

基于除法模型和核密度估计算法的镜头径向失真校正方法

袁佳丽¹, 霍智勇²

(1. 南京邮电大学 教育科学与技术学院, 江苏 南京 210046)
(2. 南京邮电大学 传媒与艺术学院, 江苏 南京 210046)

摘要:针对镜头径向失真的问题,提出了一种基于除法模型(DM, division model)和核密度估计算法的校正方法。该方法利用同一场景两个不同视点的失真图像对建立DM模型。首先对失真图像对进行特征点的提取和匹配。然后根据基本方程式联立方程组,采用核密度估计算法求出最优解即为校正参数。最后根据求得的校正参数对两幅失真图像进行校正。仿真表明,核密度估计算法提高了失真校正的鲁棒性和图像校正的精度。

关键词:径向失真;除法模型;核密度估计算法;基本方程式;失真校正

中图分类号: TN919.8; TP391 **文献标识码:** A **文章编号:** 1673-5439(2011)06-0032-05

Radial Lens Distortion Correction Method Based on Division Model and Kernel Density Estimator Algorithms

YUAN Jia-li¹, HUO Zhi-yong²

(1. College of Education Science and Technology, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210046, China)
(2. College of Media and Arts, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing 210046, China)

Abstract: We present a radial distortion correction method based on division model and kernel density estimator algorithms for radial lens distortion problems. This method uses two distorted images from two different viewpoints of the same scene to create the DM model. First, we use the DM radial distortion model to select and match feature points of the two distorted images. Second, we select feature points to couple the simultaneous equations group. The root of equations is obtained by use of kernel density estimation algorithm and the best root is the calibration parameter. Finally we correct the two images based on the solved calibration parameter. The simulation results show that the kernel density estimation algorithm improves the accuracy of images and robustness of the lens correction.

Key words: radial distortion; division model; kernel density estimation; basic equations; correct distortion

0 引言

在遥感探测、医学成像和基于多传感器融合的目标识别等多种领域,研究镜头的失真校正都有重大的应用价值。在数字图像处理中径向失真是一个对图像损害比较严重的问题,广角照相机、鱼眼照相机和短焦距的相机拍出来的图像都普遍存在着径向失真的现象。径向失真分为桶形失真和枕形失真,

桶形失真使得图像向中心压缩,并且越边缘失真得越厉害,而枕形失真则刚好相反。如果使用径向失真图像进行几何测量,就必须对图像进行几何校正。

目前镜头失真校正的方法主要分为3类^[1]。第一类方法利用定制的标定模板求解失真参数^[2]。根据失真图像与模板的特征点对应关系,把标定问题转化为一个非线性优化问题,并同时求解包括径向失真在内的所有标定参数。该类方法需要确定模

收稿日期:2010-12-12;修回日期:2011-02-24

基金项目:国家自然科学基金(61071091)、国家自然科学基金青年科学基金(61001152)和南京邮电大学校科研基金(NY210053)资助项目

通讯作者:霍智勇 电话:13675125868 E-mail:tom_huo@tom.com

板点阵的物理坐标,其优点是校正精度比较高,但需要较多的人工干预。第二类方法利用场景中的直线约束来校正镜头的径向失真,通常也称之为铅垂线方法^[3]。它要求图像中存在某些线状结构如建筑物、道路等等,并且需要标记出这些线状结构的边缘。第三类方法主要利用多幅图像的几何约束实现镜头失真的校正^[4]。

本文提出的径向失真校正方法基于DM模型和核密度估计算法。先确定径向失真模型为DM模型,用sift方法对同一场景两视点的失真图像进行特征点的提取和匹配,然后选取50组特征点对联立方程组,采用核密度估计算法求解方程组的根,绘制出根的分布密度函数曲线,峰值所对应的横坐标即为校正参数,利用这个参数实现对两幅失真图像的校正。

