Botsingen

N.G. Schultheiss

1 Inleiding

In de natuur oefenen voorwerpen krachten op elkaar uit. Dit kan bijvoorbeeld doordat twee voorwerpen met elkaar botsen. We kunnen hier denken aan grote samengestelde voorwerpen voorwerpen, maar ook aan kleine voorwerpen. Een scheikundige reactie is misschien wel te beschouwen als een soort botsing van atomen (of moleculen) waardoor een (ander) molecule onstaat.

Botsingen zijn op twee manieren te beschouwen, elastische botsingen en niet-elastische botsingen. Een scheikundige reactie is te beschouwen als een niet-elastische botsing. Kernreacties zijn ook te beschouwen als niet-elastische botsingen.

2 Behoudswetten

Bij botsingen bestuderen we systemen van verschillende objecten. We kunnen bijvoorbeeld denken aan een botsing van een scooterrijder met een vuilnisbak. Dit is een scooterrijder/vuilnisbak systeem te noemen. Volgens de derde wet van Newton ($\mathbf{F}_{actie} = -\mathbf{F}_{reactie}$) [1] oefenen beide objecten in het systeem op ieder moment een even grote maar tegengestelde kracht uit [2]. Voor en na de botsing is deze kracht 0N. Gedurende de botsing, die voor beide objecten even lang duurt, zijn er twee even grote en tegengestelde krachten. Als voorwerp I gedurende de botsing vertraagt, versnelt voorwerp II. We kunnen deze (eenparig) versnelde bewegingen dus nader bestuderen met de tweede wet van Newton:

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a} \Longleftrightarrow \tag{2.1}$$

$$\mathbf{F} = m\frac{\Delta \mathbf{v}}{\Delta t} \Longleftrightarrow \tag{2.2}$$

$$\mathbf{F}\Delta t = m\Delta \mathbf{v} = \Delta \mathbf{p} \tag{2.3}$$

[1] Ik gebruik voor de vector van de kracht "**F**", de grootte wordt geschreven met "*F*".

[2] Let op: Dit is een ander situatie dan een object waarbij alle krachten die op dat object werken in evenwicht zijn. Dit laatste is een bijzonder geval van de tweede wet Newton.

Deze laatste schrijfwijze komt bij botsingen veel voor en wordt ook wel de impulsverandering genoemd. Omdat de krachten tegengesteld zijn en de duur hetzelfde is, neemt de impuls in het geval van de scooterrijder net zo veel af, als de impuls van de vuilnisbak toeneemt. We kunnen dus zeggen dat de som van de impulsen van alle objecten in het systeem voor en na de botsing hetzelfde is. Dit noemt men ook wel de wet van behoud van impuls.

$$\sum \mathbf{p} = constant \tag{2.4}$$

In de klassieke natuurkunde berekent men de impuls van een object overigens vaak met:

$$\mathbf{p} = m\mathbf{v} \tag{2.5}$$

Naast de wet van behoud van impuls kennen we de wet van behoud van energie. Uiteraard heb je hier wel eens van gehoord. Voor de volledigheid volgt toch een korte wiskundige bespreking van deze wet voor botsingen. We gaan eerst uit van een elastische botsing. Nu zal er geen energie worden omgezet in bijvoorbeeld warmte.

We hebben al gezien dat een botsing voor beide objecten even lang duurt. Uiteraard verplaatst het punt waar beide objecten elkaar raken ook even veel. De krachten die door de objecten op elkaar in dit punt worden uitgeoefend zijn nu ook weer tegengesteld en even groot. De energieoverdracht van object I naar de object II is in dit geval met de arbeid [3] uit te rekenen.

$$W = \mathbf{F}.\mathbf{s} \Longrightarrow \tag{2.6}$$

$$\left\{ \begin{array}{c} W_I = \mathbf{F}_I.\mathbf{s} \\ W_{II} = \mathbf{F}_{II}.\mathbf{s} \\ -\mathbf{F}_I = \mathbf{F}_{II} \end{array} \right\} \Longrightarrow \tag{2.7}$$

$$-W_I = W_{II} \tag{2.8}$$

Omdat object I, via arbeid, net zo veel energie levert als object II ontvangt, kunnen we zeggen dat de som van de energie van object I en object II gelijk blijft. De wet van behoud van energie klopt dus voor elastische botsingen.

[3] Pizzakoeriers kunnen als scooterrijder natuurlijk best arbeid verrichten. In het geval van de natuurkunde is het echter zo dat alleen krachten arbeid verrichten.

$$\sum E = constant \tag{2.9}$$

Laten we eens zien of hier een elastische botsing mee te berekenen is. We nemen een scooterrijder (object I) van 60kg. Deze raakt een stilstaande vuilnisbak (object II) van 30kg met een snelheid van 10m/s. Dit is ook te schrijven als:

Gegeven voor de botsing:

$v_I = 10$[m/s]

$m_I = 60$[kg]

$v_{II} = 0$[m/s]

$m_{II} = 30$[kg]

Gevraagd: De snelheden na de botsing.

