản phẩm loại B. Người ta lấy ngẫu nhiên 4 sản phẩm. Có bao nhiêu cách lấy được ít nhất một sản phẩm loại B.

Trong các bài tập sau, sinh viên lưu ý cách phát biểu biến cố, cách đặt (cách gọi) các biến cố và cách viết một biến cố theo một nhóm các biến cố (tức là biểu diễn một biến cố qua một nhóm các biến cố)

2.1. Kiểm tra một lô sản phẩm. Gọi A là biến cố "có ít nhất một sản phẩm bị hư", B là biến cố "có từ hai sản phẩm bị hư trở lên". Hãy mô tả các biến cố $\overline{A}$ và $\overline{B}$

2.2. Trong số các sinh viên cùng lớp, ta chọn ngẫu nhiên 1 sinh viên. Gọi A là biến cố "sinh viên được chọn là nam", B là biến cố "sinh viên được chọn thuộc khu vực I", C là biến cố "sinh viên được chọn ở nội trú"

a) Hãy mô tả biến cố: $A \cap B \cap \overline{C}, \overline{A} \cap \overline{B} \cap C$

b) Với điều kiện nào ta có: $\overline{A} = B$

c) Với điều kiện nào ta có: $A \cap B \cap C = A$

d) Với điều kiện nào ta có: $\overline{C} \subset B$

2.3. Cho A, B, C là các biến cố ngẫu nhiên. Hãy viết các biểu thức chỉ các biến cố sau:

a) Chỉ có A xảy ra.

b) A và B xảy ra nhưng C không xảy ra.

c) Cả 3 biến cố đều xảy ra.

d) Cả 3 biến cố đều không xảy ra.

e) Có ít nhất một biến cố xảy ra.

f) Có ít nhất một biến cố không xảy ra.

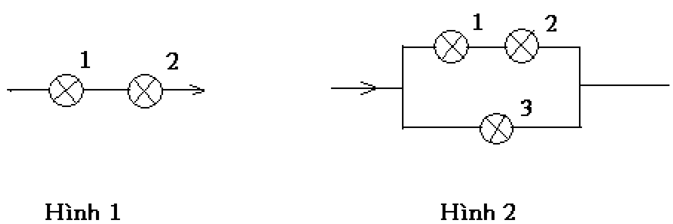
g) Có ít nhất 2 biến cố xảy ra.

h) Có nhiều nhất 1 biến cố xảy ra.

i) Có không ít hơn 2 biến cố xảy ra.

j) Có không nhiều hơn 2 biến cố xảy ra.

2.4. Một mạch điện như hình vẽ, kí hiệu A_i là biến cố bóng đèn thứ i bị hỏng, $i = 1, 2, 3$. Hãy viết các biến cố sau theo A_i và $\overline{A_i}$, $i = 1, 2, 3$



Hình 2.2.

a) Mạch có dòng điện chạy qua.

b) Mạch mất điện.

2.5. Ba người đi săn cùng bắn mỗi người một phát đạn vào một con mồi. Gọi A_i là biến cố “người thứ i bắn trúng con mồi”, $i = 1, 2, 3$; A là biến cố “con mồi bị trúng đạn”, B là biến cố “con mồi chỉ bị trúng một viên đạn”, và C là biến cố “con mồi không bị trúng đạn”. Hãy biểu diễn các biến cố A, B, C qua các biến cố A_i và $\overline{A_i}$, $i = 1, 2, 3$.

2.6. Giả sử một môn học A ở học kỳ I có 2 lần thi. Xét một thí sinh, kí hiệu A_i là biến cố thí sinh này thi qua ở lần thi thứ i, $i = 1, 2$. Hãy biểu diễn các biến cố:

a) Thí sinh thi không đạt môn A ở học kỳ I.

b) Thí sinh này thi đạt môn A ở học kỳ I.

2.7. Một xạ thủ bắn 3 phát đạn vào bia. Ký hi?u A_i là biến cố bắn viên thứ i trúng bia, $i = 1, 2, 3$. Hãy biểu diễn các biến cố:

a) Có một viên đạn trúng bia.

b) Không có viên đạn nào trúng bia.

c) Có ít nhất một viên đạn trúng bia.

2.8. Cho A và B là 2 biến cố đã biết, hãy tìm biến cố X từ đẳng thức sau:

$$\overline{X \cup A} \cup \overline{X \cup \overline{A}} = B$$

3.1. Tính xác suất khi xếp ngẫu nhiên một bộ sách gồm 5 tập lên giá sách thì nó được xếp đúng thứ tự (từ nhỏ đến lớn, hoặc ngược lại)?

3.2. Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối. Tính xác suất tổng số nốt xuất hiện là 7, biết có ít nhất một con súc sắc xuất hiện mặt năm chấm.

3.3. Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối. Tìm xác suất sao cho:

a) Tổng số chấm xuất hiện là 8.

b) Hiệu số chấm xuất hiện có giá trị tuyệt đối bằng 3.

3.4. Một cái hộp chứa 100 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 100. Rút ngẫu nhiên từ hộp ra một tấm thẻ. Tính xác suất số của tấm thẻ rút ra đó không chứa chữ số 5.

3.5. Từ 5 chữ số 1,2,3,4,5 ta lập ngẫu nhiên một số có 3 chữ số. Tính xác suất được một số:

a) Có 3 chữ số khác nhau.

b) Có 3 chữ số giống nhau.

c) Tận cùng bằng chữ số 4.

3.6. Tung 3 con súc sắc phân biệt. Dựa vào số chấm xuất hiện trên mỗi mặt, hãy tính xác suất xuất hiện

a) 3 mặt khác nhau.

b) Mặt năm chấm ở con súc sắc thứ 2.

c) Đúng một mặt năm chấm.

d) 3 mặt chẵn.

3.7. Có 5 người lên 5 toa tàu một cách ngẫu nhiên. Tính xác suất

a) 5 người lên 5 toa khác nhau.

b) A và b cùng lên một toa.

c) Chỉ có hai trong 5 người lên toa đầu tiên.

