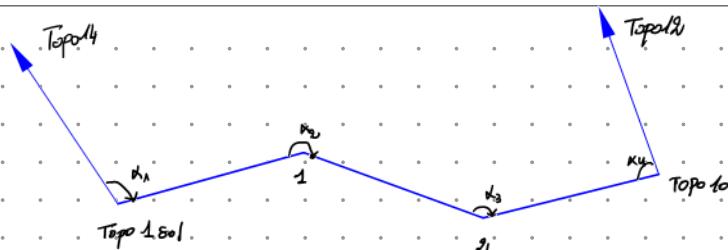


Schéma



Croquis de l'instrument à calculer par la méthode de variation de paramètres

Observations  
du dévirement

Stations	Points observés	Lecture (gradias)	$\sigma_k$ (°)	Distanse (m) lib	$\sigma_D$ (m)
Topo 1501	Topo 14 O 1 Topo 14	0,0005 194,6593 0,0000	14	44.908	5
O 1	Topo 1501 O 2 Topo 10	0,0000 200,5101 0,0000	14	47.090	5
O 2	O 1 Topo 10 O 1	0,0000 192,8293 0,0000	14	50.184	5
Topo 10	O 2 Topo 12 O 2	0,0000 84,3218 0,0000	14		5

Les coordonnées des  
point de départ  
d'arrivée et leur  
Référence:

Point d'appui	X (m)	Y (m)
Topo 1501	364 395.40	376 265.09
Topo 10	364 319.88	376 385.35
Topo 14	364 360.35	376 219.61
Topo 12	364 287.83	376 274.66

Analysé de  
problème

Le nombre des observations:  $n = 7$  (4 angles et 3 distances / 2 point d'appui)

Le nombre de variable distinct:  $n_0 = 4$  (2 angles et 2 distances / 2 point d'appui)

Le nombre de paramètre:  $m = 4$  (2 point d'appui, coordonnée de station 1 et 2)

Le nombre de degrés de liberté:  $D = n - n_0 = 3$

Le nombre des équations:  $r = n = 7$

## Méthode de variation de paramètre

HIBA DOI

Identification  
des paramètres

$\Sigma_z$ : matrice de variance  
covariance  $P = \sigma^2 \Sigma_z^{-1}$

$Q_x$ : matrice de variance  
covariance relative

matrice des cofacteurs

matrice des coefficients  
de poids ( $P \cdot Q_x^{-1}$ )

$$\bar{L} = \begin{bmatrix} 44.908 \text{ m} \\ 47.030 \text{ m} \\ 50.184 \text{ m} \\ 124.6598 \text{ grades} \\ 200.5101 \text{ grades} \\ 192.8923 \text{ grades} \\ 34.3018 \end{bmatrix} \quad \text{On a } \Sigma_z = \begin{bmatrix} 95 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 95 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 95 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 196 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 196 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 196 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 196 \end{bmatrix} \text{ mm}^2/\text{cm}^2$$

On prend  $\sigma^2 = 196 \text{ cm}^2$

$$P = 196 \begin{bmatrix} 1/95 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/95 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/95 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/196 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/196 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/196 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/196 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7.94 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7.94 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.94 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Vecteur des observations:

$$\bar{L}_{(n,1)} = [d_{\text{Topo1}-1}, d_{+2}, d_{-2-\text{Topo10}}, \bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6]^\top$$

Vecteur des valeurs approchées des Paramètres:

$$\bar{X}_{(n,1)} = [\bar{x}_1, \bar{y}_2, \bar{x}_3, \bar{y}_4]^\top$$

Vecteur des résiduelles:

$$\hat{v}_{(n,1)} = \hat{L} - \bar{L} = [f_1_{\text{Topo1}-1}, f_2_{+2}, f_3_{-2-\text{Topo10}}, f_4_{\text{Topo1}-1}, f_5_{\text{Topo1}-2}, f_6_{\text{Topo1}-3}, f_7_{\text{Topo10}}]^\top$$

Correction des Paramètres:

$$\hat{X}_{(n,1)} = [\hat{x}_1, \hat{y}_2, \hat{x}_3, \hat{y}_4] = \hat{X} - \bar{X}$$

Vecteur des estimées des Paramètres:  $\hat{X}_{(n,1)}$

Vecteur des observations Complétées:  $\hat{L}_{(n,1)}$

## Méthode de variation de paramètre

HIBA DOI

Calcul des

Valeurs

Approchées

des coordonnées

des points

d'après

a) Valeurs approchées des gisements

Les valeurs approchées des gisements des lignes: (Topo 1 sol - 1) et (1-2) et

les coordonnées des stations ① et ② obtiennent par le calcul de cheminement lancé (d'angle et de distance)

