

Thi giữa kì môn Xác suất thống kê sẽ giới hạn trong các nội dung sau:

1. Các công thức tính xác suất
2. Hàm mật độ, hàm phân phối, kỳ vọng, phương sai của biến ngẫu nhiên rời rạc và liên tục (kiến thức chung)
3. Phân phối siêu bội, nhị thức, Poisson, Chuẩn
4. Các công thức xấp xỉ xác suất

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ THI GIỮA KỲ MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ

Học kỳ 1, năm học 2018 - 2019.

Ngày thi: ... / ... / 2018

Thời gian làm bài: 60 phút

Được sử dụng tài liệu giấy.

Câu 1. (2 điểm) Một chương trình gồm có 2 mô đun. Xác suất mô đun 1 bị lỗi là 10%. Xác suất mô đun 2 bị lỗi là 15%. Xác suất chương trình bị lỗi là 20%. Biết rằng chương trình bị lỗi nếu ít nhất một mô đun bị lỗi. Hỏi việc mô đun 1 bị lỗi và mô đun 2 bị lỗi có liên quan nhau không ?

Câu 2. (3 điểm) Thời gian sống X (tính bằng năm) của một loại máy tính là một đại lượng ngẫu nhiên liên tục với mật độ xác suất

$$f(x) = \begin{cases} K - x/50 & \text{nếu } 0 < x \leq 10, \\ 0 & \text{nếu } x \notin (0, 10]. \end{cases}$$

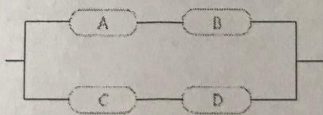
- a) Tìm K . Tìm hàm phân phối $F(x)$ của X .
- b) Hỏi thời gian sống trung bình của loại máy tính đó là bao nhiêu năm.
- c) Nếu thời gian bảo hành là một năm thì xác suất để một máy tính phải đưa đi bảo hành trong vòng một năm bằng bao nhiêu ?

Câu 3. (3 điểm) Một bài thi trắc nghiệm có 10 câu. Mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có 1 phương án đúng. Tất cả sinh viên đều trả lời hết các câu hỏi. Sinh viên thi đạt nếu trả lời đúng ít nhất 4 câu.

a) Nếu sinh viên không ôn bài, sinh viên sẽ chọn câu trả lời một cách ngẫu nhiên. Hỏi nếu sinh viên không ôn bài, thì xác suất thi đạt là bao nhiêu ?

b) Nếu sinh viên có ôn bài, thì xác suất thi đạt là 95%. Giả sử 60% sinh viên có ôn bài. Nếu sinh viên A thi đạt, thì xác suất sinh viên không chuẩn bị bài là bao nhiêu ?

Câu 4. (2 điểm) Cho các thiết bị A, B, C, D làm việc một cách độc lập với nhau và độ tin cậy của mỗi thiết bị (xác suất mỗi thiết bị hoạt động tốt) lần lượt là 90%, 85%, 95%, 93%. Một hệ thống gồm các thiết bị mắc nối tiếp chỉ hoạt động tốt nếu tất cả các thiết bị đều hoạt động tốt. Một hệ thống gồm các thiết bị mắc song song hoạt động tốt nếu có ít nhất một trong các thiết bị đó hoạt động tốt. Xác định độ tin cậy của hệ thống sau:



Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

DÁP ÁN ĐỀ THI GIỮA KỲ MÔN XSTK

Câu 1. (2 điểm)

Gọi A là biến cố mô đun 1 bị lỗi $\Rightarrow P(A) = 10\%$.

Gọi B là biến cố mô đun 2 bị lỗi $\Rightarrow P(B) = 15\%$.

Gọi C là biến cố chương trình bị lỗi $\Rightarrow P(C) = 20\%$, $C = A \cup B$

$C = A \cup B \Rightarrow P(C) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 0.5 đ

Suy ra $P(A \cap B) = 5\% \neq P(A)P(B)$ 0.5 đ

KL: A, B không độc lập. 0.5 đ

Câu 2. (3 điểm)

$$f(x) = \begin{cases} K - x/50 & \text{nếu } 0 < x \leq 10, \\ 0 & \text{nếu } x \notin (0, 10]. \end{cases}$$

a) Tìm K. Tìm hàm phân phối F(x) của X.

$$\int_0^{10} (K - \frac{x}{50}) dx = 1 \Rightarrow K = 1/5.$$

0.5 đ

$$F(x) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } x > 10, \\ \frac{x}{5} - \frac{x^2}{100} & \text{nếu } 0 < x \leq 10, \\ 0 & \text{nếu } x \leq 0. \end{cases}$$

0.5 đ

b) Thời gian sống trung bình của loại máy tính đó:

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx = \int_0^{10} (x - \frac{x^2}{50}) dx = \frac{10}{3}$$

1 đ

c) Nếu thời gian bảo hành là một năm thì xác suất để một máy tính phải đưa đi bảo hành bằng bao nhiêu?

$$P(0 \leq X \leq 1) = \int_0^1 (\frac{1}{5} - \frac{x}{50}) dx = 19\%$$

1 đ

Câu 3. (3 điểm)

Gọi X là số câu trả lời đúng trong 10 câu hỏi bằng cách chọn ngẫu nhiên. Với mỗi câu hỏi, xác suất trả lời đúng bằng cách chọn ngẫu nhiên là 0.25.

