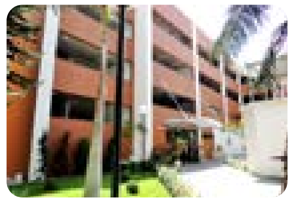
NIVELAMENTO DE MATEMÁTICA

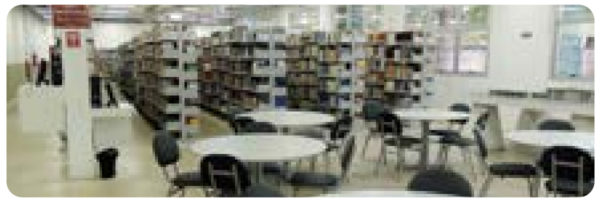
GRUPO MULTIVIX

A Faculdade Multivix está presente de norte a sul do Estado do Espírito Santo, com unidades em Cachoeiro de Itapemirim, Cariacica, Castelo, Nova Venécia, São Mateus, Serra, Vila Velha e Vitória. Desde 1999 atua no mercado capixaba, destacando-se pela oferta de cursos de graduação, técnico, pós-graduação e extensão, com qualidade nas quatro áreas do conhecimento: Agrárias, Exatas, Humanas e Saúde, sempre primando pela qualidade de seu ensino e pela formação de profissionais com consciência cidadã para o mercado de trabalho.



Atualmente, a Multivix está entre o seleto grupo de Instituições de Ensino Superior que possuem conceito de excelência junto ao Ministério da Educação (MEC). Das 2109 instituições avaliadas no Brasil, apenas 15% conquistaram notas 4 e 5, que são consideradas conceitos de excelência em ensino.

Estes resultados acadêmicos colocam todas as unidades da Multivix entre as melhores do Estado do Espírito Santo e entre as 50 melhores do país.



MISSÃO

Formar profissionais com consciência cidadã para o mercado de trabalho, com elevado padrão de qualidade, sempre mantendo a credibilidade, segurança e modernidade, visando à satisfação dos clientes e colaboradores.

VISÃO

Ser uma Instituição de Ensino Superior reconhecida nacionalmente como referência em quali-

APRESENTAÇÃO DA DIREÇÃO EXECUTIVA

Aluno(a) Multivix,

Estamos muito felizes por você agora fazer parte do maior grupo educacional de Ensino Superior do Espírito Santo e principalmente por você ter escolhido a Multivix para fazer parte da sua trajetória profissional.

A Faculdade Multivix possui unidades em Cachoeiro de Itapemirim, Cariacica, Castelo, Nova Venécia, São Mateus, Serra, Vila Velha e Vitória. Desde 1999, no mercado capixaba, destaca-se pela oferta de cursos de graduação, pós-graduação e extensão de qualidade nas quatro áreas do conhecimento: Agrárias, Exatas, Humanas e Saúde, tanto na modalidade presencial quanto a distância.

Prof. Tadeu Antônio de Oliveira Penina
Diretor Executivo do Grupo Multivix

Além da qualidade de ensino já comprovada pelo MEC, que coloca todas as unidades do Grupo Multivix como parte do seleto grupo das Instituições de Ensino Superior de excelência no Brasil, contando com sete unidades do Grupo entre as 100 melhores do País, a Multivix preocupa-se bastante com o contexto da realidade local e com o desenvolvimento do país. E para isso, procura fazer a sua parte, investindo em projetos sociais, ambientais e na promoção de oportunidades para os que sonham em fazer uma faculdade de qualidade mas que precisam superar alguns obstáculos.

Buscamos a cada dia cumprir com nossa missão que é: "Formar profissionais com consciência cidadã para o mercado de trabalho, com elevado padrão de qualidade, sempre mantendo a credibilidade, segurança e modernidade, visando à satisfação dos clientes e colaboradores."

Entendemos que a educação de qualidade sempre foi a melhor resposta para um país crescer. Para a Multivix, educar é mais que ensinar. É transformar o mundo à sua volta.

Seja bem-vindo!

