

① نقوم بالإشتقاق بالنسبة لـ a

$$\frac{\partial D}{\partial a} \left[\sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 \right] = 0$$

$$\sum_{i=1}^n -2x_i (y_i - ax_i - b) = 0$$

$$-2 \sum_{i=1}^n x_i (y_i - ax_i - b) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i - ax_i^2 - bx_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i + \sum_{i=1}^n -ax_i^2 + \sum_{i=1}^n -bx_i = 0$$

$$-a \sum_{i=1}^n x_i^2 + \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n bx_i = 0$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i - bx_i = a \sum_{i=1}^n x_i^2$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - bx_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2} \quad (1)$$

② نقوم بالإشتقاق بالنسبة لـ b

$$\frac{\partial D}{\partial b} \left[\sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2 \right] = 0$$

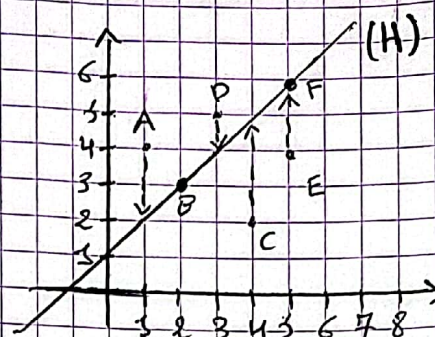
$$\sum_{i=1}^n -2(y_i - ax_i - b) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b) = 0$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - ax_i) - \sum_{i=1}^n b = 0$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i - a \sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - a \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{y} - a\bar{x}$$



نقوم في الإصدار الخطي بالبحث عن المستقيم الذي يكون قريب من كل النقاط بمعنى آخر مجموع بعد النقاط عن المستقيم يكون أقل ما يمكن نفرض أن المستقيم اسمه (H) وإذا الفرق D يكون كالتالي:

$$D = \sum_{i=1}^n (y_i - H_i)^2$$

من المعروف أن H_i هو التوقع لـ y_i ولذا كانت التوقع

حيث n هو عدد النقاط الموجود لدينا و y_i هو ترتيب النقطة i و H_i هو ترتيب النقطة i المتوقعة، بما أن (H) هو مستقيم إذا:

$$(H): \hat{y}_i = ax_i + b$$

نعوض في D :

$$\sum_{i=1}^n (y_i - (ax_i + b))^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - ax_i - b)^2$$

بما أننا نريد البحث عن قيم a و b بدلالة x و y بحيث تكون D أقل ما يمكن سوف نقوم بالإشتقاق مرة بالنسبة لـ a ومرة أخرى بالنسبة لـ b والمساواة مع 0.

في النهاية نحصل على :

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x} \sum_{i=1}^n x_i} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n x_i (x_i - \bar{x})}$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x}$$

$$b = \bar{y} - a \bar{x} \dots \textcircled{2}$$

حيث \bar{y} هو متوسط ترتيب
النقاط و \bar{x} متوسط فواصل
النقاط.

نعوض $\textcircled{2}$ في $\textcircled{1}$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - (\bar{y} - a \bar{x}) \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^n x_i + a \bar{x} \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2}$$

$$a \cdot \sum_{i=1}^n x_i^2 = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^n x_i + a \sum_{i=1}^n \bar{x} x_i$$

$$a \times \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \sum_{i=1}^n \bar{x} x_i \right] = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$a \times \left[\sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x} \sum_{i=1}^n x_i \right] = \sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - \bar{y} \sum_{i=1}^n x_i}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \bar{x} \sum_{i=1}^n x_i} \dots \textcircled{3}$$

أثناء الحساب لاحظ أنه لو قمنا
بالبدء بإشتقاق D بالنسبة لـ b
أولاً لكانت أسهل 😊