

# PPPLib 用户手册

作者: 陈超

更新: July 5, 2020



# 目录

|       |                     |    |
|-------|---------------------|----|
| 1     | 关于 PPPLib           | 4  |
| 2     | 如何使用                | 5  |
| 2.1   | Linux 用户            | 5  |
| 2.2   | Windows 用户          | 6  |
| 2.3   | 配置文件                | 8  |
| 2.4   | Python 脚本           | 9  |
| 2.4.1 | 可视化                 | 10 |
| 2.4.2 | 数据下载                | 10 |
| 2.4.3 | 批处理                 | 11 |
| 3     | 示例                  | 11 |
| 3.1   | 单频 GPS-PPP          | 12 |
| 3.2   | 双频非差非组合与无电离层 PPP 对比 | 12 |
| 3.3   | 双频多系统无电离层 PPP       | 13 |
| 3.4   | BDS 三频              | 13 |
| 4     | 精密单点定位函数模型          | 13 |
| 4.1   | GNSS 原始观测方程         | 14 |
| 4.2   | 单频 PPP 模型           | 15 |
| 4.2.1 | 单频非组合 SF-UC-PPP     | 16 |

|       |                      |    |
|-------|----------------------|----|
| 4.2.2 | 单频无电离层 SF-IF-PPP     | 16 |
| 4.2.3 | 单频电离层约束 SF-IC-PPP    | 16 |
| 4.3   | 双频 PPP 模型            | 16 |
| 4.3.1 | 双频无电离层组合 DF-IF-PPP   | 17 |
| 4.3.2 | 双频非组合 DF-UC-PPP      | 17 |
| 4.3.3 | 双频电离层约束 DF-IC-PPP    | 18 |
| 4.4   | 三频 PPP 模型            | 19 |
| 4.4.1 | 三频双无电离层组合 TF-IF2-PPP | 19 |
| 4.4.2 | 三频单无电离层组合 TF-IF1-PPP | 20 |
| 4.4.3 | 三频非组合 TF-UC-PPP      | 21 |
| 5     | 待完善                  | 22 |
| 6     | 写在最后                 | 22 |

# 1 关于 PPPLib

Precise Point Positioning Library(PPPLib) 是一款采用 C/C++ 语言编写的多模多频 GNSS 数据处理算法库;主要功能包括:

- GNSS 常用文件的读取
- 支持 GPS, BDS, GAL, GLO, QZS
- 任意单系统或者任意系统间组合
- 标准单点定位
- 精密单点定位
- 多系统单频/双频/三频非组合 PPP
- 多系统单频/双频/三频无电离层组合 PPP
- 电离层约束非组合 PPP
- 支持 BDS-3 卫星及其新信号
- 丰富的结果输出
- 丰富的调试信息输出
- 数据下载/结果分析

PPPLib 定义为入门级 GNSS-PPP 数据处理软件,是作者本人在学习 GNSS-PPP 数据处理过程中的程序化实现,因此程序的计算性能和误差处理模型仍有较大提升空间。但整体上实现了多模多频 PPP 数据处理,希望对刚入门的 PPPer 有所帮助。目前 PPPLib 正在进行 PPP/INS 融合算法的编写,后续会根据进度不定期更新,规划的开发路线为:

- PPP/INS 多源融合(松紧)算法(开发中)
- PPP-AR 算法
- PPPLib-GUI 开发

PPPLib 支持三频观测值的处理但是三频 PPP 超出了作者的研究范围,因此 PPPLib 在这一方面需要进一步的完善。若要在此基础上继续开发,需要完善处理第三频率上的伪距 IFB 和相位的 IFCB。

## 2 如何使用

PPPLib 采用 Cmake 进行工程管理,目前软件支持在 Linux 和 Windows 的编译和运行,测试系统包括虚拟机 Ubuntu16.0, Ubuntu16.0 系统以及 Win10 系统,作者在开发过程中使用的是 JetBrains CLion2019.3 IDE,尚未做其他软件平台的测试。(依作者经验,在 Linux 下做开发比较好,遇到问题更容易解决,所以推荐使用 Linux)。

### 2.1 Linux 用户

#### 1 克隆:打开终端

```
cd [Your Path]
git clone https://github.com/heiwa0519/PPPLib.git
```

#### 2 编译:

```
cd [Your Path]/PPPLib
mkdir build
cd build
cmake ..
make
```

#### 3 配置:采用命令行方式传递参数给 PPPLib

-do 1 使用 PPPLib 默认设置 (双频无电离层组合 GPS-PPP), 若用户使用默认配置, 事先需要使用脚本下载数据, 并将/include/Core/CmnFunc/CmnFunc.h 的宏定义 DEFPRC\_DIR 修改为本机数据存储路径

0 推荐用户使用配置文件

-cf 配置文件路径 (./conf/PPPLib.ini), 当 do==1 时为可选配置

-pd GNSS 数据观测日期 (yyyy/mm/dd)

-sys 使用系统 (G/B/E/R/J)

-md 数据处理模式 (SPP-KINE, PPP-KINE, PPP-STATIC)

-frq 使用频率数 (3 三频 2 双频 1 单频)

-ion 电离层选项 (4 非差 3 无电离层组合)

-level log 输出选项 (128 Info 32 Warning 1 Debug)

(其它配置信息可查看配置文件章节)

#### 4 运行:

```
cd [Your Path]/PPPLib/bin
```

示例 单频非差动态 GBERJ-PPP

```
./PPPMMain -pd 2019/12/01 -do 1 -level 128 -sys GBERJ -md PPP-KINE  
-ion 4 -frq 1
```

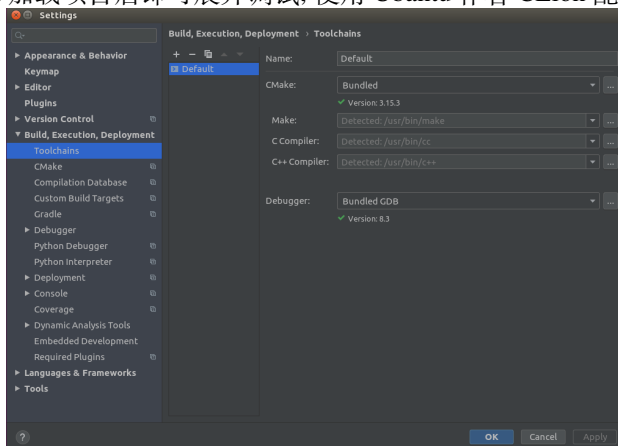
示例 双频无电离层组合静态 B-PPP

```
./PPPMMain -pd 2019/12/01 -do 1 -level 128 -sys B -md PPP-STATIC -  
ion 3 -frq 2
```

