

Compton

N.G. Schultheiss

1 Inleiding

Deze module volgt op de modules “Botsingen” en “Relativiteit”. Compton leidde uit deze kennis een model af waarmee botsingen van fotonen op electronen te berekenen zijn. Omdat fotonen met de lichtsnelheid bewegen en de snelheid van electronen na de botsing aardig op kan lopen moeten we deze botsing relativistisch behandelen.

2 Compton

Arthur Holly Compton onderzocht de verstrooiing van Röntgenstraling en ontdekte dat deze verstrooiing te maken had met de botsing van fotonen op electronen. Hierna wijdde hij zich aan de verdeling van cosmische straling die op aarde gemeten wordt.

Bij Comptonverstrooiing wordt een klein deel van de energie en de impuls wordt overgedragen van het foton naar het electron. Uiteraard gelden er voor deze botsing weer de wet van behoud van energie en de wet van behoud van impuls. Als het foton op een vrij electron botst, is er geen energie nodig om de binding met een ion op te heffen. De botsing is dan als elastisch te beschouwen.

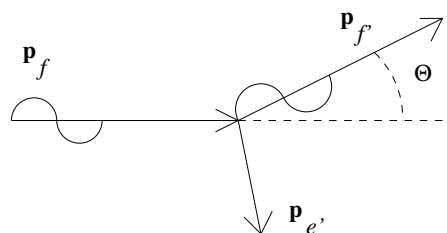
Als we uitgaan van een stilstaand electron geldt:

$$\begin{aligned} E_{electron} &= m_{electron}c^2 \\ p_{electron} &= 0 \end{aligned} \quad (2.1)$$

Verder geldt voor het foton:

$$E_f = p_f c = h\nu_f \quad (2.2)$$

Na de botsing krijgt het electron impuls en energie, bijgevolg nemen de impuls en de energie van het foton af. Dit is als volgt voor te stellen:



Figuur 2.1: Compton verstrooiing

De wet van behoud van impuls is in dit geval te schrijven als:

$$\mathbf{p}_f = \mathbf{p}_{f'} + \mathbf{p}_{e'} \quad (2.3)$$

Door de vectoren te verschuiven, kunnen we een driehoek maken waarvoor de cosinusregel geldt:

$$p_{e'}^2 = p_f^2 + p_{f'}^2 - 2p_f p_{f'} \cos(\theta) \quad (2.4)$$

Verder geldt de wet van behoudt van energie:

$$E_f + E_e = E_{f'} + E_{e'} \iff \quad (2.5)$$

Met 2.1 en 2.2:

$$h\nu_f + m_e c^2 = h\nu_{f'} + \sqrt{p_{e'}^2 c^2 + m_e^2 c^4} \iff \quad (2.6)$$

$$h\nu_f - h\nu_{f'} + m_e c^2 = \sqrt{p_{e'}^2 c^2 + m_e^2 c^4} \iff \quad (2.7)$$

Kwadrateren geeft:

$$(h\nu_f - h\nu_{f'} + m_e c^2)^2 = p_{e'}^2 c^2 + m_e^2 c^4 \iff \quad (2.8)$$

$$(h\nu_f - h\nu_{f'})^2 + 2m_e c^2 (h\nu_f - h\nu_{f'}) + m_e^2 c^4 = p_{e'}^2 c^2 + m_e^2 c^4 \iff \quad (2.9)$$

$$h^2 \nu_f^2 - 2h^2 \nu_f \nu_{f'} + h^2 \nu_{f'}^2 + 2m_e c^2 (h\nu_f - h\nu_{f'}) = p_{e'}^2 c^2 \iff \quad (2.10)$$

$$\frac{h^2 \nu_f^2}{c^2} - \frac{2h^2 \nu_f \nu_{f'}}{c^2} + \frac{h^2 \nu_{f'}^2}{c^2} + 2m_e c \left(\frac{h\nu_f}{c} - \frac{h\nu_{f'}}{c} \right) = p_{e'}^2 \quad (2.11)$$

We kunnen nu formule 2.4 aan formule 2.11 koppelen:

$$\frac{h^2 \nu_f^2}{c^2} - \frac{2h^2 \nu_f \nu_{f'}}{c^2} + \frac{h^2 \nu_{f'}^2}{c^2} + 2m_e c \left(\frac{h\nu_f}{c} - \frac{h\nu_{f'}}{c} \right) = p_f^2 + p_{f'}^2 - 2p_f p_{f'} \cos(\theta) \implies \quad (2.12)$$

$$-\frac{2h^2 \nu_f \nu_{f'}}{c^2} + 2m_e c \left(\frac{h\nu_f}{c} - \frac{h\nu_{f'}}{c} \right) = -\frac{2h^2 \nu_f \nu_{f'}}{c^2} \cos(\theta) \iff \quad (2.13)$$

$$2m_e c \left(\frac{h\nu_f}{c} - \frac{h\nu_{f'}}{c} \right) = \frac{2h^2 \nu_f \nu_{f'}}{c^2} (1 - \cos(\theta)) \iff \quad (2.14)$$

$$\frac{m_e c}{h} \left(\frac{\nu_f}{c} - \frac{\nu_{f'}}{c} \right) = \frac{\nu_f \nu_{f'}}{c^2} (1 - \cos(\theta)) \iff \quad (2.15)$$

$$\frac{m_e c}{h} \left(\frac{c}{\nu_{f'}} - \frac{c}{\nu_f} \right) = (1 - \cos(\theta)) \iff \quad (2.16)$$

$$\left(\frac{c}{\nu_{f'}} - \frac{c}{\nu_f} \right) = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos(\theta)) \implies \quad (2.17)$$

$$\Delta\lambda = \frac{h}{m_e c} (1 - \cos(\theta)) \quad (2.18)$$

Deze formule geeft de verstrooiing van fotonen aan electronen. De constante $\frac{h}{m_e c}$ staat ook bekend als de Compton golflengte van een electron.

Het is natuurlijk zo dat de fotonen verstrooid worden door botsing met de electronen. De electronen verplaatsen dus ook. Hierdoor kunnen verschillende verschijnselen ontstaan. In een verzadigde damp kan dit bijvoorbeeld leiden tot condensatie. Dit werd voor het eerst waargenomen door Charles Thomas Rees Wilson toen hij een experiment voor de vorming van wolken in een laboratorium uitvoerde. In feite werden de condenssporen in dit geval niet door fotonen gevormd, maar op vergelijkbare wijze door cosmische deeltjes. Een dergelijke opstelling wordt nog steeds gebruikt en wordt een nevelkamer genoemd. Uiteraard kunnen we ook naar de verdamping van een vloeistof kijken, een dergelijke ruimte staat bekend als een bellenkamer.