3.8. Xếp ngẫu nhiên 5 người vào một bàn dài có 5 chỗ. Tính xác suất:

a) Hai người A và B ngồi cạnh nhau.

b) Người A ngồi chính giữa hai người B và C.

3.9. Giả sử có n người ngồi ngẫu nhiên thành một hàng ngang. Tìm xác suất 2 người cho trước luôn luôn ngồi cách nhau r người (giả sử n và r thoả điều kiện để thực hiện được).

3.10. Có 9 tấm thẻ được đánh số từ $0,1,...,8$. Lấy ngẫu nhiên 4 tấm và xếp thành một hàng. Tìm xác suất được một số chẵn.

3.11. Một hộp có 3 bi đỏ và 7 bi đen cùng kích thước. Lấy ngẫu nhiên 2 bi. Tính xác suất được:

a) 2 bi đỏ.

b) 1 bi đỏ và 1 bi đen.

c) Ít nhất 1 bi đen.

3.12. Một lô hàng gồm 22 sản phẩm trong đó có 5 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên từ lô hàng ra 5 sản phẩm. Tìm xác suất trong 5 sản phẩm lấy ra có đúng 2 sản phẩm tốt.

3.13. Một lô hàng có n sản phẩm trong đó có m phế phẩm. Tìm xác suất để khi lấy ngẫu nhiên ra k sản phẩm thì có đúng h phế phẩm?

3.14. Một nhóm xin việc gồm 15 cử nhân mới ra trường, 10 người được chọn ngẫu nhiên. Gọi p là xác suất mà 4 trong số 5 người xin việc có kết quả tốt nghiệp cao nhất được chọn. Hãy tính p.

3.15. Một thủ kho có một chùm chìa khoá gồm 9 chiếc bề ngoài giống hệt nhau, trong đó chỉ có hai chiếc mở được cửa kho. Anh ta thử ngẫu nhiên từng chìa (chìa nào không đúng thì bỏ ra). Tính xác suất anh ta mở được cửa ở lần thử thứ ba.

3.16. Lớp A có 30 sinh viên gồm 20 nam & 10 nữ.

Lớp B có 30 sinh viên gồm 5 nam & 25 nữ.

Gọi mỗi lớp một sinh viên. Dựa vào số nam (hoặc nữ) gọi ra, hãy tính xác suất các trường hợp có thể xảy ra.

3.17. Bắn 3 viên đạn một cách độc lập vào một bia. Xác suất trúng bia của mỗi viên lần lượt là 0.6; 0.9; 0.7. Tìm xác suất:

a) Có đúng một viên trúng đích.

b) Có ít nhất một viên trúng đích.

3.18. Có 3 hộp phấn. Hộp I có 15 viên tốt và 5 viên xấu; Hộp II có 10 viên tốt và 4 viên xấu; Hộp III có 20 viên tốt và 10 viên xấu. Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp 1 viên phấn. Tìm xác suất được ít nhất một viên phấn tốt.

3.19. Trong một hộp có 10 phiếu, trong đó có 1 phiếu trúng thưởng. Có 10 người lần lượt rút thăm. Hỏi rút trước hay rút sau có lợi? Tại sao?

3.20. Tung một con súc sắc 3 lần. Tìm xác suất mặt 6 chấm xuất hiện 2 lần.

3.21. Một nữ công nhân quản lý 5 máy dệt. Xác suất một máy dệt trong khoảng thời gian t cần đến sự chăm sóc của nữ công nhân bằng 1/3. Tính xác suất trong khoảng thời gian t:

a) Có 2 máy cần đến sự chăm sóc.

b) Số máy cần đến sự chăm sóc không bé hơn 2 và không lớn hơn 3.

3.22. Giả sử một người phải làm 10 câu hỏi của một bài kiểm tra trắc nghiệm và các lần chọn hoàn toàn độc lập nhau. Giả sử người này không học bài và chọn ngẫu nhiên các chọn lựa, tìm xác suất người đó chọn đúng 5 câu trả lời, biết mỗi câu hỏi có 4 chọn lựa trong đó có một chọn lựa đúng nhất.

3.23. Một cầu thủ nổi tiếng về đá phạt đền 11 mét. Xác suất thực hiện thành công quả sút 11 mét của cầu thủ này là 90%. Có người nói rằng nếu cầu thủ này thực hiện 10 cú "sút" thì chắc chắn có 9 quả vào gôn. Khẳng định đó đúng không? Tại sao? Hãy tính xác suất để khi cầu thủ đó sút 10 quả thì có 9 quả vào gôn?

3.24. Có hai lô hàng: lô 1 và lô 2 có số sản phẩm lần lượt là 10 và 8 sản phẩm, trong đó mỗi lô có một phế phẩm. Lấy ra 1 sản phẩm từ lô thứ nhất bỏ vào lô thứ hai sau đó từ lô này lấy ra 1 sản phẩm. Tính xác suất sản phẩm lấy ra sau cùng là phế phẩm.

3.25. Một trạm tín hiệu chỉ phát hai loại tín hiệu A và B với xác suất tương ứng là 0,8 và 0,2. Do có nhiễu trên đường truyền nên 1/6 tín hiệu A bị méo và thu được như tín hiệu B, còn 1/8 tín hiệu B bị méo thành tín hiệu A.

a) Tìm xác suất thu được tín hiệu A.

b) Giả sử thu được tín hiệu A, tìm xác suất thu được đúng tín hiệu lúc phát.

3.26. Một hộp đựng 10 bi trong đó có 6 bi trắng, một hộp khác chứa 20 bi trong đó có 4 bi trắng. Từ mỗi hộp rút ngẫu nhiên một bi. Sau đó, trong 2 bi thu được lấy ngẫu nhiên 1 bi. Tìm xác suất bi lấy ra sau cùng là bi trắng.

3.27. Một xí nghiệp với 2 phân xưởng với các tỷ lệ phế phẩm tương ứng là 1% và 2%. Biết rằng phân xưởng I sản xuất 40%, còn phân xưởng II sản xuất 60% sản phẩm.

a) Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm từ kho của xí nghiệp. Tìm xác suất được một phế phẩm. Bạn có nhận xét gì về xác suất này?

b) Giả sử lấy được một phế phẩm, tìm xác suất để nó do phân xưởng I sản xuất ra.

c) Giả sử lấy được một phế phẩm, theo bạn thì phế phẩm này có thể do phân xưởng nào sản xuất.