A) Gisement de départ

$$\alpha_{Topo 1 \text{ sol} - Topo 1 \text{ sol}} = 41.8003$$

B) Gisement approché (Topo 1 sol - 1) (1-2) par l'angle et gisement de départ

$$\text{La formule: } \bar{\alpha}_{ij} = \bar{\alpha}_{ji} + \beta_{ij} + \delta_{ij} \quad \checkmark$$

Station	Point visé	gisement $\bar{\alpha}_{ij}$	distance observée
Topo 1 sol	1	366.4595	44.908
1	2	366.9696	47.090

C) Coordonnées Approchées du Station ① et ②

Les coordonnées approchées obtiennent par la formule suivante:

$$\bar{x}_{i+1} = \bar{x}_i + e_i \sin(\bar{\alpha}_i)$$

$$\bar{y}_{i+1} = \bar{y}_i + e_i \cos(\bar{\alpha}_i)$$

Point	X (m)	Y (m)
1	364.372.890	376.303.908
2	364.349.469	376.344.804

C) gisement approché et côté (Topo 1 sol - 1) (1-2) pour établir des portées approchées

$$\text{La formule: } \bar{\alpha}_{ij} = \text{Arctan} \left( \frac{\Delta Y}{\Delta X} \right)$$

Station	Point visé	gisement $\bar{\alpha}_{ij}$	distance approchée $\bar{e}_{ij}$
Topo 1 sol	1	366.4599	44.908
1	2	366.9694	47.090
2	Topo 1 sol	359.8688	50.197

## Méthode de variation de paramètre

HIBA DOI

Dès lors des équations d'observation:

Pour les observations d'un angle

$$\hat{v}_{ijk}^u = p^u \left[ \frac{\cos \bar{\alpha}_{ij}}{(ij)_o} - \frac{\cos \bar{\alpha}_{ik}}{(ik)_o} \right] \hat{x}_i + p^u \left[ \frac{\sin \bar{\alpha}_{ik}}{(ik)_o} - \frac{\sin \bar{\alpha}_{ij}}{(ij)_o} \right] \hat{y}_i$$

$$- P^{cc} \frac{\cos \bar{\alpha}_{ij}}{(ij)_o} \hat{x}_j + P^{cc} \cdot \frac{\sin \bar{\alpha}_{ij}}{(ij)_o} \hat{y}_j + P^{cc} \cdot \frac{\cos \bar{\alpha}_{ik}}{(ik)_o} \hat{x}_k - P^{cc} \cdot \frac{\sin \bar{\alpha}_{ik}}{(ik)_o} \hat{y}_k + w_{ijk}$$

Avec  $w_{ijk}^u = \bar{\theta}_{jik} - \bar{\theta}_{jik}$

Pour les observations de la distance

$$\hat{v}_{ij}^u = -\sin \bar{\alpha}_{ij} \hat{x}_i - \cos \bar{\alpha}_{ij} \hat{y}_i + \sin \bar{\alpha}_{ij} \hat{x}_j + \cos \bar{\alpha}_{ij} \hat{y}_j + w_{ij}$$

Avec  $w_{ij}^u = (ij)_o - \ell_{ij}$

Les équations:

$$f_{Topo1} = \sin(\bar{\alpha}_{Topo1-1}) \cdot \hat{x}_1 + \cos(\bar{\alpha}_{Topo1-1}) \hat{y}_1$$

$$f_{1-2} = -\sin(\bar{\alpha}_{1-2}) \hat{x}_1 - \cos(\bar{\alpha}_{1-2}) \hat{y}_1 + \sin(\bar{\alpha}_{1-2}) \hat{x}_2 + \cos(\bar{\alpha}_{1-2}) \hat{y}_2$$

$$f_{2-Topo10} = -\sin(\bar{\alpha}_{2-Topo10}) \hat{x}_2 - \cos(\bar{\alpha}_{2-Topo10}) \hat{y}_2$$

$$f_{Topo1-Topo1sol-1} = p^{cc} \left( \frac{\cos \bar{\alpha}_{Topo1sol-1}}{(Topo1sol-1)_o} \right) \hat{x}_1 - p^{cc} \left( \frac{\sin \bar{\alpha}_{Topo1sol-1}}{(Topo1sol-1)_o} \right) \hat{y}_1$$

$$f_{Topo1sol-1-2} = p^{cc} \left( \frac{\cos(\bar{\alpha}_{1-Topo1sol})}{(1-Topo1sol)_o} - \frac{\cos(\bar{\alpha}_{1-2})}{(1-2)_o} \right) \hat{x}_1 + p^{cc} \left( \frac{\sin \bar{\alpha}_{1-2}}{(1-2)_o} - \frac{\sin(\bar{\alpha}_{1-Topo1sol})}{(1-Topo1sol)_o} \right) \hat{y}_1$$

