

令和8年度

学士学位論文

論文題目

片山研究室
バイタルデータに基づくメンタルサ
ポートエージェントシステムの開発～
脳波計を用いた脳状態の推定～

指導教員 片山 謙吾

岡山理科大学 工学部 情報工学科

学籍番号 T22J114

学生氏名 高渕 韶

提出日 令和8年1月26日

要 旨

LaTeX は、論文を執筆する上で、非常に強力な組版ツールである。テキストベースで記述される構造記述ファイル、美しく描画される数式、強力な文献管理システムなど……そしておまけに Git 管理ができる。なんと便利な！挙げだしたらキリがない。情報工学の学位を修める者として、必ず習得しておきたいスタックの 1 つである。本文書は、岡山理科大学 工学部 情報工学科 片山研究室における卒業論文向けの L^AT_EX テンプレートである。本文書をベースとして君たちは卒業論文を書くことになる。TeX は、君たちが今まで触ってきた Microsoft Word や Google ドキュメント のそれとは全く異なり、WYSIWYG でない状態で編集しなければならない。しかし、ここで怯まないでほしい。君たちは訳のわからないまま ”printf 関数” を習得し、変数の表示を行い、エスケープシーケンスを使いこなして来た。そうでしょう？ TeX も本質的には何も変わらない。一定のルールに則って自分の作りたい文章を組み立てて行くだけである。これを苦労なくできるようになった暁には、立派な Word アンチの誕生である。さあ、この駄文を削除して、君の論文を書き始めるのだ。ほら早くキーボードに手を置いて Shift + ↑ で全選択して消すんだ。幸運を祈る。

キーワード

TeX, L^AT_EX, テキストベース組版システム, 卒業論文

目 次

第1章 序 論	1
1.1 研究の背景と目的	1
1.2 本論文の構成	3
第2章 脳波の概要	4
2.1 脳波の周波数帯分類	4
2.1.1 δ 波	4
2.1.2 θ 波	4
2.1.3 α 波	5
2.1.4 β 波	5
2.1.5 γ 波	5
2.2 脳波とメンタル状態の関係	6
2.3 正常脳波の定義と年齢による特徴	6
2.3.1 小児における正常脳波の特徴	7
2.3.2 成人における正常脳波の特徴	7
2.3.3 高齢者における正常脳波の特徴	7
2.4 脳波計測におけるアーチファクトの詳細	7
2.4.1 脈波	8
2.4.2 眼球運動	8
2.4.3 発汗	8
2.4.4 まばたき	8
2.4.5 不随意運動	9
2.4.6 体動	9
2.4.7 静電誘導	9
2.4.8 電磁誘導	9
2.4.9 分極電圧	9
2.4.10 静電気	10

2.4.11 光電効果	10
2.5 BCI と BMI	11
2.5.1 P300 スペラー	11
2.5.2 運動出力型 BMI	12
2.5.3 感覚入力型 BMI および直接操作型 BMI	12
第3章 メタ戦略 [1]	13
3.1 メタ戦略	13
3.2 局所探索法	14
3.3 反復局所探索法	15
3.3.1 反復局所探索法の研究背景	16
3.3.2 反復局所探索法の手続き	16
3.4 反復貪欲法	17
3.5 反復貪欲法の研究背景	17
3.5.1 反復貪欲法の手続き	17
3.6 焼きなまし法 (Simulated Aniling, SA)	17
3.6.1 焼きなまし法の背景	17
3.6.2 焼きなまし法の手続き	18
3.7 渡り鳥最適化アルゴリズム	19
3.7.1 現実の渡り鳥	19
3.7.2 渡り鳥アルゴリズム最適化の手続き	20
第4章 結論	22
4.1 結論	22
4.2 今後の課題	22
付録 A FSP に対する MBO の解の数の検討	26

図 目 次

3.1	列挙法の探索	14
3.2	メタ戦略の探索	14
3.3	反復局所探索法の手続き [2]	16
3.4	Iterated Greedy の擬似コード [2]	18
3.5	Local Search の擬似コード [2]	19
3.6	V字型編隊のイメージ	20
3.7	MBO の擬似コード [4]	21

表 目 次

2.1 各周波数成分範囲	6
A.1 MBO($m=10$)	27
A.2 MBO($m=1$)	28
A.3 MBO _{BELE}	29
A.4 MBO _{down}	30
A.5 MBO _{up}	31
A.6 MBO _{shuffle}	32

第1章 序 論

1.1 研究の背景と目的

日本において不登校児童・生徒の数は年々増加傾向にあり、深刻な社会問題として広く認識されている。

図1.1の令和4年に行われた文部科学省の調査によると、不登校児童生徒数はH30年度以前は年間15万人だったが、H30年以降を機に増加し続け、R4年度には以前の約2倍以上に増えている。不登校は一時的な個人の問題に留まらず、長期的には学習機会の損失や社会的孤立、さらには将来的な就労や社会参加にも影響を及ぼす可能性があることが指摘されている。このような状況を受け、不登校の予防や早期発見、支援の在り方について、多方面からの研究および実践的取り組みが進められている。

不登校の原因は多岐に渡るが図1.2で示しているように、無気力や不安な感情に陥ったため不登校になった児童が全体の4割を占めている。また不登校児童が増えている理由として自分でもきっかけがよく分からずに不登校になった児童が約3割存在していることが図1.3で示されている。このような背景にあるのは、児童を取り巻くコミュニケーション環境の変化である。スマートフォンやSNSの急速な普及により、若いうちからインターネットに触れる機会が大幅に増えた。遠くの人と気軽にコミュニケーションが取れる利点もある一方で、対面でのコミュニケーション機会の減少をはじめ、自身の感情や思考を言語化する能力の低下を招いている。また、インターネット上では自身の本音や不安、葛藤を直接表に出すこと避け、表面を取り繕った自己表現を行う傾向が強まっているとされる。以上のような状況下では、本人が抱える心理的ストレスや違和感が周囲に伝わりにくく、家庭や学校においても児童の抱えている異変に気付くことが遅れてしまう可能性がある。これらの要因より保護者や教師が児童の異変に気付くのに遅れ、結果的に不登校に繋がっていると考えられている。不登校への対応は、本人や保護者、教師による対話、観察に大きく依存している。そのため、本人が自身の心理状態を伝えるのを避ける場合、こうした従来の対処方法だけでは限界がある。以上の背景から、主観的な訴えや表情、言動だけに頼らず、より客観的な指標を用いて個人の心理状態を把握する手法の必要性が高まっている。

そこで注目したのが、人間の生体情報、即ちバイタルデータを活用したメンタル状態の推

定である。脳波や心拍、呼吸といったバイタルデータは、自律神経活動や脳の状態と密接に関連しており、ストレスや不安、集中、リラックスといった心理状態の変化を反映している。これらのデータは、本人の意識的な行動や言語表現を必要とせずに取得できる大きな利点を持つ。センサ技術やウェアラブルデバイスの発展により、脳波計、心拍センサ、呼吸センサなどを比較的容易に利用できるようになった。これに伴い、個人向けの感情認識ロボットやAIエージェント、メンタルヘルス支援アプリケーションなども普及し始めている。これらのシステムの多くは、ユーザとの対話データや簡易的な生体情報を元に、感情推定やストレス評価を行うことを目的としている。更に、機械学習や深層学習技術の進展により、多次元なバイタルデータから特徴量を抽出して、心理状態のパターンを学習することが可能である。これにより、単一の指標では捉えきれなかった複雑なメンタル状態を、一定の精度で推定が行える可能性が示されている。

本研究では、自律的な介入を行うAIエージェントシステムの開発を行う上で必要な集中状態やリラックス状態、ストレス状態といった脳状態の推定を行う。具体的には、脳波のバイタルデータを計測可能な装置を用いてデータを取得し、それらの特徴量を抽出する。抽出した特徴量を基に脳状態と脳波の関連性を求める。次に、複数の手法で取得したバイタルデータが各脳状態に与える影響を分析し、脳状態推定のための有効な指標を特定する。更に、本研究では、メンタル状態の推定だけでなく、その推定結果に基づいてAIエージェントが人間側へ自律的に働きかけを行う。例えば、ストレスや不安が高まっていると推定された場合には、安心感を与えるメッセージを提示したり、リラックスを促す行動を提案したりするなど、ユーザの状態に応じた適切な介入を行うことを目指す。本研究によって、人間が自身の状態を言語化できない場合や、周囲が異常に気付きにくい状況においても、客観的なバイタルデータを通じてメンタル状態を把握し、早期の支援に繋がることが期待される。特に、不登校の予防や初期段階での支援において、本研究の成果が新たなアプローチを提供するものと考えている。

