CHUẨN BỊ THI GIỮA KỲ MÔN ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH

- Thời gian làm bài: 60 phút;
- Sinh viên không sử dụng tài liệu;
- Hình thức: tự luận (viết);
- Sinh viên được dùng máy tính bỏ túi khi làm bài.

Nội dung:

- **Ma trận**:
  + Ma trận bậc thang; ma trận đường chéo; ma trận tam giác trên; ma trận tam giác dưới,...
  + Các phép toán trên ma trận.
  + Tìm hạng của ma trận.
  + Tính định thức ma trận.
  + Ma trận khả nghịch và tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của ma trận vuông (bằng phép biến đổi sơ cấp trên dòng, bằng pp định thức,...).
  + Giải phương trình ma trận.

- **Hệ phương trình tuyến tính**:
  + Giải và biện luận hệ pt bằng phương pháp Gauss, pp Gauss-Jordan;
  + Giải và biện luận hệ pt bằng pp Cramer;
  + Giải và biện luận hệ bằng hạng của ma trận.

- **Không gian vector**:
  + Không gian vector và Không gian vector con (kiểm chứng không gian vector con).
  + Sự độc lập tuyến tính và phụ thuộc tuyến tính của một tập hợp trên không gian vector.

Câu hỏi ôn tập

1.

Cho các ma trận thực: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ -6 & 1 & 8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 5 & 1 & -3 \\ -2 & 0 & -7 \end{pmatrix}$

a/ Tìm ma trận $(B + C)^2$ và $(2C^TB - 3A)$.
b/ Tìm ma trận vuông X thỏa $AX = B$.

2. Cho các ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \; B = (-1, -4, 1); \; C = (1, -2, 0)$$

Tính A.B’+C’,

3.

Tính định thức sau:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & -3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$

4.

Tính định thức sau:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ -4 & -4 & -4 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$

5.

Tính định thức sau: $D = \begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$.

6.

Tính ma trận nghịch đảo của ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 12 & 0 \end{bmatrix}$$

7. Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

8. Cho các ma trận

$$A=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & 3 & -1\\ 2 & 2 & -1\end{bmatrix},\ B=(-1,-4,1);\ C=(1,-2,0)$$

Tìm X thỏa AX+B' =2C'

9.

Giải phương trình ma trận $AXC = B$ với X là ma trận phần tử thực và

$$A=\begin{bmatrix}-3 & -5\\ 4 & 7\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}-1 & -3\\ 2 & 7\end{bmatrix};\ B=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -5 & -8\end{bmatrix}$$

10.

Giải hệ phương trình tuyến sau:

$$\begin{cases}3x_1+18x_2+8x_3-23x_4-6x_5=-2\\ 2x_1+12x_2+6x_3-18x_4-5x_5=-5\\ x_1+6x_2+3x_3-9x_4-2x_5=1\end{cases}$$

11.

Giải và biện luận hệ phương trình, với tham số m:

$$\begin{cases}x+y-z=1\\ 3y+2x+mz=3\\ 3z+x+my=2\end{cases}$$

12.

Hãy giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính sau, trên trường số thực:

$$\begin{cases}mx_1+x_3+x_2=m\\ x_1+mx_2+x_3=m^2\\ mx_3+x_1+x_2=m^3\end{cases}$$, với m là tham số thực.

13. Cho A là ma trận sau

Color

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & m \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

a). Tính định thức của ma trận A

b). Với điều kiện nào của m thì hệ phương trình $Ax = 0$ chỉ có nghiệm tầm thường?

$(x = [x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ x_5]^T)$

14. Trong R^3, tìm m để các vécto sau độc lập tuyến tính
    u1=(1,2,3), u2=(1,-2,m), u3=(2,1,1+m)
15.

Câu 2: Trong $\mathbb{R}^3$, với giá trị nào của tham số thực m thì $x = (1,3,2)$ sẽ là tổ hợp tuyến tính của các véc tơ: $u_1 = (1,2,1)$, $u_2 = (1,3,m)$, $u_3 = (-1,m,3)$.

16.

a) Tập hợp V, W và Z dưới đây có phải là không gian vector con của R^4 không? Tại sao ?

$V = \{ X = (u,v,w,t) \in R^4 / 9u - 2v + w - 6t \le -1 \}$

$W = \{ X = (u,v,w,t) \in R^4 / u^2 - v^2 = w^2 + t^2 \}$

$$Z = \{ X = (u,v,w,t) \in R^4 / \begin{array}{l} 5u - 3v - w + 8t = 2u - 4v + 3w - t \\ -u + 6v + 3w \le -6u - 8v + 4t \\ 3u - v - 4w + t \ge -2u + 3v - 7w + 5t \end{array} \}$$

17. Cho hệ phương trình thuần nhất

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 2x_3 = 0 \\ x_1 + 5x_3 + 2x_2 - x_4 + 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

a. Giải hệ trên.

b. Chứng minh rằng tập nghiệm W của phương trình trên là một không gian con của R^5.

c. Tìm hệ nghiệm cơ bản (nếu có) của hệ trên.