$$+ p^{cc} \left( \frac{\cos \bar{\alpha}_{12}}{(1-2)_o} \right) \hat{x}_2 - p^{cc} \left( \frac{\sin \bar{\alpha}_{12}}{(1-2)_o} \right) \hat{y}_2$$

$$f_{1-2-Topo10} = -p^{cc} \frac{\cos \bar{\alpha}_{12}}{(1-2)_o} \hat{x}_1 + p^{cc} \frac{\sin \bar{\alpha}_{12}}{(1-2)_o} \hat{y}_1$$

$$+ p^{cc} \left[ \frac{\cos(\bar{\alpha}_{2-1})}{(2-1)_o} - \frac{\cos(\bar{\alpha}_{2-Topo10})}{(2-Topo10)_o} \right] \hat{x}_2 + p^{cc} \left( \frac{\sin(\bar{\alpha}_{2-Topo10})}{(2-Topo10)_o} - \frac{\sin(\bar{\alpha}_{2-1})}{(2-1)_o} \right) \hat{y}_2$$

$$f_{2-Topo10-Topo11} = -p^{cc} \frac{\cos(\bar{\alpha}_{Topo10-2})}{(Topo10-2)_o} \hat{x}_2 + p^{cc} \frac{\sin(\bar{\alpha}_{Topo10-2})}{(Topo10-2)_o} \hat{y}_2$$

## Méthode de variation de paramètre

HIBA DOI

E → Calcul de A et W

La Matrice A

$$A = \begin{bmatrix} \sin \bar{\alpha}_{Topo14-1}^0 & \cos \bar{\alpha}_{Topo14-1}^0 & 0 & 0 \\ -\sin \bar{\alpha}_{1-2}^0 & -\cos \bar{\alpha}_{1-2}^0 & \sin \bar{\alpha}_{1-2}^0 & -\cos \bar{\alpha}_{1-2}^0 \\ 0 & 0 & -\sin \bar{\alpha}_{2-Topo10-1}^0 & -\cos \bar{\alpha}_{2-Topo10-1}^0 \\ \rho^{cc} \frac{\cos \bar{\alpha}_{Topo1sol-1}^0}{(Topo1sol-1)_0} & -\rho^{cc} \frac{\sin \bar{\alpha}_{Topo1sol-1}^0}{(Topo1sol-1)_0} & 0 & 0 \\ \rho^{cc} \left[ \frac{\cos \bar{\alpha}_{1-Topo1sol}^0}{(1-Topo1sol)_0} - \frac{\cos \bar{\alpha}_{1-2}^0}{(1-2)_0} \right] & \rho^{cc} \left[ \frac{\sin \bar{\alpha}_{1-2}^0}{(1-2)_0} - \frac{\sin \bar{\alpha}_{1-Topo1sol}^0}{(1-Topo1sol)_0} \right] & \rho^{cc} \frac{\cos \bar{\alpha}_{1-2}^0}{(1-2)_0} & -\rho^{cc} \frac{\sin \bar{\alpha}_{1-2}^0}{(1-2)_0} \\ -\rho^{cc} \frac{\cos \bar{\alpha}_{2-1}^0}{(2-1)_0} & +\rho^{cc} \frac{\sin \bar{\alpha}_{2-1}^0}{(2-1)_0} & \rho^{cc} \left[ \frac{\cos \bar{\alpha}_{2-1}^0}{(2-1)_0} - \frac{\cos \bar{\alpha}_{2-Topo10}^0}{(2-Topo10)_0} \right] & \rho^{cc} \left[ \frac{\sin \bar{\alpha}_{2-Topo10}^0}{(2-Topo10)_0} - \frac{\sin \bar{\alpha}_{2-1}^0}{2-1l_0} \right] \\ 0 & 0 & -\rho^{cc} \frac{\cos \bar{\alpha}_{Topo10-2}^0}{(Topo10-2)_0} & +\rho^{cc} \frac{\sin \bar{\alpha}_{Topo10-2}^0}{(Topo10-2)_0} \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.86 & 0 & 0 \\ 0.5 & -0.87 & -0.5 & 0.87 \\ 0 & 0 & 0.59 & -0.81 \\ 12.25 & 7.13 & 0 & 0 \\ -23.99 & -13.83 & -11.74 & 6.7 \\ 11.74 & 6.7 & -21.98 & -14.18 \\ 0 & 0 & -10.24 & 7.48 \end{bmatrix}$$

La Matrice W

$$w_{ijk}^a = \bar{\theta}_{jik} - \bar{\theta}_{jik}$$

$$w_{ijk}^a = (i) \cdot \bar{\ell}_{ij}$$

$$W = [ 0_{mm} \ 0_{mm} \ 10_{mm} \ 4^\alpha \ -6^\alpha \ 65^\alpha \ -67^\alpha ]^T$$

