

# Inteligência Artificial

Professor: Ricardo Fiera

[ricardofiera@esucri.com.br](mailto:ricardofiera@esucri.com.br)

# Lógica das proposições

- Lógica
  - Estudo sobre a natureza do raciocínio;
  - Usada para formalizar e justificar os elementos do raciocínio;
  - Baseia-se em um mundo bivalente ou binário;
  - Representado por sentenças que podem assumir dois valores binários;
  - Verdadeiro ou falso.

# Lógica das proposições

- Lógica Proposicional;
  - Forma mais simples da lógica;
  - Representada por sentenças sem argumentos, chamadas de proposições;

# Lógica das proposições

Exemplo:

<i>MUNDO REAL</i>	<i>PROPOSIÇÃO LÓGICA</i>
Hoje está chovendo	P
A rua está molhada	Q
Se está chovendo, então a rua está molhada.	$P \rightarrow Q$

# Lógica das proposições

- Definição de proposição:
  - Uma proposição é uma sentença, de qualquer natureza, que pode ser qualificada de verdadeiro ou falso;
  - Exemplo:
    - $1 + 1 = 2$  (proposição verdadeira)
    - $0 > 1$  (proposição falsa)

# Lógica das proposições;

- Não representa uma proposição:
  - $2+3*5$
  - $x+5=20$  (sentença aberta, quem não sabe o valor de  $x$ , não se pode dizer se é verdadeiro ou falso, é uma sentença aberta)
  - Ele é rico (ele atua como o  $X$ )

# As três leis da lógica;

- Lei do princípio da identidade:
  - $A = A$ ;
  - Todo objeto é idêntico a si mesmo.

# As três leis da lógica

- Lei do terceiro excluído:
  - Uma proposição é verdadeira ou é falsa, não existe uma terceira possibilidade;



# As três leis da lógica

- Lei da não contradição:
  - Nenhuma proposição pode ser verdadeira ou falsa ao mesmo tempo;

# Proposições compostas

- Duas ou mais proposições simples ligadas através de um conectivo;
  - Ex: Maria é rica e José é pobre;

# Conectivos

- e;
- ou;
- se então;
- se somente se;
- não (conectivo ou modificador);

# Representação de proposições

- Podem ser representadas por uma letra;
  - $P$  = Maria é rica;
  - $Q$  = José é pobre;

# Representação dos conectivos

- $\wedge = \text{e};$
- $\vee = \text{ou};$
- $\rightarrow = \text{se então};$
- $\leftrightarrow = \text{se somente se};$
- $\sim = \text{não};$

## Conectivo 'ou'

- Maria é rica ou José é pobre;
  - $P \vee Q$ ;
  - Disjunção das proposições simples;
  - Representa uma união de conjuntos;

# Conectivo 'e'

- Maria é rica e José é pobre;
  - $P \wedge Q$ ;
  - Conjunção das proposições simples;
  - Representa uma intersecção de conjuntos;

Conectivo 'se então';

- Se Maria é rica  
então José é pobre;
  - $P \rightarrow Q$ ;
  - Único conectivo onde a ordem é importante;



Conectivo 'se somente se';

- Se Maria é rica e se somente se José é pobre;

- $P \leftrightarrow Q$ ;
- Torna uma frase bicondicional;

# Precedência dos conectivos

- Símbolos de pontuação (parenteses), assim como na matemática, são empregados para priorizar um “cálculo proposital”;
- Estes símbolos podem ser omitidos quando isso não altera o significado da fórmula proposicional.
- Exemplo:  $\sim(P \vee Q)$ 
  - Se  $P = \text{falso}$  e  $Q = \text{verdadeiro}$
  - $\sim ( \text{Falso} \vee \text{Verdadeiro} ) = \sim \text{Verdadeiro} = \text{Falso}$

# Exercício

Elimine o maior número possível de parênteses da fórmula, sem alterar seu significado original:

$$((\sim P) \vee ((\sim (P \vee Q)) \vee Z))$$

# Resolução

$$((\sim P) \vee ((\sim(P \vee Q)) \vee Z))$$

$$(\sim P) \vee ((\sim(P \vee Q)) \vee Z)$$

$$(\sim P) \vee (\sim(P \vee Q) \vee Z)$$

$$\sim P \vee (\sim(P \vee Q) \vee Z)$$

# Tabela Verdade de proposições compostas;

## ➤ Conectivo 'e':

P	Q	$P \wedge Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

# Tabela Verdade de proposições compostas;

## ➤ Conectivo 'ou':

P	Q	$P \vee Q$
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

# Tabela Verdade de proposições compostas;

➤ Conectivo 'se  
então':

