

Deeltjes in Airshowers

N.G. Schultheiss

1 Inleiding

Deze module volgt op de module “Krachten in het standaardmodel”. Deze module probeert een beeld te geven van het ontstaan van airshowers (in de atmosfeer) uit kosmische straling (in de ruimte). De module “Kosmische straling” geeft inzicht in de aard van kosmische straling.

2 De eerste botsing

2.1 Wat botst er met elkaar?

De kosmische straling botst boven in de atmosfeer op deeltjes in de atmosfeer. Als vuistregel kunnen we zeggen dat een golf alleen met een deeltje kan botsen als de golflengte kleiner is dan de diameter van het deeltje. Langere golven stromen als het ware om het deeltje heen. Een eerste vraag is daarom of we iets over de golflengte van de deeltjes kunnen zeggen. Volgens De Broglie kunnen deeltjes ook als golf worden gezien. De energie voor deeltjes is volgens Einstein:

$$E = mc^2 \quad (2.1)$$

Volgens Planck geldt:

$$E = h\nu = h \frac{c}{\lambda} \quad (2.2)$$

Uitwerken geeft:

$$\lambda = \frac{hc}{E} = \frac{h}{mc} \quad (2.3)$$

Opdracht 1: Bereken je eigen golflengte en de golflengte van een H-atoom. Waar kun je het nauwkeurigst mee meten?

Boven in de atmosfeer worden regelmatig deeltjes met energieniveaus in de orde van GeV ¹ en zelfs TeV en hoger waargenomen.

Opdracht 2: In de Large Hadron Collider hoopt men protonen met een energie van 7TeV te maken. Vergelijk deze golflengte met de diameter van protonen in rust en quarks ². Wat is je conclusie?

¹1eV is de energie die 1 elektron krijgt als het een spanningsverschil van 1V doorloopt. Aangezien de lading van 1 elektron ongeveer $1.6 \cdot 10^{-19} \text{C}$ is, geldt $1\text{eV} \approx 1.6 \cdot 10^{-19} \text{J}$.

²De grootte van een proton en een quark zijn op internet te vinden.

2.2 Kan kosmische straling worden gesimuleerd in een laboratorium?

In een laboratoriumomgeving zijn deze botsingen gecontroleerd te maken. Een vraag die we ons kunnen stellen is, of botsingen die in de LHC gemaakt worden, te vergelijken zijn met botsingen van kosmische straling in de atmosfeer. Een eerste vraag is: Hoe snel gaan de protonen in de LHC?

We kunnen de snelheid van een proton met een energie van 7TeV is op de volgende wijze berekenen:

$$E = \gamma mc^2 \quad (2.4)$$

Waarin $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}}$. Omdat de rustmassa van een proton ongeveer $\frac{938.3\text{MeV}}{c^2}$ is, krijgen we:

$$7\text{TeV} = \gamma * 938.3\text{MeV} \quad (2.5)$$

$$\gamma = 7.5 * 10^3 = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v}{c})^2}} \quad (2.6)$$

$$1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2 = 1.8 * 10^{-8} \quad (2.7)$$

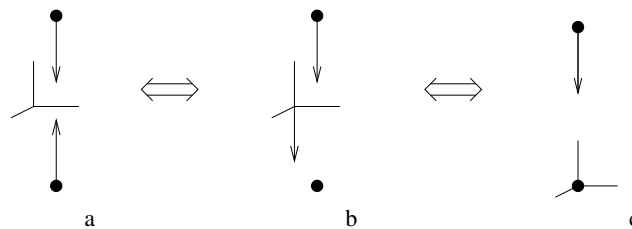
$$\beta = \frac{v}{c} = \sqrt{1 - 1.8 * 10^{-8}} \approx 1 \quad (2.8)$$

We kunnen dus concluderen dat de protonen bijna de lichtsnelheid hebben. In de LHC vinden duidelijk een relativistische botsingen plaats. In de module “Relativiteit” hebben we gezien dat zowel energie als impuls afhangen van de waarnemer.

$$\begin{aligned} p_{x'} &= \gamma \left(p_x - \beta \frac{E}{c} \right) \\ p_{y'} &= p_y \\ p_{z'} &= p_z \\ \frac{E'}{c} &= \gamma \left(\frac{E}{c} - \beta p_x \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

Impuls en energie zijn geen invariant, de (rust)massa is overigens wel invariant en hangt dus niet van de waarnemer af. We kunnen de botsing van kosmische straling in de atmosfeer op verschillende manieren waarnemen. In figuur 2.1c zien we een assenstelsel dat aan de aarde is gekoppeld. Zoals te zien is, staat het doel van de botsing (target) stil. Het assenstelsel is aan het “laboratorium” gekoppeld.