A: biến cố SV thi đạt.

B: biến cố SV không ôn bài (sinh viên chọn câu trả lời một cách ngẫu nhiên).

a) $X \sim B(n, p)$, với $n = 10, p = 0.25$

$$\Rightarrow P(A|B) = P(X \geq 4) = 1 - \sum_{i=0}^3 C_{10}^i p^i (1-p)^{10-i} \sim 0.224$$

0.5 đ

0.5 đ

b) $P(A|\bar{B}) = 95\%$, $P(\bar{B}) = 60\%$.

0.5 đ

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{P(A|B)P(B)}{P(B)P(A|B) + P(\bar{B})P(A|\bar{B})} = 13.58\%$$

1 đ

(Nếu câu a sai nhưng câu b đúng cách làm vẫn cho tròn điểm câu b)

Câu 4. (2 điểm)

Gọi A', B', C', D' lần lượt là các biến cố thiết bị A, B, C, D hoạt động tốt.

$P(A') = 90\%$, $P(B') = 85\%$, $P(C') = 95\%$, $P(D') = 93\%$

Gọi F là biến cố hệ thống hoạt động tốt.

Ta có: $F = (A' \cap B') \cup (C' \cap D')$ 0.5 đ

Suy ra $P(F) = P(A')P(B') + P(C')P(D') - P(A')P(B')P(C')P(D') = 97.26\%$

(1.5 đ)

$$\left(\begin{array}{l} \text{Tính thuộc } P(A' \cap B') = 0.5 \text{ đ} \\ P(C' \cap D') = 0.5 \text{ đ} \\ P(A' \cap B' \cap C' \cap D') = 0.5 \text{ đ} \end{array} \right)$$

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN - LÝ

ĐỀ THI GIỮA KỲ MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ
Học kỳ 2, năm học 2017-2018.

Ngày thi: .../.../2018
Thời gian làm bài: 60 phút
Được sử dụng tài liệu giấy.

Câu 1.(2 điểm) Một công ty lắp ráp máy tính có tỷ lệ máy tính đạt tiêu chuẩn kỹ thuật là 0,85. Chọn ngẫu nhiên một máy tính, cho ba kỹ sư kiểm tra một cách độc lập để kết luận có đạt yêu cầu kỹ thuật hay không. Khả năng đưa ra kết luận đúng của cả 3 người đều là 0,8. Biết rằng 2 người kết luận máy tính này đạt tiêu chuẩn và 1 người kết luận không đạt tiêu chuẩn. Tính xác suất máy tính đó đạt tiêu chuẩn kỹ thuật.

Câu 2.(3 điểm) Một máy tính có 20 chương trình trong đó có 5 cái cần được nâng cấp. Chọn ngẫu nhiên 4 chương trình để kiểm tra xem có cần được nâng cấp hay không.

- a) Tính xác suất có ít nhất 2 chương trình cần được nâng cấp.
- b) Trung bình có bao nhiêu chương trình cần được nâng cấp trong 4 chương trình được chọn.

Câu 3.(3 điểm) Thời gian (tính bằng phút) để khôi phục lại một hệ thống là một đại lượng ngẫu nhiên liên tục với mật độ xác suất là

$$f(x) = \begin{cases} C(10-x)^2 & \text{nếu } 0 < x \leq 10, \\ 0 & \text{nếu } x \notin (0, 10]. \end{cases}$$

- a) Tìm C.
- b) Tính xác suất có thể khôi phục hệ thống đó trong vòng từ 1 đến 2 phút.

Câu 4.(2 điểm) Các khách hàng của một nhà cung cấp dịch vụ internet tạo trung bình 10 tài khoản mới mỗi ngày. Biết rằng số tài khoản được tạo ra mỗi ngày có phân phối Poisson.