1.2 本論文の構成

本論文の構成を以下に示す。

第2章 第2章では、本研究で扱う脳波の基礎的な概念について説明する。具体的には、脳波の定義や発生原理、周波数帯ごとの特徴、およびメンタル状態との関係について概説する。

第3章 第3章では、本研究において脳波と脳状態の関連性を求めるために参考にした指標や考え方について述べる。

第4章 第4章では、本研究で使用する脳波計測装置である Muse S について説明する。装置の構成、計測可能なデータの種類、および本研究における計測環境について述べる。

第5章 第5章では、考案したシステムの評価実験の方法、実験条件、および得られた結果について述べる。最後に第6章で結論と課題・今後の検討事項について述べる。

第2章 脳波の概要

本章では本システムでメンタルを推定する際に利用する脳波の概要について説明を行う。

2.1 脳波の周波数帯分類

一般に、脳波はその周波数帯域に基づいて、 δ 波や θ 波、 α 波、 β 波、 γ 波などに分類される。これらの分類は、脳の活動状態を理解するための基本的な枠組みであり、多くの研究で共通して用いられている。

2.1.1 δ 波

δ 波は、およそ 0.5～4Hz の低周波数帯に属する脳波であり、主に深い睡眠状態において顕著に観測される。特に、ノンレム睡眠の深い段階では、 δ 波が優勢となることが知られている。覚醒時において δ 波が増加する場合、極度の疲労、意識レベルの低下、または集中力の著しい低下が生じている可能性が示唆される。そのため、 δ 波は人間の意識レベルや覚醒度を評価する指標として用いられることがある。メンタル状態との関係においては、 δ 波は直接的に感情を反映するというよりも、心身の疲労度や回復状態を示す指標として位置付けられることが多い。

2.1.2 θ 波

θ 波は、およそ 4～8Hz の周波数帯に属する脳波であり、浅い睡眠状態や、覚醒と睡眠の中間状態において多く観測される。また、リラックス状態や瞑想状態、あるいは内省的な思考を行っている際にも θ 波が増加することが報告されている。一方で、覚醒時において θ 波が過剰に出現する場合、注意力の低下や集中力不足、精神的疲労の兆候である可能性がある。このため、 θ 波は集中状態と非集中状態を識別する指標とされている。メンタル状態との関係においては、 θ 波はリラックスと集中低下の両側面を持つ波形であり、他の周波数帯との相対的な関係を考慮することが重要である。

2.1.3 α 波

α 波は、およそ 8~13Hz の周波数帯に属する脳波であり、安静覚醒状態において最も典型的に観測される。目を閉じてリラックスしている状態では α 波が優勢となり、逆に目を開けたり、外部刺激に注意を向けたりすると α 波は減衰する。 α 波は、リラックス状態や精神的安定と深く関係しており、ストレスが低く、落ち着いた状態で増加する傾向がある。一方で、過度に α 波が優勢な状態は、外界への注意が低下している可能性を示す場合もある。本研究においては、 α 波をメンタルの安定度やリラックス度を評価する重要な指標として扱う。

2.1.4 β 波

β 波は、およそ 13~30Hz の周波数帯に属する脳波であり、覚醒時の思考活動や問題解決、注意集中時に増加する。学習作業や会話、意思決定を行っている際には、 β 波が優勢となることが多い。一方で、 β 波が過剰に出現する状態は、精神的緊張や不安、ストレスの増加を示唆することがある。特に、高周波成分の β 波は、過覚醒状態や焦燥感と関連付けられことが多い。このように、 β 波は集中と緊張の両側面を持つ脳波であり、 α 波や θ 波との比率関係がメンタル状態の推定において重要となる。

2.1.5 γ 波

γ 波は、30Hz 以上の高周波の脳波である。 γ 波は、高度な認知機能や情報処理、学習記憶に関与しているとされており、特に注意集中や感覚統合、意識的認知活動と関連付けられることが多い。意識や知覚、記憶などの高次認知機能と関連付けられており、物体の特徴と物体特有の情報結合において重要な役割を果たしている。 γ 波に焦点を当てた研究が数多く報告されており、周波数の振幅情報だけではなく位相情報にも注目が集まっている。局所的な興奮性-抑制性の相互作用は感覚、運動、認知などを形作り局所的な γ 帯に反映される。以上の各脳波の特徴をまとめると、表 2.1 のようになる。

表 2.1: 各周波数成分範囲

タイプ	測定可能データ (Hz)	心理状態
δ 波	0.5~2.75	夢を見ない不快睡眠, ノンレム睡眠, 無意識
θ 波	3.5~6.75	直感的, 創造的, 想起, 空想, 幻想, 夢
lowα 波	7.5~9.25	リラックス, ただし気だるくはない, 平穏意識的
highα 波	10~11.75	リラックスしているが集中している, 統合的
lowβ 波	13~16.75	思考, 自己および環境の認識
highβ 波	18~29.75	警戒, 動搖
lowγ 波	31~39.75	記憶, 高次精神活動
midγ 波	41~49.75	視覚情報処理

2.2 脳波とメンタル状態の関係

脳波とメンタル状態との関係は、単一の周波数帯のみで評価されるものではなく、複数の周波数成分の相対的なバランスによって特徴付けられる。例えば、 α 波が優勢で β 波が抑制されている状態は、リラックスかつ安定した心理状態を示すと考えられる。一方で、 β 波が優勢で α 波が低下している状態は、強い集中や緊張状態を示す可能性がある。また、 θ 波と β 波の比率は、注意力や集中度を評価する指標として用いられることがあり、教育分野や認知研究においても活用されている。これらの比率指標は、個人差が存在するため、絶対値ではなく、相対的变化として扱うことが重要である。本研究では、脳波の各周波数帯のパワー値およびそれらの比率を特徴量として抽出して機械学習モデルに入力することで、メンタル状態の推定を行う。

2.3 正常脳波の定義と年齢による特徴

正常脳波とは、器質的脳疾患や明らかな神経学的異常が認められない状態において観測される脳波活動を指す。正常脳波は、被験者の年齢、覚醒レベル、精神状態などによって変化するため、一律の波形をもって定義されるものではなく、年齢層ごとの特徴を考慮する必要がある。

2.3.1 小児における正常脳波の特徴

小児期における脳波は、成人と比較して低周波成分が優勢であることが特徴である。特に、乳幼児ではδ波やθ波が多く観測され、脳の成熟に伴って徐々に高周波成分が増加していく。学童期に入ると、θ波の割合が減少し、α波が後頭部を中心に出現し始める。しかし、この段階においても成人と比較するとα波の周波数はやや低く、振幅が大きい傾向がある。このような特徴は、脳機能が発達途上にあることを反映したものであり、必ずしも異常を示すものではない。

2.3.2 成人における正常脳波の特徴

成人における正常脳波では、安静覚醒状態において後頭部優位のα波が明瞭に観測されることが一般的である。α波の周波数は約8～13Hzの範囲に収まり、左右差が小さいことが正常所見とされる。覚醒状態での作業や思考時にはβ波が増加し、集中状態と対応する。成人脳波では、これらの周波数帯が状況に応じて柔軟に変化することが特徴であり、脳機能の成熟と安定性を反映している。

2.3.3 高齢者における正常脳波の特徴

高齢者においては、加齢に伴いα波の周波数が低下し、θ波の出現頻度が増加する傾向がある。また、全体的な脳波振幅の低下や、左右差の増大が観測される場合もある。これらの変化は、加齢に伴う生理的変化として一定範囲内で認められるものであり、必ずしも病的所見を意味するものではない。しかし、θ波やγ波が過剰に出現する場合には、認知機能低下や脳機能障害の可能性を考慮する必要がある。

2.4 脳波計測におけるアーチファクトの詳細

脳波計測では、脳神経活動以外に由来する電気信号が混入することがあり、これらは総称してアーチファクトと呼ばれる。アーチファクトは脳波信号の解釈を困難にし、メンタル状態推定や機械学習モデルの性能低下を招くため、その発生要因と特性を正しく理解することが重要である。