示例 三频无电离层组合动态 GB-PPP

```
./PPPMMain -pd 2019/12/01 -do 1 -level 128 -sys GB -md PPP-KINE -  
ion 3 -frq 3
```

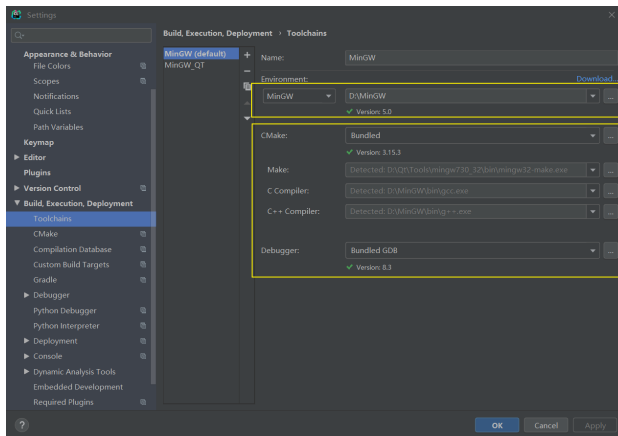
5 调试:CLion 加载项目后即可展开调试,使用 Ubuntu 作者 CLion 配置为:



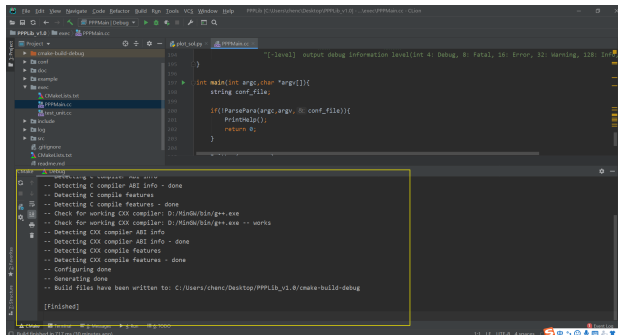
其它配置步骤参见 Windows 用户章节

## 2.2 Windows 用户

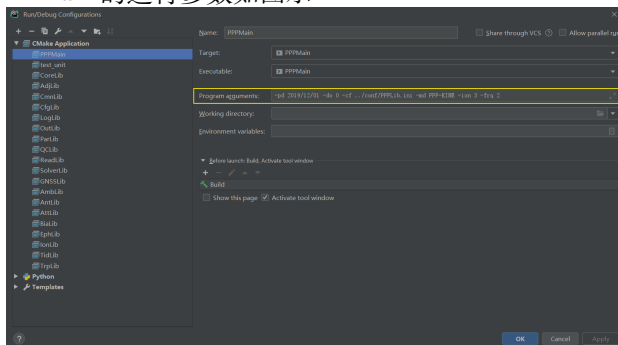
建议直接使用 CLion 运行和调试 PPPLib,Win10 下作者的 CLion 配置为:



使用CLion加载PPPLib后,CLion的CMake会自动识别cmake项目,若配置正确,cmake输出框将如图示:

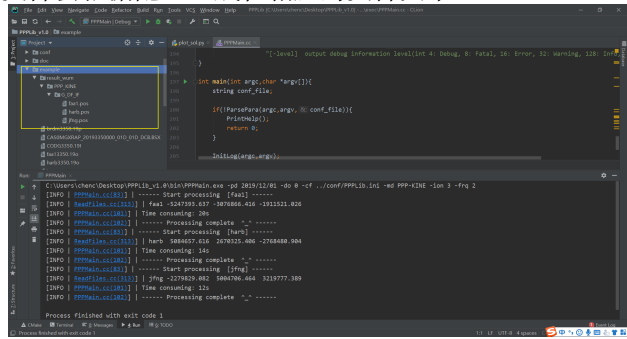


设置主程序PPPMian的运行参数如图示



其中关于 [-do] 选项的使用说明, 设置为 1: 使用 PPPLib 默认设置, 若用户使用默认配置, 事先需要使用脚本下载数据, 并将/include/Core/CmnFunc/CmnFunc.h 的宏定义 DEFPRC\_DIR 修改为本机数据存储路径; 设置为 0: 用户使用配置文件进行选项设置

运行后, 结果文件会根据配置生成在相应的文件夹下



## 2.3 配置文件

- prc\_data\_dir**: 数据存储主目录, 若处理多天多站数据, 推荐使用python脚本下载数据, 此路径即填写python脚本数据下载存储路径; 方便批处理
- prc\_date**: 待处理数据观测日期, 格式为 yyyy/mm/dd, 设置后将处理该天所有测站数据;
- prc\_mode**: GNSS定位模式 (SPP, PPP);
- prc\_mode\_opt**: 处理模式选项 (STATIC, KINEMATIC);
- obs\_sample**: GNSS数据采样间隔;
- nav\_sys**: 启用卫星导航系统, 二进制数据格式 (1:GPS, 2:BD2, 4:BD3, 8:GAL, 16:GLO, 32:QZS)
- prod\_ac**: 指定提供卫星产品的分析中心, 目前版本支持 (BRDC, WUM, COD, GBM, GRM)
- num\_use\_frqs**: 使用观测数据频率数, 分别对应1频, 2频, 3频PPP
- use\_GPS\_frq**: 使用GPS频率选项, 0-L1 1-L2 2-L5 16-L1&L2 32-L1&L5 528-L1&L2&L5
- use\_BD2\_frq**: 使用BD2频率选项, 0-B1I 1-B2I 2-B3I 16-B1I&B2I 32-B1I&B3I 33-B2I&B3I 528-B1I&B2I&B3I
- use\_BD3\_frq**: 使用BD3频率选项, 0-B1I 1-B2a 2-B3I 3-B1C 16-B1I&B2a 32-B1I&B3I 48-B1I&B1C 528-B1I&B2a&B3I



`use_GAL_frq`: 使用GAL频率选项, `set GAL used frequency 0-E1 1-E5a 2-E5b 16-E1&E5a 32-E1&E5b 33-E5a&E5b 528-E1&E5a&E5b`  
`use_GLO_frq`: 使用GLO频率选项, `0-G1 1-G2 3-G3 16-G1&G2 32-G1&G3 33-G2&G3 528-G1&G2&G3`  
`use_QZS_frq`: 使用QZS频率选项, `0-L1 1-L2 2-L5 16-L1&L2 32-L1&L5 33-L2&L5 528-L1&L2&L5`  
`p_h_err_ratio`: 伪距/相位观测值精度比值  
`meas_err_ratio`: 观测值误差因子  
`ele_min`: 高度截止角(deg)  
`sat_eph`: 星历类型, SPP选择使用brdc, PPP选择使用precise  
`cbias_prd_type`: 伪距硬件延迟改正方式  
`cbias_prd_ac`: 伪距硬件延迟产品的AC(0-COD 1-CAS)  
`ion_opt`: 电离层延迟选项(0-off,1-brd,2-tec,3-IF,4-UC,5-Constraint)  
`if3_opt`: 三频无电离层选项(存在bug, 谨慎使用)  
`trp_opt`: 对流层选项(0-off,1-saas,2-est\_wet)  
`trp_map_opt`: 对流层投影函数(0-el, 1-GMF,2-VMF1,3-NEIL)  
`tid_opt`: 固体潮改正  
`rec_pcv`: 接收机端天线改正  
`sat_pcv`: 卫星端天线改正  
  