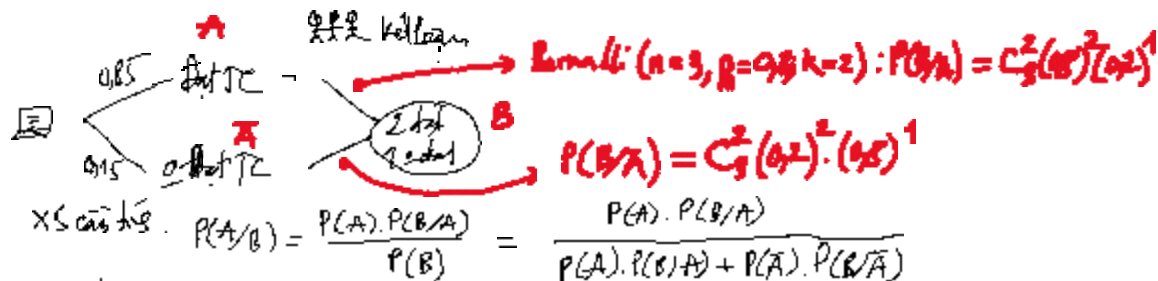
Tính xác suất có ít nhất 2 tài khoản sẽ được tạo ra trong 2 ngày tới.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Hướng dẫn:

Câu 1:



Câu 2: $N = 20, N_A = 5, n = 4, X =$ số CT của ng cấp 4 CT (PP biến đổi)

a) $P(X \geq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) = 1 - \frac{C_5^0 C_{15}^4}{C_{20}^4} - \frac{C_5^1 C_{15}^3}{C_{20}^4}$

b) $E(X) = np = \begin{cases} n=4 \\ p=\frac{N_A}{N} = \frac{5}{20} \end{cases}$
 $= 4 \cdot \frac{5}{20} = 1$

Câu 3: a) $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow C = 1$; b) $P(1 < X < 2) = \int_1^2 f(x) dx = \frac{1}{2}$

Câu 4: Đặt $X =$ số TK của ra mắt ngày $\Rightarrow E(X) = \lambda = 10 \Rightarrow X \sim P(10)$

$Y =$ số TK của ra mắt 2 ngày $\Rightarrow Y \sim P(2\lambda) = P(20)$ (Sử dụng $\begin{cases} X_1 \sim P(\lambda_1) \\ X_2 \sim P(\lambda_2) \end{cases} \Rightarrow X_1 + X_2 \sim P(\lambda_1 + \lambda_2)$)

$\Rightarrow P = P(Y \geq 2) = 1 - P(Y=0) - P(Y=1)$
 $= 1 - e^{-20} \cdot \frac{20^0}{0!} - e^{-20} \cdot \frac{20^1}{1!}$
 $= 1 - 21e^{-20}$

Phần 1: (7 điểm) Trả lời tất cả các câu 1.1 - 1.3:

Câu 1.1.(2 điểm) Giả sử xác suất ổ cứng của một máy tính bị hỏng đột ngột là 2%. Để đảm bảo dữ liệu lưu trên máy tính đó, người ta sao lưu dữ liệu của máy tính lên hai thiết bị lưu trữ dự phòng với xác suất bị hỏng của mỗi thiết bị lần lượt là 3% và 4%. Ổ cứng của máy tính và hai thiết bị lưu trữ dự phòng hoạt động độc lập với nhau. Thông tin được lưu trữ chỉ bị mất trong tình huống không may khi cả ba thiết bị gặp sự cố (bị hỏng). Hãy tính xác suất thông tin lưu trữ được an toàn ?

Câu 1.2.(2 điểm) Một công ty có 70% nhân viên biết C++, 60% nhân viên biết Fortran và 50% biết cả hai ngôn ngữ này. Tỷ lệ nhân viên biết ít nhất một trong hai ngôn ngữ này là bao nhiêu ? Giả sử một nhân viên biết C++, hỏi xác suất nhân viên đó cũng biết Fortran là bao nhiêu ?

Câu 1.3.(3 điểm) Từ một hãng sản xuất linh kiện điện tử, các nhà thống kê nhận thấy tuổi thọ của linh kiện điện tử đó là một đại lượng ngẫu nhiên liên tục (đơn vị: năm) có hàm mật độ như sau

$$f(x) = \begin{cases} \frac{C}{x^4} & \text{nếu } x \geq 1, \\ 0 & \text{nếu } x < 1. \end{cases}$$

- a) Xác định C và hàm phân phối của X.
- b) Tìm tuổi thọ trung bình của linh kiện điện tử đó do hãng này sản xuất.
- c) Tính tỷ lệ linh kiện điện tử do hãng này sản xuất có tuổi thọ không quá 2 năm.

Phần 2: (3 điểm) Chọn một trong ba câu sau:

Câu 2.1. Trong một vùng dân cư, cứ 1000 người thì có 250 người có hút thuốc lá. Biết tỉ lệ người bị viêm họng trong số người hút thuốc lá là 75%, và trong số người không hút thuốc lá là 25%. Khám ngẫu nhiên một người và thấy người đó bị viêm họng. Tính xác suất người đó hút thuốc lá ?