2.4.1 脈波

脈波によるアーチファクトは、血管の拍動に伴う微小な電位変動や、頭皮表面の物理的変形によって生じる。特に、電極付近を走行する血管の拍動は、低周波成分として脳波に混入することがある。このアーチファクトは、心拍数と同期した周期的な波形として現れることが多く、 γ 波や θ 波帯域と重なるため、覚醒度や疲労状態の評価に影響を及ぼす可能性がある。対策としては、電極の装着位置を工夫することや、心拍データと同期させた信号処理による除去が有効とされている。

2.4.2 眼球運動

眼球運動によるアーチファクトは、眼球が正負の電位を持つ電気双極子として振る舞うことにより起因する。眼球が上下左右に動くことで、前頭部を中心に大きな電位変動が発生し、脳波に混入する。このアーチファクトは、主に低周波成分として現れ、特に前頭部電極に強く影響する。集中状態やリラックス状態の評価において、 θ 波や α 波の誤検出を引き起こす要因となる。計測時には視線移動を最小限に抑えるよう指示し、解析段階ではEOG成分の除去手法を用いることが一般的である。

2.4.3 発汗

発汗によるアーチファクトは、皮膚表面の水分量変化に伴い、電極と皮膚間のインピーダンスが変動することで生じる。特に、緊張やストレス状態において発汗が増加すると、脳波信号のベースラインが不安定になる。この影響は、緩やかな電位ドリフトとして観測されることが多く、低周波帯域の解析に影響を与える。対策としては、電極装着前の皮膚清拭や、長時間計測時における信号の正規化処理が挙げられる。

2.4.4 まばたき

まばたきによるアーチファクトは、眼瞼運動に伴う筋電位と、眼球電位変動の複合的な影響によって生じる。まばたき時には瞬間に大振幅の電位変動が発生し、脳波信号中に鋭いピークとして現れる。このアーチファクトは、前頭部電極に顕著であり、短時間であっても解析結果に大きな影響を与える可能性がある。解析においては、ピーク検出や独立成分分析などを用いて除去されることが多い。

2.4.5 不随意運動

不随意運動によるアーチファクトは、筋肉の無意識的な収縮によって生じる筋電位が原因である。特に、顔面筋や首周辺の筋肉は脳波電極に近接しているため、その影響が顕著である。筋電位は高周波成分を多く含み、 β 波帯域やそれ以上の周波数帯と重なるため、集中状態や緊張状態の誤判定を引き起こす要因となる。被験者に対してリラックスを促すことや、高周波成分を抑制するフィルタ処理が対策として用いられる。

2.4.6 体動

体動によるアーチファクトは、被験者の姿勢変化や頭部の動きにより、電極位置がずれたり、電極と皮膚の接触状態が変化することで発生する。この種のアーチファクトは、突発的かつ大振幅のノイズとして観測されることが多く、解析においてはデータ区間の除外が必要となる場合もある。計測時には、安定した姿勢を保つよう被験者に指示し、装置の固定を十分に行なうことが重要である。

2.4.7 静電誘導

静電誘導によるアーチファクトは、周囲の帶電物体や人体表面の静電気が、電極やケーブルに誘導されることで発生する。特に、乾燥した環境では静電気の影響が顕著になる。このアーチファクトは、突発的なノイズや基線の揺らぎとして観測されることが多い。対策としては、計測環境の湿度管理や、導電性素材を用いたシールドが有効である。

2.4.8 電磁誘導

電磁誘導によるアーチファクトは、周囲の電子機器や電源ケーブルから発生する電磁場が、脳波計測システムに干渉することで生じる。代表的な例として、商用電源に起因する周期的なノイズが挙げられる。これらは特定周波数に集中して現れるため、ノッチフィルタなどの周波数選択的処理が有効である。

2.4.9 分極電圧

分極電圧は、電極と皮膚の界面において電気化学反応が生じることで発生する電位差である。この電圧は時間とともに変動し、脳波信号の基線ドリフトを引き起こす。分極電圧の影響を低減するためには、非分極電極の使用や、適切な電極ジェルの塗布が重要である。

2.4.10 静電気

静電気によるアーチファクトは、被験者や周囲環境に蓄積された電荷が放電することで発生する。この影響は、突発的大振幅ノイズとして現れることが多い。静電気対策としては、接地の徹底や、合成繊維の使用を避けることが有効である。

2.4.11 光電効果

光電効果によるアーチファクトは、強い光が電極やセンサに照射されることで、光電変換に起因する電流が発生する現象である。特に、光センサと併用する装置では注意が必要である。このアーチファクトは、照明条件の変化と同期して観測されることがあり、計測環境の光制御が重要となる。

2.5 BCI と BMI

近年の急速な科学技術の発達は多チャンネル、高サンプリングにおける環境での脳波計測を実現させ、莫大な情報量のデータを短時間で解析することが可能になった。それにより脳研究は脳機能を解明するためだけではなく、脳活動と工学の技術を融合させた新しいインターフェースにも応用されつつある。このような脳と機械を相互に接続する技術がブレインコンピュータインターフェース (Brain Computer Interface, BCI) あるいはブレインマシンインターフェース (Brain Machine Interface, BMI) である。BCI は脳と機械(コンピュータ)を直接つなぎ、脳の命令を身体ではなく機械に入力するシステムである。BCI は考えるだけで機械の操作が行えるようになるため、近未来の技術として注目されている。BMI と BCI の用語の間に明確な役割はないが、BMI は直接脳の表面あるいは内部に侵襲性の電極を設置する技術を示し、BCI は直接脳を傷つけない非侵襲手法により脳活動を推定する技術を示す場合が多い。BMI は電極を脳に貼り付けることで、電気信号を直接計測できるため筋電位などのアーチファクトによる信号汚染が存在しない。一方 BCI は脳内の電気信号を直接計測することはできない、脳信号の精度の観点から比較すると BMI が優れてはいるが、健常者を対象とした利用法を考慮すると BMI は技術的にも倫理的にも多くの問題が存在する。現状、BMI 実験は動物実験か患者に協力を仰ぎ、手術の際に電極を埋め込むという方法でしか実現できない。また手術には医療的な認可も必要であり、実験を行うために大きな労力と時間とリスクを必要とする。BMI は気軽に研究することが難しく、一部の大学や研究施設でしか行えない。そのため BMI より精度は落ちるが、一般の人々が脳情報を利用することを考慮すると BCI の発展は必要不可欠である。BCI は主に非侵襲的な手法で脳と機械を接続する手法である。数ある非侵襲手法の脳活動計測のなかでも、脳波を利用した BCI が多く研究されている。一般的に脳波測定は増幅アンプと電極だけで計測が可能であり、大規模な設備も必要なく手軽に計測できる。実験タスクにおける制限も少なく、日常生活における活動の中で使用可能である。以下に、脳波を用いた代表的な BCI, BMI 研究手法を説明する。

2.5.1 P300 スペラー

P300 スペラーは、事象関連電位の一種である P300 成分を利用した BCI システムである。被験者が特定の刺激に注意を向けた際に出現する P300 成分を検出し、文字入力などを行うことが可能である。この方式は、重度運動障害者の意思伝達手段として実用化が進んでおり、比較的少ない学習コストで利用可能である点が特徴である。

2.5.2 運動出力型 BMI

運動出力型 BMI は、運動想起に伴う脳波変化を利用して、ロボットアームやカーソルなどを制御する方式である。被験者が手や足の動きを想像することで、対応する脳波パターンが出現し、これを機械学習により識別する。この方式は、リハビリテーションや義手制御などへの応用が期待されている。

2.5.3 感覚入力型 BMI および直接操作型 BMI

感覚入力型 BMI は、外部刺激を脳へフィードバックすることで感覚を補完または拡張する技術である。一方、直接操作型 BMI は、脳活動を用いて外部機器を直感的に操作することを目的とする。これらの技術は、人間と機械の関係性を大きく変える可能性を持ち、本研究における AI エージェントとの相互作用設計にも示唆を与えるものである。

第3章 メタ戦略 [1]

本章では、まず、組合せ最適化問題に対するメタ戦略について説明する。次に、メタ戦略の基本戦略である局所探索法について述べる。まず、代表的なメタ戦略の例として反復局所探索法について述べ、我々が改良する元のアルゴリズムである MBO について説明する