`phw_corr`: 天线相位缠绕改正  
`bd2_multipath_corr`: BD2卫星端多路径改正  
  
`exclude_sat`: 手动剔除卫星(1,35,...107)  
  
`customize_file`: 1: 用户未使用脚本下载数据而使用自己准备的数据, 0: 将使用  
`prc_data_dir`文件夹下存储的数据进行解算。注意在使用自定义数据时应将所有  
使用到的数据放置同一文件夹下, 如example文件夹。  
`customize_dir`: 若`customize_file==1`, 这里应填写相应的路径

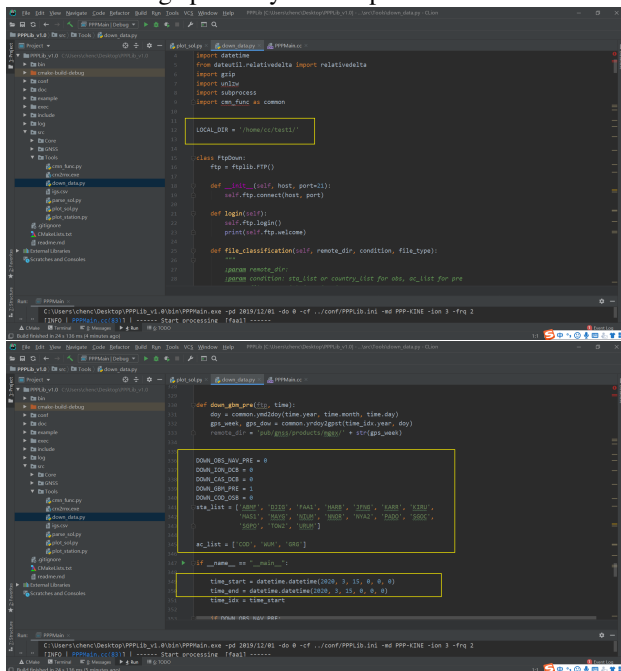
## 2.4 Python 脚本

PPPLib 提供了脚本进行解析生成的结果文件。再运行脚本前, 请确保本机 python 已经安装了以下依赖:

- Matplotlib
- Numpy
- Pandas



- sta\_list: station lists for download observations
- ac\_list: AC lists for download precise products
- time\_start: batch download start time
- time\_end: batch download end time
- LOCAL\_DIR: the file storage path in your computer



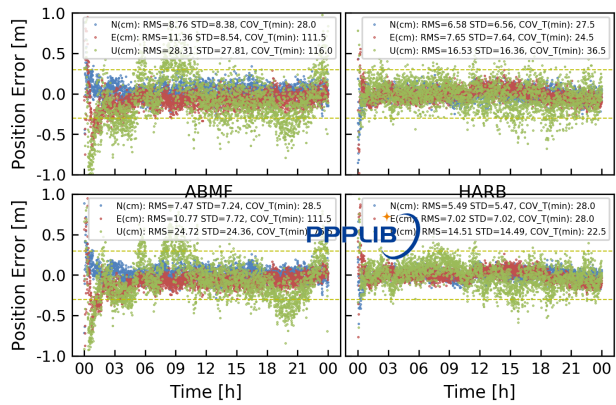
## 2.4.3 批处理

建议在 Linux 使用批处理脚本 `batch_process.py`。/example 路径也有批处理脚本

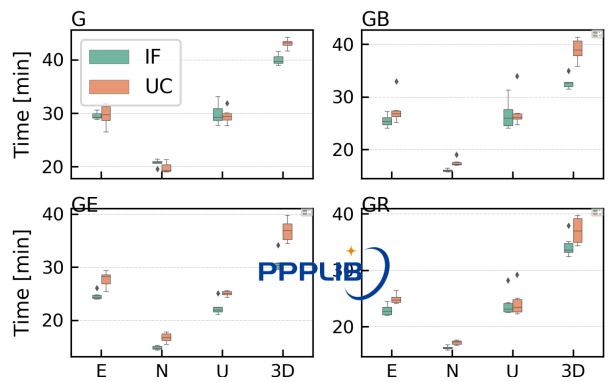
## 3 示例

使用 PPPLib 处理了一周 17 个 MGEX 的数据,整理了一些结果以供参考

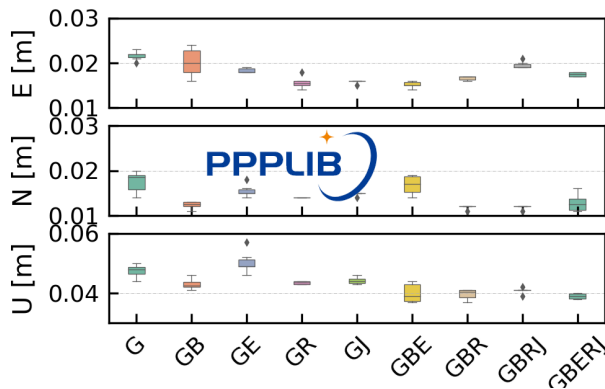
### 3.1 单频 GPS-PPP



### 3.2 双频非差非组合与无电离层 PPP 对比

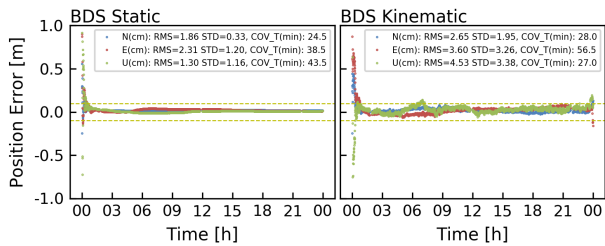


### 3.3 双频多系统无电离层 PPP



### 3.4 BDS 三频

选了一个比较好的结果,三频 PPP 解算存在 bug



## 4 精密单点定位函数模型

卫星导航系统包括有伪距、载波、多普勒三种观测量。GNSS-PPP 解算一般使用伪距和相位观测值。根据观测量与待估参数之间的函数关系,构建 GNSS 基本观测方程。考虑电离层延迟的不同处理策略,GNSS-PPP 模型可以分为组合和非组合两种常用函数模型。