In figuur 2.1b Laten we het assenstelsel bewegen. In figuur 2.1a is het assenstelsel gekoppeld aan het zwaartepunt van de twee botsende deeltjes, men noemt dit massacentraal. Een massacentrale botsing heeft het voordeel dat de som van de impulsen nul is, of $\Sigma p' = 0 \frac{eV}{c}$. Het accent bij p' heeft overigens niet te maken met de afgeleide van p , maar wil zeggen dat dit de impuls is die door de massacentrale waarnemer wordt waargenomen.



Figuur 2.1: De assenstelsels van verschillende waarnemers

Voor iedere waarnemer in ieder assenstelsel geldt:

$$\left(\sum m_i^2\right) c^4 = \left(\sum E_i\right)^2 + \left(\sum p_i\right)^2 c^2 \quad (2.10)$$

Om de energie van een bewegend deeltje dat tegen een stilstaand deeltje botst te vergelijken, kunnen we twee waarnemers gebruiken. De ene waarnemer reist met het centrum van de botsing mee. Dit is de botsingscentrale waarnemer. De andere waarnemer zweeft ergens in de buurt van het stilstaande atoom waartegen gebotst wordt, dit is de laboratoriumwaarnemer.

massacentraal geldt in de LHC:

$$E'_a = E'_b = 7\text{TeV} \implies \Sigma E' = 14\text{TeV} \quad (2.11)$$

$$\Sigma p' = p'_a + p'_b = 0 \frac{\text{eV}}{c} \quad (2.12)$$

Formule (2.10) wordt:

$$\left(\sum m_i^2\right) c^4 = \left(\sum E'_i\right)^2 \quad (2.13)$$

Omdat de massa volgens de botsingscentrale waarnemer en de laboratoriumwaarnemer hetzelfde is, krijgen we nu:

$$\left(\sum E'_i\right)^2 = \left(\sum E_i\right)^2 + \left(\sum p_i\right)^2 c^2 \quad (2.14)$$

Nu is te zien dat de grootheden volgens de laboratoriumwaarnemer worden geschreven zonder accent. Ten opzichte van de atmosfeer geldt, als een kosmisch deeltje a op een proton b botst:

$$\begin{aligned} E_b &= 938.3\text{MeV} \\ p_b &= 0 \frac{\text{kgm}}{\text{s}} \end{aligned} \quad (2.15)$$

Hierin is E_b de rustmassa / energie van het proton in de atmosfeer en p_b de impuls. Invullen geeft:

$$(14\text{TeV})^2 = (E_a + 938.3\text{MeV})^2 + p_a^2 c^2 \quad (2.16)$$

We hebben nu de variabelen E_a en p_a voor het kosmisch deeltje. We kunnen kijken of er een verband tussen E en p bestaat. De energie is volgens Einstein te schrijven en de impuls is te schrijven als de waargenomen massa maal de snelheid. De waargenomen massa neemt overigens met de lorentzconstante γ toe als de snelheid toeneemt.

$$\begin{aligned} E &= m\gamma c^2 \\ p &= m\gamma v \end{aligned} \quad (2.17)$$

Uitwerken geeft:

$$p = \frac{v}{c} \frac{E}{c} \quad (2.18)$$

De verhouding $\frac{v}{c}$ wordt over het algemeen aangeduid met β .

$$p = \beta \frac{E}{c} \quad (2.19)$$

Substitutie geeft:

$$(14\text{TeV})^2 = (E_a + 938.3\text{MeV})^2 + \left(\beta \frac{E_a}{c}\right)^2 c^2 \quad (2.20)$$

Omdat de waarnemer tegen het deeltje in reist, geldt volgens formule 2.8 bij benadering $\beta \approx -1$:

$$(14\text{TeV})^2 = (E_a + 938.3\text{MeV})^2 - \left(\frac{E_a}{c}\right)^2 c^2 \iff \quad (2.21)$$

$$(14\text{TeV})^2 = E_a^2 + 2 * E_a * 938.3\text{MeV} + (938.3\text{MeV})^2 - E_a^2 \iff \quad (2.22)$$

$$(14\text{TeV})^2 = 2 * E_a * 938.3\text{MeV} + (938.3\text{MeV})^2 \iff \quad (2.23)$$

$$E_a = \frac{(14\text{TeV})^2 - (938.3\text{MeV})^2}{2 * 938.3\text{MeV}} = 1.0 * 10^{17}\text{eV} \quad (2.24)$$

De protonen in de kosmische straling hebben dus vrij veel energie ($E_a = 1.0 * 10^{17}\text{eV}$). Kosmische straling met een dergelijke energie is weliswaar zeldzaam, maar de boven een school vindt een dergelijke botsing ongeveer 1 maal per jaar plaats.

