Avaliação PIBIC/LNCC

Hiago Riba Guedes

July 27, 2017

Questão 1

1. Aplicando a regra da cadeia temos:

$$tan'(x).sin'(tan(x))$$

E por sua vez

$$tan'(x) = (\frac{sin(x)}{cos(x)})' = \frac{(sin'(x).cos(x) - cos'(x).sin(x))}{cos^2(x)} = \frac{cos^2(x) + sin^2(x)}{cos^2(x)} = \frac{1}{cos^2(x)}$$

O que nos da:

$$\frac{1}{cos^2(x)}.cos(tan(x)) = \frac{cos(tan(x))}{cos^2(x)}$$

2. Sendo

$$j = \sqrt{-1}$$

$$\sqrt{1+j} = (\sqrt{2}\angle 45)^{1/2} = \sqrt[4]{2}\left[cos\left(\frac{\frac{\pi}{4} + 2k\pi}{2}\right) + jsin\left(\frac{\frac{\pi}{4} + 2k\pi}{2}\right)\right]$$

Para k=0 e 1

k=0

$$\sqrt[4]{2}\left[cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + jsin\left(\frac{\pi}{8}\right)\right]$$

k=1

$$\sqrt[4]{2}\left[cos\left(\frac{9\pi}{8}\right) + jsin\left(\frac{9\pi}{8}\right)\right]$$

3.

$$\int e^{-x} = -e^{-x} + c$$

Como o intervalo eh

$$[0, \infty)$$

$$-e^{-\infty} - (-e^{-0}) = 0 + 1 = 1$$

4. Usando a Regra de Integraao por partes

$$\int u.dv = u.v - \int v.du$$

E definindo:

$$u = x \textbf{ e } dv = e^{-x}$$

Logo:

$$du = 1 \textbf{ e } v = -e^{-x}$$

$$x. - e^{-x} - \int -e^{-x}.1 + c$$

$$-x.e^{-x} + \int e^{-x} + c$$

$$-x.e^{-x} - e^{-x} + c$$

No intervalo de o at infinito temos:

$$-\infty.e^{-\infty} - e^{-\infty} - [-0.e^{-0} - e^{-0}]$$

O que nos da um caso de indeterminaco de

$$\frac{\infty}{\infty}$$

5.

$$\int sin(x) = -cos(x) + c$$

$$\int_0^{\pi} sin(x) = -cos(\pi) + cos(0) = 2$$

6. Usando a formula do arco metade

$$cos^2(x) = \frac{1}{2} + \frac{cos(2x)}{2}$$

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{1}{2} + \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{cos(2x)}{2}$$

Aplicando a regra da substituicao temos

$$2x = u \textbf{ e } 2dx = du; dx = \frac{du}{2}$$

$$\int cos(u)du = \frac{1}{2}sin(u)dx = \frac{1}{2}sin(2x)$$

Substituindo:

$$\frac{1}{2}(\frac{\pi}{2} - \frac{-\pi}{2}) + \frac{1}{4}sin(2\frac{\pi}{2} - 2\frac{-\pi}{2})$$

$$\frac{\pi}{2} + \frac{sin(2\pi)}{4} = \frac{\pi}{2}$$

7. Usando o mesmo raciocinio da 4 ,temos que:

$$dv = x^{2k}; u = sin(x); v = \frac{x^{2k+1}}{2k+1}; du = cos(x)$$

$$\int x^{2k} sin(x)dx = sin(x).\frac{x^{2k+1}}{2k+1} - \int \frac{x^{2k+1}}{2k+1}.cos(x)$$

$$\int x^{2k} sin(x)dx = sin(x).\frac{x^{2k+1}}{2k+1} - \frac{1}{2k+1}\int x^{2k+1}.cos(x)$$

$$u = x^{2k+1}; dv = cos(x); du = (2k+1)x^{2k}; v = sin(x)$$

Questão 2

$$\sum_{k=0}^{n} s^k = 1 + s + s^2 + s^3 + s^4 + ...$$

Esta uma srie geomtrica com a=1 e r=x e como —x—¡1 , isto uma srie convergente .Logo:

$$\sum_{k=0}^{n} s^k = \frac{1}{1-s}$$

Entao

$$\lim_{n\to\infty} f(x) = (1-s)\frac{1}{1-s} = 1$$

Questão 3

A funcao f(x)=f(-x) representa matematicamente qualquer funcao par. E uma propriedade que temos para esse tipo de funcao eh

$$\int_{-a}^{a} f(x) = 2\int_{0}^{a} f(x)$$

Isto e a area de uma lado da funcao e igual a do outro lado da mesma funcao. Isto e que

$$\int_{-a}^{0} f(x) = \int_{0}^{a} f(x)$$

Para a questao temos que

$$\int_{t}^{\infty} f(x) = \int_{0}^{\infty} f(x) - \int_{0}^{t} f(x) \textbf{ e } \int_{-\infty}^{t} f(x) = \int_{-\infty}^{0} f(x) + \int_{0}^{t} f(x)$$

Somando as duas funcoes temos que :

$$\int_t^\infty f(x) + \int_{-\infty}^0 f(x) + \int_0^t f(x) = \int_{-\infty}^t f(x) + \int_0^\infty f(x) - \int_0^t f(x)$$

So que :

$$\int_{-\infty}^0 f(x) = \int_0^{-\infty} f(x)$$

Ficando:

$$\int_t^\infty f(x) + \int_0^t f(x) = \int_{-\infty}^t f(x) - \int_0^t f(x)$$

So que :

$$\left|\int_t^\infty f(x)\right| >>> \left|\int_0^t f(x)\right|$$

e vice versa
Resultando em :

$$\int_t^\infty f(x) = \int_{-\infty}^t f(x)$$

Questão 4

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Para se achar os autovalores dessa matriz voce tem que fazer

$$det(A - \lambda I) = 0$$

Uma das propriedades dos determinantes diz que o determinante de uma matriz triangular igual ao produto dos elementos da diagonal principal. Entao temos que :

$$(a_{11} - \lambda_1)(a_{22} - \lambda_2)(a_{33} - \lambda_3)\cdots(a_{nn} - \lambda_n) = 0$$

O que da como resultado de lambda o proprio coeficiente : Isto e

$$\lambda_1 = a_{11}; \lambda_2 = a_{22}; \cdots; \lambda_n = a_{nn};$$

Questão 5

$$X = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

Pede-se para encontrar a inversa de :

$$\begin{bmatrix} 1 & \cdots & 0 & a_{1n+1} & \cdots & a_{12n} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 & a_{nn+1} & \cdots & a_{n2n} \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$

Uma matriz e a sua inversa se multiplicadas ,tem que dar a matriz identidade

$$A.A^{-1} = I$$

$$\begin{bmatrix} I & X \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} D & E \\ F & G \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}$$

Fazendo as multiplicacoes linha por coluna temos:

$$D + XF = I$$

$$E + XG = 0$$

$$F = 0$$

$$G = I$$

Com isso temos D=I e E=-A
Logo a inversa de A eh;

$$\begin{bmatrix} I & -X \\ 0 & I \end{bmatrix}$$