3.28. Có 3 xạ thủ cùng bắn vào một con thú, mỗi người bắn một viên đạn, với xác suất bắn trúng lần lượt là 0.6; 0.7; 0.8. Biết rằng nếu bị trúng một phát đạn thì xác suất để con thú bị tiêu diệt là 0.5; bị trúng 2 phát đạn thì xác suất để con thú bị tiêu diệt là 0.8, còn nếu bị trúng 3 phát đạn thì chắc chắn con thú bị tiêu diệt.

a) Tính xác suất con thú bị tiêu diệt.

b) Hãy tính xác suất con thú bị tiêu diệt do bị trúng 2 phát đạn.

3.29. Điền các giá trị phù hợp vào ô trống

	$P(A)$	$P(B)$	$P(A\cup B)$	$P(A\cap B)$	$P(A/B)$	$P(B/A)$
a)	$\frac{3}{4}$		$\frac{9}{10}$	$\frac{1}{5}$		
b)				$\frac{2}{3}$	$\frac{8}{9}$	$\frac{4}{5}$
c)	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{2}$				$\frac{1}{20}$
d)	$\frac{5}{17}$	$\frac{3}{17}$		$\frac{1}{17}$		

3.30. Một hộp chứa 14 lá thăm, trong đó có 4 thăm có thưởng. Giả sử sinh viên A lên bắt thăm đầu tiên; và sinh viên B là người bắt thăm thứ hai. Hỏi trò chơi này có công bằng hay không? Vì sao?

3.31. Một địa phương có 40% nam và 60% nữ, trong đó có 10% nam và 15% nữ bị loạn sắc. Một người ở địa phương này đi khám bệnh.

a/ Tính xác suất để người này bị loạn sắc.

b/ Nếu người này bị loạn sắc, tính khả năng người này là nam.

3.32. Một ông vua được sinh ra từ một gia đình có 2 đứa bé. Tính xác suất để đứa bé còn lại là gái.

3.33. Có ba lớp: 10A , 10B , và 10C, mỗi lớp có 45 học sinh, số học sinh giỏi Văn và số học sinh giỏi Toán được cho trong bảng sau

Lớp / Giỏi	10A	10B	10C
Văn	25	25	20
Toán	30	30	35
Văn và Toán	20	10	15

Có một đoàn thanh tra vào kiểm tra năng lực học sinh ở các lớp. Hiệu trưởng nên mời vào lớp nào để khả năng gặp được một em giỏi ít nhất một môn là cao nhất?

4.1. Một tổ có 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên ra 3 người. Tìm luật phân phối xác suất của số nữ trong nhóm được chọn.

4.2. Một xạ thủ bắn 3 viên đạn một cách độc lập vào một mục tiêu. Xác suất để mỗi viên đạn trúng mục tiêu là 0,7. Gọi X là số viên đạn trúng mục tiêu, hãy lập luật phân phối của X.

4.3. Một xạ thủ bắn 3 viên đạn một cách độc lập vào một mục tiêu cho đến khi trúng (hoặc hết đạn) thì dừng bắn. Tìm phân phối xác suất của số đạn đã bắn, biết xác suất bắn trúng mục tiêu của mỗi lần bắn là 0.8.

4.4. Có 3 xạ thủ cùng bắn vào một mục tiêu, mỗi người bắn 1 viên đạn, trong cùng một số điều kiện nhất định. Xác suất để mỗi xạ thủ bắn trúng mục tiêu lần lượt là 0.6; 0.7; 0.9. Gọi

X là số viên đạn trúng mục tiêu, hãy lập luật phân phối của X. Tính $E(X)$, $D(X)$ và Mod(X).

4.5. Một hộp gồm có 6 lọ thuốc, trong đó có 2 lọ quá đát (date). Một người kiểm tra lần lượt từng lọ cho đến khi phát hiện 2 lọ hỏng thì dừng.

a) Tính xác suất để người ấy dừng ở lần kiểm tra thứ 3.

b) Sau hai lần kiểm tra, hãy lập luật phân phối xác suất cho số lọ quá đát còn lại trong hộp.

4.6. Hai xạ thủ A và B tập bắn. Mỗi người bắn hai phát. Xác suất trúng đích của A trong mỗi lần bắn là 0.4; của B là 0.5.

Gọi X là số phát trúng của A trừ đi số phát trúng của B. Hãy tìm phân phối xác suất của X.

4.7. Trong một chiếc hộp có 4 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 4. Chọn ngẫu nhiên hai tấm thẻ rồi cộng hai số ghi trên thẻ lại với nhau. Gọi X là kết quả. Tìm phân phối xác suất cho X.

4.8. Cho biến ngẫu nhiên X có hàm mật độ dạng

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}\sin x & \text{, neu } x \in [0,\pi] \\ 0 & \text{, neu } x \notin [0,\pi] \end{cases}$$

Hãy viết hàm phân phối xác suất của X

4.9. Cho hàm mật độ của biến ngẫu nhiên X có dạng:

a) $f(x) = \begin{cases} Ax & \text{, neu } x \in [0,1] \\ 0 & \text{, neu } x \notin [0,1] \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} A.\sin x & \text{, neu } x \in [0,\pi] \\ 0 & \text{, neu } x \notin [0,\pi] \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} ACos\pi\, x & \text{, neu } x \in \left[0, \frac{1}{2}\right] \\ 0 & \text{, neu } x \notin \left[0, \frac{1}{2}\right] \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} A\frac{1}{x^4} & \text{, neu } x \ge 1 \\ 0 & \text{, neu } x < 1 \end{cases}$

Hãy xác định hằng số A. Viết hàm phân phối của X. Tính $E(X)$, $D(X)$ (nếu có)

4.10. Tuổi thọ của một loài côn trùng A là một biến ngẫu nhiên X (đơn vị là *tháng*) với hàm mật độ như sau:

$$f(x)=\begin{cases} kx^2(4-x)\ , \text{ neáu } 0\le x\le 4 \\ 0 \qquad\qquad\ , \text{ neáu } x\notin[0;4]. \end{cases}$$

(i) Tìm hằng số k và vẽ đồ thị của $f(x)$.