ICONOGRAFIA

ATENÇÃO
PARA SABER

ATIVIDADES DE APRENDIZAGEM

SAIBA MAIS
ONDE PESQUISAR
LEITURA COMPLEMENTAR
DICAS

CURIOSIDADES

GLOSSÁRIO

QUESTÕES

MÍDIAS INTEGRADAS

ÁUDIOS

ANOTAÇÕES

CITAÇÕES

EXEMPLOS

DOWNLOADS

SUMÁRIO

1 POTENCIAÇÃO

Vamos iniciar pensando em uma situação problema.

a) Uma escola tem 364 alunos. Um deles inventou uma fofoca e, em um minuto, contou a 3 colegas. Pelo jeito, a fofoca era boa porque, 10 minutos depois, cada um desses 3 contou a novidade a 3 colegas que ainda não conheciam. Assim, cada um que recebia a notícia sempre transmitia a 3 colegas desinformados, gastando, para isso, 10 minutos.

Veja como a fofoca se espalha:

Tempo (min)	10	20	30	40	50	60	70
Novos alunos que ouvem a fofoca	3 ou 3^1	3×3 ou 3^2	$3^2 \times 3$ ou 3^3	$3^3 \times 3$ ou 3^4	$3^4 \times 3$ ou 3^5	$3^5 \times 3$ ou 3^6	$3^6 \times 3$ ou 3^7

I. 3 alunos contou a novidade a mais 3 colegas, então 3 x 3 = 9 alunos ficaram sabendo do boato no vigésimo minuto.

II. Os 9 alunos que sabiam da fofoca contaram para mais 3 alunos cada, então 3 x 3 x 3 = 27 (ou 3^2 x 3 = 27) alunos ficaram sabendo do boato no trigésimo minuto.

III. Na primeira hora (60 minutos), conforme verificamos na tabela 3^5 x 3 = 36 = 729 alunos ficariam sabendo da fofoca.

IV. Assim, como a escola tem 364 alunos, todos os alunos ficaram sabendo do boato em 1 hora.

POTENCIAÇÃO

A notação $\mathbf{a^n}$, onde a é um número real e n é um número natural diferente de zero, é a representação de uma potência. a é chamado de **base** e **n** é o **expoente**, com n significando a quantidade de vezes que a base aparece como fator de uma multiplicação.

Assim:

$$2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$3^6 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$5^{10} = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$$

Generalizando:

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a}\ \underbrace{n \text{ fatores}}$$

Perceba que esta notação facilita a escrita simplificando a comunicação e a representação numérica.

Por definição, consideram-se verdadeiras as seguintes afirmações:

$a^1 = a$

$a^0 = 1$, para qualquer número a ≠ 0

· Todo número real, *a*, não-nulo, elevado a zero é igual a 1. ($a^0 = 1$)

· Todo número real *a*, elevado a 1, é igual a ele mesmo. (a^1 = a

• POTÊNCIA COM EXPOENTE NATURAL

Considere um número real positivo . Para todo número natural *n* maior que 1, a potência a^n é o produto *n* de fatores iguais ao número *a*.

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots \cdot a,}_{n \text{ fatores}}$$

• POTÊNCIA COM EXPOENTE INTEIRO

Para o cálculo de potências cuja base é um número real positivo e o expoente é um número inteiro negativo, que iremos representar por *-n*, sendo *n* um número natural, temos:

$$\boxed{a^{-n} = \frac{1}{a}}$$

Exemplos:

- $2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$
- $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \left(\frac{3}{2}\right)^{3}$
- $\left(\sqrt{3}\right)^{-2} = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^{2} = \frac{1}{3}$

• POTÊNCIA COM EXPOENTE RACIONAL

A potência a^r, com $a > 0$ e $a \neq 1$, para todo $r \in Q$ tal que $r=m/n$ com m pertencendo ao conjunto dos número Reais e *n* pertencendo ao conjunto dos número Naturais, excluindo o zero, é definida como $\sqrt[n]{a^m}$, ou seja:

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

Exemplos:

- $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}}$
- $3^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{3^2}$
- $5^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{5}$

• PROPRIEDADE DAS POTÊNCIAS

A partir da definição de potências, é possível observar algumas de suas características. Essas características das potências são decorrentes unicamente da relação entre a definição de potência e as operações de multiplicação e divisão.