3.1 メタ戦略

組合せ最適化問題は、その多くがNP-困難である。しかし、現実には、解きたい問題が難しいからといって、解くことをあきらめるわけにはいかない。幸い、最適性の保証は無くとも、ある程度精度の高い解が求まれば、十分満足のいく場合が多い。そこで、現実的な時間で良質の解を求めるために近似解法(approximate algorithm)や発見的手法(heuristics)が用いられる。

近似解法の基本戦略として、欲張り法(greedy method)や局所探索法(local search)が挙げられる。欲張り法は、目的関数への貢献度を示す局所的な評価値に基づいて、実行可能解を直接構成する方法で、構築法(constructive algorithm)の一種である。これに対し、局所探索法は、与えられた解を簡単な操作によって改善する手続きを反復する方法で、改善法(improvement algorithm; 修繕法(repair method))の一種である。これら基本戦略の内、局所探索法については3.2節で詳しく説明する。メタ戦略(metaheuristics; メタ解法、メタヒューリスティクスとも呼ぶ)は、これらの基本戦略よりも多少時間はかかるても、より良質の解を求めるような解法の一般的枠組を与えるものである。代表的なメタ戦略として、遺伝アルゴリズム(genetic algorithm)、アニーリング法(simulated annealing)、タブー探索法(tabu search)などがある。

局所探索法やメタ戦略は、解を生成してはその目的関数値や実行可能性を評価するという操作を反復するものである。すなわち、生成された解のどのような情報を探索履歴として記憶するか、過去の探索の履歴をどのように利用して新たな解を生成するか、に対する様々なアイデアの集合がメタ戦略であるといえる。クラス NP に含まれる問題では、解 s の目的関数値や実行可能性を判定する多項式時間アルゴリズム A の存在が仮定されている

ので、判定の評価は多項式時間で実行できる。このような意味において、クラス NP とメタ戦略は相性が良い。ただし、メタ戦略は非決定性計算による s の列挙を陽には行わず、決定計算である局所探索によって、解の集合の一部のみを生成する点が本質的に異なる。メタ戦略が有効な理由は、局所探索によって生成される解の集合が比較的良い目的関数値の実行可能解を多く含んでいるという理由による。この探索領域に最適解が含まれていれば、対象問題例を厳密に解いたことになり、そうでなくとも、最適に近い解が含まれていれば、近似的に解いていることになる。

メタ戦略の多くは、「良い解どうしは似通った構造を持っている」、POP(proximate optimality principle) と呼ばれる概念に基づいて設計されている。POP が成立していれば、よい解と似通った解の中により良い解が含まれている可能性が高いと考えられる。局所探索法が持つ優良な解を見つける能力である改善力と POP に基づいて、良い解の周辺を集中的に探索しようとする考え方を探索の集中化(intensification) と呼び、メタ戦略の基本原理の一つである。一方、似通った構造の解ばかりを探索していると、同じ解を何度も探索してしまい、無駄な探索になってしまう恐れもある。よってときおりは、これまでに生成してきた解とは構造の異なる解を生成することも必要である。この考え方は探索の多様化(diversification) とよばれ、メタ戦略のもう一つの基本原理である。メタ戦略による探索は、これらの互いに相反する原理をいかにバランスよく組み込むことが重要である。図 3.1, 3.2 に以上の議論を模式的に表し、列挙法とメタ戦略を対比したものを示す。

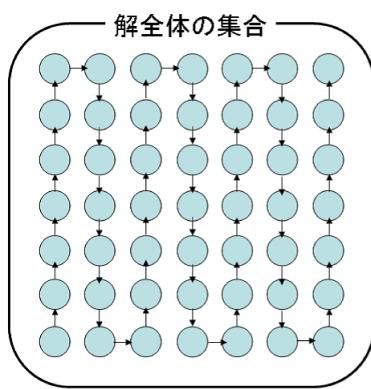


図 3.1: 列挙法の探索

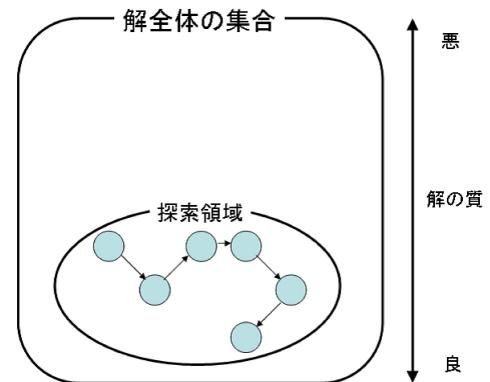


図 3.2: メタ戦略の探索

3.2 局所探索法

本節では、メタ戦略の基本戦略である局所探索法について述べる。

局所探索法は、手元にある解(例えば欲張り法で構成されたもの)の改良を試みる一般的な手順である。さらにメタ戦略は局所探索法の一般化と捉えることができる。最適化問題において、実行可能解 $x \in F$ に対し、 x に少しの変形を加えることによって得られる解集合 $N(x) \subset F$ を x の近傍(neighborhood)と呼ぶ。局所探索法は近傍 $N(x)$ 内に改善解が存在しなくなるまで反復する方法である。近傍 $N(x)$ 内の改善解は、一般に複数個存在するので、近傍をどのような順序で調べ、どの解を次の解として採用するかについては、様々な戦略が可能である。このルールを移動戦略(move strategy)という。代表的なものとして、

- a) 近傍 $N(x)$ 内をランダムな順序で調べて最初に見つかった改善解に移動する即時移動戦略(first admissible move strategy)
- b) $N(x)$ 内の解をすべて調べて最良解に移動する最良移動戦略(best admissible strategy)

の2つがある。

近傍 $N(x)$ は、数学的には写像 $N: F \rightarrow 2^F$ であれば、何でもよいが、性能の高い局所探索法を得るには、 $N(x)$ 内に改善解が存在する傾向が高くなるように定めることが重要である。これには、問題の性質をいかに取り込むかがポイントである。巡回セールスマントラ問題や1機械スケジューリング問題のように、解が要素集合 $V = 1, \dots, n$ の順列 σ で表される場合は、

$N_{ins}(\sigma) = \Sigma$ の1つの要素を他の位置に挿入することにより得られる解

$N_{swap}(\sigma) = \Sigma$ の2つの要素の位置を交換することにより得られる解

などがよく利用される。 N_{ins} を挿入近傍(insertion neighborhood), N_{swap} を交換近傍(swap neighborhood)と呼ぶ。

3.3 反復局所探索法

本節では、代表的なメタ戦略の例として、本研究で対象とする反復局所探索法について記述する。まず、反復局所探索法の研究背景について述べ、次に反復局所探索法の手続きを示す。

3.3.1 反復局所探索法の研究背景

反復局所探索法 (Iterated Local Search, ILS) は、過去の探索で得られた良い解にランダムな変形を加えたものを初期解として、局所探索法を反復する方法である。初期解生成に利用する解として、常に暫定解を利用するという、最も単純な方法は、Johnson により提案された。初期解生成に利用する解の選択方法に、アニーリング法に類似のアイデアを用いてランダム性を導入した方法もある。反復局所探索法のこのような変形は連鎖局所探索法 (Chained Local Optimization, CLO; Large-step Markov Chain とも呼ぶ) と呼ばれる。また、初期解生成について、使用する近傍のサイズを適応的に変化させる方法も提案されている。近傍サイズを、初めは小さく設定するが、初期解の生成に用いる局所最適解と局所探索法によって新たに得られた解を比べて改善が見られない場合には徐々に大きくしていき、改善解が得られた場合は初めの近傍に戻す(ただし、局所探索法の近傍は常に同じものを用いる)。このような方法は可変近傍探索法 (Variable Neighborhood Search, VNS) と呼ばれる。

3.3.2 反復局所探索法の手続き

反復局所探索法の手続きを図 3.3 に示す。アルゴリズム中、 x は、次の局所探索の初期解を生成するために利用される解を表す。解に加えるランダムな変形は Kick と呼ばれる。反復局所探索法において、Kick は重要な設計要素である。Kick には図 3.3 のように探索中に得た最適解を変形する手法や、その時得た局所最適解 x' を変形する手法などがある。終了条件を満たせば、これまでに得た最良の解を出力して探索を終了する(ステップ 5)。

