Analyses des données :

Analyse en composantes principales (Compléments)

L'Analyse en Composantes Principales est une technique de statistique descriptive multidimensionnelle qui cherche de à restituer l'information contenue dans une Base de données comprenant ${\bf n}$ individus et ${\bf p}$ variables quantitatives.

Critères pour unes ACP dite 'intéressante' :

Afin d'obtenir une ACP intéressante il faut s'assurer de la vérification de certains critères :

Un très bon coefficient KMO (kaiser Meyer Olkin) :

Un coefficient de (kaiser Meyer Olkin) KMO proche de 1 c'est-à-dire que les corrélations partielles sont faibles

Il indique jusqu'à quel point l'ensemble de variables retenu est un ensemble cohérent et permet de constituer une ou des mesures adéquates de concepts. Un KMO élevé indique qu'il existe une solution factorielle statistiquement acceptable qui représente les relations entre les variables. Une valeur de KMO de moins de 0.5 est inacceptable.

Formule :

KMO =
$$\frac{\sum_{i} \sum_{j} r_{ij}^{2}}{\sum_{i} \sum_{j} r_{ij}^{2} + \sum_{i} \sum_{j} a_{ii}^{2}}$$

 r_{ij} : Les corrélations Totales et a_{ij} : Les corrélations Partielles issues de la matrice Anti – image

Car L'ACP souhaite que les corrélations soient expliquée par d'autres variables que celles concernées il ne seait pas intéressant d'étudier des variables uniquement corrélées deux a deux .

Un test de sphérité de Barlett ayant une significativité proche de zéro:

$$\left\{ \begin{array}{c} H_0 \colon R = I \\ H_1 \colon R \neq I \end{array} \right. \quad I \colon \text{ matrice identit\'e}$$

Statistique de décision vaut :

$$\mathbf{T} = -\left(n-1-\frac{2p+5}{6}\right)\ln(|\det(R)|) \hookrightarrow \ de \ \chi(\frac{p(p+1)}{p}) \quad \text{sous} \ \ H_0$$

Ce test permet de savoir si variables sont corrélées entre elles.

On souligne a sphéricité du nuage indique que ce dernier se dilate dans tout les sens.

❖ Application sur R (Suite de l'ACP sur les voitures) :

```
> kmos(X)
Error in kmos(X) : could not find function "kmos"
> KMOS(X)

Kaiser-Meyer-Olkin Statistics

Call: KMOS(x = X)

Measures of Sampling Adequacy (MSA):
    cylindré puissanc vitesse poids largeur longueur
0.7512436 0.5881367 0.6236736 0.7271066 0.6167531 0.5421397

KMO-Criterion: 0.6363657

> bart_spher(X)

    Bartlett's Test of Sphericity

Call: bart_spher(x = X)
    X2 = 167.607
    df = 15
p-value < 2.22e-16</pre>
```

La p-valeur du test de Barlett est inférieur a 5% ET KMO vaut 0,63 médiocre mais acceptable.

Interprétations :

Le but ultime de l'ACP est d'aboutir à des résultats qui présente une aisance a l'interprétation d'où la difficulté des méthodes factorielles néanmoins, il arrive souvent qu'il y'a de nombreuses variables avec corrélations moyennes sur plusieurs axes factoriels ce qui rend l'interprétations de ces axes laborieuse.

A cet effet il existe des méthodes dite de rotations qui rendent les valeurs de ces corrélations plus tranchées. On distingue quatre <u>méthodes de rotations</u>:

- La méthode VARIMAX : s'applique lorsque la plupart des variables sont représentés sur un seul axe elle minimise le nombre de variables qui ont des corrélations importantes avec un facteur. Cette rotation donc est destinée à maximiser les variances des poids factoriels bruts au carré pour chaque facteur ; cela revient à maximiser les variances dans les colonnes de la matrice des poids factoriels bruts au carré.
- La méthode QUARTIMAX : s'applique lorsqu'une variable est fortement corrélée à plusieurs axes à la fois c'est une méthode de rotation qui minimise le nombre de facteurs requis pour expliquer une variable.
- La méthode EQUAMAX : est une combinaison de deux méthodes précédentes il s'agit d'une méthode de rotation qui minimise à la fois le nombre de variables qui pèse fortement sur un

- facteur est le nombre de facteurs requis pour expliquer une variable.
- La méthode OBLIMIN : permet d'effectuer des rotations oblique sur les axes factoriels elle permet de mettre en évidence des phénomènes qui détermine les des directions d'allongement orthogonal des nuages des points.

Variables Supplémentaires :

Dans la même optique de rendre aisé une lecture une autre méthode s'ajoute qui consiste à ajouter des variables (non pas dans la base de données) mais vers la fin de l'étude, On définit souvent comme variables statistiques supplémentaires les centres de gravité de groupes formés à priori, définis par les moyennes des variables de ces groupes. Par ailleurs, Ce ne sont pas des variables ayant un rapport direct avec l'analyse mais que l'on souhaite voir représentées dans les graphiques notamment le cercle des corrélations.