Đề ôn tập

ĐỀ 1

Câu 1.

Hãy tính định thức cho ma trận sau:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & x \\ 1 & 2 & 1 & y \\ 1 & 1 & 2 & z \\ 1 & 1 & 1 & t \end{pmatrix}, \text{ với } x, y, z, t \in \mathbb{R}.$$

Câu 2.

Hãy giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính sau, trên trường số thực $\mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x_3 - x_2 - x_1 = 1 \\ mx_3 + 3x_2 + 2x_1 = 3 \\ 3x_3 + mx_2 + x_1 = 2 \end{cases}$$

, với m là tham số thực.

Câu 3.

Trên $\mathbb{R}^5$ cho các vector $\alpha_1 = (5,-3,2,4,1), \alpha_2 = (4,-2,3,7,2), \alpha_3 = (8,-6,-1,-5,-2)$,

$\alpha_4 = (7,-3,7,17,4), \alpha_5 = (-1,0,1,5,-6)$.

Hỏi các vector này là độc lập tuyến tính hay phụ thuộc tuyến tính? Vì sao?

ĐỀ 2

Câu 1.

Hãy tính định thức cho ma trận sau:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ a & b & c & d \\ -1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \text{ với } a, b, c, d \in \mathbb{R}.$$

Câu 2.

Hãy giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính sau, trên trường số thực $\mathbb{R}$:

$$\begin{cases} -2x_3 - x_1 - 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + (5-m)x_3 - (m-2)x_2 = -2 \\ x_2 + mx_1 + (m+1)x_3 = -2 \end{cases}$$

, với m là tham số thực.

Câu 3.

Trên $\mathbb{R}^5$ cho các vector $\alpha_1 = (2,-1,4,0,3), \alpha_2 = (-2,0,1,-6,1), \alpha_3 = (5,-3,-2,0,-4)$,

$\alpha_4 = (3,-1,2,-2,-1), \alpha_5 = (-2,0,0,m,-3)$.

Tìm điều kiện của m để các vector này là độc lập tuyến tính, phụ thuộc tuyến tính.

ĐỀ ÔN TẬP THI GIỮA KỲ
2015 - 2016 - HK1
MÔN ĐSTT.

ĐỀ 1:

Câu 1: Tính định thức sau:
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

Câu 2: Giải và biện luận theo tham số m hệ pttt sau:
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = m \\ 2x_1 - 5x_2 - mx_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1 \end{cases}$$

Câu 3: Trong $\mathbb{R}^3$, cho họ vectơ $S = \{u_1 = (1,2,-1), u_2 = (1,1,3)\}$.
và vectơ $x = (a,b,c)$. Hãy tìm điều kiện của a, b, c để x là 1 tổ hợp tuyến tính của S.

ĐỀ 2:

Câu 1: Tính định thức
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$

Câu 2: Biện luận số nghiệm của hệ pttt sau theo tham số m.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + (1-m)x_3 = m+2 \\ (1+m)x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - mx_2 + 3x_3 = m+2 \end{cases}$$

Câu 3: Trong $\mathbb{R}^3$ cho họ $S = \{u_1 = (2,1,3); u_2 = (1,-1,1), u_3 = (1,2,2)\}$.

a) S là họ độc lập tuyến tính hay phụ thuộc tuyến tính? (giải thích)

b) $W = \langle S \rangle$. Hãy tìm một cơ sở của W và tính dim W.

ĐỀ 3:

Câu 1: Giải phương trình sau theo biến x: $\begin{vmatrix} x+2 & 1 & 1-x \\ 0 & -1 & 2 \\ x+2 & -x & 3 \end{vmatrix} = 0$

Câu 2: Với giá trị nào của m thì hệ sau có nghiệm không tầm thường:

$$\begin{cases} mx_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + mx_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + mx_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + mx_4 = 0 \end{cases}$$

Câu 3: Trong $\mathbb{R}^3$ cho họ vectơ $S = \{u_1 = (1,2,-1), u_2 = (2,1,1), u_3 = (-1,1,m)\}$. Tìm m để S độc lập tuyến tính.

ĐỀ 4:

Câu 1: Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

Tìm λ sao cho $\det(A - \lambda I) = 0$.

Câu 2: Giải và biện luận hệ pttt sau theo tham số m:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + mx_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = m \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

Câu 3: Trong $\mathbb{R}^3$ cho họ vectơ $S = \{u_1 = (1,-2,3); u_2 = (2,1,1); u_3 = (1,3,-2); u_4 = (3,-1,4)\}$. Gọi W là không gian con của $\mathbb{R}^3$ sinh bởi họ S. Hãy tìm một cơ sở của S và tìm $\dim S$.