## 4.1 GNSS 原始观测方程

GNSS 原始伪距伪距  $P$  和载波相位观测值  $L$  可以表示为:

$$\tilde{P}_{r,j}^{Si} = \rho_r^{Si} + cdt_r^S - cdt^{Si} + M_w^{Si}T_{w,r} + \mu_j^S I_{r,1}^{Si} + d_{r,j}^{Si} + d_j^{Si} + \varepsilon_{P_j}^{Si} \quad (1)$$

$$\tilde{L}_{r,j}^{Si} = \rho_r^{Si} + cdt_r^S - cdt^{Si} + M_w^{Si}T_{w,r} - \mu_j^S I_{r,1}^{Si} + \lambda_j^{Si}(N_j^{Si} + b_{r,j} + b_j^{Si}) + \varepsilon_{L_j}^{Si} \quad (2)$$

式中,  $\tilde{P}_{r,j}^{Si}$ 、 $\tilde{L}_{r,j}^{Si}$  分别表示接收机  $r$  观测到  $S$  系统的  $i$  星  $j$  频率的伪距观测量  $\tilde{P}$  和相位观测量  $\tilde{L}$ ;  $\rho_r^{Si}$  为卫星与测站间的几何距离;  $c$  表示光速;  $dt_r$ 、 $dt^{Si}$  分别表示接收机钟误差和伪距钟误差;  $M_w^{Si}$  为与卫星高度角有关的湿延迟投影函数;  $T_{w,r}$  表示测站的天顶湿延迟;  $\mu_j^S$  是频率相关的电离层延迟放大因子 ( $\mu_j^S = SQR(f_1^S/f_j^S)$ );  $I_{r,1}^{Si}$  是频率  $f_1$  上对应的斜电离层延迟;  $d_{r,j}$ 、 $d_j^{Si}$  分别表示接收机端伪距硬件延迟和卫星端伪距硬件延迟;  $\lambda_j^{Si}$  表示频率  $f_j^S$  对应的载波波长;  $N_j^{Si}$  为载波整周模糊度;  $b_{r,j}$ 、 $b_j^{Si}$  分别为接收机端相位硬件延迟和卫星端相位硬件延迟;  $\varepsilon_{P_j}^{Si}$ 、 $\varepsilon_{L_j}^{Si}$  为伪距和相位观测值的观测噪声、多路径效应及其它未模型化误差之和。此外, GNSS 观测方程中的其他误差项如卫星和接收机端相位中心改正、测站对流层天顶干延迟、相对论效应、潮汐负荷形变 (固体潮、极潮和海潮)、卫星天线相位缠绕等改正已事先通过模型改正。

一般地, IGS 分析提供的精密卫星轨道和钟差是基于无电离层组合观测值估计的, 因此, 其产品中包含了双频无电离层组合伪距的卫星端硬件延迟偏差, 记为:

$$dt_{IFmn}^S = dt^S - d_{IFmn}^S \quad (3)$$

$$\begin{aligned} d_{IFmn}^S &= \alpha_{mn}^S d_m^S + \beta_{mn}^S d_n^S \\ &= \frac{f_m^2}{f_m^2 - f_n^2} d_m^S - \frac{f_n^2}{f_m^2 - f_n^2} d_n^S \end{aligned}$$

不同分析中心在生成不同系统精密钟轨产品时选取的观测值组合可能不同, 在实际使用时需要加以区分。

引入精密钟轨产品改正后, 将式(3)代入式(1)和(2)并线性化得:

$$p_{r,j}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + cdt_r^S + M_w^{Si}T_{w,r} + \mu_j^S I_{r,1}^{Si} + d_{r,j}^{Si} + d_j^{Si} - d_{IF}^{Si} + \varepsilon_{P_j}^{Si} \quad (4)$$

$$l_{r,j}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + cdt_r^S + M_w^{Si}T_{w,r} - \mu_j^S I_{r,1}^{Si} + \lambda_j^{Si}(N_j^{Si} + b_{r,j} + b_j^{Si}) - d_{IF}^{Si} + \varepsilon_{L_j}^{Si} \quad (5)$$

根据表 2-1 GERJ 系统的钟轨产品是基于 L1、L2 频率的无电离层组合,不同频率原始观测值的伪距硬件延迟与无电离层组合伪距硬件延迟的组合可以具体表示为:

$$d_1^S - d_{IF_{12}}^S = \beta_{12}^S DCB_{12}^S \quad (6)$$

$$d_2^S - d_{IF_{12}}^S = -\alpha_{12}^S DCB_{12}^S \quad (7)$$

$$d_3^S - d_{IF_{12}}^S = \beta_{12}^S DCB_{12}^S - DCB_{13}^S \quad (8)$$

而 GFZ、WUM 提供的 BD3 卫星的钟轨产品是基于 B1、B3 频率的无电离层组合,则有:

$$d_1^S - d_{IF_{13}}^S = \beta_{13}^S DCB_{13}^S \quad (9)$$

$$d_2^S - d_{IF_{13}}^S = \beta_{13}^S DCB_{13}^S - DCB_{12}^S \quad (10)$$

$$d_3^S - d_{IF_{13}}^S = -\alpha_{13}^S DCB_{13}^S \quad (11)$$

GBERJ 五大系统根据信号体制可以区分为频分多址 (R) 和码分多址 (GBEJ) 两类,对于两类信号体制接收机端伪距硬件延迟会表征不同的性质:

$$\begin{cases} d_{r,j}^{Si} = d_{r,j}^S + \Delta_{r,j}^{Si} & S == R \\ d_{r,j}^{Si} = d_{r,j}^S & else \end{cases}$$

$d_{r,j}^S$  对于系统 S 的频率 j 的任意卫星是相同的,  $\Delta_{r,j}^{Si}$  为频率相关的伪距硬件延迟偏差,常见与频分多址的 Glonass 信号。由于接收机端伪距硬件延迟与接收机钟差和电离层延迟具有耦合性,被两者分别吸收。根据比例关系,接收机端伪距硬件延迟可以分解为:

$$\begin{cases} d_{r,1}^S = a + \mu_1^S b \\ d_{r,2}^S = a - \mu_2^S b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = d_{r,IF_{12}}^S \\ b = \beta_{12}^S DCB_{r,12}^S \end{cases}$$

BDS 卫星根据钟轨产品的基准需要做相应频率调整。卫星端伪距硬件延迟则可通过产品进行事先修正。改正伪距硬件延迟的 GNSS 误差方程可以表示为:

$$p_{r,j}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + cdt_r^S + d_{r,IF_{12}}^S + \Delta_{r,j}^S + M_w^{Si} T_{w,r} + \mu_j^S (I_{r,1}^{Si} + \beta_{12}^S DCB_{r,12}^S) + \varepsilon_{P_j}^{Si} \quad (12)$$

$$l_{r,j}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + cdt_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} - \mu_j^S I_{r,1}^{Si} + \lambda_j^{Si} (N_j^{Si} + b_{r,j} + b_j^{Si}) - d_{IF_{12}}^{Si} + \varepsilon_{L_j}^{Si} \quad (13)$$