F → Résolutions Normales

Calcul de X :

$$\begin{aligned} X &= - (A^T P A)^{-1} A^T P W \\ &= - N^{-1} U \quad \boxed{\begin{bmatrix} 1.9 \\ 3.9 \\ -1.4 \\ 7 \end{bmatrix}} \text{ mm} \end{aligned}$$

Le système de l'équation  
Normale et le suivant :

$$N X + U = 0$$

Calcul de N

$$N = A^T P A = \begin{bmatrix} 868.2 & 490.1 & -542. & -323.4 \\ 490.1 & 300.6 & -305.9 & -194.6 \\ -542. & -305.9 & 731.5 & 305.7 \\ -323.4 & -194.6 & 305.7 & 314.6 \end{bmatrix}$$

## Méthode de variation de paramètre

HIBA DOI

Calcul de  $\mathbf{U}$ 

$$\mathbf{U} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \cdot \mathbf{W} = \begin{bmatrix} 956.1 \\ 547.3 \\ -760. \\ -1535.5 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{X}} = -\mathbf{N}^{-1} \cdot \mathbf{U} = \begin{bmatrix} -1.2 \\ 3.2 \\ -1.4 \\ 7. \end{bmatrix} \text{ mm}$$

Calcul de  $\hat{\mathbf{X}}$ 

$$\hat{\mathbf{X}} = \bar{\mathbf{X}} + \hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 364372.819 \\ 376303.911 \\ 364349.468 \\ 376344.808 \end{bmatrix}$$

Calcul des résiduels



## F → Calcul des Vecteurs de Résiduelle

$$\hat{\mathbf{V}} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{X}} + \mathbf{w} = \begin{bmatrix} 3 \text{ mm} \\ 3 \text{ mm} \\ 3 \text{ mm} \\ 12 \text{ cc} \\ 8 \text{ cc} \\ 4 \text{ cc} \\ 1 \text{ cc} \end{bmatrix}$$

## F → Calcul des observations compensées

Calcul des observations Composées

Calcul  $\hat{\mathbf{L}}$ 

$$\hat{\mathbf{L}} = \hat{\mathbf{L}} + \mathbf{L} =$$

$$\begin{bmatrix} 44.908 \\ 47.090 \\ 50.184 \\ 124.6501 \\ 200.5101 \\ 192.8903 \\ 84.3018 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.003 \\ 0.003 \\ 0.003 \\ 0.0018 \\ 0.0008 \\ 0.0004 \\ 0.0001 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 44.911 \\ 47.093 \\ 50.187 \\ 124.6513 \\ 200.5103 \\ 192.8907 \\ 84.3019 \end{bmatrix}$$

Le calcul est considéré correct dans la limite où l'expression  $\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{V}$  égale ou voisine le zéro. Ainsi, dans le cas présent :

$$\mathbf{A}^T \mathbf{P} \hat{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} 9.38 \cdot 10^{-13} \\ 5.12 \cdot 10^{-13} \\ -9.77 \cdot 10^{-14} \\ -4.69 \cdot 10^{-13} \end{bmatrix}$$

## E. Calcul des matrices de Variances Covariances.

$$\text{Calcul de } \hat{\sigma}_v^2. \quad \hat{\sigma}_v^2 = \frac{\mathbf{V}^T \mathbf{P} \mathbf{V}}{3} = 173 \text{ cm}^2$$

## Méthode de variation de paramètre

HIBA DOI

a) Matrice de variances covariance des paramètres :

$$\begin{aligned}\sum_{\hat{\lambda}} &= \sum_{\hat{x}} = \sigma^2 Q_{\hat{x}} \\ &= \sigma^2 (A^T P A)^{-1} \\ &= \sigma^2 N^{-1}\end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} 3.45 & -5.38 & 0.34 & -0.09 \\ -5.38 & 9.73 & -0.17 & 0.62 \\ 0.34 & -0.17 & 0.59 & -0.33 \\ -0.09 & 0.62 & -0.33 & 1.23 \end{bmatrix}$$

b) Matrice de variances covariance des observations  $\sum_{\hat{z}}$ :Calcul de  $\sum_{\hat{v}}$ :

$$\begin{aligned}\sum_{\hat{v}} &= \sigma^2 \cdot Q_{\hat{v}} \\ &= \sigma^2 (P^{-1} - A(A^T P A)^{-1} A^T)\end{aligned}$$

$$= \begin{bmatrix} 12.18 & 12.16 & 0.66 & -0.94 & 0.32 & 1.69 & -7.59 \\ 12.16 & 12.14 & 0.68 & -0.37 & 0.7 & 1.89 & -7.54 \\ 0.66 & 0.68 & 23.68 & 0.88 & -0.85 & -2.66 & 15.16 \\ -0.94 & -0.37 & 0.88 & 123.98 & 84.15 & 42.39 & 6.01 \\ 0.32 & 0.7 & -0.85 & 84.15 & 57.29 & 29.12 & 2.5 \\ 1.69 & 1.89 & -2.66 & 42.39 & 29.12 & 15.22 & -1.21 \\ -7.59 & -7.54 & 15.16 & 6.01 & 2.5 & -1.21 & 15.17 \end{bmatrix}$$