Considere $a,b \in IR^*$ e $m,n \in Q$

1ª) Multiplicação de potências de mesma base

$$a^m . a^n = a^{m+n}$$

2ª) Divisão de potências de mesma base

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

3ª) Potência de Potência

$$\left(a^n\right)^p = a^{m.p}$$

• POTÊNCIA DE BASE 10

Efetuam-se as potências de 10 escrevendo à direita da unidade tantos zeros quantas forem as unidades do expoente.

Exemplos

- $10^2 = 100$
- $10^7 = 10\ 000\ 000$
- $200 = 2 \times 100 = 2 \times 10^2$
- $4\ 000 = 4 \times 1000 = 4 \times 10^3$

2 NOTAÇÃO CIENTÍIFICA

A notação científica serve para expressar números muito grandes ou muito pequenos. O segredo é multiplicar um número pequeno por uma potência de 10.

Vamos iniciar com um exemplo:

Você sabia que a massa da terra é aproximadamente $6{,}02 \times 10^{24}$ Kg Isto representa 6.0 20.000.000.000.000.000.000.000. Como vê, a notação inicial é muito mais conveniente. Ela é denominada notação científica e é utilizada para representar valores muito grandes ou muito pequenos. Veja outros valores escritos em notação científica e os escreva em sua representação decimal:

- Raio da Terra: $6{,}40 \times 10^6$ m =
- Massa da Lua: $7{,}44 \times 10^{22}$ Kg =
- Distância Terra-Lua (centro a centro): $3{,}84 \times 10^8$ m =

NOTAÇÃO CIENTÍFICA

É normal o uso da notação científica, isto é a escrita de um número com auxílio de potências de base 10. Geralmente se usa o seguinte formato:

$A \times 10^n$

Onde A é um número maior que 1 e menor que 10 e *n* é o expoente de 10.

Para escrever um número em notação científica procede-se a divisão sucessiva por 10 até que encontremos um resultado entre 1 e 10, lembrando que ao dividirmos um número por 10 há um deslocamento da vírgula para a esquerda. A quantidade de divisões efetuadas, ou seja, a quantidade de deslocamentos da vírgula é o expoente do 10. Observe o exemplo:

Hoje vivem na terra cerca de 6 bilhões de habitantes.

6 bilhões = 6.000.000.000 = 6×10^9

Como se escreve o número 6.000.000.000 na notação científica?

$$6 \times 10^9$$

Procedimento:

1. Podemos escrever 6.000.000.000 = $6.000.000.000 \times 10^0$

2. Deslocamos a vírgula para esquerda até deixarmos com uma casa inteira 6,000.000.000

3. Como a vírgula foi deslocada 9 vezes para a esquerda, a ordem de grandeza será 9

4. Assim, temos: 6×10^9

a) Observe que até agora a notação científica foi utilizada para representar valores muito grandes. Acontece que ela também pode ser utilizada para representar valores muito pequenos. Como será a representação do número 0,000000000000000000000006 em notação científica?

$$6 \times 10^{-24}$$

3 RADICIAÇÃO

Denomina-se Raiz de índice n (ou raiz n-ésima) de A, o número ou expressão, que elevado a potência n tem como resultado o número A.

RADICIAÇÃO

Os elementos da radiciação possuem nomes específicos, na operação $\sqrt[n]{A} = B$,

n é o índice;

A é o radicando;

$\sqrt{}$ é o radical;

B é a raiz.

Exemplos:

a) $\sqrt{16} = 4$, pois $4^2 = 16$ (quando o índice é 2 ele não é representado)

b) $\sqrt[3]{27} = 3$, pois $3^3 = 27$

c) $\sqrt[4]{256} = 4$, pois $4^4 = 256$

d) $\sqrt[5]{32} = 2$, pois $2^5 = 32$

e) $\sqrt[6]{1000000} = 10$, pois $10^6 = 1000000$

Nem sempre conseguimos encontrar um valor inteiro com resultado de uma raiz de um número natural. Por exemplo $\sqrt{5}$ *. Neste caso podemos utilizar a calculadora ou atribuir uma aproximação para o resultado pretendido. Você consegue chegar a um resultado aproximado para $\sqrt{5}$.

