

# Lógica Fuzzy

Alexandre Garcia Aguado, Marco André Cantanhede

Faculdade de Tecnologia – Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP)  
Rua Paschoal Marmo, 1888 – 13484-332 – Limeira – SP – Brazil

ale.garcia.aguado@gmail.com, marcoadc@br.ibm.com

**Abstract.** *This article describes an introduction to Fuzzy Logic and its contributions to the Artificial Intelligence area, which is one of the evaluations of the discipline FT011 - Artificial Intelligence of Faculdade de Tecnologia of UNICAMP.*

**Resumo.** *Este artigo apresenta uma introdução a Lógica Fuzzy e suas contribuições para área de Inteligência Artificial, sendo este uma das avaliações da disciplina FT011 – Inteligência Artificial da Faculdade de Tecnologia da Unicamp.*

## 1. Introdução

Considerando os problemas reais que cercam a sociedade hoje tanto nas indústrias, no comércio ou mesmo no dia a dia das pessoas, fica claro a ausência de certezas absolutas quanto a alguns aspectos. Heisenberg em 1927 já falava sobre o princípio da incerteza que serviu como alicerce principal da teoria quântica. Este princípio mais tarde iria auxiliar no desenvolvimento da lógica *fuzzy*, onde sua forma de raciocinar é muito semelhante ao modelo de raciocínio humano, baseado em aproximações e cercado de incertezas e suposições.

Esses algoritmos são amplamente utilizados atualmente em diversas áreas como: robótica, automação de linhas de produção, simulações financeiras entre outras.

O sistema lógico apresentado pela lógica *fuzzy* quando aplicado vai além do raciocínio booleano, pois busca atribuir graus para os elementos em questão de forma que a resposta *contido* ou *não contido* somente, não satisfaz e busca-se saber o quão contido ou o quão não contido esta determinado elemento.

## 2. Lógica Fuzzy

A lógica *fuzzy*, também conhecida como lógica nebulosa ou difusa se tornou conhecida

a partir de 1965 quando o professor Lofti Zadeh publicou o artigo *Fuzzy Sets* no *journal Information and Control*, porém como afirma Cox(1994) os princípios apresentados por esta lógica já existiam bem antes. Por volta de 1920 um polonês chamado Jan Luasiewicz (1878-1956) utilizando-se do princípio da incerteza, apresentou pela primeira vez as noções da lógica dos conceitos vagos onde é admissível um conjunto com valores não precisos.

Segundo Cox(1994) o que diferencia a lógica *fuzzy* da lógica booleana é a capacidade desta de se aproximar do mundo real onde não existe somente respostas extremas. A lógica *fuzzy* da espaço ao meio termo apresentando ainda a possibilidade de mensurar o grau de aproximação da solução exata e assim inferir algo que seja necessário.

KLIR (1995) já apresenta que a principal diferença entre a lógica clássica e a lógica *fuzzy* esta no range que cada uma delas tem como valores verdadeiros ou valores respostas. Enquanto a lógica clássica propõe que esses valores seja verdadeiro ou falso a lógica *fuzzy* propõe que isso seja uma questão de grau.

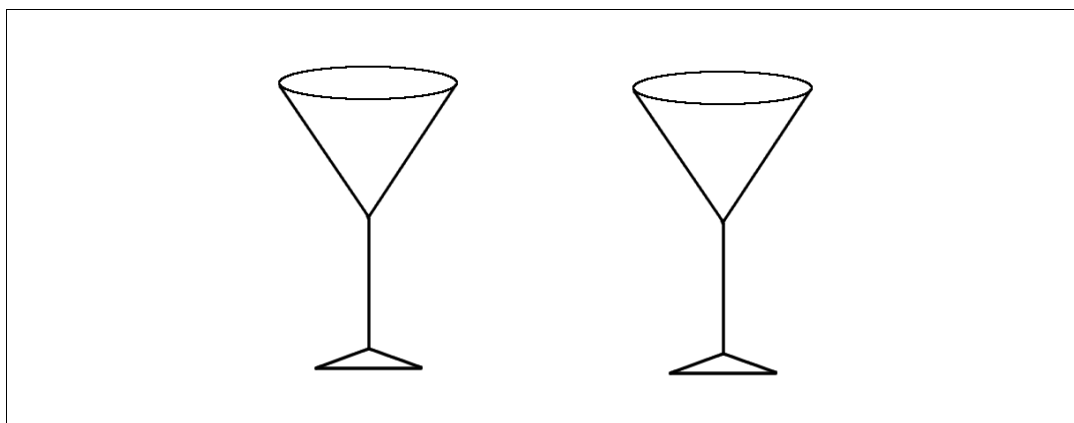
Devido a esta adaptabilidade e proximidade com problemas do mundo real a lógica *fuzzy* foi crescendo com o passar dos anos e teve grande expansão durante a década de 80 tendo o Japão como um dos principais locais para seu crescimento. Segundo Von Altrock (1996) são diversas as áreas onde se encontram aplicações da lógica *fuzzy* como: controle de fluxo de caixa, análise de risco, controle de estoques, avaliações, controle de qualidade entre outros, ganhando maior espaço atualmente em otimizações e automação industrial devido sua facilidade de retratar a lógica da racionalidade humana ao resolver problemas.