反復局所探索法

- ステップ 1 適当な解を初期解として局所探索法を行い、局所最適解 x を得る。
- ステップ 2 x に対してランダムな解の変更を加え、 x' を得る。
- ステップ 3 x' を初期解として局所探索法を行い、局所最適解 x を得る。
- ステップ 4 $f(x') < f(x)$ ならば $x := x'$ とする。
- ステップ 5 終了条件を満たせば、 x を出力して探索を終了する。
そうでなければ、ステップ 2 に戻る。

図 3.3: 反復局所探索法の手続き [2]

3.4 反復貪欲法

本節では、FSPにおいて極めての効率的な解法である Ruiz と Stutzle による反復貪欲法 [2]について記述する。まず、反復貪欲法の研究背景について述べ、次に反復貪欲法の手続きを示す。

3.5 反復貪欲法の研究背景

Ruiz と Stutzle による反復貪欲法 (Iterated Greedy,IG) [2] は、FSPにおいて効率的な NEH ヒューリスティック基づいたアルゴリズムである。近年のメタヒューリスティックでは、許容可能な計算時間で優れた結果を残しているが提案されている手法の中には過度に複雑になっている。場合によっては発表されているアルゴリズムが非常に複雑でコーディング行っても同じ効果を得られない可能性がある。IG はコード化が簡単で非常に効率的であるアルゴリズムである。また IG はパラメータが 2つしかなく調整が容易である。

3.5.1 反復貪欲法の手続き

Ruiz と Stutzle による反復貪欲法 [2] の擬似コードを図 3.4 に示す。このアルゴリズムは初期解生成、破壊処理、構築処理、局所探索、SA の要素で構成されている。初期解生成では NEH アルゴリズムを用いる。破壊処理では与えられた解から一部を取り除き、構築処理にて NEH ヒューリスティックと同様にジョブを挿入する。次にその解に対して局所探索を行う。局所探索の擬似コードは図 3.5 に示す。SA については 3.6 にて説明するが、IG においては解の多様性を持たせるために行っており以下の式を用いて適用される。

3.6 焼きなまし法 (Simulated Aniling, SA)

本節では、FSPにおいて Osman と Potts によって適用された焼きなまし法 [3]について記述する。まず、焼きなまし法の研究背景について述べ、次にや焼きなまし法の手続きを示す。

3.6.1 焼きなまし法の背景

機械が 2台の場合、johnson 法によって効率的なアルゴリズムで問題が解決される。しかし 3台以上の機械の場合、NP 困難であるため、最適解を得ることは難しく、発見的手

```

procedure IteratedGreedy_for_PFSP
 $\pi := \text{NEH\_heuristic};$ 
 $\pi := \text{IterativeImprovement\_Insertion}(\pi);$ 
 $\pi_b = \pi;$ 
begin
1   While(termination criterion not satisfied)do
2      $\pi' := \pi;$ 
3     for  $i := 1$  to  $d$  do
4        $\pi' :=$  remove one job at random from  $\pi'$  and insert it in  $\pi'_R$ ;
5     endfor
6     for  $i := 1$  to  $d$  do
7        $\pi' :=$  best permutation obtained by inserting job  $\pi_R(i)$  in all possible positions of
 $\pi'$ ;
8     endfor
9      $\pi'' := \text{IterateveImprovement\_insertion}(\pi)$ 
10    if  $C_{\max}(\pi'') < C_{\max}(\pi)$  then
11       $\pi := \pi'';$ 
12      if  $C_{\max}(\pi) < C_{\max}(\pi_b)$  then
13         $\pi_b := \pi;$ 
14      endif
15    elseif( $\text{random} \leq \exp\{-(C_{\max}(\pi'') - C_{\max}(\pi))/Temperture\}$ ) then
16       $\pi := \pi'';$ 
17    endif
18  endwhile
19  return  $\pi_b$ 
end;

```

図 3.4: Iterated Greedy の擬似コード [2]

法の欠点を補った改善型ヒューリスティックを用いることが有効であると考える。そこで当時、注目されていた焼きなまし法を用いる。焼きなまし法はある確率で評価値を増加させる解を受け入れるランダムな改善手法である。

3.6.2 焼きなまし法の手続き

Osman と Potts によって適用された焼きなまし法 [3] は繰り返して近傍を生成し、ある確率で評価値を増加させる解を受け入れる改善手法である。近傍生成にはシフト近傍を用いている。また SA の重要な設計要素である評価値を増加させる解を受け入れる確率は $R \leq e^{-\Delta, T}$ で表される。確率に用いられる初期温度は 3.1 とし最終温度は 3.3 とした。反復回数は??とし、 K, T_1, T_k が決定されると β は 3.4 式となる

$$T_{k+1} = T_k / (1 + \beta T_k) \quad (3.1)$$

$$T_l = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{i,j} / (5nm) \quad (3.2)$$

```

procedure IterativeImprovement_insertion( $\pi$ )
begin
1  $improve := true;$ 
2 while( $improve = true$ ) do
3    $improve := false;$ 
4   for  $i := 1$  to  $d$  do
5     remove a job  $k$  at random from  $\pi$  (without repetition)
6     for  $i := 1$  to  $d$  do
7        $\pi' :=$  best permutation obtained by inserting job  $k$  in any possible positions of  $\pi$ ;
8       if  $C_{\max}(\pi') - C_{\max}(\pi)$  then
9          $\pi' := \pi$ 
10         $improve := true;$ 
11      endif
12    endfor;
13  endwhile
14  return  $\pi$ 
15 end;

```

図 3.5: Local Search の擬似コード [2]

$$T_k = 1 \quad (3.3)$$

$$\beta = (T_l - T_k)/(K - 1)T_l T_k \quad (3.4)$$

3.7 渡り鳥最適化アルゴリズム

本節では、本研究で対象とする Duman, Ekrem, Uysal らによって提案された渡り鳥最適化アルゴリズム [4] について記述する。まず、現実の渡り鳥について述べ、次に渡り鳥最適アルゴリズムの手続きを示す。

3.7.1 現実の渡り鳥

渡り鳥の群れは長距離飛行を行う際、V字型編隊を組む図 3.6。これには 2 つの仮説が提案されている。第一に飛行中のエネルギーが節約されることが挙げられる。第二に、鳥同士がお互いの衝突を避け、視界を防がないようにしていると考えられている。V字型のフォーメーションでは、先頭を飛んでいるリーダーの鳥が最も多くのエネルギーを消費する。それ以外の鳥は、先頭の鳥からエネルギー節約の恩恵を受けている。一般的には、リーダーの鳥がしばらく飛び、疲弊すると列の最後尾につき、後続の鳥がリーダーになる

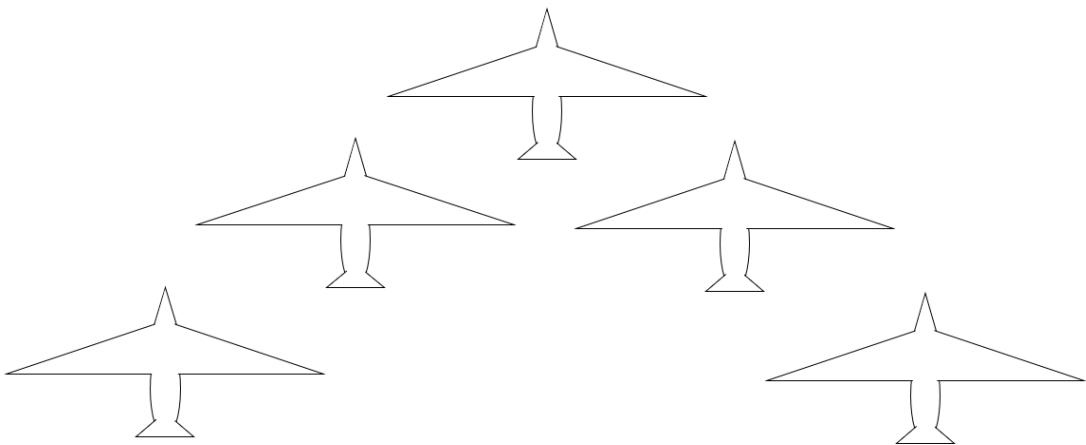


図 3.6: V 字型編隊のイメージ

と考えられている。通常、鳥の群れは同じ家族で構成され、最も強い鳥がリーダーとなるか、複数の家族を組み合わせて強い鳥がリーダーになる。理論的には、鳥の数が多いほどエネルギーの節約が大きくなるが、実際に観測された群れの大きさは限られている。理由として群れのサイズが大きくなりすぎると、協調性を失い列を組むのが難しくなるためである。その結果、後方の鳥は編隊飛行のエネルギー節約の恩恵を受けることはできなくなる。