Câu 2.2. Một công cụ tìm kiếm internet tìm một từ khóa trên các trang web độc lập nhau. Có khoảng 20 % trang web chứa từ khóa cần tìm.

- a) Tính xác suất có ít nhất 5 trong 10 trang web chứa từ khóa cần tìm.
- b) Tính xác suất công cụ tìm kiếm phải duyệt ít nhất 5 trang web mới phát hiện được từ khóa cần tìm.

Câu 2.3. Giả sử số yêu cầu được gửi đến một hệ thống tương tác có phân phối Poisson với trung bình 12 yêu cầu trong 1 phút.

- a) Tính xác suất có 10 yêu cầu trong 1 phút.
- b) Tính xác suất có 10 yêu cầu trong 3 phút.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Đáp án:

Phần 1

Câu 1.1.(2 điểm)

A: biển cổ ỏ cứng bị hỏng đột ngột, $P(A) = 2\%$. **(0.25 đ)**

B_1, B_2 : biển cổ thiết bị lưu trữ dự phòng I, II bị hỏng

$\Rightarrow P(B_1) = 3\%, P(B_2) = 4\%$. **(0.25 đ)**

Cả 3 thiết bị bị hỏng: $A \cap B_1 \cap B_2$. **(0.5 đ)**

A, B_1, B_2 độc lập. $\Rightarrow P(A \cap B_1 \cap B_2) = P(A)P(B_1)P(B_2)$ **(0.5 đ)**

Thông tin lưu trữ được an toàn: $1 - P(A \cap B_1 \cap B_2) = 0.999976$ **(0.5 đ)**

Câu 1.2.(2 điểm)

A: biển cổ nhân viên biết C++, $P(A) = 0.7$.

B: nhân viên biết Fortran, $P(B) = 0.6$.

$P(A \cap B) = 0.5$. **(0.25 đ)**

Tỷ lệ nhân viên biết ít nhất một trong hai ngôn ngữ:

$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.8$ **(0.75 đ)**

Giả sử một nhân viên biết C++, xác suất nhân viên đó cũng biết Fortran:

$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 0.7143$ **(1 đ)**

(xác định đúng xác suất cần tính là $P(B|A)$ nhưng tính sai: **0.5đ**)

Câu 1.3.(3 điểm)

a) Tìm C .

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \implies C = 3. \quad \textbf{(0.5đ)}$$

Tìm hàm mật độ của X .

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{x^3} & \text{nếu } x \geq 1, \\ 0 & \text{nếu } x < 1. \end{cases} \quad \textbf{(0.5 đ)}$$

$$\textbf{(0.5 đ)}$$

b) Tuổi thọ trung bình $= E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x) dx$ **(0.5 đ)**

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x) dx = \frac{3}{2} \quad \textbf{(0.5 đ)}$$

c) Tính xác suất $P(X \leq 2)$.

$$P(X \leq 2) = F(2) = \frac{7}{8} = 0.875 \quad (0.5 \text{ đ})$$

Phần 2

Câu 2.1. Gọi H là biến cố người được khám có hút thuốc lá
Gọi V là biến cố người được khám bị viêm họng

$$P(H) = 0.25, P(V|H) = 0.75, P(V|\bar{H}) = 0.25. \quad (1 \text{ đ})$$

Xác định xác suất cần tính là $P(H|V)$ (0.5 đ)

$$P(H|V) = \frac{P(H)P(V|H)}{P(H)P(V|H) + P(\bar{H})P(V|\bar{H})} = 0.5 \quad (1.5 \text{ đ})$$

Câu 2.2.

a) Gọi X là số trang web chứa từ khóa trong 10 trang web bất kì

$$X \sim B(n, p), n = 10, p = 0.2 \quad (1 \text{ đ})$$

$$P(X \geq 5) = 1 - \sum_{i=0}^4 C_n^i p^i (1-p)^{n-i} = 0.03279 \quad (1 \text{ đ})$$

$$\text{b) } 0.8^4 = 0.4096 \quad (1 \text{ đ})$$

Câu 2.3.

a) Gọi X là số yêu cầu trong 1 phút. $X \sim P(\lambda), \lambda = 12$ (0.5 đ)

$$P(X = 10) = 0.1048 \quad (1 \text{ đ})$$

b) Gọi Y là số yêu cầu trong 3 phút. $Y \sim P(\lambda'), \lambda = 36$ (1 đ)

$$P(Y = 10) = 2.337 \times 10^{-7} \sim 0 \quad (0.5 \text{ đ})$$

Câu 1.(2 điểm) Trung bình cứ 800 máy vi tính thì có 1 máy bị hỏng khi có bảo kèm sảm to. Một công ty có 4000 máy tính đang hoạt động ở trong vùng bị cơn bão kèm sảm to quét qua.

