Esame Scritto, 7 Aprile

Totale punti 2/6

Modulo di Algebra Lineare AA 2021/22

1) Lo studente dovrà sotto la sua responsabilità lavorare da solo, senza consultare libri, manuali, strumenti elettronici. E' consentito solo uso di foglio A4 fronte/retro di appunti.

2) Dopo la pubblicazione dei risultati della prova a risposta multipla lo studente che ha SUPERATO la prova scritta e intende sostenere la prova orale deve ISCRIVERSI ELETTRONICAMENTE ALLA PROVA ORALE per permettere al docente di stilare calendario delle prove orali. Per gli appelli invernali e' obbligatoria solo la prima parte della prova orale

L'indirizzo email della persona che ha risposto (**f.dellamaggiora2@studenti.unipi.it**) è stato registrato quando hai inviato questo modulo.

Nome *

Francesco

Cognome *

Della Maggiora

0/1

Problema 1. Sia

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera:

(a) Né $Ax = b$ né $A^tAx = A^tb$ hanno soluzioni.
(b) $Ax = b$ ha soluzioni ma $A^tAx = A^tb$ non ha soluzioni.
(c) $Ax = b$ non ha soluzioni ma $A^tAx = A^tb$ ha soluzioni.
(d) Sia $Ax = b$ che $A^tAx = b$ hanno soluzioni.

- (selected) La risposta corretta è (a)
- La risposta corretta è (b)
- La risposta corretta è (c)
- La risposta corretta è (d)

Risposta corretta

- La risposta corretta è (c)

0/1

Problema 2. Sia S un insieme finito e V sia lo spazio vettoriale della funzione da S a $\mathbb{R}$. Supponiamo che $T = \{f_1, \ldots, f_n\}$ sia un sottoinsieme linearmente indipendente di V. Allora,

(a) S ha al massimo n punti.
(b) S ha almeno n punti.
(c) V é uno spazio vettoriale di dimensione infinita.
(d) Le affermazioni (a), (b) e (c) sono false.

- La risposta corretta è (a).
- La risposta corretta è (b)
- La risposta corretta è (c)
- La risposta corretta è (d)

Risposta corretta

- La risposta corretta è (b)

1/1

Problema 3. Sia t un numero reale. Allora, il risultante di

$$f(x) = x^2 - 1, \qquad g(x) = x^2 - 5xt + 6t^2$$

è una funzione polinomiale $p(t)$ di t. Quale delle seguenti è una radice di p?

(a) $t = -\frac{1}{2}$.
(b) $t = 0$.
(c) $t = 1$.
(d) $t = 2$.

- La risposta corretta è (a)
- La risposta corretta è (b)
- La risposta corretta è (c)
- La risposta corretta è (d)

1/1

Problema 4. Sia

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Quale delle seguenti affermazioni è vera?

(a) A è diagonalizzabile e definita positiva.
(b) A è diagonalizzabile ma non definita positiva.
(c) A ha autovalori immaginari.
(d) Le affermazioni (a), (b) e (c) sono false.

- La risposta corretta è (a)
- La risposta corretta è (b)
- La risposta corretta è (c)
- La risposta corretta è (d)

0/1

Problema 5. Quale delle seguenti affermazioni è falsa? Se le affermazioni (a)-(e) sono vere, scegli (f).

(a) Sia $T : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$ una mappa lineare. Allora, T è suriettiva se e solo se T è iniettiva.

(b) Sia V uno spazio vettoriale reale con prodotto scalare $(-,-)$. Allora $|(u, v)| \leq |u||v|$.

(c) L'algoritmo di eliminazione gaussiana può essere adattato per calcolare l'inversa di una matrice (se esiste).

(d) Se U e V sono sottospazi a dimensione finita di W, allora $\dim U + V = \dim U + \dim V - \dim U \cap V$.

(e) Una matrice quadrata è normale se e solo se ha una base unitaria di autovettori rispetto al prodotto hermitiano standard su $\mathbb{C}^n$.

(f) Tutte le affermazioni di cui sopra sono vere.

- (•) La risposta corretta è (a) ✗
- ( ) La risposta corretta è (b)
- ( ) La risposta corretta è (c)
- ( ) La risposta corretta è (d)
- ( ) La risposta corretta è (e)
- ( ) La risposta corretta è (f)

Risposta corretta

- (•) La risposta corretta è (f)

0/1

Problema 6. Quale delle seguenti affermazioni è falsa? Se le affermazioni (a)-(e) sono vere, scegli (f).

(a) Se U è uno spazio vettoriale a dimensione finita e $L : U \to V$ è una mappa lineare, allora $\dim\ker(L) + \dim\operatorname{Im}(L) = \dim U$.
(b) Un insieme di autovettori con autovalori distinti è linearmente indipendente.
(c) Ogni matrice è un prodotto di matrici elementari.
(d) Se A e B sono matrici $n \times n$ allora $\det(AB) = \det(A)\det(B)$.
(e) Sia S un insieme finito tale che $\operatorname{span}(S) = V$. Allora esiste un sottoinsieme B di S che è una base di V.
(f) Tutte le affermazioni di cui sopra sono vere.

- ○ La risposta corretta è (a)
- ○ La risposta corretta è (b)
- ○ La risposta corretta è (c)
- ○ La risposta corretta è (d)
- ○ La risposta corretta è (e)
- ◉ La risposta corretta è (f) ✗

Risposta corretta

- ◉ La risposta corretta è (c)