3.7.2 渡り鳥アルゴリズム最適化の手続き

Duman, Ekrem, Uysal らによって提案された渡り鳥最適化アルゴリズムの擬似コードを図 3.7 に示す。Line 1 では n 個のランダムな初期解を生成し、評価値順に初期解を仮想的な V 字型に並べる。Line 5 ではリーダー（解を仮想的な V 字型に並べた時に先頭に来る解）に対して近傍を k 個生成し、生成された近傍が良好な解であれば解の更新を行う。Line 7,8 はリーダー以外の解の更新を行っている。この時更新を行う解からの近傍を $k - x$ 個、更新を行う解の一つ前の解から生成されたことのない近傍を x 個生成する。これらの近傍解で良好な解を新しい解とする。Line 12 では V 字型配置の並び替えを行う。この並び替えでは、先頭にいた解を最後尾に置き後続の解を一つずつ前にする。このアルゴリズムは近傍回数が終了条件を満たすまで繰り返す。

Pseudocode MBO

n = the number of initial solutions (birds)

k = the number of neighbor solutions to be considered

x = the number of neighbor solutions to be shared with the next solution

m = number of tours

K = iteration limit

begin

- 1 Generate n initial solutions in a random manner and place them on an hypothetical V formation arbitrarily
- 2 $i = 0$
- 3 **while**($i < K$)
- 4 **for** ($j = 0; j < m; j ++$)
- 5 Try to improve the leading solution by generating and evaluating k neighbors of it
- 6 $i = i + k$
- 7 **for** each solution sr in the flock (except leader)
- 8 Try to improve sr by evaluating $(k - x)$ neighbors of it and x unused best neighbors from the solution in the front
- 9 $i = i + (kx)$
- 10 **endfor**
- 11 **endfor**
- 12 Move the leader solution to the end and forward one of the solutions following it to the leader position
- 13 **endwhile**
- 14 return the best solution in the flock **end;**

図 3.7: MBO の擬似コード [4]

第4章 結論

4.1 結論

スケジューリング問題は私たちの生活の中に数多く存在する。特に製造業において効率的なスケジュールを立てることによって、製造効率の向上、コストの削減、納期の見積もりの目処が立てやすくなる。また長時間労働やあるいは人件費削減などが可能になる。このように効率化を行うことによって多くの問題の軽減や解決が可能になる。フローショップスケジューリング問題 (Flow-shop Scheduling Problem, FSP) が挙げられる。FSP は代表的な組み合わせ最適化問題の一つであり、NP-困難であるため、現実的な時間で良好な解を算出する近似解法の研究が盛んに行われている。

現在、この問題に対して遺伝的アルゴリズム (Genetic Algorithm, GA), 反復貪欲法 (Iterated Greedy, IG), 焼きなまし法 (Simulated Algorithm, SA) など、多くのメタ戦略アルゴリズムが適用されている。近年、これらのアルゴリズムと同様に、渡り鳥の行動を基にしたアルゴリズムである、渡り鳥最適化アルゴリズム (Migrating Birds Optimization, MBO) が提案されており、二次割り当て問題 (Quadratic Assignment Problem, QAP) に対する有効なメタ戦略アルゴリズムであることが知られている。

本論文では第??章で、FSP に対する解法として渡り鳥最適化アルゴリズム (Migrating Birds Optimization, MBO) を提案した。第??章では、性能比較実験としてベンチマーク問題例を使用して提案 MBO の性能の評価するため実験を行った。比較解法は FSP に対して最も効率的な手法の一つである反復貪欲法 (Iterated Greedy, IG) とした。結果から従来 IG は提案 MBO に比べて平均的に良好な解を示した。

4.2 今後の課題

今後の課題としては、以下の 2 点が考えられている。

一つ目は局所探索法の適用が考えられる。従来 MBO は大域的探索に優れているが局所的探索の性能は十分でない。そこで MBO に局所探索性能の向上のため局所探索を導入することで MBO の解の精度がよくなると推測する。しかし、MBO では良好な解の精度を

得ようとすると解の集団が大きくなる傾向になる。これらすべての解に局所探索を行うと局所探索の時間を多く要するため、近傍生成の回数が極端に減り解の精度が著しく落ちてしまう。そこで一定の確率で局所探索を行ったり、一部に対して局所探索を行うなど、局所探索の適用方法や解の数を調整する必要がある。MBOに対する局所探索の適用については付録Dに示す。またFSPに対して極めて効率的な解法にIGがあり、IGの中でも良好な解を示しているFernandez-ViagasとFraminanらの提案したIG[5]ではジョブを取り除いた時にも局所探索を適用している。これは実行不可能解に対しても局所探索を行うことで解に多様性を与え、解の精度を上げていると考える。

二つ目は多様性の維持が挙げられる。前述した通り、MBOで解の精度を上げようすると、ある程度解の集団を大きくする必要がある。この理由として、解の集団を大きくすることで集団の多様性を保ち、探索範囲を大きくしていることが考えられる。しかし、この手法では近傍の数も増加するため、解の探索に時間がかかりすぎてしまう。そこで探索範囲をある程度広く保ち、探索性能を上げるために多様性の維持の手法の導入が考えられる。鳥を減らしつつ、探索範囲が広くなることでそれぞれの解の探索時間が増加し解の精度が向上すると考えられる。多様性を維持する手法として評価値に関わらず温度によって近傍解に解の更新を行うSAがある。MBOにSAを適用した例を付録Cに示す。また、多様性を計る方法としてPan,Ruizらの確率分布モデル[6]がある。これを利用して解の更新を行う手法も考えられる。

謝 辞

終始一貫しご指導頂きました、岡山理科大学工学部 片山謙吾教授に感謝致します。また、院生の金原先輩及び、片山研究室ゼミ生の方々にはお世話になりましたがどうございました。特に、片山先生には研究に関することだけでなく、文書作成やプレゼンテーションなど様々なことにご指導いただきありがとうございました。大学院でもご指導ご鞭撻のほどよろしくお願ひします。また、1年という期間をかけて一つの物事に取り組む楽しさや計画を立てて行動する大切さを体験させていただいたことを心よりを感謝いたします。この1年間で得た貴重な知識、経験を活用し大学院でも研究に励みたいと思います。最後に片山研究室へ配属されるゼミ生の方へアドバイスをします。

4年生は研究や就職活動、学業など大変忙しい一年になると思います。そのためどのように一年を過ごすのかしっかり考えて下さい。そうすれば、とても価値のある有意義な1年になると思います。また、研究においては想定通りに進むものではないと考え、何事も早く取り組みより良い研究を目指してください。

関連図書

- [1] 柳浦睦憲, 萩木俊秀. 組合せ最適化—メタ戦略を中心として—. 朝倉書店, 2001.
- [2] Rubén Ruiz and Thomas Stützle. A simple and effective iterated greedy algorithm for the permutation flowshop scheduling problem. *European journal of operational research*, Vol. 177, No. 3, pp. 2033–2049, 2007.
- [3] Ibrahim H Osman and CN Potts. Simulated annealing for permutation flow-shop scheduling. *Omega*, Vol. 17, No. 6, pp. 551–557, 1989.
- [4] Ekrem Duman, Mitat Uysal, and Ali Fuat Alkaya. Migrating birds optimization: a new metaheuristic approach and its performance on quadratic assignment problem. *Information Sciences*, Vol. 217, pp. 65–77, 2012.
- [5] Victor Fernandez-Viagas and Jose M Framinan. A best-of-breed iterated greedy for the permutation flowshop scheduling problem with makespan objective. *Computers & Operations Research*, Vol. 112, p. 104767, 2019.
- [6] Quan-Ke Pan and Rubén Ruiz. An estimation of distribution algorithm for lot-streaming flow shop problems with setup times. *Omega*, Vol. 40, No. 2, pp. 166–180, 2012.