- a) Tính xác suất công ty đó có ít hơn 10 máy tính bị hỏng.
- b) Hỏi trung bình sau một cơn bão có sảm to, công ty đó bị hỏng bao nhiêu máy ?

Câu 2.(3 điểm) Một nhà máy sản xuất một chi tiết của điện thoại di động có tỷ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn chất lượng là 90%. Trước khi xuất xưởng, người ta dùng một thiết bị kiểm tra để kết luận sản phẩm có đạt yêu cầu chất lượng hay không. Thiết bị có khả năng phát hiện đúng chất lượng sản phẩm với xác suất là 0.95. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm để kiểm tra.

- a) Tính xác suất sản phẩm đó đạt tiêu chuẩn và được thiết bị kiểm tra kết luận đạt tiêu chuẩn.
- b) Tính xác suất sản phẩm đó được thiết bị kiểm tra kết luận đạt chuẩn.
- c) Giả sử thiết bị kiểm tra kết luận là sản phẩm đó đạt tiêu chuẩn, xác suất thiết bị đó không đạt tiêu chuẩn là bao nhiêu ?

Câu 3.(3 điểm) Cho X là biến ngẫu nhiên liên tục với hàm mật độ như sau:

$$f(x) = \begin{cases} Kx^2(1-x^2) & \text{nếu } 0 < x < 1, \\ 0 & \text{nếu } x \notin (0, 1). \end{cases}$$

- a) Tìm K và hàm phân phối xác suất của X .
- b) Tính giá trị trung bình của X .
- c) Tính $P(X > \frac{1}{2})$.

Câu 4.(2 điểm) Giả sử số máy vi tính được bán ra trong ngày của một cửa hàng là biến ngẫu nhiên rời rạc X có phân phối xác suất như sau:

$$P(0) = 0.1, P(1) = 0.3, P(2) = 0.2, P(3) = 0.2, P(4) = 0.1, P(5) = 0.1$$

- a) Tính xác suất $P(0 < X < 3)$.
- b) Giả sử mỗi máy tính được bán với giá 10 triệu đồng. Tính doanh thu trung bình mỗi ngày từ việc bán máy vi tính của cửa hàng.

Hết

Trưởng Bộ môn Toán-Lý

ĐÁP ÁN

Câu 1: (2đ)

$$X \sim B(n, p), \quad n = 4000, \quad p = 1/800 \quad (0.5đ)$$

$$a) P(X < 10) = 0.968 \quad (1đ)$$

Có thể tính xấp xỉ bằng PP Poisson

$$b) E(X) = np = 5 \quad (0.5đ)$$

Câu 2: (3đ)

Gọi A là b/c sph đạt tiêu chuẩn

B ————— được kết luận đạt tiêu chuẩn

$$P(A) = 0.9, \quad P(B|A) = 0.95 \quad (0.5đ)$$

$$a) P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A) = 0.855 \quad (0.5đ)$$

$$b) P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A}) = 0.86 \quad (1đ)$$

$$c) P(\bar{A}|B) = \frac{P(\bar{A}) \cdot P(B|\bar{A})}{P(B)} = 0.00581 \quad (1đ)$$

Câu 3: 3đ

$$a) \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \Rightarrow k = \frac{15}{2} \quad (0.5đ)$$

$$F(x) = \begin{cases} 1 & \text{nếu } x \geq 1 \\ \frac{15}{2} \left(x^3/3 - \frac{x^5}{5} \right) & \text{nếu } 0 < x < 1 \\ 0 & \text{nếu } x \leq 0 \end{cases} \quad (0.75đ)$$

$$b) E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) dx = \int_0^1 \frac{15}{2} (x^3 - x^5) dx = \frac{5}{8} \quad (1đ)$$

$$c) P(X > \frac{1}{2}) = \int_{1/2}^{+\infty} f(x) dx = \int_{1/2}^1 \frac{15}{2} (x^2 - x^4) dx = 0.734 \quad (0.75đ)$$

Câu 4: (2đ)

$$a) P(0 < X < 3) = 0.5 \quad (0.5đ)$$

b) Gọi Y là doanh thu mỗi ngày từ việc bán máy tính

$$Y = 10\,000\,000 X, \quad E(X) = 2.2 \quad (0.5đ)$$

$$E(Y) = 10\,000\,000 E(X) = 22\,000\,000 \quad (1đ)$$

Đề mẫu 1 (60 phút)