Đề 5: (hơi dài, để các em tự tập luyện là chủ)

Câu 1: a) Tính định thức $\Delta_1 = \begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$, $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & m \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}$

b) Cho $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ -6 & -4 & 3 \\ -6 & -6 & 5 \end{bmatrix}$ và $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Tìm λ sao cho $\det(A - \lambda I) = 0$.

Câu 2: Giải và biện luận hệ pttt sau theo phương pháp Cramer.

$$\begin{cases} x - 3y + z = 0 \\ 2my - mz + 3x = 1 \\ 2mz + (m-1)x + 2(1-2m)y = 0. \end{cases}$$

Câu 3:

a). Trong $\mathbb{R}^4$, tìm điều kiện để vectơ $x = (a, b, c, d)$ là tổ hợp tuyến tính của họ $S = \{u_1 = (1,2,3,-1),$ $u_2 = (1,2,3,0), u_3 = (2,-1,1,1), u_4 = (1,-3,-2,2)\}$.

b). Trong $\mathbb{R}^4$, cho họ $S = \{\alpha_1 = (1,2,3,3),$ $\alpha_2 = (5,-3,-5,11), \alpha_3 = (-6,1,2,8), \alpha_4 = (8,3,4,-2)\}$

Hãy tìm một cơ sở cho kg con W sinh bởi S.

Đề thi cũ:

<u>Câu 1</u>. *(3 điểm)*

Cho các ma trận thực: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ -6 & 1 & 8 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 5 & 1 & -3 \\ -2 & 0 & -7 \end{pmatrix}$

a/ Tìm ma trận $(B + C)^2$ và $(2C^TB - 3A)$.

b/ Tìm ma trận vuông X thỏa AX = B.

<u>Câu 2</u>. *(3,5 điểm)*

Hãy giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính sau, trên trường số thực:

$$\begin{cases} mx_1 + x_3 + x_2 = m \\ x_1 + mx_2 + x_3 = m^2 \\ mx_3 + x_1 + x_2 = m^3 \end{cases}$$, với m là tham số thực.

<u>Câu 3</u>. *(2 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^4$ cho tập hợp $W = \{X = (a,b,c,d) \mid 5a - b + 2c - 3d = 0\}$.

Hỏi W có phải là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^4$ hay không? Vì sao?

<u>Câu 4</u>. *(1,5 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^4$ cho tập hợp $S = \{\alpha_1 = (1;-2;0;3), \alpha_2 = (-1;3;2;-1), \alpha_3 = (2;-2;4;2m)\}$.

Tìm điều kiện của m để S là phụ thuộc tuyến tính.

Câu 1. *(3 điểm)*

Cho các ma trận thực: $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 4 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 2 \\ -6 & 7 & -3 \\ 1 & 0 & -8 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -1 \\ -4 & 0 & 9 \\ 2 & -7 & 5 \end{pmatrix}$

a/ Tính $\det(AB - A^T C)$.

b/ Tìm ma trận vuông X thỏa $AX = B$.

Câu 2. *(3,5 điểm)*

Hãy giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính sau, trên trường số thực:

$$\begin{cases} x_1 + 5x_3 + 5x_2 = 0 \\ (m-26)x_3 - 5x_1 - (27-m)x_2 = 5 \\ 28x_2 + mx_1 + (m+28)x_3 = -5 \end{cases}$$

, với m là tham số thực.

Câu 3. *(2 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^4$ cho tập hợp $W = \{X = (a,b,c,d) \mid a - 2b + c - 4d = 0\}$.

Hỏi W có phải là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^4$ hay không? Vì sao?

Câu 4. *(1,5 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp $S = \{\alpha_1 = (2,-1,3), \alpha_2 = (-1,0,-2), \alpha_3 = (3,2,m)\}$.

Tìm điều kiện của m để S là độc lập tuyến tính.

Câu hỏi ôn tập và đáp số

1.

Cho các ma trận thực: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ -6 & 1 & 8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 5 & 1 & -3 \\ -2 & 0 & -7 \end{pmatrix}$

a/ Tìm ma trận $(B + C)^2$ và $(2C^TB - 3A)$.

b/ Tìm ma trận vuông X thỏa AX = B.

Đáp số:

$$(B+C)^2 = \begin{bmatrix} 17 & -24 & -4 \\ 40 & -30 & 0 \\ -56 & 32 & 2 \end{bmatrix}, \quad (2C^TB - 3A) = \begin{bmatrix} 71 & -21 & 1 \\ -31 & -10 & 13 \\ 82 & -11 & -141 \end{bmatrix}$$

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 4 & -3 \\ -1 & 3 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}, \Rightarrow X = A^{-1}.B = \begin{bmatrix} 25 & -11 & -7 \\ 16 & -8 & -3 \\ -4 & 3 & 3 \end{bmatrix}$$

2. Cho các ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \ B = (-1, -4, 1);\ C = (1, -2, 0)$$

Tính A.B’+C’, $= \begin{bmatrix} -6 \\ -14 \\ -11 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -16 \\ -11 \end{bmatrix}$

3.