付録A FSPに対するMBOの解の数の検討

MBOの探索性能は解の数に大きく依存する。解の数が多い程、解の探索範囲が広くなるため良好な解を算出しやすい。しかし、さらに解の数を増やすと十分な解の探索が行われないため、パフォーマンスが下がる。言い換えると、解の数に対するMBOのパフォーマンスはU字型の挙動を示す。そこで、各アルゴリズム一回試行による計算打ち切り時間30nm[ms]に対する適切な解の数を検証する。

また並び替え方法を変更することで解の収束にどのような影響ができるか検証するため、複数の並び替えのもと実験を行った。並び替えは以下の通りである。

- MBO($m=10$)
従来通りのMBO
- MBO($m=1$)
並び替え方は従来通りだが各解の近傍を1回ずつ生成した後並び替え行う。
以下の並び替えも各解の近傍を1回ずつ生成した後別手法の並び替え行う。
- MBO_{BELE}
並び替え時に先頭の解と解の中の最良の解の場所を入れ替える。
- MBO_{Down}
解を解の評価値の降順に並び変える。
- MBO_{Up}
解を解の評価値の昇順に並び替える。
- $MBO_{Shuffle}$
解をランダムに並び替える。

表 A.1: MBO(m=10)

	bird=11			bird=51			bird=101			bird=151			bird=171			bird=201			bird=251
	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	
20J 5M	0.000	0.278	0.000	0.051	0.000	0.073	0.000	0.073	0.000	0.073	0.000	0.041	0.000	0.041	0.000	0.041	0.000	0.041	
20J 10M	0.000	0.498	0.000	0.197	0.000	0.091	0.000	0.024	0.000	0.080	0.000	0.026	0.000	0.022	0.000	0.022	0.000	0.022	
20J 20M	0.106	0.411	0.015	0.184	0.000	0.079	0.000	0.089	0.000	0.076	0.000	0.057	0.000	0.057	0.000	0.057	0.000	0.035	
50J 5M	0.000	0.059	0.000	0.017	0.000	0.024	0.000	0.013	0.000	0.004	0.000	0.008	0.000	0.008	0.000	0.008	0.000	0.013	
50J 10M	0.165	1.233	0.066	0.839	0.077	0.801	0.153	0.730	0.066	0.740	0.022	0.721	0.077	0.721	0.077	0.721	0.077	0.696	
50J 20M	1.213	2.028	1.045	1.617	0.880	1.457	0.843	1.400	0.954	1.382	0.797	1.271	0.909	1.271	0.909	1.271	0.909	1.384	
100J 5M	0.000	0.015	0.000	0.002	0.000	0.007	0.000	0.007	0.000	0.005	0.000	0.007	0.000	0.007	0.000	0.007	0.000	0.004	
100J 10M	0.040	0.425	0.034	0.262	0.029	0.284	0.023	0.249	0.029	0.244	0.040	0.233	0.012	0.233	0.012	0.233	0.012	0.241	
100J 20M	1.541	2.110	1.337	1.865	1.400	1.758	1.181	1.699	1.333	1.709	1.384	1.773	1.219	1.773	1.219	1.773	1.219	1.722	
200J 10M	0.009	0.201	0.006	0.149	0.018	0.145	0.000	0.077	0.006	0.080	0.000	0.099	0.000	0.099	0.000	0.099	0.000	0.086	
200J 20M	1.440	2.053	1.189	1.791	1.184	1.757	1.344	1.796	1.240	1.842	1.320	1.856	1.480	1.856	1.480	1.856	1.480	1.938	
500J 20M	0.489	0.915	0.287	0.845	0.446	0.842	0.458	0.887	0.485	0.885	0.526	0.955	0.563	0.955	0.563	0.955	0.563	0.991	
AVERAGE	0.417	0.852	0.332	0.652	0.336	0.610	0.333	0.587	0.343	0.593	0.341	0.587	0.355	0.587	0.355	0.587	0.355	0.598	

表 A.2: MBO(m=1)

	bird=11			bird=51			bird=101			bird=151			bird=171			bird=201			bird=251		
	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	
20J 5M	0.000	0.158	0.000	0.083	0.000	0.073	0.000	0.073	0.000	0.041	0.000	0.041	0.000	0.041	0.000	0.041	0.000	0.041	0.000	0.041	
20J 10M	0.000	0.539	0.000	0.219	0.000	0.134	0.000	0.062	0.000	0.041	0.000	0.044	0.000	0.044	0.000	0.044	0.000	0.044	0.000	0.052	
20J 20M	0.015	0.355	0.030	0.189	0.000	0.084	0.000	0.065	0.000	0.049	0.000	0.050	0.000	0.050	0.000	0.050	0.000	0.050	0.000	0.058	
50J 5M	0.000	0.068	0.000	0.025	0.000	0.019	0.000	0.010	0.000	0.009	0.000	0.011	0.000	0.011	0.000	0.011	0.000	0.011	0.000	0.016	
50J 10M	0.237	1.201	0.218	0.863	0.131	0.850	0.000	0.772	0.132	0.737	0.077	0.720	0.077	0.720	0.077	0.720	0.077	0.720	0.077	0.689	
50J 20M	1.269	2.237	1.097	1.593	0.754	1.335	0.837	1.267	0.833	1.286	0.711	1.322	0.913	1.322	0.913	1.322	0.913	1.322	0.913	1.343	
100J 5M	0.000	0.045	0.000	0.011	0.000	0.006	0.000	0.007	0.000	0.003	0.000	0.003	0.000	0.003	0.000	0.003	0.000	0.003	0.000	0.004	
100J 10M	0.175	0.489	0.040	0.317	0.017	0.229	0.023	0.213	0.017	0.227	0.012	0.234	0.017	0.234	0.017	0.234	0.017	0.234	0.017	0.252	
100J 20M	1.293	2.090	1.223	1.802	0.881	1.589	1.027	1.681	1.031	1.597	1.291	1.670	1.412	1.670	1.412	1.670	1.412	1.670	1.412	1.770	
200J 10M	0.022	0.281	0.015	0.178	0.006	0.107	0.003	0.097	0.009	0.098	0.006	0.109	0.012	0.109	0.012	0.109	0.012	0.109	0.012	0.114	
200J 20M	1.470	2.103	1.190	1.789	1.110	1.608	1.110	1.659	1.314	1.709	1.177	1.772	1.266	1.772	1.266	1.772	1.266	1.772	1.266	1.849	
500J 20M	0.380	0.910	0.277	0.728	0.285	0.736	0.268	0.796	0.441	0.837	0.436	0.864	0.527	0.864	0.527	0.864	0.527	0.864	0.527	0.949	
AVERAGE	0.405	0.873	0.341	0.650	0.265	0.564	0.272	0.558	0.315	0.553	0.309	0.570	0.352	0.570	0.352	0.570	0.352	0.570	0.352	0.595	

表 A.3: MBO_{BELE}

		bird=11			bird=51			bird=101			bird=151			bird=171			bird=201			bird=251		
		best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG			
20J 5M	0.000	0.278	0.000	0.051	0.000	0.073	0.000	0.073	0.000	0.060	0.000	0.041	0.000	0.041	0.000	0.041	0.000	0.041				
20J 10M	0.000	0.498	0.000	0.197	0.000	0.091	0.000	0.024	0.000	0.061	0.000	0.026	0.000	0.022	0.000	0.022	0.000	0.022				
20J 20M	0.106	0.411	0.015	0.184	0.000	0.079	0.000	0.089	0.000	0.073	0.000	0.057	0.000	0.057	0.000	0.057	0.000	0.035				
50J 5M	0.000	0.059	0.000	0.017	0.000	0.024	0.000	0.013	0.000	0.011	0.000	0.008	0.000	0.008	0.000	0.008	0.000	0.013				
50J 10M	0.165	1.233	0.066	0.839	0.077	0.801	0.153	0.730	0.092	0.734	0.022	0.721	0.077	0.721	0.077	0.721	0.077	0.696				
50J 20M	1.213	2.028	1.045	1.617	0.880	1.457	0.843	1.400	0.918	1.367	0.797	1.271	0.909	1.271	0.909	1.271	0.909	1.384				
100J 5M	0.000	0.015	0.000	0.002	0.000	0.007	0.000	0.007	0.000	0.005	0.000	0.007	0.000	0.007	0.000	0.007	0.000	0.004				
100J 10M	0.040	0.425	0.034	0.262	0.029	0.284	0.023	0.249	0.022	0.251	0.040	0.233	0.012	0.233	0.012	0.233	0.012	0.241				
100J 20M	1.541	2.110	1.337	1.865	1.400	1.758	1.181	1.699	1.283	1.724	1.384	1.773	1.219	1.773	1.219	1.773	1.219	1.722				
200J 10M	0.009	0.201	0.006	0.149	0.018	0.145	0.000	0.077	0.007	0.089	0.000	0.099	0.000	0.099	0.000	0.099	0.000	0.086				
200J 20M	1.440	2.053	1.189	1.791	1.184	1.757	1.344	1.796	1.256	1.813	1.320	1.856	1.480	1.856	1.480	1.856	1.480	1.938				
500J 20M	0.489	0.915	0.287	0.845	0.446	0.842	0.458	0.887	0.440	0.878	0.526	0.955	0.563	0.955	0.563	0.955	0.563	0.991				
AVERAGE	0.417	0.852	0.332	0.652	0.336	0.610	0.333	0.587	0.335	0.589	0.341	0.587	0.355	0.589	0.355	0.587	0.355	0.598				