1 径向失真模型

由于实际的镜头失真曲线比较复杂,通常采用多项式模型(PM)进行逼近。假设未失真图像坐标点 $\mathbf{x}_u = (x_u, y_u)^T$,失真图像坐标点 $\mathbf{x}_d = (x_d, y_d)^T$,则PM模型表达式为:

$$\mathbf{x}_u - \mathbf{e} = (\mathbf{x}_d - \mathbf{e})L(r_d, \mathbf{k}) \quad (1)$$

其中,

$$L(r_d, \mathbf{k}) = 1 + k_1 r_d^2 + k_2 r_d^4 + \cdots + k_p r_d^{2p} \quad (2)$$

$$r_d = \sqrt{\left(\frac{x_d - c_x}{s_x}\right)^2 + (y_d - c_y)^2} \quad (3)$$

式中, k_1, k_2, \dots, k_p 表示径向失真参数, p 表示模型阶数, $\mathbf{e} = (c_x, c_y)^T$ 表示失真中心的坐标, c_x, c_y 分别为失真中心的横纵坐标值。本文以图像的中心点作为失真中心, s_x 表示纵横比, r_d 表示以 \mathbf{e} 为中心的失真半径。

PM模型是一种常用的径向失真模型,对于普通相机的径向失真,该模型的一阶形式已经足够描述非线性畸变。在失真比较严重的情况下,用PM模型表示可能会包含太多的阶数,造成求解困难。Fitzgibbon^[5]提出了除法模型(DM),表达式为:

$$\mathbf{x}_u - \mathbf{e} = \frac{(\mathbf{x}_d - \mathbf{e})}{L(r_d, \mathbf{k})} \quad (4)$$

DM模型相对于PM模型而言,最明显的优势是需要少得多的要求却能够描述大的失真^[6]。特别是对大多数相机而言只需要一个参数就足以能够讨论镜头的失真程度^[6-7]。

本文采用一个参数DM模型进行研究。

2 失真校正算法

考虑同一个场景中两张非失真图像 I_1 和 I_2 , $\mathbf{x}_u, \mathbf{x}'_u$ 分别为这两张图像的一对特征点,它们的关系可以表示为:

$$\mathbf{x}'_u \mathbf{F} \mathbf{x}_u = 0 \quad (5)$$

其中,矩阵 \mathbf{F} 是基本矩阵^[8]。

将式(4)代入式(5),可以把一对非失真图像特征点之间的关系转化为一对失真图像特征点之间的关系,关系式为:

$$\left[\frac{\mathbf{x}'_d}{L(r'_d, \mathbf{k})} \right]^T \mathbf{F} \left[\frac{\mathbf{x}_d}{L(r_d, \mathbf{k})} \right] = 0 \quad (6)$$

任意一对特征点失真程度都是相同的,即任意选取一对特征点的坐标代入表达式(6)都不改变它的恒等性,那么等式两边可以同时乘以 $L(r_d, \mathbf{k})$,并将具体的坐标形式 (x, y, z) 代入式中,因为两幅失真图像的特征点坐标之间存在一种映射关系,需要用到张量积符号 \otimes ,最终表达式变形为:

$$((\mathbf{x}'_d, y'_d, L(r'_d, \mathbf{k})) \otimes (\mathbf{x}_d, y_d, L(r_d, \mathbf{k}))) \text{vec}(\mathbf{F}^T) = 0 \quad (7)$$