Quando um determinado problema apresenta um grande grau de incerteza é necessário que para solução deste se utilize um modelo matemático que contemple essa especificidade e não desconsidere aspectos que possam ser ignorados na aplicação de lógicas tradicionais. Como afirma Cox(1994), para esses casos a lógica *fuzzy* é amplamente recomendada pois apresenta um modelo capaz de combinar a imprecisão associada aos eventos naturais e o poder computacional das máquinas produzindo assim sistemas de respostas inteligentes.

Segundo Von Altrock(1996) um dos grandes objetivos inerentes a lógica *fuzzy* é se aproximar em sua lógica, da forma com que o raciocínio humano relaciona as informações buscando respostas aproximadas aos problemas, por isso o grande foco desta lógica é a solução de problemas cuja as informações presentes sejam incertas.

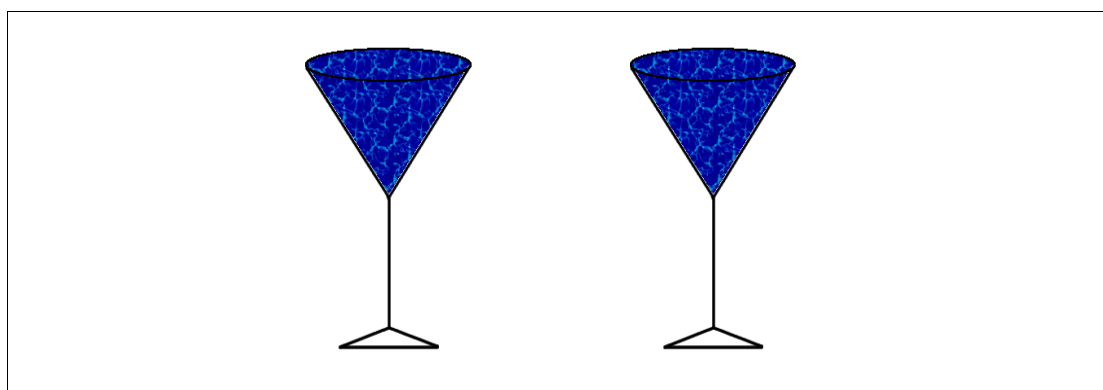
As figuras 1, 2 e 3 foram baseadas em um dos exemplo citados por Cox(1994) para exemplificar a lógica *fuzzy* e sua aplicação. Em exemplos posteriores serão abordados o mesmo caso para que se identifique os conceitos básicos relacionados a lógica *fuzzy*.

Considerando então a figura 1, a questão relacionada a ela é a seguinte: *Os copos estão cheios ou vazios?* Considerando que não há nenhum líquido neles obviamente a resposta seria – *vazio*.



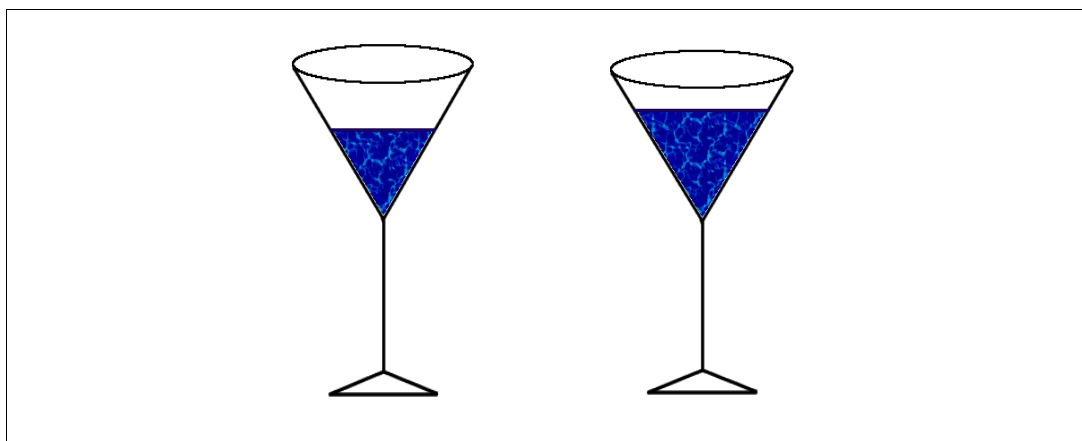
**Figura 1. Exemplo de copos vazios**

De maneira semelhante, observando a figura 2 se for repetida a mesma pergunta obviamente a resposta seria – *cheios*.