Câu 1. Một nhà máy sản xuất một chi tiết của điện thoại di động có tỷ lệ sản phẩm đạt tiêu chuẩn chất lượng là 85%. Trước khi xuất xưởng, người ta dùng một thiết bị kiểm tra để kết luận sản phẩm có đạt yêu cầu chất lượng hay không. Thiết bị có khả năng phát hiện đúng sản phẩm đạt tiêu chuẩn với xác suất là 0,9 và phát hiện đúng sản phẩm không đạt tiêu chuẩn với xác suất 0,95. Quan sát một sản phẩm sau khi qua khâu kiểm tra, hãy tính xác suất

- a). sản phẩm được kết luận là đạt tiêu chuẩn.
- b). sản phẩm được kết luận là đạt tiêu chuẩn thì lại không đạt tiêu chuẩn.
- c). sản phẩm được kết luận đúng với thực chất của nó.

Câu 2. Tuổi thọ X (năm) của một linh kiện máy tính có hàm mật độ xác suất:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k}{x^4} & \text{for } x \geq 1 \\ 0 & \text{for } x < 1. \end{cases} ?$$

Tính hằng số k . Tính xác suất một linh kiện dùng tốt trong ít nhất 2 năm. Viết hàm $F(x)$ và vẽ nó.

Câu 3. Một mô-đun quan trọng được kiểm tra bởi 4 nhóm độc lập. Mỗi nhóm phát hiện lỗi trong mô-đun với xác suất 0,8.

- a). Tính xác suất ít nhất một nhóm phát hiện lỗi trong mô-đun đó?
- b). Tính kỳ vọng và phương sai cho số nhóm phát hiện lỗi.

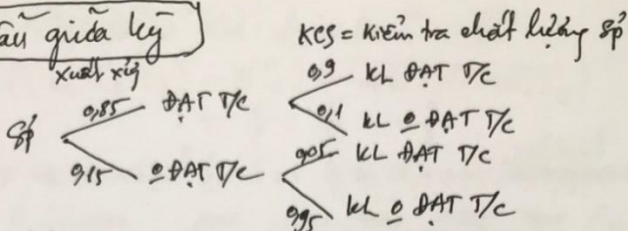
Câu 4. Kho linh kiện máy tính có 1000 sản phẩm, trong đó có 50 sản phẩm bị lỗi. Người ta giao ngẫu nhiên 100 linh kiện cho khách hàng.

- a). Tính xác suất khách hàng nhận được toàn sản phẩm tốt.
- b). Kỳ vọng và phương sai của số sản phẩm lỗi mà khách hàng nhận là bao nhiêu?

HD Giải đề mẫu giữa kỳ

ĐỀ 1

Câu 1.



Đặt $A = \text{S} \text{ đạt T/C}$
 $B = \text{S} \text{ đạt KL đạt T/C}$

$$a). P(B) = P(A) \cdot P(B/A) + P(\bar{A}) \cdot P(B/\bar{A}) = 0,85 \cdot 0,95 + 0,15 \cdot 0,05 = 0,815$$

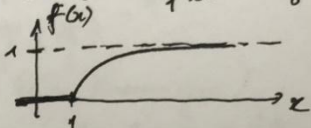
$$b). P(\bar{A}/B) = \frac{P(\bar{A} \cdot B)}{P(B)} = \frac{0,15 \cdot 0,05}{0,815} \approx 0,0092; c). P(\text{"KL đạt T/C"}) = P(A \cdot B + \bar{A} \cdot B) = 0,85 \cdot 0,95 + 0,15 \cdot 0,05 = 0,995$$

Câu 2.

$$\begin{cases} f(x) \geq 0, \forall x \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow k=3; P[X \geq 2] = 1 - P[X < 2] = 1 - \int_1^2 \frac{1}{x^4} dx = \frac{1}{8}$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ 1 - \frac{1}{x^3}, & x \geq 1 \end{cases}$$



Câu 3. Đặt $X = \text{số nhúm phát hiện lỗi}$

$$\Rightarrow X \sim B(4; 0,8) \quad (n=4; p=0,8) \quad a). P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - (0,2)^4 = 0,9984$$

$$b). \text{Do } X \sim B(4; 0,8) \text{ nên } E(X) = np = 4 \cdot 0,8 = 3,2; D(X) = npq = 4 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,64$$