* Números como este pertencem ao conjunto dos números irracionais, isto é, números que não podem ser escritos em forma de fração.

• PROPRIEDADES DE RADICAIS

1ª) Adição e Subtração de Radicais semelhantes

Radicais de mesmo índice e mesmo radicando são semelhantes. Na adição e subtração de radicais semelhantes, operam-se os coeficientes e repete-se o radical.

Exemplos:

a) $2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} = 7\sqrt{3}$

b) $12\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{5} - 9\sqrt[3]{5} = 6\sqrt[3]{5}$

2ª) Multiplicação e Divisão de Radicais de mesmo índice

Multiplicam-se (ou dividem-se) os radicais de mesmo índice, repete-se o radical e operam-se os radicandos.

Exemplos:

a) $\sqrt{3} \times \sqrt{5} = \sqrt{15}$

b) $\frac{\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{4}} = \sqrt[3]{3}$

3ª) Potenciação de Radicais

Eleva-se o radicando a potência indicada e conserva-se o índice.

Exemplos:

a) $\left(\sqrt[3]{4}\right)^5 = \sqrt[3]{(4)^5}$

b) $\left(\sqrt{2 \times 3^2}\right)^7 = \sqrt{(2 \times 3^2)^7}$

4ª) Radiciação de Radicais

Multiplicam-se os índices e conservam-se os radicandos.

Exemplos:

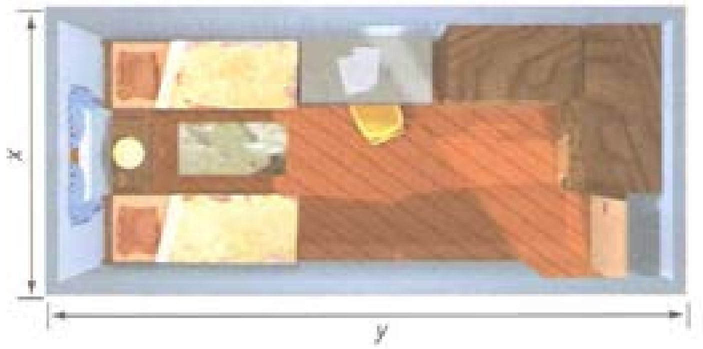
a) $\sqrt{\sqrt{2}} = \sqrt[2\times2]{2} = \sqrt[4]{2}$

b) $\sqrt[3]{\sqrt[5]{9}} = \sqrt[3\times5]{9} = \sqrt[15]{9}$

ANOTAÇÕES

4 EXPRESSÕES ALGÉBRICAS

Por que o uso de letras? Vamos ver um exemplo de utilização: Imagine que seu quarto tenha as medidas x e y e você queira revesti-lo com carpete.



Como você indicaria a quantidade de carpete necessária? E a de rodapé?

Nessas duas situações, utilizamos letras para representar a forma genérica de calcular área e perímetro, que no caso acima, teve sua aplicação em relação a quantidade de carpete e rodapé necessária para utilização em um quarto com dimensões **x** e **y**.

As generalizações são situações nas quais a letra pode assumir o papel de variável. Generalizar é expressar de **forma geral uma situação**. É colocar em uma expressão uma representação válida para toda uma série ou sequência.

Pode-se chegar a uma generalização intuitivamente ou por meio de tentativas, até que se consiga enxergar uma forma de estabelecer uma relação entre os valores que conseguimos visualizar ou determinar e os valores que são conseguidos a partir dos dados de entrada.

As generalizações são fundamentais para o desenvolvimento de habilidades mais complexas utilizadas nas diversas ciências, e, em particular na Matemática, onde essa linguagem é denominada **Álgebra**. Generalizando a situação acima temos:

- A quantidade de carpete necessária para revestir o quarto, corresponde à área desse quarto de formato retangular. A área do retângulo pode ser expressa pela fórmula: **A = x . y**

- Já a quantidade de rodapé, não considerando o espaço da porta, corresponde ao perímetro do quarto e pode ser expressa pela fórmula: **P = x + y + x + y**, ou seja, **P = 2x + 2y**.