(ii) Quan sát ngẫu nhiên một con côn trùng thuộc loài A, tìm xác suất để côn trùng chết trước khi nó được 1 tháng tuổi.

(iii) Quan sát ngẫu nhiên một con côn trùng thuộc loài A sống qua 1 tháng tuổi, tính xác suất nó chết trước khi được 2 tháng tuổi.

4.11. Trọng lượng của một con gà 6 tháng tuổi là một biến ngẫu nhiên X (đơn vị tính là Kg) có hàm mật độ:

$$f(x)=\begin{cases} k\left(x^2-1\right), \text{ vôùi } 1\le x\le 3 \\ 0 \qquad\qquad , \text{ vôùi } x>3, x<1 \end{cases}, \ k \text{ là hằng số.}$$

a) Tìm k

b) Với k tìm được, tìm:

- Trọng lượng trung bình của gà 6 tháng tuổi.
- Tỉ lệ gà chậm lớn, biết gà 6 tháng tuổi chậm lớn là gà có trọng lượng nhỏ hơn 2 kg.
- Hàm phân phối của X .

4.12. Biến ngẫu nhiên liên tục X được gọi là có phân phối đều trên đoạn $[a,b]$ nếu hàm mật độ của X có dạng

$$p(x)=\begin{cases} c \ \ , \text{ neáu } x\in[a;b] \\ 0 \ \ , \text{ neáu } x\notin[a;b] \end{cases}$$

a) Xác định hằng số c.

b) Tìm hàm phân phối $F(x)$ của X và vẽ đồ thị của hàm phân phối này.

c) Tính P[α<X<β] và P[α'<X<β'] với α,β, α', β' là các giá trị thuộc [a;b] và β-α=β'-α'

d) Tính các đặc trưng $E(X)$, $D(X)$, σ(X) và nêu ý nghĩa của các số đặc trưng này.

Tính Mod(X) và Med(X).

e) Tìm hàm mật độ $q(y)$ của BSNN $Y=2X-3$.

4.13. Cho biến ngẫu nhiên liên tục X có hàm phân phối:

$$F(x)=\begin{cases}0 & \text{, neáu } x<-\frac{\pi}{2}\\ a+b\sin x & \text{, neáu } -\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{\pi}{2}\\ 1 & \text{, neáu } x>\frac{\pi}{2}\end{cases}\quad \text{(a, b là hằng số)}$$

a) Tìm a và b.

b) Với a,b tìm được, tính hàm mật độ $p(x)$ của X, Mod(X), Med(X), P[X>π/4]

4.14. Có hai hộp bi. Hộp I chứa 10 bi gồm 3 bi đỏ và 7 bi đen. Hộp II chứa 5 bi gồm 2 bi đỏ và 3 bi đen. Lấy ngẫu nhiên 1 bi từ hộp I bỏ vào hộp II, rồi từ hộp II lấy ngẫu nhiên 1 bi.

a) Tính xác suất để bi lấy từ hộp II là bi đỏ.

b) Lập luật phân phối xác suất cho số bi đỏ có trong hộp II sau khi bỏ vào 1 bi lấy từ hộp I.

4.15. Có 2 hộp bi, hộp thứ i có 5i +2 bi trong đó có 2i bi đỏ (i=1,2). Lấy ngẫu nhiên mỗi hộp 1 bi

a) Lập luật phân phối xác suất cho số bi đỏ có trong 2 bi lấy ra.

b) Lấy tiếp 1 bi trong hộp 1. Tính xác suất để được bi đỏ.

4.16. Trò chơi "bầu cua" công bằng hay thiên vị? Tại sao?

Luật chơi: *Giả sử đặt a (đồng) vào ô B. Gieo ngẫu nhiên 3 cục xí ngầu. Nếu xuất hiện i mặt B thì sẽ được thưởng i lần a đồng (i=1,2,3), ngược lại, nếu không xuất hiện mặt B nào thì mất số tiền đặt vào.*

4.17. Trong một cuộc xổ số người ta phát hành 100,000 vé trong đó có 10,000 vé trúng giải. Cần phải mua ít nhất bao nhiêu vé để với xác suất không nhỏ hơn 0.95 ta sẽ trúng ít nhất 1 vé?

4.18. Tại nhà máy A, trung bình một tháng có hai tai nạn lao động. Coi số tai nạn xảy ra trong một tháng là biến ngẫu nhiên tuân theo luật phân phối Poisson với λ=2. Tính xác suất để

a) Trong khoảng thời gian ba tháng xảy ra nhiều nhất 3 tai nạn,

b) Trong ba tháng liên tiếp, mỗi tháng xảy ra nhiều nhất 1 tai nạn.

4.19. Một trạm cho thuê xe taxi có 3 chiếc xe. Hàng ngày trạm phải nộp thuế 8 USD cho 1 chiếc xe bất kể xe đó có được thuê hay không. Mỗi chiếc được cho thuê với giá 20 USD. Giả sử số xe được yêu cầu cho thuê của trạm trong một ngày là đại lượng ngẫu nhiên X có phân phối Poisson với tham số $\lambda = 2.8$.

a) Tính số tiền trung bình trạm thu được trong một ngày.

b) Giải bài toán trên trong trường hợp trạm có 4 chiếc xe.

c) Theo bạn, trạm nên có 3 hay 4 chiếc xe ?

HD: Lập luật ppxs cho số xe được thuê trong ngày, qua đó suy ra luật ppxs của số tiền trạm thu về trong một ngày (xem như khi cho thuê từ 3 xe trở lên thì thu lời 20x3-8x3=36USD)

4.20. Một viên đạn có tầm xa trung bình là 300m. Giả sử tầm xa đó là một biến ngẫu nhiên tuân theo luật phân phối chuẩn với σ =10. Hãy tìm tỉ lệ đạn bay quá tầm trung bình từ 15 đến 25 mét.