b) Matrice de variances covariance des observations  $\sum_{\hat{z}}$ :

$$\sum_{\hat{z}} = \sum_{\hat{v}} - \sum_{\hat{y}}$$

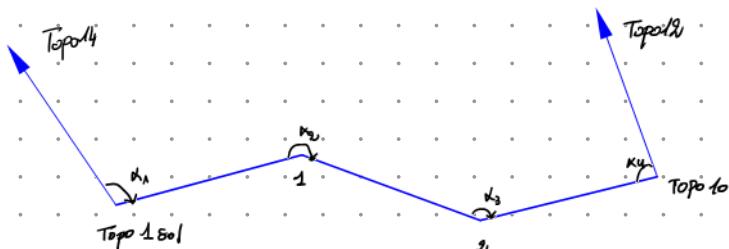
$$= \begin{bmatrix} 25. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 25. & 0. & 0. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 25. & 0. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 196. & 0. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 196. & 0. & 0. \\ 0. & 0. & 0. & 0. & 0. & 196. & -0. \\ -0. & -0. & -0. & -0. & -0. & -0. & 196. \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12.18 & 12.16 & 0.66 & -0.94 & 0.32 & 1.69 & -7.59 \\ 12.16 & 12.14 & 0.68 & -0.37 & 0.7 & 1.89 & -7.54 \\ 0.66 & 0.68 & 23.68 & 0.88 & -0.85 & -2.66 & 15.16 \\ -0.94 & -0.37 & 0.88 & 123.98 & 84.15 & 42.39 & 6.01 \\ 0.32 & 0.7 & -0.85 & 84.15 & 57.29 & 29.12 & 2.5 \\ 1.69 & 1.89 & -2.66 & 42.39 & 29.12 & 15.22 & -1.21 \\ -7.59 & -7.54 & 15.16 & 6.01 & 2.5 & -1.21 & 15.17 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 12.82 & -12.16 & -0.66 & 0.94 & -0.32 & -1.69 & 7.59 \\ -12.16 & 12.86 & -0.68 & 0.37 & -0.7 & -1.89 & 7.54 \\ -0.66 & -0.68 & 1.32 & -0.88 & 0.85 & 2.66 & -15.16 \\ 0.94 & 0.37 & -0.88 & 72.02 & -84.15 & -42.39 & -6.01 \\ -0.32 & -0.7 & 0.85 & -84.15 & 138.71 & -29.12 & -2.5 \\ -1.69 & -1.89 & 2.66 & -42.39 & -29.12 & 180.78 & 1.21 \\ 7.59 & 7.54 & -15.16 & -6.01 & -2.5 & 1.21 & 180.83 \end{bmatrix}$$

## Compensation par Méthode de Condition

HIBA DOI

Schéma



croquis de levierement à calcul par la méthode de Condition

Analyse de  
problèmeLe nombre des observations :  $n = 7$  ( 4 angle et 3 distance / 3 point d'appui )Le nombre de variable distinct :  $n_o = 4$  ( 2 angle et 2 distance / 3 point d'appui )Le nombre de paramètre :  $m = 0$  ( 3 point d'appui communiqué du Station 1 et 2 )Le nombre de degrés de liberté :  $D = n - m = 3$ Le nombre des équations :  $r = D + m = 3$ Observations  
du levierement

Stations	Points observés	Lecture (grads)	$\sigma_k$ (°)	Distance (m) lif	$\sigma_d$ en mm
Topo 1401	Topo 14 O 1 Topo 14	0,0006 184,6593 0,0000	14	44.908	5
O 1	Topo 1401 O 2 Topo 10	0,0000 200,5101 0,0000	14	47.090	5
O 2	O 1 Topo 10 O 1	0,0000 192,8293 0,0000	14	50.184	5
Topo 10	O 2 Topo 10 O 2	0,0000 84,3018 0,0000	14		5

## Compensation par Méthode de Condition

HIBA DOI

Les coordonnées des points de départ et d'arrivée et leur référence:

Point d'appui	X(m)	Y(m)
Topo 1 sol	364 395.40	376 265.09
Topo 10	364 319.88	376 385.35
Topo 14	364 360.35	376 219.61
Topo 18	364 287.83	376 274.66

## 01. Calcul des gisements de départ et d'arrivée

	Station	point visé	gisement ( $\beta_j$ )	$d_j$
gisement de départ	Topo 14	Topo 1 sol	41.8003 grades	
gisement d'arrivée	Topo 10	Topo 18	944.1633 grades	