式(12)和(13)是 GNSS-PPP 数据处理的基础方程。

## 4.2 单频 PPP 模型

单频 PPP 的难点在于电离层误差的处理。

### 4.2.1 单频非组合 SF-UC-PPP

单频 PPP 模型接收机钟差吸收了伪距硬件延迟, 根据式(12)和式(13)以 L1 频率为例 SF-UC-PPP 模型可以表示为:

$$\begin{cases} p_{r,1}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} + \mu_j^S I_{r,1}^{Si} + \varepsilon_{P_1}^{Si} \\ l_{r,1}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} - \mu_j^S I_{r,1}^{Si} + \lambda_1^{Si} \tilde{N}_1^{Si} + \varepsilon_{L_1}^{Si} \end{cases} \quad (14)$$

$$\begin{cases} c\tilde{d}_r^S = cdt_r^S + d_{r,1}^S \\ \lambda_1^{Si} \tilde{N}_1^{Si} = \lambda_1^{Si} (N_1^{Si} + b_{r,1} + b_1^{Si}) - d_{IF_{12}}^{Si} - d_{r,1}^S \end{cases}$$

### 4.2.2 单频无电离层 SF-IF-PPP

单频无电离层组合采用半和模型达到消除电离层目的, 以 L1 频率为例的 SF-IF-PPP 模型可以表示为:

$$pl_{r,1}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} + \varepsilon_{P_{I_1}}^{Si} \quad (15)$$

$$c\tilde{d}_r^S = cdt_r^S + d_{r,1}^S \quad (16)$$

### 4.2.3 单频电离层约束 SF-IC-PPP

可以使用电离层外部产品加速 SF-UC-PPP 的收敛, 以 L1 为例的 SF-IC-PPP 模型可以表示为:

$$\begin{cases} p_{r,1}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} + \mu_j^S I_{r,1}^{Si} + \varepsilon_{P_1}^{Si} \\ l_{r,1}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} - \mu_j^S I_{r,1}^{Si} + \lambda_1^{Si} \tilde{N}_1^{Si} + \varepsilon_{L_1}^{Si} \\ \tilde{I}_{r,1}^{Si} = I_{r,1}^{Si} \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} c\tilde{d}_r^S = cdt_r^S + d_{r,1}^S \\ \lambda_1^{Si} \tilde{N}_1^{Si} = \lambda_1^{Si} (N_1^{Si} + b_{r,1} + b_1^{Si}) - d_{IF_{12}}^{Si} - d_{r,1}^S \end{cases}$$

## 4.3 双频 PPP 模型



### 4.3.1 双频无电离层组合 DF-IF-PPP

为消除一阶电离层延迟对定位结果的影响,传统双频无电离层组合是 PPP 数据处理中最常采用的数学模型。接收机端伪距硬件延迟被接收机钟差吸收。根据式(12)和(13)无电离层组合的伪距和相位的误差方程可以整合为:

$$\begin{cases} p_{r,IF}^{Si} &= g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}t_r^S + \Delta_{r,IF}^{Si} + M_w^{Si} T_{w,r} + \varepsilon_{P_{IF}}^{Si} \\ l_{r,IF}^{Si} &= g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}t_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} + \lambda_{IF}^{Si} \tilde{N}_{IF}^{Si} + \varepsilon_{L_{IF}}^{Si} \\ c\tilde{d}t_r^S &= cdt_r^S + d_{r,IF}^S \\ \lambda_{IF}^{Si} \tilde{N}_{IF}^{Si} &= \lambda_{IF}^{Si} (N_{IF}^{Si} + b_{r,IF} + b_{IF}^{Si}) - d_{IF_{12}}^{Si} - d_{r,IF}^S \end{cases} \quad (18)$$

传统无电离层组合 PPP 数学模型包括四类未知参数:(1)接收机坐标参数(若为动态定位,可增加速度与加速度等参数);(2)各系统接收机钟差或参考钟差以及 ISB 参数,(Glonass 伪距频间偏差参数);(3)接收机天顶方向湿延迟对流层延迟参数;(4)无电离层组合整周模糊度参数。综上所述,双频无电离层组合的待估参数可以表示为:

$$\mathbf{X} = \left[ \mathbf{x}, c\tilde{d}t_r^{Ref}, \mathbf{ISB}_r^{Ref-S}, (\Delta_{IF}^{Si}), T_{w,r}, \tilde{N}_{r,IF} \right] \quad (19)$$

$\Delta_{r,IF}^{Si}$  对于 Glonass 系统为可选待估参数,其估计个数需视具体的建模方式而定。

### 4.3.2 双频非组合 DF-UC-PPP

无电离层组合模型对原始观测值的组合来消除电离层延迟的影响。但放大了观测噪声和多路径误差而且丢失了电离层延迟等有用信息。此外,无电离层组合模型已很难适用于当前或未来多频 GNSS 数据处理。非差非组合模型是一种统一的 GNSS 数据处理模型,任何 GNSS 系统任何频率的观测值均能按照这种模型建立观测方程。根据式(12)和(13)非差非组合的伪距和相位误差方程可以整合为:

$$\begin{cases} p_{r,j}^{Si} &= g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}t_r^S + \Delta_{r,j}^S + M_w^{Si} T_{w,r} + \mu_j^S \tilde{I}_{r,1}^{Si} + \varepsilon_{P_j}^{Si} \\ l_{r,j}^{Si} &= g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}t_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} - \mu_j^S \tilde{I}_{r,1}^{Si} + \lambda_j^{Si} \tilde{N}_j^{Si} + \varepsilon_{L_j}^{Si} \\ c\tilde{d}t_r^S &= cdt_r^S + d_{r,IF}^S \\ \tilde{I}_{r,1}^{Si} &= I_{r,1}^{Si} + \beta_{12}^S DCB_{r,12}^S \\ \lambda_j^{Si} \tilde{N}_j^{Si} &= \lambda_j^{Si} (N_j^{Si} + b_{r,j} + b_j^{Si}) - d_{IF_{12}}^{Si} - d_{r,IF}^S + \frac{\mu_j^S}{1-\mu_j^2} DCB_{r,12}^S \end{cases} \quad (20)$$

双频非差非组合 PPP 数学模型包括五类未知参数, (1) 接收机坐标参数 (若为动态定位, 可增加速度与加速度等参数); (2) 各系统接收机钟差或参考钟差以及 ISB 参数, (Glonass 伪距频间偏差参数); (3) 接收机天顶方向湿延迟对流层延迟参数; (4) 各卫星在 f1 频点上的倾斜电离层延迟参数; (5) 各频点的非差模糊度参数。综上所述, 非差非组合 PPP 待估参数可以表示为:

$$X = \left[ \mathbf{x}, c\tilde{dt}_r^{Ref}, \mathbf{ISB}_r^{Ref-S}, (\Delta_{r,j}^{Si}), T_{w,r}, \tilde{I}_{r,1}, \tilde{N}_1, \tilde{N}_2 \right] \quad (21)$$