Tính định thức sau:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & -3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$

ĐS: - 25

4.

Tính định thức sau:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ -4 & -4 & -4 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$

ĐS: -35

5.

Tính định thức sau: $D = \begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$.

ĐS: -2(x^3+y^3)

6.

Tính ma trận nghịch đảo của ma trận

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 5 & 12 & 0 \end{bmatrix}$$

7. Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có)

$$A=\begin{bmatrix}1 & -1 & 2 & 3 & 1\\ 0 & 1 & 2 & 2 & 1\\ 0 & 2 & 3 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 2 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

ĐS:

$$\begin{bmatrix}1 & -7 & 4 & \frac{3}{2} & \frac{1}{2}\\ 0 & -3 & 2 & 1 & 0\\ 0 & 2 & -1 & -1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

8. Cho các ma trận

$$A=\begin{bmatrix}1 & 1 & -1\\ 1 & 3 & -1\\ 2 & 2 & -1\end{bmatrix},\ B=(-1,-4,1);\ C=(1,-2,0)$$

Tìm X thỏa AX+B' =2C'

ĐS: X=[-5/2 -3/2 -7]'

9.

Giải phương trình ma trận $AXC = B$ với X là ma trận phần tử thực và

$$A=\begin{bmatrix}-3 & -5\\ 4 & 7\end{bmatrix},\ C=\begin{bmatrix}-1 & -3\\ 2 & 7\end{bmatrix};\ B=\begin{bmatrix}3 & 2\\ -5 & -8\end{bmatrix}$$

ĐS:

$$\begin{bmatrix}24 & 14\\ -11 & -7\end{bmatrix}$$

10.

Giải hệ phương trình tuyến sau:

$$\begin{cases} 3x_1 + 18x_2 + 8x_3 - 23x_4 - 6x_5 = -2 \\ 2x_1 + 12x_2 + 6x_3 - 18x_4 - 5x_5 = -5 \\ x_1 + 6x_2 + 3x_3 - 9x_4 - 2x_5 = 1 \end{cases}$$

ĐS: (-6x2-3x4; x2; 5+4x4; x4, 7)

11.

Giải và biện luận hệ phương trình, với tham số m:

$$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3y + 2x + mz = 3 \\ 3z + x + my = 2 \end{cases}$$

ĐS:

m<>-1:

$$X = \left[\frac{-1 + m + m^2}{1 + 2m + m^2} \quad \frac{3 + m}{1 + 2m + m^2} \quad \frac{1}{1 + 2m + m^2} \right]$$

m=-1: Hệ vô nghiệm

12.

Hãy giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính sau, trên trường số thực:

$$\begin{cases} mx_1 + x_3 + x_2 = m \\ x_1 + mx_2 + x_3 = m^2 \\ mx_3 + x_1 + x_2 = m^3 \end{cases}$$, với m là tham số thực.

13. Cho A là ma trận sau

Color

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & m \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{bmatrix}$$

a). Tính định thức của ma trận A

b). Với điều kiện nào của m thì hệ phương trình $Ax = 0$ chỉ có nghiệm tầm thường?

$(x = [x_1\ x_2\ x_3\ x_4\ x_5]^T)$

Đs:

a. 20-5m

b. m=4

14. Trong R^3, tìm m để các vécto sau độc lập tuyến tính
    u1=(1,2,3), u2=(1,-2,m), u3=(2,1,1+m)

Ma trận ui theo hàng, biến đổi bậc thang

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -4 & m-3 \\ 0 & 0 & -\frac{11}{4} + \frac{1}{4} m \end{bmatrix}$$

Ui độc lập khi m<>11.

15.

Câu 2: Trong $\mathbb{R}^3$, với giá trị nào của tham số thực m thì $x = (1,3,2)$ sẽ là tổ hợp tuyến tính của các véc tơ: $u_1 = (1,2,1)$, $u_2 = (1,3,m)$, $u_3 = (-1,m,3)$.