Identification des paramètres

$\Sigma_{\epsilon}$ : matrice de variance covariance  $P = \sigma^2 \cdot \Sigma^{-1}_{\epsilon}$

$Q_{\beta}$ : matrice de variance covariance relative

matrice des cofacteurs

matrice des coefficients de poids  $(P \cdot Q_{\beta}^{-1})$

$$\bar{L} = \begin{bmatrix} 44.908 \text{ m} \\ 47.080 \text{ m} \\ 50.184 \text{ m} \\ 194.6598 \text{ grades} \\ 200.5101 \text{ grades} \\ 192.8923 \text{ grades} \\ 36.3018 \end{bmatrix}$$

On a  $P =$

$$\begin{bmatrix} 7.94 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7.94 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7.94 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On prend  $\sigma^2 = 196 \text{ cm}^2$

Vecteur des observations:

$$\bar{\mathbf{L}}_{(n,1)} = \left[ d_{\text{Topo 14-1}}, d_{\text{1-2}}, d_{\text{2-Topo 10}}, \bar{x}_{\text{Topo 14-Topo 10}}, \bar{x}_{\text{Topo 10-1}}, \bar{x}_{\text{1-Topo 18}}, \bar{x}_{\text{2-Topo 10-Topo 18}} \right]^T$$

Vecteur des valeurs approchées des paramètres:

$$\bar{\mathbf{x}}_{(n,1)} = \left[ \bar{x}_1, \bar{\beta}_1, \bar{x}_2, \bar{\beta}_2 \right]^T$$

Vecteur des résiduelles

$$\hat{\mathbf{v}}_{(n,1)} = \hat{\mathbf{L}} - \bar{\mathbf{L}} = \left[ \hat{d}_{\text{Topo 14-1}}, \hat{d}_{\text{1-2}}, \hat{d}_{\text{2-Topo 10}}, \hat{x}_{\text{Topo 14-Topo 10}}, \hat{x}_{\text{Topo 10-1}}, \hat{x}_{\text{1-Topo 18}}, \hat{x}_{\text{2-Topo 10-Topo 18}} \right]^T$$

Vecteur des observations compensées:  $\hat{\mathbf{L}}_{(n,1)}$

## Compensation par Méthode de Condition

HIBA DOI

## 02. fermeture Angulaire

Station	Angle observé	Angle $\alpha$ tel que $\theta_i = \beta_i - 2000\text{gr}$	Gisement (grades)
Topo 14			41.8003
/ Topo 18d	184.6599	-75.3408	-33.5405
1	200.5101	05101	-33.0304
2	192.8923	-7.1077	-40.1381
Topo 10	84.3018	-115.6382	-155.8363
/ Topo 18s			
$\sum_{i=1}^4 \theta_i = -197.6370$			

## 03. Pose des équations de Conditions

## a) Équation de Condition de fermeture angulaire

$$\beta_{P_1} + \beta_{P_2} + \beta_{P_3} + \beta_{P_4} = 0.0004 \text{ grades} = 4''$$

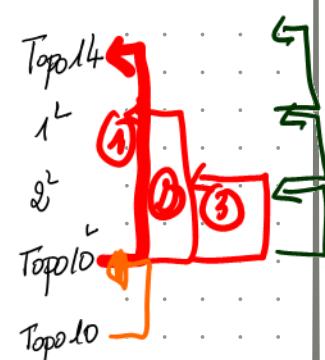
b) Équation de Condition de fermeture linéaire en  $X$  et  $Y$ 

$$p^L \left( X_{Topo10} - X_{Topo10}^L \right) = \left( Y_{Topo10}^L - Y_{Topo14}^L \right) v_{P_1}^a + \left( Y_{Topo10}^L - Y_1^L \right) v_{P_2}^a + \left( Y_{Topo10}^L - Y_2^L \right) v_{P_3}^a$$

$$+ \left( X_1^L - X_{Topo14}^L \right) v_{P_4}^a + \left( X_2^L - X_1^L \right) v_{D_2}^a + \left( X_{Topo10}^L - X_2^L \right) v_{D_3}^a$$

$$p^L \left( Y_{Topo10} - Y_{Topo10}^L \right) = \left( X_{Topo10}^L - X_{Topo14}^L \right) v_{P_1}^a + \left( X_{Topo10}^L - X_1^L \right) v_{P_2}^a + \left( X_{Topo10}^L - X_2^L \right) v_{P_3}^a$$

$$+ \left( Y_1^L - Y_{Topo14}^L \right) v_{P_4}^a + \left( Y_2^L - Y_1^L \right) v_{D_2}^a + \left( Y_{Topo10}^L - Y_2^L \right) v_{D_3}^a$$



