

## Prova di Comunicazioni Numeriche

5 Giugno 2023

**Ex. 1.** Il codice di Hamming sistematico  $\mathcal{C}_H(3)$  con  $n = 7$  e  $k = 4$  ha matrice di parità  $P = [1,1,1; 1,1,0; 1,0,1; 0,1,1]$ . Data la parola  $y = x + e = [1,1,0,1,1,0,1]$ , determinare

1. Il numero di errori che il codice può correggere;
2. La syndrome di  $y$  e il vettore errore  $e$ ;
3. La parola di codice trasmessa  $\hat{x}$ , secondo il principio della massima verosimiglianza. (2 punti)

**Ex. 2.** Si consideri il polinomio  $g(D) = D^3 + D + 1$ ,

1. Dimostrare che  $g(D)$  può essere utilizzato come polinomio generatore per un codice ciclico con  $n = 7$  e trovare il corrispondente valore di  $k$ ;
2. Trovare la matrice generatrice sistematica per il codice generato da  $g(D)$ ;
3. Data la parola ricevuta  $y = x + e = [0,1,1,0,0,1,0]$ , utilizzare  $g(D)$  per trovare  $e$  e conseguentemente  $\hat{x}$ . (3 punti)

**Ex. 3.** Il codice a blocco sistematico  $\mathcal{C}$  con  $n = 4$  e  $k = 2$  ha matrice generatrice  $G$ :

$$G = [1,0,1,0; 0,1,1,0]$$

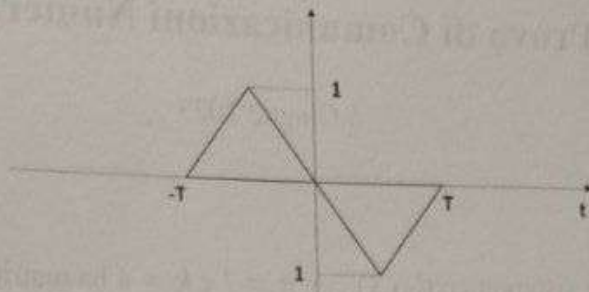
1. Determinare la parola di codice  $x$  corrispondente al messaggio  $u = [1, 1]$ ;
2. Trovare la  $d_{min}$  per il codice;
3. Determinare i coset del codice;
4. Decodificare la parola ricevuta  $y = x + e = [1,0,1,1]$ , utilizzando il coset leader. (2 punti)

**Ex. 4.** Dato il codice convoluzionale con polinomi generatori in notazione ottale  $g_1 = [1, 3, 3]$  e  $g_2 = [1, 7, 1]$ ,

1. Determinare la constraint length  $L$  del codice;
2. Disegnare lo schema a blocchi del codificatore;
3. Considerato che il codice ha  $d_{free} = 10$ , dare un'approssimazione della probabilità di errore per un sistema che usi il codice in combinazione con la modulazione 2-PAM. (2 punti)

**Ex. 5.** Dato il codice ciclico  $\mathcal{C} = \{[0,0,0,0], [1,0,1,0], [0,1,0,1], [1,1,1,1]\}$ , determinare il polinomio generatore, il rate del codice e la sua  $d_{min}$ . (1 punto)

**Ex. 6.** Calcolare la trasformata di Fourier del segnale riportato in figura impiegando il teorema di integrazione (3 punti).



**Ex. 7.** Dimostrare la relazione ingresso uscita di un sistema lineare e stazionario (2 punti).

**Ex. 8.** Dato il segnale  $x(t) = s(t) \cdot \cos(2\pi f_0 t)$  con  $s(t)$  a banda limitata  $B$  e supponendo di introdurre il segnale  $x(t)$  come ingresso di un sistema non lineare con uscita  $y(t) = x^2(t)$  si calcoli (2 punti):

- La frequenza di campionamento minima per poter campionare  $x(t)$  senza perdere informazione;
- La frequenza di campionamento minima per permettere una perfetta ricostruzione di  $y(t)$ .

**Ex. 9.** Si lanciano due dadi (2 punti):

- Calcolare la probabilità di ottenere due facce uguali.
- Calcolare la probabilità che la somma delle due facce sia 5.

**Ex. 10.** La variabile aleatoria  $X$  ha una densità di probabilità uniforme nell'intervallo  $[0, 5]$ . (2 punti)

- Scrivere l'espressione della densità di probabilità di  $X$ .
- Calcolarne valor quadratico medio e varianza.

**Ex. 11.** Le variabili aleatorie  $X$  ed  $Y$  sono gaussiane e indipendenti con valore medio nullo e varianza 2 e 4. (2 punti)

- Scrivere l'espressione della densità di probabilità di  $X$ .
- Calcolare valor medio e varianza della variabile aleatoria  $Z = 2X + Y$ .

**Ex. 12.** Dato un sistema di comunicazione numerico PAM con simboli  $\{-3, -1, 1, 3\}$  e filtro di trasmissione di tipo rettangolare. (4 punti)

- Disegnare lo schema a blocchi del trasmettitore e del ricevitore.
- Scrivere l'espressione del segnale e della sua densità spettrale di potenza.
- Calcolare la probabilità di errore sul simbolo e sul bit.

**Ex. 13.** Dato un sistema di comunicazione 16-QAM che impiega un codice convoluzionale con rate  $\frac{3}{4}$  e un filtro RCRR con roll-off pari a 0.4. Nell'ipotesi in cui la velocità di informazione dei bit sia pari a 10 Mbit/s. (3 punti)

- Calcolare il tempo necessario a trasmettere un'immagine con una risoluzione pari  $1920 \times 1080$  pixel, nell'ipotesi in cui ciascun pixel sia codificato su 8 bit.
- Calcolare inoltre la banda del segnale trasmesso e l'efficienza spettrale del sistema.