**Figura 2. Exemplo de copos cheios**

Considerando as duas figuras apresentadas até o momento não existe nenhuma incerteza quanto as respostas apresentadas ou algo que possa se opor a veracidade delas. Porém analisando a figura 3 não se pode afirmar com tanta precisão qual seria a resposta para a pergunta: *Os copos estão cheios ou vazios?*



**Figura 3. Exemplo de copos com medida variada**

Diante dessa dificuldade de se responder de forma exata a pergunta no caso da figura 3 surge a possibilidade de se fazer afirmações como: *O copo da esquerda esta meio cheio e meio vazio* enquanto *O copo da direita esta quase totalmente cheio*. Eis o ponto principal da lógica *fuzzy*. Através dessas afirmações incertas foram criadas linguisticamente escalas de valores que buscam quantificar a quantidade de água dos copos buscando uma aproximação dos extremos apresentados na Figura 1 e na Figura 2. Com essas duas afirmações o que acabou de ser feito foi a criação das chamadas variáveis linguísticas que diferentemente da lógica tradicional, para a lógica *fuzzy* são de extrema relevância pois possibilitam captar o grau de incerteza presente nessas variáveis e traduzir para um modelamento matemático. Esta possibilidade da lógica *fuzzy* é chamada grau de participação ou também conhecido como função de pertinência.

## **2.1 A lógica Fuzzy, raciocínio aproximado e as variáveis linguísticas**

Existem algumas questões e problemas em que não é possível ou aplicável respostas determinísticas, abrindo espaço então para raciocínios aproximados que leve a um entendimento maior sobre o problema em questão. Este modelo de aproximação não é algo raro mas sim bastante presente no mundo real pois grande parte dos eventos de nosso cotidiano pode ser entendido de forma aproximada considerando os meio-termos cabíveis a cada fato.

Cox(1994) afirma que a lógica *fuzzy* traz consigo a ideia de medida, ou aplicação de uma métrica onde aparentemente a questão parece ser vaga. Essas métricas quando aplicadas aproxima a questão de algumas suposições possíveis.

Von Altrock(1996) apresenta as variáveis linguísticas como sendo o vocabulário da linguagem *fuzzy*, pois são expressões presentes na linguagem humana e que quando traduzidas ou interpretadas podem levar a conclusões importantes.

Considerando o mundo do futebol como exemplo, a afirmação abaixo é algo

bastante comum:

**“O jogador Antonio esta jogando mal, o João esta jogando bem mas o Carlinhos esta jogando muito mal!”**

Esta frase é uma típica frase que analisando-se através da lógica fuzzy é possível tomar algumas ações. Colocando-se no lugar do técnico do time em questão ao ter essa frase como matéria-prima para uma tomada de decisão e interferir na forma de jogar do time ele pode levantar a questão:

***Tenho somente uma substituição, qual dos jogadores irei tirar?***

Sem muitas cálculos ou dados exatos como posse de bola, chutes a gol ou algo do tipo o pensamento humano iria conduzir a reflexão de forma semelhante a esta:

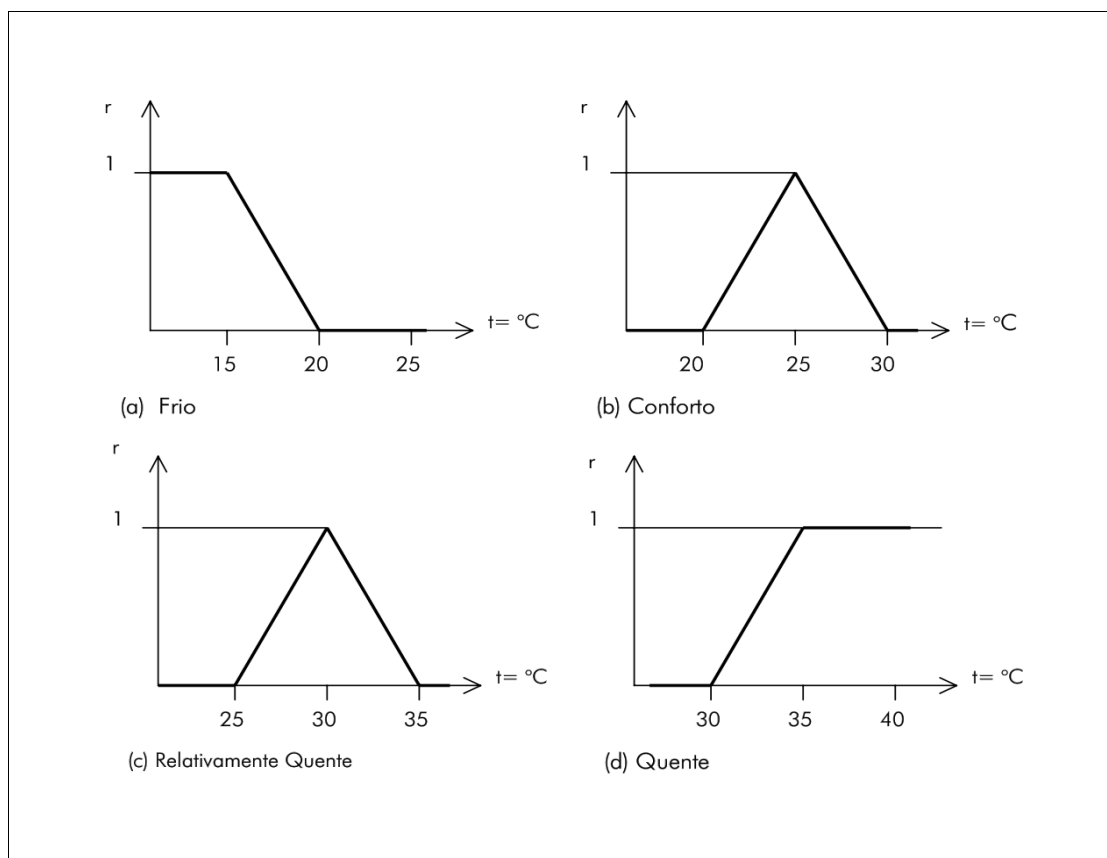
***“O Antônio é um candidato a sair do time, o João eu não posso tirar de forma alguma porém o Carlinhos também esta jogando muito mal. O Carlinhos esta jogando bem menos que o Antônio então vou tirar o Carlinhos.”***

Nota-se que neste exemplo não existem limites bem definidos quanto ao jogar bem ou mal porém através de abstrações e analogias é possível concluir algo. Os termos *mal*, *bem* e *muito mal* são as chamadas variáveis linguísticas pois possibilitam enumerar matematicamente qual a proximidade desses jogadores do *jogar totalmente bem* e do *jogar totalmente mal*.

Considerando a incerteza presente nesses casos é extremamente válido lembrar que as incertezas somente podem ser levadas em consideração se for possível diante de uma determinada situação efetuar aproximações e cálculos que levem a alguma conclusão válida.

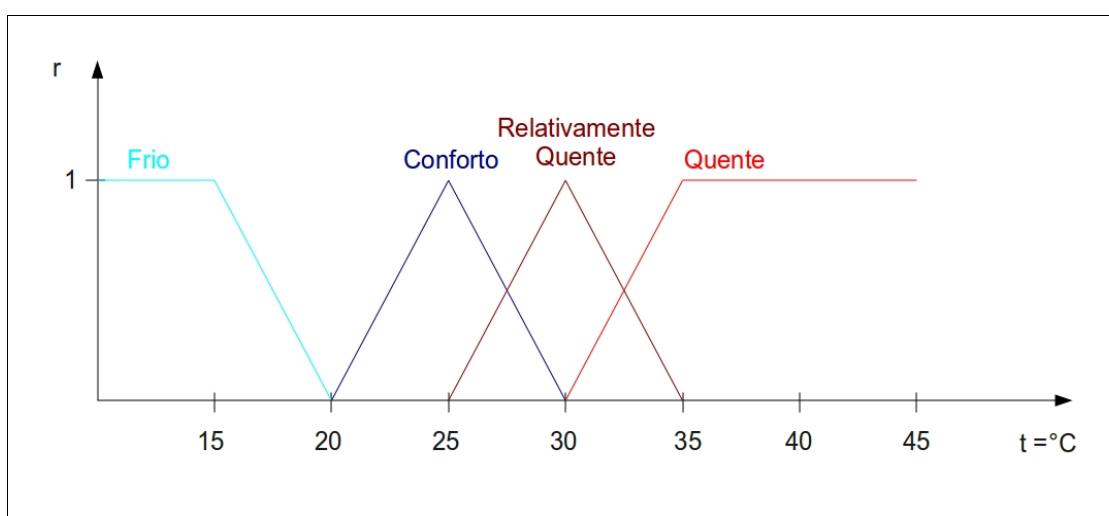
Diante deste contexto na lógica *fuzzy* existe algo chamado função de pertinência que vem a ser um mapeamento matemático de cada valor numérico possível para as variáveis linguísticas. Nota-se neste momento a importância em aproximar a léxica do modelo matemático para que assim seja possível conclusões válidas sobre o problema.