P	Q	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

# Tabela Verdade de proposições compostas;

- Conectivo 'se então':

- Ficar atento a ordem das proposições;



# Conectivo 'se então'

- ↯ **Se chover então eu vou embora;**
- ↯ Choveu, fui embora, verdadeira;
- ↯ Choveu, não fui embora, falsa; (quebrei a regra)
- ↯ Não choveu, fui embora, verdadeira;
- ↯ Não choveu, não fui embora, posso ir, como posso não ir, verdadeira;

P	Q	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

# Tabela Verdade de proposições compostas;

➤ Conectivo 'se somente se':

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

# Conectivo 'se somente se'

- ↖ **Se chover e se somente se eu vou embora;**
- ↖ Se choveu e eu fui embora, verdadeira;
- ↖ Se choveu, e eu não fui embora, falsa; (quebrei a regra)
- ↖ Se Não choveu e eu fui embora, falsa;
- ↖ Se Não choveu e eu não fui embora, verdadeira;

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

# Modificador 'não'

P	Q	$\sim(P \vee Q)$
V	V	F
V	F	F
F	V	F
F	F	V

# Exercício

1. Para as seguintes proposições: P: Bebo; Q: Dirijo;

Considerando P = falso (não bebo) e Q = Verdadeiro (dirijo);

Informe o resultado para as seguintes proposições compostas:

$$P \vee Q:$$

$$\sim(P \rightarrow \sim P) \wedge Q:$$

$$P \wedge Q:$$

$$\sim(\sim P) \vee \sim Q:$$

$$P \rightarrow Q:$$

$$\sim(P \leftrightarrow \sim P) \vee \sim Q:$$

$$Q \leftrightarrow P:$$

$$\sim(P \wedge \sim P) \leftrightarrow \sim Q:$$

$$Q \rightarrow P:$$

$$(P \rightarrow P) \vee Q:$$

$$\sim(Q \vee \sim P):$$

$$\sim(\sim P \rightarrow P) \wedge \sim Q:$$

$$\sim Q \rightarrow P:$$

$$\sim(P \vee (P \rightarrow Q)) \wedge (Q \leftrightarrow P):$$

# Tautologia

- **Definição:** Toda proposição composta que apresenta como resultado da última coluna de sua tabela verdade somente o valor verdadeiro (V);

↙ Exemplo:  $\sim(P \wedge \sim P)$

# Tautologia

$$\sim (P \wedge \sim P)$$

P	$\sim P$	$P \wedge \sim P$	$\sim(P \wedge \sim P)$
V	F	F	V
F	V	F	V

# Contradição

- **Definição:** Toda proposição composta que apresenta como resultado da última coluna de sua tabela verdade somente o valor falso (F);

Exemplo:  $\sim (P \vee \sim (P \wedge Q))$



# Contradição

Exemplo:  $\sim(P \vee \sim(P \wedge Q))$

P	Q	$P \wedge Q$	$\sim(P \wedge Q)$	$P \vee \sim(P \wedge Q)$	$\sim(P \vee \sim(P \wedge Q))$
V	V	V	F	V	F
V	F	F	V	V	F
F	V	F	V	V	F
F	F	F	V	V	F

# Contingência

- **Definição:** Toda proposição composta em que na última coluna de sua tabela verdade aparecem os valores verdadeiro (V) ou falso (F) pelo menos uma vez cada;

Exemplo:  $(P \vee Q) \rightarrow P$

# Contingência

Exemplo:  $\sim (P \vee \sim (P \wedge Q))$

P	Q	$P \vee Q$	$P \vee Q \rightarrow P$
V	V	V	V
V	F	V	V
F	V	V	F
F	F	F	V

# Exercício

2. Faça as tabelas verdade para as seguintes fórmulas proposicionais:

a.  $Q \rightarrow (P \rightarrow Q)$

b.  $P \wedge Q \wedge (\sim P \vee \sim Q)$

c.  $(P \vee Q) \wedge (\sim S \rightarrow Q)$

d.  $\sim(P \vee \sim(P \wedge Q))$

e.  $\sim(P \leftrightarrow Q) \wedge (S \vee Q)$

# Exercício

3. Monte a tabela verdade das duas proposições e identifique se a proposição corresponde a uma Tautologia, contradição ou contingência :

a)  $((P) \wedge ((\sim(P \vee Q)) \vee Z))$

b)  $(P \wedge Q) \vee (\sim P \vee \sim Q)$

c)  $(P) \vee ((\sim P \vee Q) \vee Z)$

d)  $P \wedge (\sim P)$