Câu 4. Đặt $X = \text{số số bị lỗi mà khách hàng nhận}$

$$\Rightarrow X \sim H(N, N_A, n) \text{ với } \begin{cases} N = 1000 \\ N_A = 50 \\ n = 100 \end{cases}$$

$$a). P(X=0) = \frac{C_{950}^{100}}{C_{1000}^{100}} \approx 0,0045 \quad (\text{đây, nếu để xấp xỉ phân phối siêu bội, lấy } n=50 < n)$$

$$b). E(X) = n \cdot p = 100 \cdot \frac{50}{1000} = 5; D(X) = npq \frac{N-n}{N-1}$$

$$= 100 \cdot \frac{50}{1000} \cdot \frac{950}{1000} \cdot \frac{1000-100}{1000-1}$$

$$= \frac{475}{111} \approx 4,28$$

Đề mẫu 2 (60 phút)

Câu 1. Hai người A và B lần lượt lấy bi không hoàn lại từ một hộp kín có 3 bi đen và 5 bi đỏ cho đến khi bi đen đầu được lấy ra thì dừng lại. Khi đó, người lấy phải bi đen sẽ phải đưa cho người còn lại số tiền là 1.000đ nhân với số bi được lấy ra khỏi hộp. Giả sử A là người lấy bi trước.

- Tính xác suất người A lấy trúng bi đen ở lần lấy bi thứ 2 của mình.
- Tính kỳ vọng số tiền A nhận được khi tham gia trò chơi này.

Câu 2. Tuổi thọ của một côn trùng thuộc loài A là một biến ngẫu nhiên X (đơn vị là *tháng*) với hàm mật độ như sau:

$$f(x) = \begin{cases} kx^2(5-x), & \text{neu } 0 \leq x \leq 5 \\ 0 & \text{, neu } x \notin [0;5]. \end{cases}$$

- Tìm hằng số k. Tìm hàm phân phối của X.
- Quan sát ngẫu nhiên một con côn trùng thuộc loài A sống qua 1 tháng tuổi, tính xác suất nó chết trước khi được 2 tháng tuổi.

Câu 3. Một trò chơi máy tính mới được phát hành. Sáu mươi phần trăm người chơi thử hoàn thành tất cả các cấp. Ba mươi phần trăm trong số họ sau đó sẽ mua một phiên bản nâng cao của trò chơi. Không có ai trong số những người không chơi hoàn thành tất cả các cấp mua bản nâng cao. Quan sát 15 người chơi thử. Số người kỳ vọng sẽ mua phiên bản nâng cao là bao nhiêu? Xác suất mà ít nhất hai người sẽ mua bản nâng cao là bao nhiêu?

HĐ Giải đề 2

Câu 1. Đặt $A =$ "ng A lấy thủy bị đấm ở lần lấy bị thứ 2 của mình".
 $L_i =$ "lần lấy bị thứ i bị đấm". $i = \overline{1, 6}$,

$$a) P(A) = P(\overline{L_1} \cdot \overline{L_2} \cdot L_3) = P(\overline{L_1}) \cdot P(\overline{L_2} / \overline{L_1}) \cdot P(L_3 / \overline{L_1} \overline{L_2})$$

$$= \frac{5}{8} \cdot \frac{4}{7} \cdot \frac{3}{6}$$

b). Đặt $X =$ "số tiền A nhận". Từ xs tại bài cũ \Rightarrow ~~lưu ý~~ ^{Xs suất} của X là

X	-1000	2000	-3000	4000	-5000	6000
p	$\frac{3}{8}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{5}{28}$	$\frac{3}{28}$	$\frac{3}{56}$	$\frac{1}{56}$

(lần lấy bị đấm lần thứ i là i) X xếp ở tỷ dân

(để ý: $\sum p_i = 1$)

$$\Rightarrow \text{kỳ vọng số tiền A nhận: } E(X) = \sum x_i \cdot p_i = (-1000) \cdot \frac{3}{8} + \dots + 6000 \cdot \frac{1}{56}$$

$$= -\frac{8000}{28} \text{ (đồng)}$$

(Tức là A bị mất - $\frac{8000}{28}$ đ sau mỗi lần tham gia)

Câu 2. a) $\begin{cases} f(x) \geq 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \end{cases} \Leftrightarrow k = \frac{12}{625}; f(x) = P(X < x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{4}{125}x^3 - \frac{3}{625}x^4, & x \in [0, 5] \\ 1, & x > 5 \end{cases}$

$$b) P(X < 2 / X > 1) = \frac{P(1 < X < 2)}{P(X > 1)} = \frac{\int_1^2 f(x) dx}{\int_1^5 f(x) dx} = \frac{5}{32}$$

Câu 3. Đặt $X =$ "số người sẽ mua bảo hiểm này cao".