4.21. Một giống chuột có trọng lượng X (g) tuân theo luật phân phối chuẩn với trung bình 250 g và phương sai 100g^2. Bắt ngẫu nhiên được một con chuột thuộc giống trên, tính xác suất để nó có trọng lượng từ 225.7g đến 253.5g.

4.22. Cho X là BNN liên tục, có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x} & khi \quad x \geq 0 \\ 0 & khi \quad x < 0 \end{cases}$$

Hãy tính E(X), E(X^2), D(X)

4.23. Một cái máy sản xuất ra sản phẩm với tỷlệtạo ra phếphẩm là p=0.2 . Máy sản xuất ra 18 sản phẩm. Tính xác suất để

a/ Có 3 phế phẩm.

b/ Có ít nhất 1 phế phẩm.

4.24. Một cái máy sản xuất ra sản phẩm với tỷ lệ tạo ra phế phẩm là p=0.03 . Máy sản xuất ra 4500 sản phẩm. Tính xác suất để

a/ Có 4 phế phẩm.

b/ Có ít nhất 2 phế phẩm.

4.25. Cho hai đại lượng ngẫu nhiên X và Y có bảng PP xác suất như sau:

X	1	2	3
P	0,1	0,3	0,6

Y	−2	−1	0
P	0,5	0,3	0,2

a/ Hãy tìm kỳ vọng và phương sai của X, Y

b/ Hãy lập bảng PP xác suất của X^2, X +Y và XY .

4.26. Cho X là BNN rời rạc, và Y là BNN liên tục, có quy luật PP xác suất như sau:

X	0	1	2	3
P	0,2	0,4	0,3	0,1

và $Y \sim B(2;0,3)$

a/ Hãy lập bảng PP xác suất của Z =X+Y.

b/ Tìm kỳ vọng và phương sai của Y.

4.27. Cho 2 BNN X và Y có bảng phân phối xác suất đồng thời như sau:

i)

Y \ X	-5	7	$P(Y=j)$
-3	$\frac{2}{12}$	$\frac{5}{12}$	$\frac{7}{12}$
4	$\frac{1}{12}$	$\frac{4}{12}$	$\frac{5}{12}$
$P(X=i)$	$\frac{3}{12}$	$\frac{9}{12}$	1

ii)

Y \ X	0	1	2	$P(Y=j)$
1	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{2}{8}$	$\frac{3}{8}$
3	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$
$P(X=i)$	$\frac{2}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$	1

a/ Hãy lập bảng phân phối lề của X, của Y.

b/ Hãy lập bảng phân phối của XY, X+Y, X-Y

c/ Hỏi X và Y có độc lập (theo xác suất) hay không?

4.28. Cho vector ngẫu nhiên (X,Y) với bảng phân phối sau

X \ Y	20	40	60
10	3a	a	0
20	2a	4a	2a
30	a	2a	5a

a/ Xác định a.

b/ Tìm kỳ vọng, phương sai của X và Y.

c/ Tìm $r_{(XY)}$.

4.29. Cho (X,Y) là vector ngẫu nhiên có hàm mật độ:

$$f(x,y)=\frac{B}{1+x^2+y^2+x^2y^2}$$

a/ Hãy xác định hằng số B .

b/ Chứng minh rằng X và Y độc lập nhau.

4.30. Cho (X,Y) là vector ngẫu nhiên có hàm mật độ:

$$f(x,y)=\begin{cases}A(x^2+y^2) & khi \quad x^2+y^2\le r^2\\ 0 & khi \quad x^2+y^2>r^2\end{cases}$$

Hãy xác định hằng số A.

4.31. Cho (X,Y) là vector ngẫu nhiên có hàm mật độ:

$$F(x,y)=\begin{cases}1-2^{-x}-2^{-y}+2^{-x-y} & khi \quad x\ge 0; y\ge 0\\ 0 & \end{cases}$$

a/ Hãy tính P(1≤X≤2,3≤Y≤5).

b/ Hãy tìm hàm mật độ đồng thời f(x,y).

c/ Hỏi X,Y có độc lập hay không?

5.1. Đo lượng huyết tương của 7 người mạnh khoẻ ta có:

2.86 3.37 2.76 2.62 3.49 3.05 3.12

Hãy xác định các đặc trưng trung bình và phương sai mẫu trên.

5.2. Theo dõi số xe gắn máy bán ra trong một tuần ở 45 đại lý, người ta thu được kết quả như sau:

Số xe bán trong 1 tuần	1	2	3	4	5	6
Số đại lý	15	12	9	5	3	1

Tính trung bình và phương sai của mẫu trên.

5.3. Theo dõi 336 trường hợp tàu cập cảng, người ta quan tâm đến khoảng thời gian X (giờ) giữa hai lần tàu vào cảng và thu được bảng số liệu sau:

Thời gian X (giờ)	Số trường hợp
4 _ 12	143
12 _ 20	75
20 _ 28	53
28 _ 36	27
36 _ 44	14
44 _ 52	9
52 _ 60	5
60 _ 68	4
68 _ 76	3

76 _ 80	3

Hãy tính trung bình và phương sai của mẫu trên.

6.1. Đo độ dài của một loại trục xe, ta có kết quả:

Nhóm	18.4-18.6	18.6-18.8	18.8-19	19-19.2	19.2-19.4	19.4-19.6	19.6-19.8
n_i	1	6	22	41	19	7	4

Hãy ước lượng độ dài trung bình và phương sai của trục xe.

6.2. Đo sức bền chịu lực của một loại ống công nghiệp người ta thu được bộ số liệu sau: 4500 6500 5200 4800 4900 5125 6200 5375. Từ kinh nghiệm nghề nghiệp người ta cũng biết rằng sức bền đó có phân phối chuẩn với độ lệch chuẩn $\sigma = 300$. Hãy xây dựng khoảng tin cậy 95% cho sức bền trung bình của loại ống trên.

6.3. Trước bầu cử Tổng thống người ta phỏng vấn ngẫu nhiên 1800 cử tri thì thấy 1180 người ủng hộ một ứng cử viên A. Với độ tin cậy 95%, hỏi cử tri đó thu được tối thiểu bao nhiêu phần trăm số phiếu bầu ?