ĐS: $6-m-m^2$<>0

$$\left[\frac{m-4}{m-2} \quad \frac{2\,(m+2)}{-6+m^2+m} \quad -\frac{2}{-6+m^2+m} \right]$$

16.

a) Tập hợp V, W và Z dưới đây có phải là không gian vector con của R^4 không? Tại sao ?

$$V = \{ X = (u,v,w,t) \in R^4 / 9u - 2v + w - 6t \le -1 \}$$

$$W = \{ X = (u,v,w,t) \in R^4 / u^2 - v^2 = w^2 + t^2 \}$$

$$Z = \{ X = (u,v,w,t) \in R^4 / \begin{array}{l} 5u - 3v - w + 8t = 2u - 4v + 3w - t \\ -u + 6v + 3w \le -6u - 8v + 4t \\ 3u - v - 4w + t \ge -2u + 3v - 7w + 5t \end{array} \}$$

V,W, Z không là không gian con (Chọn các phản ví dụ)

17. Cho hệ phương trình thuần nhất

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 + 2x_4 - 2x_3 = 0 \\ x_1 + 5x_3 + 2x_2 - x_4 + 3x_5 = 0 \\ 3x_1 - 4x_2 - x_3 - 3x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$

a. Giải hệ trên.

b. Chứng minh rằng tập nghiệm W của phương trình trên là một không gian con của R^5.

c. Tìm hệ nghiệm cơ bản (nếu có) của hệ trên.

ĐS:

a. (16/15 x2+6/5 x4; x2; 11/3x2+2x4; x4; -67/15x2-7/5x4)

b. Chứng minh W khác rỗng và đóng kín với "+" và ".".

c. {u1= (16/15,1,11/3,0,-67/15), u2=(6/5, 0, 2, 1, -7/5)}

Đề ôn tập

ĐỀ 1

Câu 1.

Hãy tính định thức cho ma trận sau:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 & x \\ 1 & 2 & 1 & y \\ 1 & 1 & 2 & z \\ 1 & 1 & 1 & t \end{pmatrix}, \text{ với } x, y, z, t \in \mathbb{R}.$$

Câu 2.

Hãy giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính sau, trên trường số thực $\mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x_3 - x_2 - x_1 = 1 \\ mx_3 + 3x_2 + 2x_1 = 3 \\ 3x_3 + mx_2 + x_1 = 2 \end{cases}$$

, với m là tham số thực.

Câu 3.

Trên $\mathbb{R}^5$ cho các vector $\alpha_1 = (5,-3,2,4,1), \alpha_2 = (4,-2,3,7,2), \alpha_3 = (8,-6,-1,-5,-2)$, $\alpha_4 = (7,-3,7,17,4), \alpha_5 = (-1,0,1,5,-6)$.

Hỏi các vector này là độc lập tuyến tính hay phụ thuộc tuyến tính? Vì sao?

Câu 1: 4t-x-y-z

Câu 2: det(A)= m^2+3m-18

Det(A)=0 ⇔ m=3 v m=-6

m<>3 và m<>-6: Hệ có nghiệm duy nhất

$$\left[\frac{m+8}{m+6} \quad \frac{-2+m}{-18+3m+m^2} \quad \frac{-4+m}{-18+3m+m^2} \right]$$

m=3,m=-6: Hệ vô nghiệm.

Câu 3: PTTT vì det(A)=0

ĐỀ 2

Câu 1.

Hãy tính định thức cho ma trận sau:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ a & b & c & d \\ -1 & -1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \text{ với } a,b,c,d \in \mathbb{R}.$$

Câu 2.

Hãy giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính sau, trên trường số thực $\mathbb{R}$:

$$\begin{cases} -2x_3 - x_1 - 2x_2 = 1 \\ 2x_1 + (5-m)x_3 - (m-2)x_2 = -2 \\ x_2 + mx_1 + (m+1)x_3 = -2 \end{cases}$$

, với m là tham số thực.

Câu 3.

Trên $\mathbb{R}^5$ cho các vector $\alpha_1 = (2,-1,4,0,3), \alpha_2 = (-2,0,1,-6,1), \alpha_3 = (5,-3,-2,0,-4)$,

$\alpha_4 = (3,-1,2,-2,-1), \alpha_5 = (-2,0,0,m,-3)$.

Tìm điều kiện của m để các vector này là độc lập tuyến tính, phụ thuộc tuyến tính.

Câu 1: 3a-b+2c+d

Câu2:

m^2-4m+3<>0: Hệ có nghiệm duy nhất:

$$\left[-\frac{m^2+2m-9}{-4m+3+m^2} \quad -\frac{m-2}{m-3} \quad \frac{-4+m^2}{-4m+3+m^2} \right]$$

m=1 hoặc m=3: Hệ vô nghiệm

Câu 3:

$$A := \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 & 0 & 3 \\ -2 & 0 & 1 & -6 & 1 \\ 5 & -3 & -2 & 0 & -4 \\ 3 & -1 & 2 & -2 & -1 \\ -2 & 0 & 0 & m & -3 \end{bmatrix} \dashrightarrow \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 & 0 & 3 \\ 0 & -1 & 5 & -6 & 4 \\ 0 & 0 & -1 & m+6 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & -14-\frac{3}{2}m & \frac{5}{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{826+61m}{28+3m} \end{bmatrix}$$

Khéo hơn:

$$A := \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 1 & 1 & -6 \\ 5 & -3 & -2 & -4 & 0 \\ 3 & -1 & 2 & -1 & -2 \\ -2 & 0 & 0 & -3 & m \end{bmatrix} \text{---} \begin{bmatrix} 2 & -1 & 4 & 3 & 0 \\ 0 & -1 & 5 & 4 & -6 \\ 0 & 0 & -1 & -4 & m+6 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{5}{2} & -14 - \frac{3}{2}m \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{826}{5} + \frac{61}{5}m \end{bmatrix}$$

ĐLTT khi m<>-826/61, PTTT ⇔ m=-826/61.