表 A.4: MBO_{down}

	bird=11			bird=51			bird=101			bird=151			bird=171			bird=201			bird=251		
	best	AVG	best	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG
20J 5M	0.000	0.105	0.000	0.041	0.000	0.041	0.000	0.041	0.000	0.049	0.000	0.041	0.000	0.041	0.000	0.041	0.000	0.041	0.000	0.041	
20J 10M	0.000	0.094	0.000	0.037	0.000	0.004	0.000	0.045	0.000	0.011	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.011	
20J 20M	0.000	0.163	0.000	0.053	0.000	0.047	0.000	0.025	0.000	0.022	0.000	0.019	0.000	0.019	0.000	0.019	0.000	0.019	0.000	0.012	
50J 5M	0.000	0.013	0.000	0.011	0.000	0.008	0.000	0.008	0.000	0.005	0.000	0.005	0.000	0.005	0.000	0.005	0.000	0.005	0.000	0.012	
50J 10M	0.197	1.022	0.186	0.896	0.065	0.821	0.229	0.862	0.065	0.835	0.187	0.867	0.109	0.867	0.109	0.867	0.109	0.867	0.109	0.902	
50J 20M	1.451	1.918	1.126	1.579	1.132	1.588	1.202	1.546	1.134	1.528	1.142	1.496	1.143	1.496	1.143	1.496	1.143	1.496	1.143	1.571	
100J 5M	0.000	0.003	0.000	0.005	0.000	0.002	0.000	0.006	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000	0.004	
100J 10M	0.040	0.354	0.029	0.346	0.035	0.321	0.053	0.334	0.035	0.323	0.053	0.349	0.065	0.349	0.065	0.349	0.065	0.349	0.065	0.315	
100J 20M	1.573	2.093	1.514	2.047	1.574	1.985	1.454	2.039	1.592	2.038	1.569	2.046	1.646	2.046	1.646	2.046	1.646	2.046	1.646	2.127	
200J 10M	0.015	0.183	0.025	0.159	0.028	0.165	0.012	0.188	0.024	0.169	0.028	0.182	0.034	0.182	0.034	0.182	0.034	0.182	0.034	0.178	
200J 20M	1.560	2.126	1.377	2.070	1.628	2.099	1.480	2.151	1.667	2.193	1.664	2.233	1.696	2.233	1.696	2.233	1.696	2.233	1.696	2.288	
500J 20M	0.587	1.026	0.678	1.052	0.632	1.114	0.692	1.187	0.742	1.185	0.797	1.230	0.901	1.317	0.901	1.317	0.901	1.317	0.901	1.317	
AVERAGE	0.452	0.758	0.411	0.691	0.425	0.683	0.427	0.703	0.438	0.696	0.453	0.706	0.466	0.731	0.466	0.731	0.466	0.731	0.466	0.731	

表 A.5: MBO_{up}

	bird=11		bird=51		bird=101		bird=151		bird=171		bird=201		bird=251	
	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG
20J 5M	0.000	0.258	0.000	0.056	0.000	0.073	0.000	0.161	0.000	0.027	0.000	0.041	0.000	0.060
20J 10M	0.000	0.482	0.000	0.168	0.000	0.076	0.000	0.453	0.000	0.238	0.000	0.253	0.000	0.144
20J 20M	0.250	0.533	0.000	0.199	0.000	0.092	0.149	0.490	0.044	0.328	0.032	0.284	0.013	0.219
50J 5M	0.000	0.071	0.000	0.058	0.000	0.033	0.000	0.047	0.000	0.035	0.000	0.027	0.000	0.022
50J 10M	0.185	1.055	0.196	0.915	0.087	0.879	0.471	1.271	0.199	0.941	0.110	1.049	0.186	0.910
50J 20M	1.340	2.223	1.187	1.850	1.053	1.643	1.450	2.195	1.308	1.817	1.429	1.828	1.099	1.723
100J 5M	0.000	0.019	0.000	0.006	0.000	0.008	0.000	0.024	0.000	0.008	0.000	0.007	0.000	0.003
100J 10M	0.116	0.490	0.034	0.337	0.023	0.255	0.049	0.471	0.078	0.468	0.104	0.465	0.064	0.389
100J 20M	1.587	2.283	1.334	1.891	1.243	1.832	1.589	2.242	1.098	1.970	1.223	1.894	1.406	1.960
200J 10M	0.024	0.280	0.003	0.199	0.009	0.156	0.012	0.207	0.022	0.171	0.003	0.179	0.006	0.164
200J 20M	1.387	2.171	1.380	1.878	1.161	1.714	1.273	2.004	1.371	1.929	1.151	1.845	1.376	1.969
500J 20M	0.447	0.957	0.283	0.839	0.319	0.817	0.480	0.957	0.405	0.873	0.411	0.855	0.488	0.936
AVERAGE	0.445	0.902	0.368	0.700	0.325	0.631	0.456	0.877	0.377	0.734	0.372	0.727	0.386	0.708

表 A.6: MBO_{shuffle}

	bird=11		bird=51		bird=101		bird=151		bird=171		bird=201		bird=251	
	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG	best	AVG
20J 5M	0.000	0.225	0.000	0.131	0.000	0.041	0.000	0.073	0.000	0.041	0.000	0.041	0.000	0.041
20J 10M	0.000	0.553	0.000	0.292	0.000	0.174	0.000	0.145	0.000	0.118	0.000	0.110	0.000	0.090
20J 20M	0.029	0.387	0.015	0.201	0.000	0.138	0.000	0.097	0.000	0.108	0.000	0.105	0.000	0.075
50J 5M	0.000	0.059	0.000	0.037	0.000	0.054	0.000	0.018	0.000	0.018	0.000	0.015	0.000	0.013
50J 10M	0.174	1.209	0.109	1.077	0.196	0.884	0.142	0.859	0.153	0.867	0.080	0.856	0.142	0.821
50J 20M	1.191	2.002	1.036	1.666	0.920	1.596	1.204	1.593	1.025	1.529	0.892	1.561	0.890	1.484
100J 5M	0.000	0.011	0.000	0.009	0.000	0.010	0.000	0.005	0.000	0.006	0.000	0.008	0.000	0.008
100J 10M	0.052	0.448	0.023	0.399	0.041	0.300	0.052	0.311	0.023	0.335	0.006	0.322	0.023	0.272
100J 20M	1.420	2.155	1.575	1.926	1.471	1.904	1.397	1.785	0.922	1.761	1.314	1.800	1.244	1.690
200J 10M	0.000	0.206	0.010	0.259	0.003	0.201	0.003	0.218	0.000	0.148	0.013	0.178	0.000	0.096
200J 20M	1.570	2.161	1.184	1.831	1.281	1.807	1.048	1.673	1.030	1.672	1.087	1.744	1.092	1.723
500J 20M	0.346	0.936	0.425	0.788	0.319	0.785	0.334	0.795	0.360	0.800	0.309	0.793	0.421	0.845
AVERAGE	0.399	0.863	0.365	0.718	0.352	0.658	0.348	0.631	0.293	0.617	0.308	0.628	0.318	0.596

近傍生成を変更したことにより探索性能が上昇し、解の集団を大きくすることで解の精度が高くなった。具体的には解の数を 171 付近で良好な解を得られた。また、解の並び替えによっても解の精度に影響がある。特に $MBO(m=1)$, MBO_{BELE} , では良好な解を示した。