3 Na de eerste botsing

Zolang we botsingen steeds massacentraal beschouwen zal $\Sigma p = 0 \frac{\text{eV}}{c}$. De energie kan dan helemaal worden gebruikt om deeltjes te maken. Zoals te zien is, hebben we energie genoeg en kunnen er bijgevolg veel verschillende soorten deeltjes gemaakt worden. De deeltjes die we op Aarde kunnen meten, moeten stabiel genoeg zijn om de detector op de Aarde te bereiken.

In de praktijk zijn de gemeten deeltjes in de meeste gevallen muonen. Een tau heeft een halfwaardetijd van $2.906 * 10^{-13}\text{s}$, een muon heeft een halfwaardetijd van $2.197019 * 10^{-6}\text{s}$ en een elektron (β -straling) is stabiel. Zoals we hebben gezien bewegen deze deeltjes met snelheden tegen de lichtsnelheid. Omdat deze ongeveer $3 * 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ is, lijkt het op het eerste gezicht dat de helft van de muonen een afstand van maximaal 660m afleggen. Omdat we op een hoogte van 660m best adem kunnen halen, lijkt deze waarde wat klein.

Volgens de relativiteitstheorie gaat de tijd echter langzamer als je met een snelheid beweegt, er geldt namelijk: $t' = \gamma \left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$. Als een deeltje tegen de lichtsnelheid beweegt, wordt γ groot en wordt de halfwaardetijd voor de waarnemer veel groter dan die voor het deeltje. Bijgevolg beweegt het deeltje veel verder.

Helaas is deze tijdsvertraging voor een tau niet voldoende om bij de detector te komen. De elektronen dragen bij aan het ioniseren van de lucht en verdwijnen daardoor als straling.

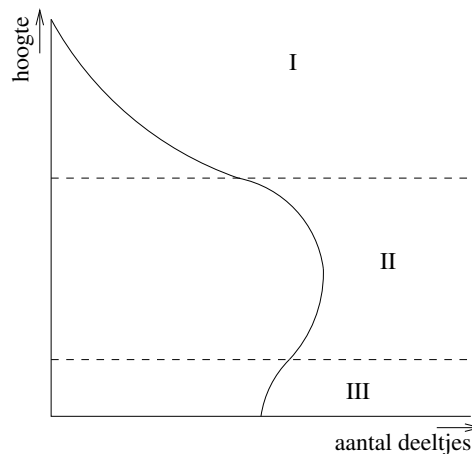
Opdracht 3: *Neem aan dat muonen met de halve lichtsnelheid ten op zichte van de atmosfeer bewegen, hoever komt de helft van de muonen dan?*

Opdracht 4: Een tweede groep muonen bewegen met 99% van de lichtsnelheid. Hoever komt de helft van de muonen nu?

Opdracht 5: Hoever komt de helft van de tau's die met 99% van de lichtsnelheid bewegen?

4 De shower

Afhankelijk van de dichtheid van de atmosfeer en de snelheid van de ontstane deeltjes, is er een kans dat deze deeltjes weer botsen. Bij iedere botsing wordt een deel van de energie omgezet in deeltjes die eventueel weer kunnen vervallen. Als we de ontstane deeltjes als functie van de hoogte willen schetsen, ontstaat de volgende grafiek:



Figuur 4.1: De intensiteit van de kosmische straling en ontstane deeltje in de atmosfeer

Er zijn in deze grafiek drie gebieden te onderscheiden:

In gebied “I” ontstaan er steeds meer deeltjes door botsingen. Het vervallen van deze deeltjes draagt nog nauwelijks bij tot het aantal deeltjes.

In gebied “II” ontstaan er globaal evenveel deeltjes als er vervallen. De vervalproducten worden in de atmosfeer opgenomen en verdwijnen.

In gebied “III” neemt de dichtheid en daarmee de kans op botsingen weer toe. Er ontstaan extra deeltjes die de absorptie van de atmosfeer ten dele compenseren.

We meten de hoeveelheid kosmische straling op de bodem. Er is dus een hoogte in de atmosfeer waar meer kosmische straling wordt waargenomen.