上式反映了失真图像特征点对的坐标与失真参数这3个变量之间的关系,我们可以记 X, X' 为两幅失真图像的一对特征点,用式(8)代替式(7)简单反映这个关系:

$$\mathbf{M}(X', X, \mathbf{k}) \mathbf{f} = 0 \quad (8)$$

其中, \mathbf{M} 叫做测量矩阵,它取决于特征点对的坐标和失真参数 \mathbf{k} , \mathbf{f} 为零向量。

因为最终要求的只是失真参数 \mathbf{k} ,所以要在 \mathbf{M} 中约去变量 X 和 X' ,得到一个仅含有变量 \mathbf{k} 的表达式。因为矩阵 \mathbf{M} 的逐行缩放对向量 \mathbf{f} 的零空间没有影响,并且当且仅当矩阵 \mathbf{M} 是奇异阵时方程式(8)才有非平凡解。此外,方程的解应该是一个有效的基本矩阵,所以它本身重新排列后也必须是奇异的。根据这两个奇异条件,可以得到一个非线性方程组对。

$$\det(\mathbf{M}(\mathbf{k})) = 0 \quad (9)$$

$$\det(\text{Mtx}[\text{Ker}[\mathbf{M}(\mathbf{k})]]) = 0 \quad (10)$$

其中, $\text{Ker}[\]$ 是零空间算子, $\text{Mtx}[\]$ 是矩阵算子,它可以把一个向量重新安排为一个矩阵。我们把式(9)、(10)两个方程式称为基本方程式。失真参数仅仅取决于这两个方程式,而和矩阵 \mathbf{F} 的值没有一点关系。

在根据基本方程式选取特征点对联立方程组求解时,如果使用 N 组特征点对,那么我们就可以联

立 N 个方程式组。理论上讲应该有一个 k 值满足这些方程,但由于噪声的原因,可能没有解满足这个方程组。为了解决这个问题,我们采用核密度估计的方法。通过实验发现:虽然噪声在很大程度上影响了基本方程式,但解出的根实际上仍然包围着真正的根。从各种测量得到所有根的分布显示为一个峰形。只要我们收集足够的特征点对,通常 30 ~ 70 足够,就能找到这个根。

核密度估计函数定义为:

$$\hat{f}_h(x) = \sum_{i=1}^n \frac{K(x_i - x)}{h} \quad (11)$$

其中, K 函数称为核函数, h 是带宽。本文中固定高斯核的带宽为 0.3。我们绘制出根的分布密度函数曲线,找到峰值对应的横坐标值即为我们要求解的校正参数值。

3 一个参数 DM 模型的失真校正

对大多数失真图像而言,只需要一个参数就能够讨论它的失真情况^[7]。因此使用一个参数 DM 模型作为要研究的失真模型。假设失真中心 e 为图像坐标系的原点, $L(r_d, k) = 1 + kr_d^2$, 则表达式(4)变形为:

$$x_u = \frac{x_d}{1 + kr_d^2} \quad (12)$$

根据算法思想,失真校正的具体步骤如下:

(1) 输入同一场景两视点的失真图像,归一化图像坐标,使得归一化的失真半径总是在 0 和 1 之间变化。归一化坐标可以提高失真参数的估计精度,对于 DM 模型,失真参数 k 的变化范围在 -2 到 0 之间^[1]。

(2) 采用 sift 方法进行特征点的提取和匹配^[8-9]。

(3) 选取 50 组特征点对,采用核密度估计算法求解方程组的根,以根的实部为横坐标,根的分布密度函数为纵坐标绘制曲线,峰值所对应的实部即为校正参数。

(4) 根据校正参数对两幅失真图像进行校正^[10-13]。

4 仿真实验

我们在 matlab 平台上做了两个仿真实验,第一个是为了验证核密度估计算法的稳定性和精确度,第二个是对两组失真图像进行校正来验证校正方法

的普遍性。

4.1 验证核密度估计算法稳定性

利用 Canon-E 相机的鱼镜头拍摄了两幅图像,图像大小为 1 280 × 1 024,如图 1 和 2 所示。这两幅图像中建筑物的线状边缘在图像上都以不同的程度变为弧线,越接近图像边缘其变形越大。固定高斯核的带宽为 0.3,绘制根的分布密度函数曲线,找到峰值对应的横坐标值即为校正参数值。