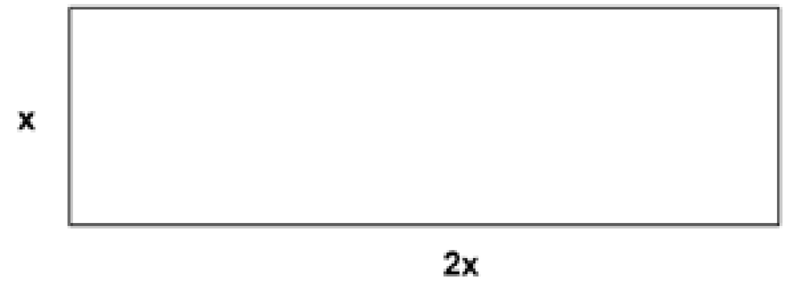
Na fórmula da área do retângulo, a letra x ou y pode representar vários números, portanto é uma variável.

Na fórmula do perímetro, a letra **P**, de perímetro, também é uma variável e varia em função de **x** e **y**.

As variáveis são utilizadas de forma muito significativa nas fórmulas, pois além de simplificar a comunicação o uso das letras também é universal, já que da forma escrita apenas quem entende português entende, ao passo que a fórmula com letras pode ser compreendida por pessoas de todo o mundo.

Observe o exemplo abaixo:

Se o perímetro do retângulo anterior for 18 m e y igual ao dobro de x, temos:



P = 6x e a equação: **6x = 18**

Nessa equação, **x** é uma **incógnita**, um número desconhecido e para encontrá-lo, basta resolver a equação.

As expressões **x . y, 2x + 2y, 6x = 18** são chamadas **EXPRESSÕES ALGÉBRICAS**. São formadas por números e letras ou somente por letras e servem para simplificar fórmulas, resolver equações.

A parte da Matemática que lida com variáveis e incógnitas chama-se Álgebra com ela podemos expressar fatos da aritmética, geometria e ciências em geral, resolver problemas, em diversas situações não somente na Matemática, mas também em outras áreas do conhecimento ou em situações diversas com as quais nos deparamos no nosso dia a dia.

São Exemplos de expressões algébricas:

- $2x - 4y$
- $x^2 + 2x - 1$
- $\sqrt{x} - \sqrt{y}$
- $2a + 9b - 5c$

São exemplos de fórmulas matemáticas:

- $A = b \times h$
- $A = 0{,}11.\sqrt[3]{m^2}$
- $A = \pi r^2$
- $f(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty}\left(a_n \cos\frac{n\pi x}{L} + b_n \sin\frac{n\pi x}{L}\right)$

4.1 PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO

Algumas propriedades da Multiplicação são:

COMUTATIVA

a.b=b.a

ASSOCIATIVA

a.(b.c)=(a.b).c

DISTRIBUTIVA

a. (b + c) = a. b + a.c

PRODUTOS NOTÁVEIS

Afim de economizar tempo e não ter de multiplicar termo a termo, utilizamos os produtos notáveis.

- **Quadrado da Soma**

Indicado por: a mais b ao quadrado é igual ao quadrado do primeiro mais duas vezes

o primeiro vezes o segundo, mais o quadrado do segundo:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Exemplos:

a) $(x + 3)^2 = x^2 + 2.\ x.\ 3 + 3^2 = x^2 + 6x + 9$
b) $(2x + 5)^2 = (2x)^2 + 2.\ 2x.\ 5 + 5^2 = 4x^2 + 20x + 25$

- **Quadrado da Diferença**

Indicado por: a menos b ao quadrado é igual ao quadrado do primeiro menos duas vezes o primeiro vezes o segundo, mais o quadrado do segundo:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Exemplos:

a) $(x - 7)^2 = x^2 - 2.\ x.\ 7 + 7^2 = x^2 - 14x + 49$

b) $(3x + 5)^2 = (3x)^2 - 2.3x.\ 5 + 5^2 = 9x^2 - 30x + 25$

- **Produto da Soma pela Diferença**

Indicado por: quadrado do primeiro termo (a) menos o quadrado do segundo termo

$$(a + b)\ .\ (a - b) = a^2 - b^2$$

Exemplos:

a) $(x + 5) . (x - 5) = (x)^2 - 5^2 = x^2 - 25$
b) $(5x + 2) . (5x - 2) = (5x)^2 - 2^2 = 25\ x^2 -$