Um exemplo clássico apresentado em grande parte das literaturas sobre lógica fuzzy é o exemplo da temperatura térmica. Para exemplificar as funções de pertinência, considere a figura 4, onde através de alguns gráficos são representadas quatro variáveis térmicas: *frio*, *conforto*, *relativamente quente* e *quente*. Estas variáveis são relativas a uma análise sobre temperatura e conforto.



**Figura 4. Exemplo de função de pertinência de variáveis linguísticas**

É bastante comum este tipo de representação ser apresentada em um único gráfico, conforme pode-se verificar na figura 5. Nota-se que o nebuloso limite entre as variáveis fica bem claro através deste exemplo.



**Figura 5. Exemplo de função de pertinência de variáveis linguísticas**

## 2.2 Sistema lógico fuzzy

O sistema lógico *fuzzy* consiste em três operações básicas. A figura 6 adaptada de Cox (1994) revela essas operações básicas.

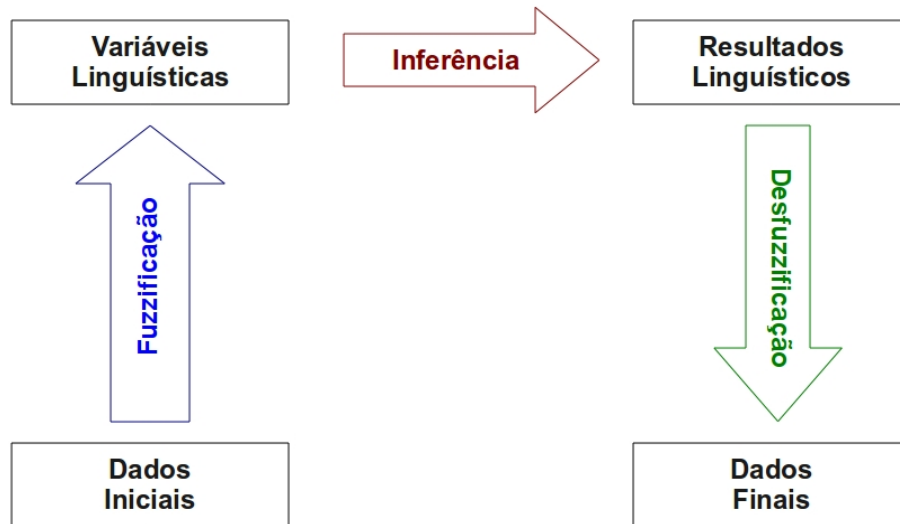
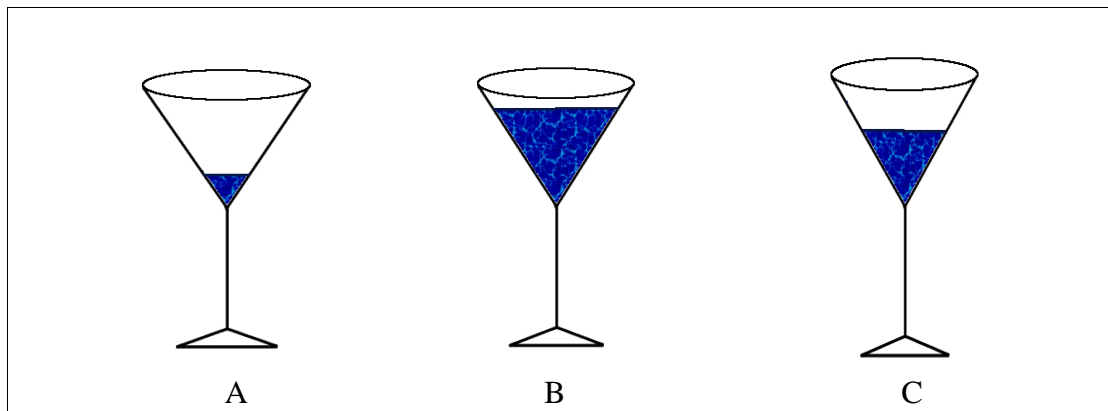


Figura 6. Sistema lógico fuzzy. Fonte: Cox (1994)

### 2.2.1 Fuzzificação

Nesta primeira etapa do Sistema Lógico *fuzzy* o problema é analisado e os dados de entrada são transformados em variáveis linguísticas. Neste momento é de extrema importância que todos os dados de imprecisão e incerteza sejam considerados e transformados em variáveis linguísticas. Após esta transformação são determinadas também as funções de pertinência.