ĐỀ ÔN TẬP THI GIỮA KỲ
2015 - 2016 - HK1
MÔN ĐSTT.

ĐỀ 1:

Câu 1: Tính định thức sau:
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$

Câu 2: Giải và biện luận theo tham số m hệ pttt sau:
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 = m \\ 2x_1 - 5x_2 - mx_3 = 1 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = -1 \end{cases}$$

Câu 3: Trong $\mathbb{R}^3$, cho họ vectơ $S = \{u_1 = (1,2,-1), u_2 = (1,1,3)\}$. và vectơ $x = (a,b,c)$. Hãy tìm điều kiện của a, b, c để x là 1 tổ hợp tuyến tính của S.

ĐỀ 2:

Câu 1: Tính định thức
$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}$$

Câu 2: Biện luận số nghiệm của hệ pttt sau theo tham số m.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + (1-m)x_3 = m+2 \\ (1+m)x_1 - x_2 + 2x_3 = 0 \\ 2x_1 - mx_2 + 3x_3 = m+2 \end{cases}$$

Câu 3: Trong $\mathbb{R}^3$ cho họ $S = \{u_1 = (2,1,3); u_2 = (1,-1,1), u_3 = (1,2,2)\}$.

a) S là họ độc lập tuyến tính hay phụ thuộc tuyến tính? (giải thích)

b) Đặt $W = \langle S \rangle$. Hãy tìm một cơ sở của W và tính dim W.

HD giải đề 1:

Câu 1: $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 2 & 3 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \\ -2 & 1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = \dots = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & -4 \\ 0 & -1 & -5 & 9 \\ 0 & 0 & -1 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & -54 \end{vmatrix} = -54$

Câu 2: Giá trị các định thức:

$|A| = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 5 \\ 2 & -5 & -m \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = 4m+33$; $|A_{x_1}| = \begin{vmatrix} m & -3 & 5 \\ 1 & -5 & -m \\ -1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = m^2+7m-26$

$|A_{x_2}| = \begin{vmatrix} 1 & m & 5 \\ 2 & 1 & -m \\ 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} = -m^2+3m-17$; $|A_{x_3}| = \begin{vmatrix} 1 & -3 & m \\ 2 & -5 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 7m-5.$

Biện luận:

- $4m+33 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -\frac{33}{4}$: $|A| \neq 0 \Rightarrow$ hệ có ng duy nhất là

$$(x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{|A_{x_1}|}{|A|}, \frac{|A_{x_2}|}{|A|}, \frac{|A_{x_3}|}{|A|} \right) = \left(\frac{m^2+7m-26}{4m+33}, \frac{-m^2+3m-17}{4m+33}, \frac{7m-5}{4m+33} \right)$$

- $m = \frac{-33}{4}$: $|A| = 0$, $|A_{x_3}| \neq 0 \Rightarrow$ hệ vô nghiệm.

Câu 3: Xét $\alpha_1 u_1 + \alpha_2 u_2 = x \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 = a \\ 2\alpha_1 + \alpha_2 = b \\ -\alpha_1 + 3\alpha_2 = c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 = a \\ -\alpha_2 = b - 2a \\ 4\alpha_2 = a + c \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 = a \\ -\alpha_2 = b - 2a \\ 0 = -7a + 4b + c \end{cases} \quad (*)$$

Ta có: x là tổ hợp tuyến tính của $S \Leftrightarrow (*)$ có ng $\Leftrightarrow \boxed{-7a + 4b + c = 0}$

HD Giải đề 2

Câu 1. (Dùng cột sau khử cột liền kề trước để đưa về định thức của ma trận tam giác)

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & 5 \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix} \xrightarrow[i=\overline{1,4}]{(-1)C_{i+1}+C_i \to C_i} \begin{vmatrix} -1 & -1 & -1 & -1 & 5 \\ 0 & -1 & -1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 5.$$

Câu 2: Xét ma trận bổ sung của hệ

$$\overline{A} = [A|b] = \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1-m & m+2 \\ 1+m & -1 & 2 & 0 \\ 2 & -m & 3 & m+2 \end{array}\right]$$

$$\longrightarrow \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1-m & m+2 \\ 0 & -2-m & 1+m^2 & -m^2-3m-2 \\ 0 & 0 & 2m-m^2 & 2m+m^2 \end{array}\right] \; (*)$$

NX: $\det(A) = 0 \Leftrightarrow (-2-m)(2m-m^2) = 0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = 2 \\ m = -2 \end{array}\right.$$

Bluận:

- TH1 $\begin{cases} -2-m \neq 0 \\ 2m-m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq \pm 2 \end{cases}$: $r(A) = r(\overline{A}) = 3 =$ số ẩn

  $\Rightarrow$ hệ đã cho có ng duy nhất.