Oplossing:

Energie tijdens de botsing: $E_{systeem} = \frac{1}{2}m_I(v_I)^2 + \frac{1}{2}m_{II}(v_{II})^2$

Of voor de botsing: $E_{systeem} = \frac{1}{2}60[kg](10[m/s])^2 = 3000[J]$

Impuls tijdens de botsing: $p = m_I v_I + m_{II} v_{II}$

Of voor de botsing: $p = 60[kg]10[m/s] = 600[kgm/s]$

Impuls na de botsing: $60[kg]v_I + 30[kg]v_{II} = 600[kgm/s] \Longleftrightarrow v_{II} = 20[kgm/s] - 2v_I$

Substitutie geeft: $E_{systeem} = \frac{1}{2}60[kg](v_I)^2 + \frac{1}{2}30[kg](20[kgm/s] - 2v_I)^2 = 3000J$

Uitwerken geeft: $v_I = 10[m/s]$ en $v_I = 3,3[m/s]$

Deze kwadratische vergelijking heeft dus twee oplossingen, één voor de botsing en één na de botsing.

Invullen in $v_{II} = 20[kgm/s] - 2v_I$ geeft de bijbehorende snelheden van object II: $v_{II} = 0[m/s]$ en $v_{II} = 13[m/s]$.

Na de botsing gaat de scooterrijder dus 3,3[m/s] en de vuilnisbak 13[m/s].

Stel dat de scooterrijder stil ligt na de botsing. Kunnen we dan uitrekenen hoeveel energie er in warmte is omgezet? Uiteraard blijft de wet van behoud van impuls gelden. Omdat de scooterrijder stil ligt, zit alle impuls in de vuilnisbak. Omdat de massa van de vuilnisbak de helft van de massa van de scooterrijder is, wordt de snelheid tweemaal zo groot, of 20[m/s]. De energie van de vuilnisbak is dan 6000[J]. Dit is twee maal zo veel als voor de botsing. We kunnen dus alleen maar de conclusie trekken dat dit niet kan. Het scooterrijder/vuilnisbak systeem heeft namelijk te weinig energie.

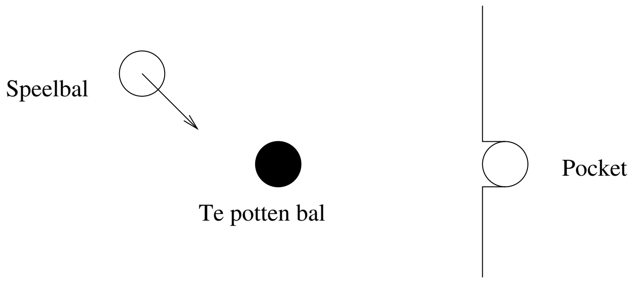
Opdracht 1: *Bereken hoeveel energie er (bijvoorbeeld in warmte) wordt omgezet als de scooterrijder na de botsing een snelheid van 5,0[m/s] heeft.*

Opdracht 2: *Bereken hoeveel energie er (bijvoorbeeld in warmte of een soort "plak-energie") wordt omgezet als de scooterrijder en de vuilnisbak aan elkaar plakken.*

3 Schuine botsingen

In het vorige hoofdstuk hebben we gezien hoe scooterrijders met vuilnisbakken botsen. Impliciet is hier aangenomen dat het centrale botsingen betreft. In de praktijk is dit meestal niet het geval.

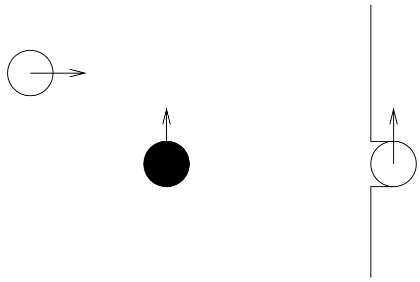
Om schuine botsingen te bespreken, kijken we naar eenvoudig snookeren. Er wordt dus zonder effect gespeeld. De truc om een te potten bal in een pocket te schieten is om over de bal naar de pocket te kijken. De speelbal (wit) moet de te potten bal (zwart) dan precies in het verlengde raken. De lijn door de middelpunten van de twee ballen wijst dan naar de pot waar de te potten bal in wordt geschoten.



Figuur 3.1: Voor de botsing

De impulsvector van de speelbal is te onbinden in een $\mathbf{p}_x$ en een $\mathbf{p_y}$ component. Het assenstelsel zit nu aan de snookertafel vast.

We nemen een nieuwe assenstelsel dat met de y-as aan de speelbal vastzit.

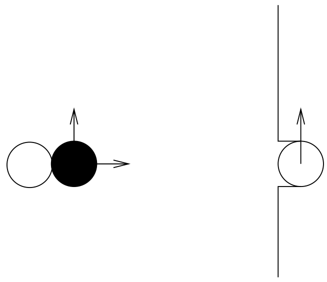


Figuur 3.2: Botsing 1

De pocket en de te potten bal bewegen in dit assenstelsel in de richting van de positieve y-as. De speelbal beweegt in de richting van de positieve x-as en maakt nu een centrale botsing met de te potten bal. Beide ballen hebben dezelfde massa.

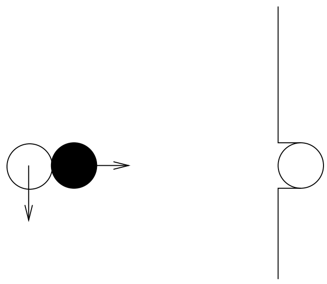
Opdracht 3: *Toon aan dat de speelbal in dit assenstelsel alle impuls aan de te potten bal overdraagt.*

De te potten bal krijgt nu twee componenten van impuls, de speelbal ligt stil.



Figuur 3.3: Botsing 2

We maken het assenstelsel nu weer aan de tafel vast. De speelbal beweegt in negatieve y-richting, de te potten bal beweegt in de positieve x-richting en de pocket blijft uiteraard in rust.



Figuur 3.4: Na de botsing

Het snookerprobleem is dus oplosbaar door twee maal van assenstelsel te veranderen.