Para melhor exemplificar essa etapa do sistema lógico *fuzzy* será apresentado novamente o exemplo dos copos cheios e vazios. Considera-se a figura 7 como ponto de partida para esta reflexão.

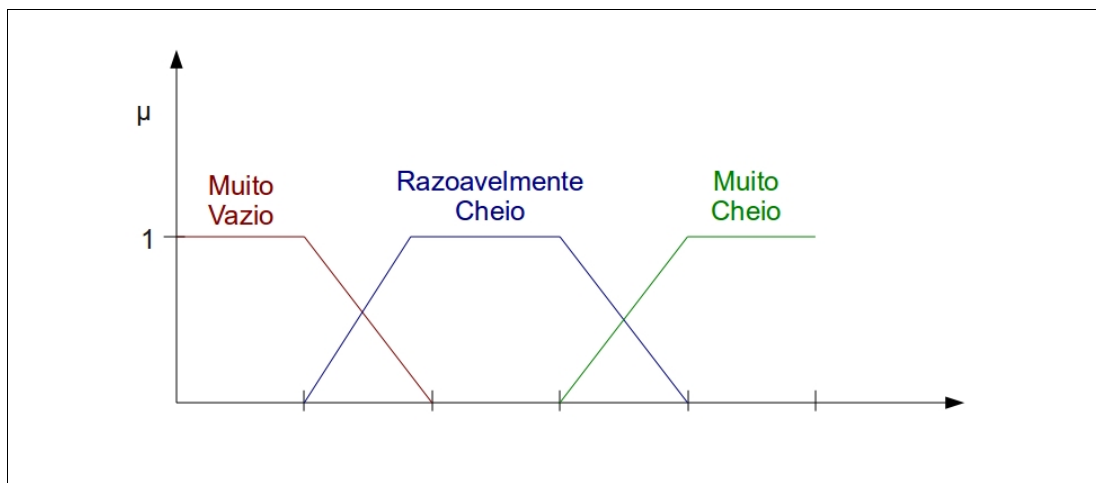


**Figura 7. Copos**

Observando a figura 7 pode-se fazer as seguintes afirmações:

- O copo A esta Muito Vazio;**
- O Copo B esta Muito Cheio;**
- O Copo B esta razoavelmente cheio;**

Considerando o volume dos copos a figura 8 apresenta as funções pertinência considerando as variáveis linguísticas Muito Vazio, Muito Cheio e Razoavelmente Cheio.



**Figura 8. Funções de pertinência**

Neste exemplo a variável linguística esta sendo representada com palavras mas esta atribuição de graus poderia também ser feita através de valores numéricos.



## 2.2 Inferência

Considerando que na etapa anterior os dados de entrada já foram transformados em variáveis linguísticas, nesta segunda etapa é o momento em que serão criadas as regras ou proposições através da associação das variáveis já criadas.

Conforme Cox (1994), as proposições são geradas do relacionamento entre as variáveis do modelo e a região *Fuzzy*. Essas regras resultantes das associações podem ser condicionais ou não condicionais.

Esta fase do sistema lógico *fuzzy* pode ser dividido em dois componentes: agregação e composição, conforme mostra a figura 9.