$$\Rightarrow X \sim B(15; p), \text{ với } p = P(\text{"ng hân tham gia cấp"} \cdot P(\text{"ng sẽ mua"} / \text{"ng hân tham gia cấp"}))$$

$$= 60\% \cdot 80\% = 0.6 \cdot 0.8 = 0.48$$

\Rightarrow Số kỳ vọng sẽ mua thêm bảo hiểm này cao là

$$E(X) = n \cdot p = 15 \cdot 0.48 = 7.2$$

$$\text{XS ít nhất 2 người sẽ mua bảo hiểm này cao: } P(X \geq 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1)$$

$$= 1 - (0.52)^{15} - C_{15}^1 \cdot (0.48) \cdot (0.52)^{14} \approx 0.7813$$

Đề mẫu 3 (60 phút)

Câu 1. Có 4 sinh viên SV1, SV2, SV3, SV4 cùng làm 1 câu trắc nghiệm có 4 chọn lựa với xác suất làm đúng của mỗi sinh viên lần lượt là 0,9; 0,6; 0,6; 0,7. Biết sinh viên SV1 chọn đáp án A, các sinh viên SV2 và SV3 chọn đáp án B, SV4 chọn đáp án C. Hãy tính xác suất

- a). chọn lựa A là đáp án đúng,
- b). chọn lựa B là đáp án đúng,
- c). chọn lựa C là đáp án đúng.

Câu 2. Số tài khoản mở mới trong một ngày của một nhà cung cấp dịch vụ internet là biến ngẫu nhiên tuân theo phân phối Poisson với trung bình là 10 tài khoản mỗi ngày.

- a). Xác suất có hơn 2 tài khoản mới trong ngày hôm nay bằng bao nhiêu?
- b). Xác suất có hơn 2 tài khoản mở mới trong vòng 2 ngày là bao nhiêu?.

Câu 3. Thời gian khởi động lại máy tính là biến ngẫu nhiên liên tục X (phút) có hàm mật độ xác suất :

$$f(x) = \begin{cases} C(10 - x)^2, & \text{if } 0 < x < 10 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

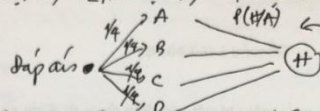
- a). Tìm hằng số C.
- b). Tìm tỉ lệ máy tính có thời gian khởi động trong khoảng 1 đến 2 phút.
- c). Viết hàm F(x) và vẽ nó.

HĐ giáo dục 3

Câu 1 Dãy $S_i = "S_i \text{ lần đầu}"$, $i=1,4$

$H = "S_1 \text{ chọn A, } S_2, 3 \text{ chọn B, } S_4 \text{ chọn C}"$

Số lần trả



Đã A, B, C lần lượt là các kết quả A, B, C là đáp án đúng.

Ta có $P(H/A) = (S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot S_4) = 0,9 \cdot 0,4 \cdot 0,4 \cdot 0,3 = \frac{0,432}{5,04} = 0,0864$

Tỷ lệ: $P(H/B) = \frac{0,432}{5,04}$; $P(H/C) = \frac{0,432}{5,04}$; $P(H/D) = 0,0864$.

$= 0,0108$ $= 0,0112$

$\Rightarrow P(H) = P(A) \cdot P(H/A) + P(B) \cdot P(H/B) + P(C) \cdot P(H/C) + P(D) \cdot P(H/D)$

$= 0,0175$

a) $P(A/H) = \frac{P(A \cdot H)}{P(H)} = \frac{\frac{1}{4} \cdot 0,0864}{0,0175}$ $P(B/H) = \frac{\frac{1}{4} \cdot 0,0108}{0,0175}$ $P(C/H) = \frac{\frac{1}{4} \cdot 0,0112}{0,0175}$

Câu 2 a) $X = "Số tài khoản mở mỗi tháng 1 ngày" \Rightarrow X \sim P(10)$

$\Rightarrow P(X > 2) = 1 - P(X=0) - P(X=1) - P(X=2)$

$= 1 - \frac{10^0 \cdot e^{-10}}{0!} - \frac{10^1 \cdot e^{-10}}{1!} - \frac{10^2 \cdot e^{-10}}{2!} \approx 0,997$

b) $Y = "Số TK mở mỗi tháng 2 ngày" \Rightarrow Y \sim P(20)$

$\Rightarrow P(Y > 2) = 1 - P(Y=0) - P(Y=1) - P(Y=2) \approx 0,9999995445$

Câu 3

a) $C = \frac{3}{875}$; b) $P(1 \leq X \leq 2) = \int_1^2 f(x) dx = \int_1^2 \frac{3}{875} (10-x)^2 dx = \frac{31}{125}$

c) $f(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{12}{35}x + \frac{1}{875}x^3 - \frac{6}{175}x^2, & x \in (0,10) \\ 1, & x \geq 10 \end{cases}$

NẾU THẤY TÌNH NHẪM GI-ĐÓ THÌ NỮA LẠI GIÚP THẦY.
CHÚC CÁC EM THI TỐT.