$\Delta_{r,j}^{Si}$  对于 Glonass 系统为可选待估参数, 其估计个数需视具体的建模方式而定。

### 4.3.3 双频电离层约束 DF-IC-PPP

由于卫星几何构型变化较慢与各种误差的影响, 待估参数 (坐标, 模糊度) 收敛时间一般需要 30min 甚至更长时间, 极大地限制了实时 PPP 在很多领域的应用。对于非差非组合 PPP 模型, 一种解决思路是通过附加电离层产品来增强观测方程的模型强度, 从而减少 PPP 的滤波收敛时间。根据式(12)和(13)可得电离层约束的双频非差非组合的数学模型为:

$$\begin{cases} p_{r,j}^{Si} &= g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{dt}_r^S + \Delta_{r,j}^S + M_w^{Si} T_{w,r} + \mu_j^S I_{r,1}^{Si} + \frac{\mu_j^S}{1-\mu_2^S} DCB_{r,12}^S + \varepsilon_{P_j}^{Si} \\ I_{r,j}^{Si} &= g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{dt}_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} - \mu_j^S I_{r,1}^{Si} - \frac{\mu_j^S}{1-\mu_2^S} DCB_{r,12}^S + \lambda_j^{Si} \tilde{N}_j^{Si} + \varepsilon_{L_j}^{Si} \\ I_{prod}^{Si} &= I_{r,1}^{Si} \end{cases} \quad (22)$$

$$\begin{cases} c\tilde{dt}_r^S &= cdt_r^S + d_{r,IF}^S \\ \tilde{I}_{r,1}^{Si} &= I_{r,1}^{Si} \\ \lambda_j^{Si} \tilde{N}_j^{Si} &= \lambda_j^{Si} (N_j^{Si} + b_{r,j} + b_j^{Si}) - d_{IF12}^{Si} - d_{r,IF}^S \end{cases}$$

电离层产品里面是纯净的电离层延迟, 而不包含接收机端伪距硬件延迟偏差, 因此在应用电离层约束时需要额外估计一个接收机端 DCB 参数。附加电离层约束的双频非差非组合 PPP 数学模型包括六类未知参数, (1) 接收机坐标参数 (若为动态定位, 可增加速度与加速度等参数); (2) 各系统接收机钟差或参考钟差以及 ISB 参数, (Glonass 伪距频间偏差参数); (3) 接收机端 DCB 参数; (4) 接收机天顶方向湿延迟对流层延迟参数; (5) 各卫星在 f1 频点上的倾斜电离层延迟参数; (6) 各频点的非差模糊度参数。综上所述, 电离层约束的双频非差非组合 PPP 待估参数可以表示为:

$$X = \left[ \mathbf{x}, c\tilde{dt}_r^{Ref}, \mathbf{ISB}_r^{Ref-S}, (\Delta_{IF}^{Si}), DCB_{r,12}^S, T_{w,r}, I_{r,1}, \tilde{N}_1, \tilde{N}_2 \right] \quad (23)$$

$\Delta_{r,j}^{Si}$  对于 Glonass 系统为可选待估参数, 其估计个数需视具体的建模方式而定。

## 4.4 三频 PPP 模型

由于 IGS 提供的精密钟轨产品是通过双频伪距计算得到的,不同于双频非差非组合观测方程,当在第三频率引入精密钟差改正时会出现频间偏差  $IFB_r^S$  参数,根据式(12)和(13)得到三频伪距和相位观测方程为:

$$\begin{cases} p_{r,1}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + cdt_r^S + d_{r,IF_{12}}^S + \Delta_{r,1}^{Si} + M_w^{Si} T_{w,r} + \mu_1^S (I_{r,1}^{Si} + \beta_{12}^S DCB_{r,12}^S) + \varepsilon_{P_1}^{Si} \\ p_{r,2}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + cdt_r^S + d_{r,IF_{12}}^S + \Delta_{r,2}^{Si} + M_w^{Si} T_{w,r} + \mu_2^S (I_{r,1}^{Si} + \beta_{12}^S DCB_{r,12}^S) + \varepsilon_{P_2}^{Si} \\ p_{r,3}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + cdt_r^S + d_{r,3}^S + \Delta_{r,3}^{Si} + M_w^{Si} T_{w,r} + \mu_3^S I_{r,1}^{Si} + \varepsilon_{P_3}^{Si} \end{cases} \quad (24)$$

$$\begin{cases} l_{r,1}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + cdt_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} - \mu_1^S I_{r,1}^{Si} + \lambda_1^{Si} (N_1^{Si} + b_{r,1} + b_1^{Si}) - d_{IF_{12}}^{Si} + \varepsilon_{L_1}^{Si} \\ l_{r,2}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + cdt_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} - \mu_2^S I_{r,1}^{Si} + \lambda_2^{Si} (N_2^{Si} + b_{r,2} + b_2^{Si}) - d_{IF_{12}}^{Si} + \varepsilon_{L_2}^{Si} \\ l_{r,3}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + cdt_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} - \mu_3^S I_{r,1}^{Si} + \lambda_3^{Si} (N_3^{Si} + b_{r,3} + b_3^{Si}) - d_{IF_{12}}^{Si} + \varepsilon_{L_3}^{Si} \end{cases} \quad (25)$$

$\Delta_{r,j}^{Si}$  对于 Glonass 系统为可选待估参数,其估计个数需视具体的建模方式而定。

### 4.4.1 三频双无电离层组合 TF-IF2-PPP

三频观测量可以两两组成一个双频无电离层组合,则可以得到两个线性无关的无电离层组合。分别选取 L1+L2/L1+L3 频率组成无电离层组合,为了统一待估参数,需要引入  $IFB$  参数,即实际估计的钟差是包含 L1/L2 无电离层组合接收机端的伪距硬件延迟,根据式(12)和(13)可以得到 IF2-PPP1 的函数模型为:

$$\begin{cases} p_{r,IF_{12}}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}_r^S + \Delta_{r,IF_{12}}^{Si} + M_w^{Si} T_{w,r} + \varepsilon_{P_{IF_{12}}}^{Si} \\ l_{r,IF_{12}}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} + \lambda_{IF_{12}}^{Si} \tilde{N}_{IF_{12}}^{Si} + \varepsilon_{L_{IF_{12}}}^{Si} \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} p_{r,IF_{13}}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}_r^S + \Delta_{r,IF_{13}}^{Si} + IFB_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} + \varepsilon_{P_{IF_{13}}}^{Si} \\ l_{r,IF_{13}}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} + \lambda_{IF_{13}}^{Si} \tilde{N}_{IF_{13}}^{Si} + \varepsilon_{L_{IF_{13}}}^{Si} \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} c\tilde{d}_r^S = cdt_r^S + d_{r,IF_{12}}^S \\ IFB_r^S = \beta_{12}^S DCB_{r,12}^S - \beta_{13}^S DCB_{r,13}^S \\ \lambda_{IF_{12}}^{Si} \tilde{N}_{IF_{12}}^{Si} = \lambda_{IF_{12}}^{Si} (N_{IF_{12}}^{Si} + b_{r,IF_{12}} + b_{IF_{12}}^{Si}) - d_{IF_{12}}^{Si} - d_{r,IF_{12}}^S \\ \lambda_{IF_{13}}^{Si} \tilde{N}_{IF_{13}}^{Si} = \lambda_{IF_{13}}^{Si} (N_{IF_{13}}^{Si} + b_{r,IF_{13}} + b_{IF_{13}}^{Si}) - d_{IF_{13}}^{Si} - d_{r,IF_{13}}^S \end{cases}$$

三频双无电离层组合 PPP 数学模型包括五类未知参数,(1)接收机坐标参数(若为动态定位,可增加速度与加速度等参数);(2)各系统接收机钟差或参考钟差以及 ISB 参数,(Glonass

伪距频间偏差参数); (3) 频间偏差  $IFB$  参数; (4) 接收机天顶方向湿延迟对流层延迟参数; (5) 无电离层组合模糊度参数。综上所述, 电离层约束的双频非差非组合 PPP 待估参数可以表示为:

$$\mathbf{X} = \left[ \mathbf{x}, c\tilde{d}t_r^{Ref}, \mathbf{ISB}_r^{Ref-S}, (\Delta_{IF}^{Si}), \mathbf{IFB}_r, T_{w,r}, \tilde{N}_{IF12}, \tilde{N}_{IF13} \right] \quad (28)$$

$\Delta_{r,IF}^{Si}$  对于 Glonass 系统为可选待估参数, 其估计个数需视具体的建模方式而定。

#### 4.4.2 三频单无电离层组合 TF-IF1-PPP

三频观测值可通过线性组合获得无电离层组合观测量, 对于三频组合各频率观测量应满足以下条件:

$$\begin{cases} e_1 + e_2 + e_3 = 1 \\ e_1 + \mu_2^S e_2 + \mu_3^S e_3 = 0 \\ e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 = \min \end{cases}$$

上式可用 Lagrangian Multiplier 方法进行求解, 得到各频率系数为:

$$\begin{cases} e &= 2 \cdot [(\mu_2^S)^2 + (\mu_3^S)^2 - \mu_2^S \mu_3^S - \mu_2^S - \mu_3^S + 1] \\ e_1 &= \frac{(\mu_2^S)^2 + (\mu_3^S)^2 - \mu_2^S \mu_3^S}{e} \\ e_2 &= \frac{(\mu_3^S)^2 - \mu_2^S \mu_3^S - \mu_2^S + 1}{e} \\ e_3 &= \frac{(\mu_2^S)^2 - \mu_2^S \mu_3^S - \mu_3^S + 1}{e} \end{cases}$$

三频无电离层组合误差方程可记为:

$$\begin{cases} p_{r,IF123}^{Si} &= g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}t_r^S + \Delta_{r,IF123}^{Si} + M_w^{Si} T_{w,r} + \varepsilon_{P_{IF123}}^{Si} \\ l_{r,IF123}^{Si} &= g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}t_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} + \lambda_{IF123}^{Si} \tilde{N}_{IF123}^{Si} + \varepsilon_{L_{IF123}}^{Si} \end{cases} \quad (29)$$

$$\begin{cases} c\tilde{d}t_r^S &= cdt_r^S + d_{r,IF123}^S \\ \lambda_{IF123}^{Si} \tilde{N}_{IF123}^{Si} &= \lambda_{IF123}^{Si} (N_{IF123}^{Si} + b_{r,IF123} + b_{IF123}^{Si}) - d_{IF12}^{Si} - d_{r,IF123}^S \end{cases}$$

在实际应用呢, 可能并不能得到同时得到三频观测量, GPS 的 IIR 类型也暂不支持三频数据, 因此, 在使用 TF3-IF1-PPP 模型时需与 DF-IF-PPP 模型相结合, 对于缺少三频数据的卫星应使用双频无电离层组合, 而为了统一待估参数, TF-IF1-PPP 模型里需要引入频间偏差  $IFB$  参数, 此时的 TF-IF1-PPP 模型可以表示为

$$\begin{cases} p_{r,IF1k}^{Si} &= g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}t_r^S + \Delta_{r,IF1k}^{Si} + IFB_{r,IF1k}^S + M_w^{Si} T_{w,r} + \varepsilon_{P_{IF1k}}^{Si} \\ l_{r,IF1k}^{Si} &= g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}t_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} + \lambda_{IF1k}^{Si} \tilde{N}_{IF1k}^{Si} + \varepsilon_{L_{IF1k}}^{Si} \end{cases} \quad (30)$$

$$\begin{cases} c\tilde{d}t_r^S &= cdt_r^S + d_{r,IF_{123}}^S \\ \lambda_{IF_{1k}}^{Si} \tilde{N}_{IF_{1k}}^{Si} &= \lambda_{IF_{1k}}^{Si} (N_{IF_{1k}}^{Si} + b_{r,IF_{1k}} + b_{IF_{1k}}^{Si}) - d_{IF_{12}}^{Si} - d_{r,IF_{123}}^S \end{cases}$$

综合式(29)和(30)则可组成实用的 IF3-PPP1 函数模型。三频单无电离层组合 PPP 数学模型包括五类未知参数, (1) 接收机坐标参数 (若为动态定位, 可增加速度与加速度等参数); (2) 各系统接收机钟差或参考钟差以及 ISB 参数, (Glonass 伪距频间偏差参数); (3) 频间偏差  $IFB$  参数; (4) 接收机天顶方向湿延迟对流层延迟参数; (5) 无电离层组合模糊度参数。综上所述, 电离层约束的双频非差非组合 PPP 待估参数可以表示为:

$$\mathbf{X} = \left[ \mathbf{x}, c\tilde{d}t_r^{Ref}, \mathbf{ISB}_r^{Ref-S}, (\Delta_{IF}^{Si}), \mathbf{IFB}_{r,IF_{1K}}, T_{w,r}, \tilde{N}_{IF_{1k}}, \tilde{N}_{IF_{123}} \right] \quad (31)$$