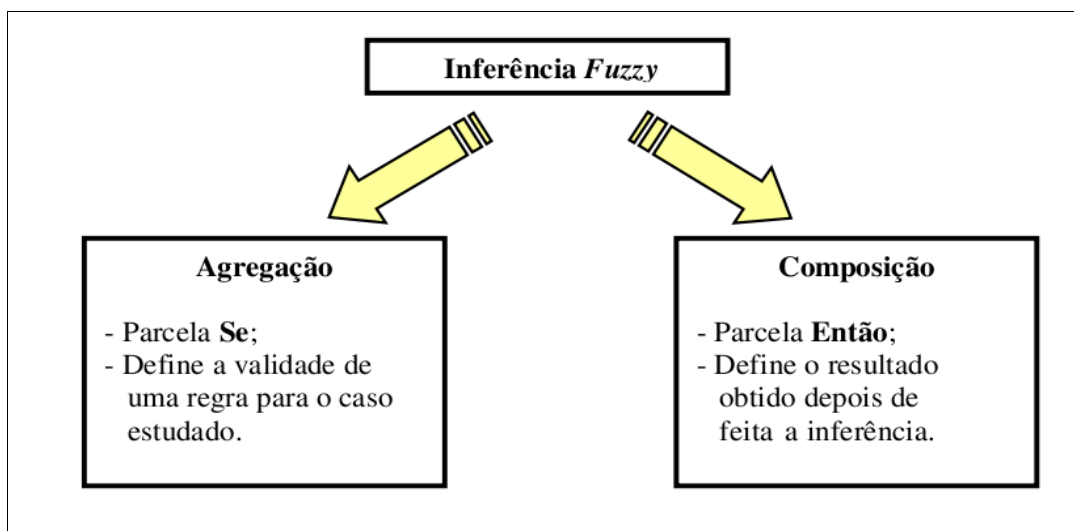


Figura 9. Inferência Fuzzy. Fonte: Jané (2004)

Enquanto a agregação define a validade de uma regra, a composição define o resultado obtido através de uma inferência. Considerando a realidade do gerenciamento de projeto, onde existem duas afirmações:

**O projeto A é muito longo;**

**O risco do projeto é Alto;**

Sabe-se através da experiência do especialista em projetos que quanto maior a duração do projeto, maior o risco. Imaginando que neste exemplo Duração do Projeto e Risco do Projeto são duas variáveis linguísticas com valores “Muito Longo” e “Alto” respectivamente, pode-se inferir que:

**Se o projeto é MUITO LONGO Então o Risco do Projeto é ALTO.**

Neste caso esta sendo apresentado a Agregação através da condição colocada e a composição através do resultado relacionado a condição.

### 2.2.3 Defuzzificação

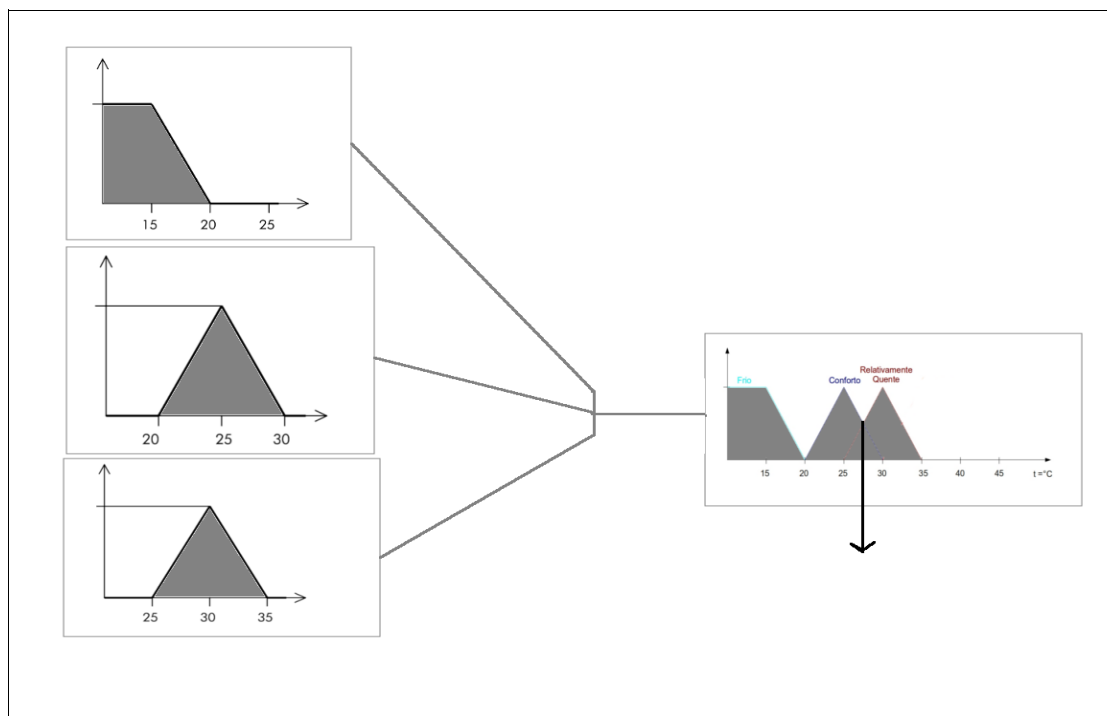
Segundo Cox(1994) a desfuzzificação é a etapa em que os valores *fuzzy* são convertidos em números reais tendo assim um conjunto de saída matematicamente definido. Utilizando-se do exemplo apresentado por Cox(1994) considere os conjuntos *fuzzy*  $A$ ,  $B$  e  $C$  produzindo uma variável de solução  $D$ .