6.4. a) Muốn ước lượng tỉ lệ bị bệnh sốt rét ở một vùng A với sai số không quá 3% ở độ tin cậy $\gamma = 95\%$ thì phải quan sát ít nhất bao nhiêu người ?

b) Giả sử quan sát 200 người thấy có 24 người bị bệnh sốt rét. Hãy ước lượng tỉ lệ bị bệnh sốt rét ở vùng A ở độ tin cậy $\gamma = 97\%$. Nếu muốn sai số ước lượng không quá 3% ở độ tin cậy $\gamma = 95\%$ thì phải quan sát ít nhất bao nhiêu người?

6.5. Biết tỉ lệ nẩy mầm của một loại hạt giống là 0.9. Với độ tin cậy 0.95 nếu ta muốn độ dài khoảng tin cậy của tỉ lệ nẩy mầm không vượt quá 0.02 thì cần phải gieo ít nhất bao nhiêu hạt ?

6.6. Để ước lượng xác suất mắc bệnh A với độ tin cậy 95% và sai số không vượt quá 2% thì cần phải khám ít nhất bao nhiêu người, biết rằng tỷ lệ mắc bệnh A thực nghiệm đã cho bằng 0.8.

6.7. Muốn biết trong một hồ nước có bao nhiêu cá, người ta bắt lên 1000 con, đánh dấu xong lại thả xuống hồ. Sau một thời gian, người ta bắt lên 200 con và thấy có 30 con cá có đánh dấu của lần bắt trước. Dựa vào kết quả đó, hãy ước lượng số cá trong hồ với độ tin cậy 95%.

6.8. Để có thể dự đoán được số lượng cò thường nghỉ tại vườn nhà mình, ông chủ vườn bắt 89 con, đeo khoen cho chúng rồi thả đi. Sau một thời gian, ông bắt ngẫu nhiên được 120 con và thấy có 7 con có đeo vòng khoen. Hãy dự đoán số cò giúp ông chủ vườn ở độ tin cậy 99%. Tìm hiểu lý do xem tại sao khoảng dự đoán cho số cò lại lớn như vậy.

6.9. Sản lượng ngày của một phân xưởng là biến ngẫu nhiên tuân theo luật chuẩn. Kết quả thống kê của 9 ngày cho ta

27 26 21 28 25 30 26 23 26

Hãy xác định các khoảng tin cậy 90% cho sản lượng trung bình và cho phương sai tương ứng?

6.10. Trên tập mẫu gồm 100 số liệu người ta tính được $\overline{x} = 0.1$; $\sigma_{n-1} = 0.014$. Xác định khoảng tin cậy 99% cho giá trị trung bình thật.

6.11. Cân thử 100 quả trứng ta có bộ số liệu sau:

Trọng lượng(g)	32	33	34	35	36	37	38	39	40
Số quả	2	3	15	28	30	8	5	5	4

a) Hãy ước lượng trọng lượng trung bình các quả trứng ở độ tin cậy 90%.

b) Trứng có khối lượng dưới 34g được coi là trứng loại II. Tìm ước lượng không chệch cho tỉ lệ trứng loại II và khoảng tin cậy 95% của tỉ lệ đó.

7.1. Phương pháp sản xuất cũ có tỉ lệ phế phẩm là 7%. Sau khi áp dụng kĩ thuật mới, người ta chọn ngẫu nhiên ra 200 sản phẩm để kiểm tra thì thấy có 9 phế phẩm. Với mức ý nghĩa 0.05 có thể kết luận rằng việc áp dụng kĩ thuật mới có hiệu quả hơn hay không?

7.2. Tỉ lệ người mắc bệnh A ở một địa phương là 5%. Trong một lần kiểm tra sức khỏe ngẫu nhiên 300 người thấy có 24 người mắc bệnh A. Với mức ý nghĩa 0.05 có thể cho rằng tỉ lệ người bị bệnh A có xu hướng tăng lên hay không?

7.3. Một hiệu làm đầu cho rằng 90% khách hàng của họ hài lòng với chất lượng phục vụ. Nghi ngờ chủ hiệu nói quá lên, một nhà điều tra xã hội học phỏng vấn 150 khách hàng của hiệu thì thấy 132 người nói là hài lòng. Với mức $\alpha = 0.05$, có thể kết luận gì về nghi ngờ trên?

7.4. Một hãng điều tra dư luận cho biết có 68% cử tri sẽ bỏ phiếu cho ứng cử viên A. Chọn ngẫu nhiên 36 cử tri thì thấy có 26 người bỏ phiếu cho ứng cử viên A. Với $\alpha = 0.05$ bạn có kết luận gì về kết quả điều tra của hãng trên?

7.5. Trong một nước, tỉ lệ tử vong của bệnh A là 1.5%. Theo dõi 1000 trường hợp mắc bệnh A trong một ngành sản xuất, người ta thấy có 20 trường hợp tử vong. Với mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$, hãy kiểm định xem đặc điểm nghề nghiệp của ngành sản xuất này có ảnh hưởng đến tỉ lệ tử vong của bệnh A hay không?

7.6. Một máy sản xuất tự động có tỉ lệ sản phẩm loại A lúc đầu là 48%. Người ta cải tiến máy và sau một thời gian áp dụng, người ta kiểm tra 40 lần, mỗi lần 10 sản phẩm và ghi được kết quả sau:

Số sản phẩm loại A trong một lần kiểm tra	**Số lần kiểm tra**
0	0
1	2
2	0
3	4
4	6
5	8
6	10
7	4

8	5
9	1
10	0

a) Ước lượng tỉ lệ sản phẩm loại A sau khi cải tiến máy với độ tin cậy 99%.

b) Hãy cho kết luận về hiệu quả của việc cải tiến máy với mức $\alpha = 0.05$

7.7. Theo dõi trọng lượng của một số trẻ sơ sinh tại một số nhà hộ sinh ở thành phố và ở nông thôn, người ta thấy: trong số 150 trẻ sơ sinh ở thành phố có 100 cháu nặng hơn 3000 gam, trong số 200 trẻ sơ sinh ở nông thôn có 98 cháu nặng hơn 3000 gam. Từ kết quả đó, hãy so sánh tỉ lệ trẻ sơ sinh có trọng lượng trên 3000 gam ở thành phố và ở nông thôn, với mức ý nghĩa 0.05.