$\Delta_{r,IF}^{Si}$  对于 Glonass 系统为可选待估参数, 其估计个数需视具体的建模方式而定。

#### 4.4.3 三频非组合 TF-UC-PPP

根据式(24)和式(25), 将参数进行整合可得到非差非组合函数模型为:

$$\begin{cases} p_{r,1}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}t_r^S + \Delta_{r,1}^{Si} + M_w^{Si} T_{w,r} + \mu_1^S \tilde{I}_{r,1}^{Si} + \varepsilon_{P_1}^{Si} \\ p_{r,2}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}t_r^S + \Delta_{r,2}^{Si} + M_w^{Si} T_{w,r} + \mu_2^S \tilde{I}_{r,1}^{Si} + \varepsilon_{P_2}^{Si} \\ p_{r,3}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}t_r^S + \Delta_{r,3}^{Si} + IFB_{r,UC3}^S + M_w^{Si} T_{w,r} + \mu_3^S \tilde{I}_{r,1}^{Si} + \varepsilon_{P_3}^{Si} \end{cases} \quad (32)$$

$$\begin{cases} c\tilde{d}t_r^S &= cdt_r^S + d_{r,IF_{12}}^S \\ IFB_{r,UC3}^S &= \beta_{12}^S / \beta_{13}^S DCB_{r,12}^S - DCB_{r,13}^S \\ \tilde{I}_{r,1}^S &= I_{r,1}^{Si} + \beta_{12}^S DCB_{r,12}^S \end{cases}$$

$$\begin{cases} l_{r,1}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}t_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} - \mu_1^S \tilde{I}_{r,1}^{Si} + \lambda_1^{Si} \tilde{N}_1^{Si} + \varepsilon_{L_1}^{Si} \\ l_{r,2}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}t_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} - \mu_2^S \tilde{I}_{r,1}^{Si} + \lambda_2^{Si} \tilde{N}_2^{Si} + \varepsilon_{L_2}^{Si} \\ l_{r,3}^{Si} = g_r^{Si} \mathbf{x} + c\tilde{d}t_r^S + M_w^{Si} T_{w,r} - \mu_3^S \tilde{I}_{r,1}^{Si} + \lambda_3^{Si} \tilde{N}_3^{Si} + \varepsilon_{L_3}^{Si} \end{cases} \quad (33)$$

$$\begin{cases} c\tilde{d}t_r^S &= cdt_r^S + d_{r,IF_{12}}^S \\ \tilde{I}_{r,1}^S &= I_{r,1}^{Si} + \beta_{12}^S DCB_{r,12}^S \\ \lambda_1^{Si} \tilde{N}_1^{Si} &= \lambda_1^{Si} (N_1^{Si} + b_{r,1} + b_1^{Si}) - d_{IF_{12}}^{Si} - 2\beta_{12}^S d_{r,2} \\ \lambda_2^{Si} \tilde{N}_2^{Si} &= \lambda_2^{Si} (N_2^{Si} + b_{r,2} + b_2^{Si}) - d_{IF_{12}}^{Si} - 2\alpha_{12}^S d_{r,1} + (\alpha_{12}^S - \beta_{12}^S) d_{r,2} \\ \lambda_3^{Si} \tilde{N}_3^{Si} &= \lambda_3^{Si} (N_3^{Si} + b_{r,3} + b_3^{Si}) - d_{IF_{12}}^{Si} + (\mu_3^S \beta_{12}^S - \alpha_{12}^S) d_{r,1} - (\beta_{12}^S + \mu_3^S \beta_{12}^S) d_{r,2} \end{cases}$$

综合式(33)和(33)可以得到 UC3-PPP 函数模型。三频非差非组合 PPP 数学模型包括五类未知参数, (1) 接收机坐标参数 (若为动态定位, 可增加速度与加速度等参数); (2) 各系统接收

机钟差或参考钟差以及 ISB 参数, (Glonass 伪距频间偏差参数); (3) 频间偏差  $IFB$  参数; (4) 接收机天顶方向湿延迟对流层延迟参数; (5) 无电离层组合模糊度参数。综上所述, 电离层约束的双频非差非组合 PPP 待估参数可以表示为:

$$\mathbf{X} = \left[ \mathbf{x}, c\tilde{dt}_r^{Ref}, \mathbf{ISB}_r^{Ref-S}, (\Delta_{IF}^{Si}), \mathbf{IFB}_{r,UC3}, T_{w,r}, \tilde{\mathbf{I}}_{r,1}, \tilde{\mathbf{N}}_1, \tilde{\mathbf{N}}_2, \tilde{\mathbf{N}}_3 \right] \quad (34)$$

$\Delta_{r,IF}^{Si}$  对于 Glonass 系统为可选待估参数, 其估计个数需视具体的建模方式而定。

## 5 待完善

总结了目前 PPPLib 有待改进的点, 个人能力有限, 如果有好的建议可以直接联系本人, 一起完善 PPPLib。

### 0 更加稳健鲁棒的 PPP 算法

- 1 非差多频 PPP 的计算效率问题, 尤其是使用多系统时, 计算效率相对于无电离层组合低很多;
- 2 电离层约束 PPP 的框架已经搭建, 但是数据处理结果是错误的, 目前还没有找到原因;
- 3 鉴于我国 BDS 组网在即, PPPLib 理应更加友好的支持 BDS, 但目前在 BDS 误差建模方面仍不完善, 需要精化;
- 4 C++11 代码编写不规范;
- 5 限于条件尚未进行动态实测数据处理, 如若能提供实测动态 GNSS 数据 (长时间) 测试, 请联系作者;
- 6 作者接下来的打算是进行 PPP/INS 松紧组合的开发, 属于 PPPLib 的一部分, 但目前作者手头上的测试数据较少, 如有能提供 GNSS/INS/里程计数据也请与作者联系。

## 6 写在最后

首先致敬 RTKLIB 定位软件作者 Tomoji Takasu (高须知二) 先生, 其无私的开源精神和优雅的程序设计令我敬佩不已。PPPLib 的实现同时还参考了山东大学 Mowen Li 的 HPRTK 软件, 山东科技大学周锋老师的 GAMP 软件, 测地所肖恭伟博士的 MGAPP 软件以及西北工

业大学严恭敏老师的 PINS 软件, PPPLib 的日志输出使用的是 [easyloggingpp](#) 再此一并感谢。同时感谢师弟朱霆在文档撰写方面的协助。感谢常国宾老师的理解与支持。开发不易, 如有引用, 敬请注明出处。在使用过程中有任何问题可以直接联系作者, PPPLib 将一直维护下去, 但个人精力和能力有限, PPPLib-dev-Group 欢迎感兴趣的同学一起加入, 一同成长。

地址: 中国矿业大学, 环境与测绘学院, 陈超

QQ: 565681993 邮箱: cchen@cumt.edu.cn