- TH2: $m = 0$: $r(A) = r(\overline{A}) = 2 <$ số ẩn $\Rightarrow$ hệ có vô số nghiệm.

- TH3: $m = 2$: $r(A) = 2 \neq r(\overline{A}) = 3 \Rightarrow$ hệ vô ng

- TH4: $m = -2$: từ $(*) \Rightarrow \overline{A} \to \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & -8 & 0 \end{array}\right] \to \left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right]$

  $\Rightarrow r(\overline{A}) = r(A) = 2 <$ số ẩn $\Rightarrow$ hệ có vô số ng

Câu 3:

a) Xét ma trận $A = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\cdots} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow r(S) = r(A) = 2 < \text{card}(S) \Rightarrow S$ phụ thuộc tuyến tính.

b). Từ câu a suy ra $W = \langle S \rangle$ có 1 cơ sở là $\{v_1 = (1,-1,1),\ v_2 = (0,3,1)\}$ và $\dim W = 2$

ĐỀ 3:

Câu 1: Giải phương trình sau theo biến x: $\begin{vmatrix} x+2 & 1 & 1-x \\ 0 & -1 & 2 \\ x+2 & -x & 3 \end{vmatrix} = 0$

Câu 2: Với giá trị nào của m thì hệ sau có nghiệm không tầm thường:

$$\begin{cases} mx_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + mx_2 + x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + mx_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 + mx_4 = 0 \end{cases}$$

Câu 3: Trong $\mathbb{R}^3$ cho họ vectơ $S = \{u_1 = (1,2,-1), u_2 = (2,1,1), u_3 = (-1,1,m)\}$.
Tìm m để S độc lập tuyến tính.

ĐỀ 4:

Câu 1: Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.
Tìm λ sao cho $\det(A - \lambda I) = 0$.

Câu 2: Giải và biện luận hệ pttt sau theo tham số m:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + mx_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 - x_4 = m \\ x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 = 2 \end{cases}$$

Câu 3: Trong $\mathbb{R}^3$ cho họ vectơ $S = \{u_1 = (1,-2,3); u_2 = (2,1,1);$ $u_3 = (1,3,-2); u_4 = (3,-1,4)\}$. Gọi W là không gian con của $\mathbb{R}^3$ sinh bởi họ S. Hãy tìm một cơ sở của S và tìm $\dim S$.

HD giải đề 3:

Câu 1: $\begin{vmatrix} x+2 & 1 & 1-x \\ 0 & -1 & 2 \\ x+2 & -x & 3 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow \begin{vmatrix} x+2 & 1 & 1-x \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & -1-x & 2+x \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow (x+2)x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Câu 2:

Hệ có nghiệm không tầm thường $\Leftrightarrow \det(A) = 0$

$\Leftrightarrow \begin{vmatrix} m & 1 & 1 & 1 \\ 1 & m & 1 & 1 \\ 1 & 1 & m & 1 \\ 1 & 1 & 1 & m \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow (m+3) \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & m-1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m-1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m-1 \end{vmatrix} = 0$

$\Leftrightarrow (m+3)(m-1)^3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=1 \end{array}\right.$

Câu 3:

Xét ma trận $A = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ -1 & 7 & m \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & 3 & m-1 \end{bmatrix}$

$\longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 0 & -3 & 3 \\ 0 & 0 & m+2 \end{bmatrix}$ (*).

Từ (*) ta có 3 đltt $\Leftrightarrow r(A) = $ số vectơ trg $S = 3$

$\Leftrightarrow m+2 \neq 0 \Leftrightarrow m \neq -2$

HD giải đề 4:

① . (Ghi chú $\lambda \in \mathbb{R}$ - đọc là lambda)

$$\det(A-\lambda I) = \det\begin{bmatrix} 1-\lambda & 2 & 2 \\ 2 & 1-\lambda & 2 \\ 2 & 2 & 1-\lambda \end{bmatrix} = \begin{vmatrix} 1-\lambda & 2 & 2 \\ 2 & 1-\lambda & 2 \\ 2 & 2 & 1-\lambda \end{vmatrix} = (5-\lambda)(-1-\lambda)^2 \cancel{\neq 0}$$

$$\Rightarrow \det(A-\lambda I) = 0 \Leftrightarrow (5-\lambda)(-1-\lambda)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \lambda = 5 \\ \lambda = -1. \end{array}\right.$$