7.8. Một máy cần đóng gói các sản phẩm có khối lượng 1 Kg. Nghi ngờ máy hoạt động không bình thường, người ta chọn ra một mẫu gồm 100 sản phẩm thì thấy như sau:

Khối lượng	0.95	0.97	0.99	1.01	1.03	1.05
Số gói	9	31	40	15	3	2

Với mức ý nghĩa 0.05, hãy kết luận về nghi ngờ trên?

7.9. Quan sát số gạo bán ra trong một ngày của một cửa hàng bán gạo sau một thời gian, người ta ghi được số liệu sau:

Số gạo (Tạ)	12	13	15	16	17	18	19
Số ngày	3	2	7	7	3	2	1

a) Tìm ước lượng không chệch cho số gạo trung bình bán được trong một ngày?

b) Sau khi tính toán, ông chủ cửa hàng nói rằng nếu trung bình một ngày bán không được 15 tạ gạo thì chẳng thà đóng cửa còn hơn. Dựa vào số liệu trên, anh (chị) hãy kết luận giúp ông chủ cửa hàng xem có nên tiếp tục bán hay không ở mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$?

c) Giả sử những ngày bán được từ 13 tạ đến 17 tạ là những ngày "bình thường". Hãy ước lượng tỉ lệ ngày bình thường của cửa hàng ở độ tin cậy 99%. (Giả thiết rằng số gạo bán ra trong ngày cò phân phối chuẩn)

7.10. Một xí nghiệp đúc một số rất lớn các sản phẩm bằng gang với số khuyết tật trung bình ở mỗi sản phẩm là 3. Người ta cải tiến cách sản xuất và kiểm tra 36 sản phẩm, kết quả như sau:

7 sản phẩm không có khuyết tật nào

4 sản phẩm có 1 khuyết tật

4 sản phẩm có 2 khuyết tật

6 sản phẩm có 3 khuyết tật

8 sản phẩm có 4 khuyết tật

6 sản phẩm có 5 khuyết tật

1 sản phẩm có 6 khuyết tật

Giả thiết rằng số khuyết tật của các sản phẩm có phân phối chuẩn.

a) Hãy ước lượng số khuyết tật trung bình ở mỗi sản phẩm sau cải tiến, với độ tin cậy 95% (độ tin cậy 99%).

b) Hãy cho kết luận về hiệu quả của việc cải tiến sản xuất ở mức ý nghĩa 0.05.

7.11. Để nghiên cứu tác dụng của việc bón phân đạm theo công thức A đối với sản lượng của bắp, người ta làm thí nghiệm trên 5 cặp mảnh đất cạnh nhau, mỗi cặp gồm có 1 mảnh đối chứng (không bón phân đạm) và một mảnh có bón phân đạm theo công thức trên, các sản lượng thu được như sau (tính theo tạ/ha).

Mảnh đối chứng	55	53	30	37	49
Mảnh bón phân	60	58	29	39	47

Hãy cho kết luận về hiệu quả của việc bón phân đạm theo công thức A, với mức ý nghĩa 0.05.

7.12. Đo chỉ số mỡ sữa X (tính theo %) của 130 con bò lai F_1-Hà-An, ta được bảng số liệu sau đây:

a) Hãy ước lượng chỉ số mỡ sữa trung bình của giống bò lai trên ở độ tin cậy 99%.

b) Biết rằng chỉ số mỡ sữa trung bình của giống bò Hà thuần chủng là 4.95. Hãy cho kết luận về hiệu quả của việc lai tạo trên với mức ý nghĩa 0.01.

c) Muốn ước lượng chỉ số mỡ sữa trung bình của bò lai F_1 Hà-An ở độ chính xác 0.15% và độ tin cậy 99% thì phải lấy mẫu tối thiểu bằng bao nhiêu?

(Giả thiết rằng X có phân phối chuẩn)

Chỉ số mỡ sữa	Số bò lai
3.0-3.6	2
3.6-4.2	8
4.2-4.8	35
4.8-5.4	43
5.4-6.0	22
6.0-6.6	15
6.6-7.2	5

7.13. Trong một liên hiệp xí nghiệp, người ta chọn ngẫu nhiên 1000 công nhân và theo dõi số ngày nghỉ của họ trong 1 năm. Kết quả thu được như sau:

Với mức ý nghĩa 0.01, hãy kiểm định giả thiết cho rằng sự nghỉ việc không phụ thuộc vào giới tính.

Giới tính / Số ngày nghỉ	Nữ	Nam
0-5	300	500
5-20	80	70
>20	20	30

7.14. Điều tra tình hình bệnh tật trong một đợt dịch đối với 1000 người, ta có kết quả như sau:

Tình hình bệnh tật / Tình hình tiêm chủng	Mắc Bệnh	Không Mắc bệnh	n_i

Có tiêm chủng	8	192	200
Không tiêm chủng	92	708	800
m_j	100	900	1000

Hãy xét xem việc tiêm chủng và sự mắc bệnh có liên quan với nhau hay không? (Cho mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$).

8.1. Số liệu thống kê nhằm nghiên cứu quan hệ giữa tổng sản phẩm nông nghiệp *Y* với tổng giá trị tài sản cố định *X* của 10 nông trại (tính trên 100 ha) như sau:

x_i	y_i	x_i	y_i
11.3	13.2	22.0	23.9
12.9	15.6	22.2	22.4
13.6	17.2	23.7	23.0
16.8	18.8	26.6	24.4
18.8	20.2	27.5	24.6

a) Hãy xác định phương trình hồi qui tuyến tính của *Y* theo *X*.

b) Dự đoán tổng sản phẩm nông nghiệp khi tổng tài sản cố định là 25.

Giải:

Tính được:

$n = 10$, $\sum x_i = 195.4$, $\sum x_i^2 = 4117.08$,

$\sum y_i = 203.3$, $\sum y_i^2 = 4277.41$.