图 1 左视图 1



图 2 右视图 1

由图 1 和图 2 采用核密度估计算法绘制出的根的分布密度函数曲线如图 3 所示未加噪声时,绘制出根的分布密度函数曲线为 b;然后对两幅图像分别加上 50% 的高斯噪声,绘制出根的分布密度函数曲线为 g;最后对两幅图像加上 100% 的高斯噪声,绘制出根的分布密度函数曲线为 r。将 3 条曲线放到同一个坐标系中进行观察比较,可以看出 3 条曲线各不相同,但它们几乎在相同的位置取得峰值。r 线在 $k = -1.473\ 518\ 9$ 时取得峰值, g 线在 $k = -1.473\ 517\ 8$ 时取得峰值, b 线在 $k = -1.473\ 519\ 1$ 时取得峰值。由此可见,核密度估计算法不受噪声影响,具有较高的校正精度和鲁棒性。

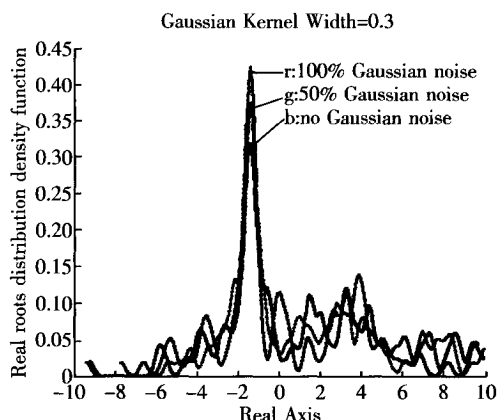


图 3 3 种情况下根的分布密度函数曲线

4.2 失真校正

我们对两组失真图像进行校正来验证校正方法的普遍性。首先采用DM模型来校正图1和2两幅失真图像。设图像中心为(640,512),首先采用SIFT算法选取213对特征点,如图4和图5所示。从这些特征点中选取50对进行匹配,如图6所示。然后采用核密度估计算法绘制出根的分布密度函数曲线,如图7所示。从图7可以看出,在-1.4735处曲线达到峰值,因此校正参数 $k = -1.4735$ 。根据得到的校正参数,对两幅失真图像进行校正,结果如图8和图9所示。