## Compensation par Méthode de Condition

HIBA DOI

04. Calcul de coordonnées lâncées  $X^L$  et  $Y^L$ 

Station	Gisement (grades)	Distanse(m)	$X(m)$	$Y(m)$
Topo 1sol			364 395.40	376 265.09
1 <sup>L</sup>	-33.5405	44. 908	364 372.82	376 303.91
2 <sup>L</sup>	-33.0304	47. 090	364 349.47	376 344.80
Topo 10 <sup>L</sup>	-40.1381	50. 184	364 319.88	376 385.34
Topo 10			364 319.88	376 385.35
			$X_{Topo\ 10} - X_{Topo\ 10}$	$Y_{Topo\ 10} - Y_{Topo\ 10}$
			0,00	0,01

05. Calcul des coefficients des équations de condition de fermeture en  $X$  et  $Y$ 

	$\Delta X$	$\Delta Y$
Topo 10 - (Topo 10) <sub>L</sub>	0,00	0,01
(Topo 10) <sub>L</sub> - (Topo 1sol)	-75.52	120.25
(Topo 10) <sub>L</sub> - (1) <sup>L</sup>	-52.94	81.43
(Topo 10) <sub>L</sub> - (2) <sup>L</sup>	-29.59	40.54
(1) <sup>L</sup> - X <sub>Topo 1sol</sub>	-22.58	38.82
(2) <sup>L</sup> - (1) <sup>L</sup>	-23.35	40.83
(Topo 10) <sub>L</sub> - (2) <sup>L</sup>	-29.59	40.54

## Compensation par Méthode de Condition

HIBA DOI

## 06. Le système des équations de condition final

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{b}_{p_1} + \hat{b}_{p_2} + \hat{b}_{p_3} + \hat{b}_{p_4} - 4^a = 0 \\ 120.25 \hat{b}_{p_1} + 81.43 \hat{b}_{p_2} + 40.53 \hat{b}_{p_3} - 22.58 \hat{b}_{p_4} - 23.35 \hat{b}_{p_1} - 29.59 \hat{b}_{p_2} + 22.53.7^a = 0 \\ 75.52 \hat{b}_{p_1} + 52.94 \hat{b}_{p_2} + 29.59 \hat{b}_{p_3} + 37.92 \hat{b}_{p_4} + 40.83 \hat{b}_{p_1} + 40.54 \hat{b}_{p_2} - 8543.7 = 0 \end{array} \right.$$

## 07. Forme matricielle du Système des équations de condition

$$B \vec{V} + W = 0$$

$$\text{Où ; } B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 120.25 & 81.4284 & 40.5356 & 0 & -22.5804 & -23.3507 & -29.5854 \\ 75.5165 & 52.936 & 29.5854 & 0 & 38.8182 & 40.8927 & 40.5356 \end{bmatrix}$$

$$W^a = \begin{bmatrix} 4.3998 \\ 2253.7036 \\ -8543.7127 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}^a = \begin{bmatrix} \hat{b}_{p_1} & \hat{b}_{p_2} & \hat{b}_{p_3} & \hat{b}_{p_4} & \hat{b}_{p_1} & \hat{b}_{p_2} & \hat{b}_{p_3} \end{bmatrix}^T$$

## 07. Résolution du Système

Calcul de  $\vec{R}$ 

$$\vec{R} = -M^{-1} \cdot (W)$$

$$M = B \cdot P^T \cdot B^T$$

$$= \begin{bmatrix} -35.02 \\ -4.9292 \\ 8.4131 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 4 & 242.2106 & 158.0379 \\ 242.2106 & 22979.1855 & 14203.7902 \\ 158.0379 & 14203.7902 & 9995.3333 \end{bmatrix}$$

(Calcul de  $\vec{R}$ )

$$\vec{V} = P^T B^T \vec{R} = \begin{bmatrix} 7.586 \\ 8.9582 \\ 14.076 \\ -35.02 \\ 55.8529 \\ 58.5633 \\ 62.1001 \end{bmatrix}$$

La Valeur  $V^a$ La Valeur  $V_D$ Valeur de  $\hat{b}_p$ 

$$\begin{bmatrix} 55.8529 \\ 58.5633 \\ 62.1001 \end{bmatrix}^a = \frac{V^a}{P^a}$$

$$\begin{bmatrix} 3.9 \\ 4.3 \\ 4.9 \end{bmatrix}^m$$

$$\begin{bmatrix} 7.6 \\ 9.0 \\ 14.1 \\ -35.0 \end{bmatrix}^a$$

La Valeur  $\vec{L}_D$ 

$$\begin{bmatrix} 44.908 \\ 47.090 \\ 50.184 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.004 \\ 0.004 \\ 0.005 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 44.912 \\ 47.094 \\ 50.189 \end{bmatrix}$$