- **Cubo da Soma**

Indicado por: a mais b ao cubo é igual ao cubo do primeiro mais três vezes o quadrado do primeiro vezes o segundo, mais três vezes o primeiro vezes o quadrado do segundo, mais o cubo do segundo:

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Exemplos:

a) $(x + 3)^3 = x^3 + 3.x^2 . 3 + 3. x. 3^2 + 3^3 = x^3 + 9x^2 + 27x + 27$
b) $(2x + 5)^3 = (2x)^3 + 3. (2x)^2 . 5 + 3.2x. 5^2 + 5^3 = 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125$

- **Cubo da Diferença**

Indicado por:a menos b ao cubo é igual ao cubo do primeiro menos três vezes o quadrado do primeiro vezes o segundo, mais três vezes o primeiro vezes o quadrado do segundo, menos o cubo do segundo.

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Exemplos:

a) $(x - 2)^3 = x^3 - 3.x^2 . 2 + 3.x. 2^2 - 2^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$
b) $(3x - 1)^3 = (3x)^3 - 3. (3x)^2 . 1 + 3.3x.1^2 - 1^3 = 27x^3 - 27x^2 + 9x - 1$

5 EQUAÇÕES

A letra é utilizada como incógnita basicamente nas equações. Neste caso ela substituirá valores que não conhecemos e que não podem ser qualquer um que queiramos. Veja a situação a seguir, na qual Isabel propõe um desafio ao seu colega de trabalho:

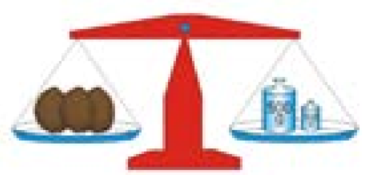
Uma forma de representar a situação colocada por Isabel seria denominar o valor desconhecido por uma letra, por exemplo, **n**. O problema, então, poderia ser esquematizado assim:

$7n - 48 = n$.

E resolver a equação seria encontrar o valor de **n**. Qual seria o número procurado por Isabel?

Observe que numa equação temos o princípio da igualdade que nos remete ao conceito de equilíbrio: o mesmo equilíbrio da balança de dois pratos que os armazéns utilizavam tempos atrás, antes das máquinas digitais.

Você já utilizou ou viu alguém utilizar uma balança de pratos?



Ela é utilizada para comparar "pesos". Observe que a balança mostrada está equilibrada, isto significa que os três cocos juntos pesam 600 g. Este equilíbrio pode ser mantido, caso seja inserido mais um coco de um dos lados da balança, no outro lado deva haver a compensação, ou seja, deve ser inserido um coco, ou algo com penso do coco do outro lado para mantermos nossa balança equilibrada.

$$3.n = 600$$

Divido ambos os lados por 3

$$\frac{3.n}{3} = \frac{600}{3}$$

$$n = 200$$

Resposta: Cada coco pesa 200 gramas.

Essas operações podem ser feitas pensando em operações inversas. Trocando elemento de lugar na igualdade, operação passar a ser inversa (multiplicação para divisão e vice versa, adição para multiplicação e vice versa).

$$3.n = 600$$

$$n = \frac{600}{3}$$

$$n = 200$$

Exemplo 1: Resolva as equações abaixo:

a) $2x - 7 = 4x + 8$

$2x - 4x = 8 + 7$

$-2x = 15$

$x = -\frac{15}{2}$

b) $\frac{2x+4}{2} = 4x - 1$

$2x + 4 = 2.(4x - 1)$

$2x + 4 = 8x - 2$

$2x - 8x = -2 - 4$

$-6x = -6$ (multiplica-se e equação por -1)

$6x = 6$

$x = \frac{6}{6}$

$x = 1$

ANOTAÇÕES

FACULDADE
MULTIVIX
ENSINO A DISTÂNCIA