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{195.4}{10} = 19.54,\ \overline{x^2} = \frac{\sum x_i^2}{n} = \frac{4117.08}{10} = 411.708,$$

$$\overline{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{203.3}{10} = 20.33,\ \overline{y^2} = \frac{\sum y_i^2}{n} = \frac{4277.41}{10} = 427.741,$$

$$s_X = \sqrt{\overline{x^2} - \overline{x}^2} = \sqrt{411.708 - (19.54)^2} \approx 5.468,$$

$$s_Y = \sqrt{\overline{y^2} - \overline{y}^2} = \sqrt{427.741 - (20.33)^2} \approx 3.799.$$

Thay các kết quả tính toán trên vào công thức **Error! Reference source not found.** ta được

$$\hat{b} = \frac{\overline{xy} - \overline{x}.\overline{y}}{s_X.s_Y} \approx 0.673,\ \hat{a} = \overline{y} - \hat{b}.\overline{x} \approx 7.183.$$

Vậy phương trình hồi qui tuyến tính của Y theo X là

$$y = 7.183 + 0.673x.$$

b) Khi tổng tài sản cố định là $x = 25$, Dự đoán tổng sản phẩm nông nghiệp là

$$y = 7.183 + (0.673)(25) \approx 24.$$

8.2. X (mg) là liều lượng thuốc độc tiêm cho chuột, Y (giây) là thời gian sống của chuột sau khi tiêm được mô tả theo bảng sau:

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	4.25	3.5	3.0	1.75	1.5	0.5	0.25

a) Tính hệ số tương quan mẫu.

b) Viết phương trình hồi qui tuyến tính của Y theo X .

c) Để chuột chết ngay sau khi tiêm thì cần phải sử dụng liều thuốc độc là bao nhiêu?

Giải:

a) Tính được ngay các giá trị:

$$n = 7,\ \sum x_i = 28,\ \sum x_i^2 = 140,$$

$$\sum y_i = 14.75,\ \sum y_i^2 = 44.9375.$$

$$\overline{x} = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{28}{7} = 4,\ \overline{x^2} = \frac{\sum x_i^2}{n} = \frac{140}{7} = 20,$$

$$\overline{y} = \frac{\sum y_i}{n} = \frac{14.75}{7} \approx 2.107,\ \overline{y^2} = \frac{\sum y_i^2}{n} = \frac{44.9375}{7} \approx 6.42,$$

$$\overline{xy} = \frac{\sum x_i y_i}{n} = \frac{39.5}{7} \approx 5.643$$

$$x\sigma_n = s_X = \sqrt{\overline{x^2} - \overline{x}^2} = \sqrt{20 - (4)^2} = 2,$$

$$y\sigma_n = s_Y = \sqrt{\overline{y^2} - \overline{y}^2} = \sqrt{6.42 - (2.107)^2} \approx 1.407.$$

Hệ số tương quan

$$r_{xy} = \frac{\overline{xy} - \overline{x}.\overline{y}}{x\sigma_n . y\sigma_n} = \frac{5.643 - (4)(2.107)}{(2)(1.407)} \approx -0.99.$$

Tương quan giữa X và Y là tương quan nghịch và mối quan hệ tuyến tính rất chặt chẽ.

b) Phương trình hồi qui tuyến tính của Y theo X có dạng

$$y = a + bx$$

với

$\hat{b}=\dfrac{\overline{xy}-\overline{x}.\overline{y}}{s_X.s_Y}=\dfrac{5.643-(4)(2.107)}{(2)^2}\approx -0.696$, $\hat{a}=\overline{y}-\hat{b}.\overline{x}=2.107-(-0.696)(4)\approx 4.893$

.

Vậy phương trình hồi qui tuyến tính của Y theo X là

$$y=4.893-0.696\,x.$$

c) Để chuột chết ngay sau khi tiêm $(y=0)$ thì cần phải sử dụng liều thuốc độc là

$$x=\frac{4.893-y}{0.696}=\frac{4.893}{0.696}\approx 7.03\,(\text{mg}).$$

8.3. Quan sát 40 lần cặp biến (X,Y) ta có bộ số liệu:

y_i \ x_i	0-0.2	0.2-0.4	0.4-0.6	0.6-0.8	0.8-1	1-1.2
10-15	4	2				
15-20		2		6		
20-25			2			
25-30				4		
30-35				4	6	
35-40					6	4

a) Xác định đường hồi qui tuyến tính của Y theo X.

b) Tính hệ số tương quan tuyến tính giữa X và Y.

Giải:

8.4. Độ ẩm không khí X ảnh hưởng đến sự bay hơi nước Y trong sơn khi phun ra, sự hiểu biết về sự ảnh hưởng này sẽ giúp ta tiết kiệm được lượng sơn bằng cách chỉnh súng phun sơn một cách thích hợp. Tiến hành 25 quan sát người ta thu được số liệu sau:

Thứ tự Quan sát	**Độ ẩm (%)**	**Độ bay hơi(%)**	**Thứ tự Quan sát**	**Độ ẩm (%)**	**Độ bay hơi(%)**
1	35.3	11	14	39.1	9.6
2	29.7	11.1	15	46.8	10.9
3	30.8	12.5	16	48.5	9.6
4	58.8	8.4	17.	59.3	10.1
5	61.4	9.3	18	70.0	8.1
6	71.3	8.7	19	70.0	6.8
7	74.4	6.4	20	74.4	8.9
8	76.7	8.5	21	72.1	7.7

9	70.7	7.8	22	58.1	8.5
10	57.5	9.1	23	44.6	8.9
11	46.4	8.2	24	33.4	10.4
12	28.9	12.2	25	28.6	11.1
13	28.1	11.9			

Lập hàm hồi qui tuyến tính của Y theo X.

8.5. Số vi khuẩn Y (triệu con) sinh sản sau X giờ được ghi lại trong bảng sau qua một thí nghiệm:

X	0	1	2	3	4	5	6	7	8
Y	29	32	35	43	48	52	58	62	69

a) Tính hệ số tương quan mẫu.

b) Viết phương trình hồi qui tuyến tính của Y theo X.

c) Dự báo số vi khuẩn sau 10 giờ.