② . Xét ma trận hệ số bổ sung của hệ:

$$\bar{A} = [A|b] = \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & m & 1 \\ 2 & 3 & 2 & -1 & m \\ 1 & 1 & 3 & 1 & 2 \end{array}\right] \longrightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & m & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -1-2m & m-2 \\ 0 & -1 & 4 & 1-m & 1 \end{array}\right]$$

$$\longrightarrow \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & -1 & m & 1 \\ 0 & -1 & 4 & -1-2m & m-2 \\ 0 & 0 & 0 & m+2 & -m+3 \end{array}\right].$$

$\Rightarrow$ Hệ ban đầu tương đương với
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + m x_4 = 1 \\ -x_2 + 4x_3 + (-1-2m)x_4 = m-2 \\ (m+2)x_4 = -m+3. \end{cases} \quad (*)$$

Biện luận:

- $m+2=0 \Leftrightarrow m=-2$: $r(A) \neq r(\bar{A}) \Rightarrow$ hệ vô nghiệm
- $m \neq -2$: $r(A) = r(\bar{A}) = 3 < 4 =$ số ẩn $\rightarrow$ hệ VSN.

Giải (*) ta được
$$\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{2+m}(m^2 - 8m + 7x_3 m + 14x_3) \\ x_2 = \frac{1}{2+m}(m^2 - 5m + 4x_3 m + 1) \\ x_3 \in \mathbb{R} \text{ (tùy ý)} \\ x_4 = \frac{-m+3}{2+m} \end{cases}$$

③ . Xét ma trận
$$A = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & -2 \\ 3 & -1 & 4 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & -5 \\ 0 & 5 & -5 \\ 0 & 5 & -5 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow W = \langle S \rangle$ có 1 cơ sở là $\{ u = (1,-2,3), v_2 = (0,1,-1) \}$

và dim $W = 2$.

Đề 5: (hơi dài, để các em tự tập luyện là chính)

Câu 1: a) Tính định thức $\Delta_1 = \begin{vmatrix} x & y & x+y \\ y & x+y & x \\ x+y & x & y \end{vmatrix}$, $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 3 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 4 & 4 & 4 & m \\ 5 & 5 & 5 & 5 & 5 \end{vmatrix}$

b) Cho $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & -1 \\ -6 & -4 & 3 \\ -6 & -6 & 5 \end{bmatrix}$ và $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$, $\lambda \in \mathbb{R}$.

Tìm λ sao cho $\det(A - \lambda I) = 0$.

Câu 2: Giải và biện luận hệ pttt sau theo phương pháp Cramer.

$$\begin{cases} x - 3y + z = 0 \\ 2my - mz + 3x = 1 \\ 2mz + (m-1)x + 2(1-2m)y = 0. \end{cases}$$

Câu 3:

a). Trong $\mathbb{R}^4$, tìm điều kiện để vectơ $x = (a,b,c,d)$ là tổ hợp tuyến tính của họ $S = \{u_1 = (1,2,3,-1), u_2 = (1,2,3,0), u_3 = (2,-1,1,1), u_4 = (1,-3,-2,2)\}$.

b). Trong $\mathbb{R}^4$, cho họ $S = \{\alpha_1 = (1,2,3,3), \alpha_2 = (5,-3,-5,11), \alpha_3 = (-6,1,2,8), \alpha_4 = (8,3,4,-2)\}$

Hãy tìm một cơ sở cho kg con W sinh bởi S.

Đề thi cũ:

Câu 1. *(3 điểm)*

Cho các ma trận thực: $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & -1 \\ 3 & -2 & 4 \\ -6 & 1 & 8 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 5 & 1 & -3 \\ -2 & 0 & -7 \end{pmatrix}$

a/ Tìm ma trận $(B + C)^2$ và $(2C^TB - 3A)$.

b/ Tìm ma trận vuông X thỏa AX = B.

Câu 2. *(3,5 điểm)*

Hãy giải và biện luận hệ phương trình tuyến tính sau, trên trường số thực:

$$\begin{cases} mx_1 + x_3 + x_2 = m \\ x_1 + mx_2 + x_3 = m^2 \\ mx_3 + x_1 + x_2 = m^3 \end{cases}$$, với m là tham số thực.

Câu 3. *(2 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^4$ cho tập hợp $W = \{X = (a,b,c,d) \mid 5a - b + 2c - 3d = 0\}$.

Hỏi W có phải là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^4$ hay không? Vì sao?

Câu 4. *(1,5 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^4$ cho tập hợp $S = \{\alpha_1 = (1;-2;0;3), \alpha_2 = (-1;3;2;-1), \alpha_3 = (2;-2;4;2m)\}$.

Tìm điều kiện của m để S là phụ thuộc tuyến tính.