**Se  $w$  é  $Y$  então  $D$  é  $A$**

**Se  $x$  é  $X$  então  $O$  é  $B$**

**Se  $y$  é  $Z$  então  $D$  é  $C$**

Para encontrar o valor atual e real correspondente a  $d$  é necessário que se encontre um valor que melhor represente a informação constante no conjunto  $D$ . Este é o processo chamado de defuzzificação, conforme apresentado na figura 10.



**Figura 10. Processo de Defuzzificação Fonte: Cox(1994)**

Existem algumas diferentes técnicas de desfuzzificação presentes nas literaturas sendo que Cox(1994) ao se referir a esta etapa e aos diferentes métodos afirma que este é mais próximo da própria heurística do que dos algoritmos baseados nos “Primeiros Princípios”. Alguns dos métodos citados por Cox(1994) são:

**Centroid**, é o método onde a saída precisa a ser considerada é o centro de gravidade do conjunto fuzzy.

**Maximum height**, é o método onde a saída precisa se obter tomando a média entre os dois elementos extremos no universo de discurso que correspondem aos maiores valores da função de pertinência do conjunto fuzzy de saída.

## 2.3 Aplicações da Lógica Fuzzy

São diversas as áreas onde a lógica *fuzzy* é aplicada atualmente devido sua característica de lidar com problemas reais em um raciocínio próximo do humano. Alguns exemplos de aplicações são:

BOVESPA, onde se faz controles financeiros.

NASA, onde se controla o aquecimento dos motores das espaçonaves.

Radares de Velocidades, para reconhecimento das placas.

Supervisão de Linhas de Produção, efetuando controles necessários e

Robôs, buscando processamentos próximos do humano.

## 3. Lógica Fuzzy e Inteligência Artificial

O comportamento apresentado pela lógica fuzzy tem grandes semelhanças a forma humana de processar as informações, não sendo booleana mas sim trazendo consigo inferências e aproximações. Esta característica faz com que a Lógica *Fuzzy* seja amplamente utilizada em modelos de Inteligência Artificial onde se busca sempre esta proximidade do comportamento humano.

Uma das grandes aplicações da lógica *fuzzy* na inteligência artificial é no controle automático de vôos de aviões. Conforme afirma Luo(1995) a princípio esta lógica não era bem vista pelos engenheiros porém com o passar dos anos se tornou natural que a lógica *fuzzy* poderia efetivamente ser aplicada para o controle de vôos visto que esta operação tem uma grande gama de variações onde é necessária tomadas de decisões muitas vezes baseadas em aproximações.

Outro ponto apresentado por Luo(1995) que favorece a aplicação desta lógica no controle de vôos diz respeito a agilidade de seu processamento. A agilidade é um ponto

extremamente importante sendo que em experiências com lógicas lineares foram encontradas grandes dificuldades devido ao tempo de tomada de decisão por parte do sistema.

#### **4. Conclusões**

Este trabalho introduziu os conceitos inerentes a lógica *fuzzy* e sua aplicação na solução de problemas reais.

Após esses estudos conclui-se que a lógica *fuzzy* é amplamente indicada para solução de problemas reais onde é necessário solução não necessariamente ótimas. A possibilidade de se gerar saídas reais quando as variáveis de entrada não necessariamente são reais e exatas permite fazer inferências que jamais seriam possíveis utilizando-se da lógica tradicional.

Outro ponto a se destacar é que a análise do problema é bastante importante para decidir se deve utilizar a lógica *fuzzy* ou uma lógica booleana, pois dependendo as características do problema a lógica booleana pode ser mais indicada.

Por fim, no que diz respeito a lógica *fuzzy* em Inteligência Artificial fica claro a grande aplicabilidade desta por se assemelhar a forma humana de raciocinar e tomar decisões.

#### **5. Referencias**

COX, Earl. The fuzzy systems handbook: a practitioner's guide to building, using, and maintaining fuzzy systems . New York: AP Professional, 1994.

KLIR, George J; YUAN, BO Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications . New Jersey: Prentice Hall PTR, 1995.

LUO, Jia; LAN, Edward. Fuzzy Logic Controllers For Aircraft Flight Control. Kansas: University of Kansas, 1995.

PINHO, Alexandre F. Uma contribuição para a resolução de problemas de programação de operações em sistemas de produção intermitentes flow-shop: A consideração de incertezas. 1999. Dissertação (Mestrado em Engenharia) – Universidade Federal de Itajubá, Itajubá, 1999.

VON ALTROCK, Constantin. Fuzzy logic and neuroFuzzy applications in busines and finance. New Jersey: Prentice Hall PTR, 1996.