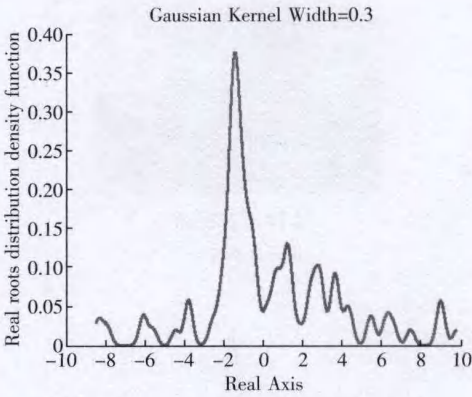


图7 根的分布密度函数曲线A

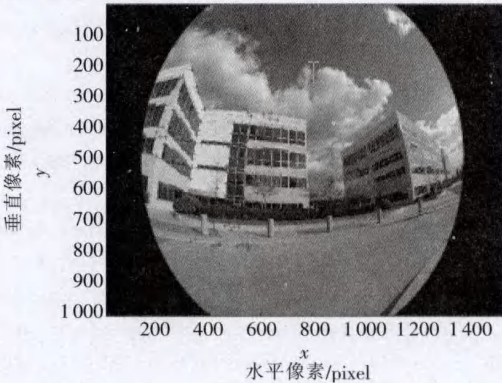


图4 左视图的特征点

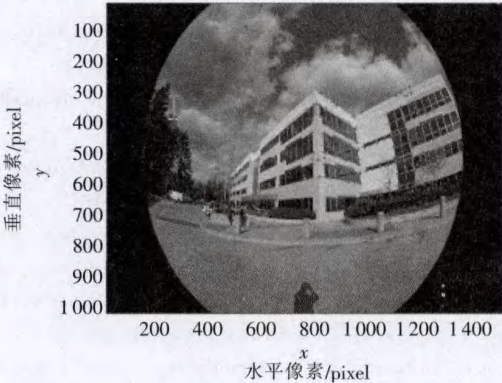


图5 右视图的特征点

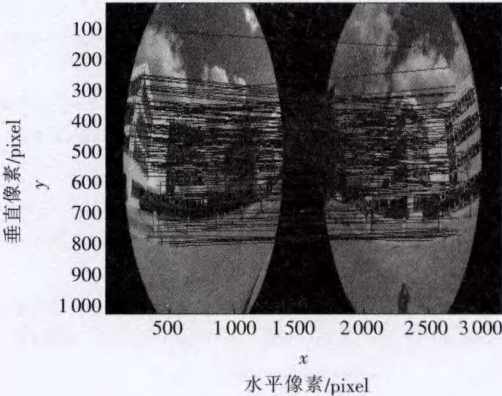


图6 特征点的匹配



图8 左视图校正后B



图9 右视图校正后C

从图(8)、图(9)可以看出,本来失真图像中道路和楼房的边缘都是弯曲的,经过校正后都变成了直线。

我们采用相同的方法来校正图(10)和图(11)这两幅失真图像。图(10)为左视图,图(11)为右视图。采用核密度估计算法绘制根的分布密度函数曲线如图(12)所示,得到校正参数 $k = -0.9872$ 。根据得到的校正参数校正得到图(13)和图(14)。



图10 左视图2



图 11 右视图 2

Gaussian Kernel Width=0.3

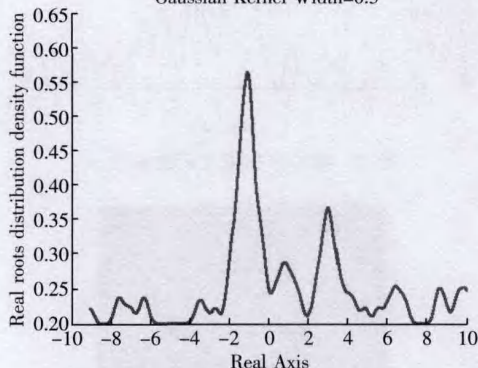


图 12 根分布密度函数曲线 A'

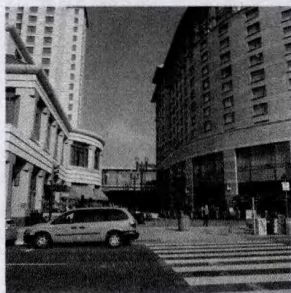


图 13 左视图校正后 B'



图 14 右视图校正后 C'

从图(13)、图(14)可以看出,经过校正后,楼房的边缘和斑马线都变成了直线。

由两组失真图像校正后的结果可以看出,核密度估计算法具有较高的校正精度和鲁棒性,次校正方法能够有效处理各种程度的径向失真。

5 结束语

本文提出了一种基于 DM 模型和核密度估计算法进行镜头失真校正的方法。该方法利用相机在同

一场景两个不同视点拍摄的失真图像对来建立 DM 模型。文中对失真图像添加不同程度的噪声来对根的分布密度函数进行比较,结果表明核密度估计算法具有较高的校正精度和鲁棒性,因此采用此算法对失真图像进行了校正。实验表明,该校正方法具有普遍性,能够有效处理各种程度的径向失真。

参考文献:

- [1] 苗立刚. 基于双视图点对应的镜头校正算法[D]. 秦皇岛: 东北大学秦皇岛分校, 2009.
MIAO Ligang. Correcting Radial Lens Distortion by Two-View Point Correspondences[D]. Qinhuangdao: Northeastern University at Qinhuangdao, 2009. (in Chinese)
- [2] TSAI R Y. A versatile camera calibration technique for high-accuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lens[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3(4): 323-344.
- [3] DEVERNAY F, FAUGERAS O. Straight lines have to be straight[J]. Machine Vision and Application, 2001(13): 14-24.
- [4] STEIN G P. Lens distortion calibration using point correspondences[C]//Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. IEEE Computer Society Puerto Rico, 1997: 143-148.
- [5] FITZGIBBON A W. Simultaneous linear estimation of multiple view geometry and lens distortion[C]//Proceedings of IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition. Piscataway: IEEE Computer Society, Hawaii, 2001: 125-132.
- [6] CLAUS D, FITZGIBBON A. A rational function lens distortion model for general cameras[C]//Proc CVPR. 2005.
- [7] HARTLEY R, ZISSERMAN A. Multiview Geometry in Computer Vision[M]. 2ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [8] HARTLEY R, KANG S B. Parameter-free radial distortion correction with center of distortion estimation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(8): 1309-1321.
- [9] LOWE D G. Distinctive image features from scale-invariant keypoints[J]. International Journal of Computer Vision, 2004, 60(2): 91-110.
- [10] BARRETO J, DANIILIDIS K. Wide Area Multiple Camera Calibration and Estimation of Radial Distortion[D]. Omnivis-2004, EC-CV-2004 workshop, 2004.
- [11] WANG Aiqi, QIU Tianshuang, SHAO Longtan. A Simple Method of Radial Distortion Correction with Centre of Distortion Estimation[J]. J Math Imaging Vis, 2009, 35: 165-172.
- [12] ALVAREZ L, GÓMEZ J L, SENDRA R. An Algebraic Approach to Lens Distortion by Line Rectification[J]. J Math Imaging Vis, 2009, 35: 36-50.
- [13] ROSTEN E, LOVELAND R. Camera distortion self-calibration using the plumb-line constraint and minimal Hough entropy[C]//Machine Vision and Applications. 2008.

(下转第 43 页)

nique,2005,3:11 – 13. (in Chinese)

[10] 王巧兰,季忠,秦树人. 基于小波变换的脑电噪声消除方法 [J]. 重庆大学学报,2005,28(7):15 – 17.
WANG Qiaolan, JI Zhong, QIN Shuren. EEG Signal Denoising Based on Wavelet Tiansform[J]. Journal of Chongqing University, 2005,28(7):15 – 17. (in Chinese)

[11] PAVLYGINA R A, SAKHAROV D S, DAVYDOV V I. Spectral Analysis of the Human EEG during Listening to Musical Compositions[J]. Human Physiology, 2004,30(1):54 – 60.

[12] PODDUBNAYA E P. EEG in Children: Periodometric Analysis, Typology, and Age Peculiarities[J]. Neurophysiology, 2002,34(5): 373 – 385.

[13] AKIN M. Comparison of Wavelet Transform and FFT Methods in the Analysis of EEG Signals [J]. Journal of Medical Systems, 2002,26(3):241 – 247.

[14] 黄远桂,吴声伶. 临床脑电图学[M]. 西安:陕西科学技术出版社,1984.

作者简介:



徐 欣(1978 –),男,江苏无锡人。南京邮电大学地理与生物信息学院讲师。研究方向为信号与信息处理。

周 运(1990 –),女,浙江永嘉人。南京邮电大学通信与信息工程学院本科生。研究方向为信号与信息处理。

马千里(1978 –),男,安徽霍邱人。南京邮电大学地理与生物信息学院副教授,博士研究生。研究方向为信号与信息处理。

(上接第 36 页)

作者简介:



袁佳丽(1987 –),女,江苏泰兴人。南京邮电大学教育科学与技术学院硕士研究生。目前主要研究方向为图像处理。

霍智勇(1973 –),男,山东淄博人。南京邮电大学传媒与艺术学院副教授。主要研究方向为图像处理和多媒体通信、数字视频特效与设计以及网络远程教育。