La Valeur  $\vec{L}_P$ 

$$\begin{bmatrix} 124.6592 \\ 200.5101 \\ 192.8923 \\ 84.3018 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0008 \\ 0.0009 \\ 0.0014 \\ -0.0035 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 124.66 \\ 200.511 \\ 192.8937 \\ 84.2983 \end{bmatrix}$$

## Compensation par Méthode de Condition

HIBA DOI

## 09. Fermeture angulaire Compensée

Station	Angle observé	Angle théorique $\theta_i = \beta_i - 2000\text{gr}$	Grisement (grades)
Topo 14 /			41. 8003
Topo 18d	124. 6600	-75. 3400	-33. 5405
1	200. 5110	0.5110	-33.0304
2	192. 8937	-7. 1063	-40. 1381
Topo 10 /	84. 2983	-115. 7017	-155. 8363
Topo 18			
$\sum_{i=1}^4 \theta_i = -197. 6370$			

Nous vérifions la condition de fermeture angulaire. Après Compensation:

$$\sum_{i=1}^4 \theta_{p,i} = G_A - G_D - \sum_{i=1}^4 \theta_i = 0^\circ$$

## 10. Fermeture linéaire Compensée

Station	Grisement (grades)	Distanse (m)	X (m)	Y (m)
Topo 18d			364 395.40	376 265.09
	-33. 5405	44. 912		376 303. 918
1 <sup>L</sup>			364 372. 818	
	-33. 0304	47. 094		376 346. 808
2 <sup>L</sup>			364 349. 465	
	-40. 1381	50. 189		
Topo 10 <sup>L</sup>			364 319. 88	376 385. 35
Topo 10			364 319. 88	376 385. 35
			$X_{Topo 10} - X_{Topo 10}$	$Y_{Topo 10} - Y_{Topo 10}$
			0,00	0,00

## Compensation par Méthode de Condition

HIBA DOI

M. Calcul des matrices de variances covariance  $\Sigma_r$  et  $\Sigma_c$ Calcul de  $\sigma_{\text{noise}}^2$ 

$$\Sigma_r = \sigma_{\text{noise}}^2 P^{-1} B^T M^{-1} B P^{-1}$$

Avec  $\sigma_{\text{noise}}^2 = 196 \text{ a}^2$ 

$$= \begin{bmatrix} 134.3 & 79.2 & 21.4 & -38.9 & -1.1 & -1. & -2. \\ 79.2 & 59.8 & 39.5 & 17.5 & 0.6 & 0.6 & 0.3 \\ 21.4 & 39.5 & 58.7 & 76.4 & 2.7 & 2.8 & 3.3 \\ -38.9 & 17.5 & 76.4 & 141 & -2.2 & -2.4 & -1.6 \\ -1.1 & 0.6 & 2.7 & -2.2 & 7.4 & 7.8 & 8.3 \\ -1. & 0.6 & 2.8 & -2.4 & 7.8 & 8.1 & 8.7 \\ -2. & 0.3 & 3.3 & -1.6 & 8.3 & 8.7 & 9.2 \end{bmatrix} \text{ [a/mm]}$$

Calcul de  $\sigma_{\text{noise}}^2$ 

$$\Sigma_c = \bar{\Sigma}_I - \bar{\Sigma}_r$$

$$= \begin{bmatrix} 196 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 196 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 196 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 196 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 25 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 134.3 & 79.2 & 21.4 & -38.9 & -1.1 & -1. & -2. \\ 79.2 & 59.8 & 39.5 & 17.5 & 0.6 & 0.6 & 0.3 \\ 21.4 & 39.5 & 58.7 & 76.4 & 2.7 & 2.8 & 3.3 \\ -38.9 & 17.5 & 76.4 & 141 & -2.2 & -2.4 & -1.6 \\ -1.1 & 0.6 & 2.7 & -2.2 & 7.4 & 7.8 & 8.3 \\ -1. & 0.6 & 2.8 & -2.4 & 7.8 & 8.1 & 8.7 \\ -2. & 0.3 & 3.3 & -1.6 & 8.3 & 8.7 & 9.2 \end{bmatrix} \text{ [a/mm]}$$

$$= \begin{bmatrix} 61.7 & -79.2 & -21.4 & 38.9 & 1.1 & 1. & 2. \\ -79.2 & 136.2 & -39.5 & -17.5 & -0.6 & -0.6 & -0.3 \\ -21.4 & -39.5 & 137.3 & -76.4 & -2.7 & -2.8 & -3.3 \\ 38.9 & -17.5 & -76.4 & 55 & 2.2 & 2.4 & 1.6 \\ 1.1 & -0.6 & -2.7 & 2.2 & 17.6 & -7.8 & -8.3 \\ 1. & -0.6 & -2.8 & 2.4 & -7.8 & 16.9 & -8.7 \\ 2. & -0.3 & -3.3 & 1.6 & -8.3 & -8.7 & 15.8 \end{bmatrix}$$