

STREDNÁ PRIEMYSELNÁ ŠKOLA ELEKTROTECHNICKÁ

HÁLOVA 16, 851 01 BRATISLAVA

**Ballbot**

Komplexná odborná maturitná práca

Č. odboru: 2573 M programovanie digitálnych technológií

Alexander Koštial

Bratislava

2026

Ročník štúdia: IV.D

Ing. Dominik Zatkalík, PhD.

## **Čestné vyhlásenie**

Vyhlasujem, že prácu komplexnej odbornej maturitnej práce na tému Ballbot, som vypracoval samostatne, s použitím uvedených literárnych zdrojov. Prácu som neprihlásil a ani neprezentoval v žiadnej inej súťaži, ktorá je pod gestorstvom MŠVVaM SR. Som si vedomý dôsledkov, ak uvedené údaje nie sú pravdivé.

.....  
V Bratislave, 23. 2. 2026

Alexander Košťial

## **Pod'akovanie**

Rád by som sa touto cestou pod'akoval svojmu Ing. Dominikovi Zatkalíkovi, PhD. za prístup a odborné rady.

## **Obsah**

0 ÚVOD.....	6
1 Problematika a prehľad literatúry.....	6
2 Ciele práce.....	8
3 Zhrnutie.....	9
4 Zoznam použitej literatúry.....	10

## **Zoznam skratiek, značiek a symbolov**

IMU – Inerciálny Merací Modul

EKF – Kalmanov filter

LQR – Linear Quadratic Regulator

PID – Proporcionálne Integračno Derivačný

## **Zoznam tabuľiek, grafov a ilustrácií**

<Zoznam skratiek, značiek a symbolov>

## 0 ÚVOD

  Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Maecenas porttitor congue massa. Fusce posuere, magna sed pulvinar ultricies, purus lectus malesuada libero, sit amet commodo magna eros quis urna.

  Nunc viverra imperdiet enim. Fusce est. Vivamus a tellus.

  Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Proin pharetra nonummy pede. Mauris et orci.

  Aenean nec lorem. In porttitor. Donec laoreet nonummy augue.

  Suspendisse dui purus, scelerisque at, vulputate vitae, pretium mattis, nunc. Mauris eget neque at sem venenatis eleifend. Ut nonummy.

# 1 ÚVOD KU BALLBOTOM

Ballbot je vertikálna robotická platforma nasadená na vrchu gule, ktorá sa kotúča po zemi, čím sa robot pohybuje. [1]

## 1.1 ZÁKLADNÉ VLASTNOSTI

Je to dynamický mobilný robot, ktorého základné vlastnosti sú priamo odvodené od jeho jedinečnej konštrukcie a potreby neustálej kontroly. Do jeho kľúčových prevádzkových a prevádzkových vlastností patrí:

- **Balansovanie na jednom bode opory:** Je navrhnutý tak, aby balansoval na jedinej guli.
- **Prirodzená nestabilita:** Aby si udržal rovnováhu a zabránil pádu, tak potrebuje neustále aktívne riadenie.
- **Vysoká manévrovatelnosť:** Jeho nestabilita mu umožňuje oveľa väčšiu manévrovatelnosť, ktorá mu umožňuje dosiahnuť akúkoľvek trajektóriu na horizontálnom povrchu. Taktiež mu dáva schopnosť otáčať sa  $360^\circ$  na svojej vertikálnej osi.
- **Stabilizačný Regulátor:** Na jemné doladenie pohybov a zaistenie stability sa používa Linear Quadratic Regulator (LQR) kontrolér. [2]

## 1.2 ÚČEL A APLIKÁCIE

BallBot bol navrhnutý Ralphom Hollisom v roku 2004 ako benchmark pre pokročilé metódy riadenia a ako učebná pomôcka. S vylepšenými kontrolnými stratégiami má potenciál hrať kľúčové úlohy v odvetviach, ktoré vyžadujú presnú rovnováhu a obratnosť, ako je výroba alebo logistika.

## 2 FYZIKÁLNE PRINCÍPY POHYBU BALLBOTA

Fyzikálne princípy a mechanizmy pohybu ballbota sa sústredujú okolo dynamickej nestability, kontroly tāžiska a prenosu krútiaceho momentu.

### 2.1 BALANSOVANIE A NESTABILITA

Kedže je ballbot prirodzene nestabilný, tak na rozdiel od iných stabilných kolesových robotov musí byť neustále aktívne riadený, aby nespadol.

Ballbot sa pohybuje tak, že dynamicky balansuje svoje telo na sférickom kolese. Dosahuje sa teda riadením jeho tāžiska vzhľadom na jeho bod opory (kontakt s guľou).

Na to, aby sa začal robot pohybovať v specifickom požadovanom smere, tak sa musí najprv nakloniť v danom smere. Kvôli tomu, že riadiaci systém nemôže priamo kontrolovať uhol náklonu, musí sa guľa najprv pohnúť v opačnom smere. To spôsobí, že sa telo nakloní v požadovanom smere pádu. V tom momente, keď sa uhol náklonu dosiahne, tak guľa zmení smer a začne sa pohybovať tam kam chceme, čím sa celý robot pohne. [1]

### 2.2 RIADENIE POHYBU A KRÚTIACI MOMENT

Pohyb ballbotu zabezpečuje vo väčšine prípadov sústava valcov (omniwheels), ktoré ležia na guli. Celý systém funguje na princípe inverse mouse-ball drive, kde krútiaci moment je aplikovaný medzi telo robota a gulu. [4]

Riadiaci systém neustále zrýchľuje gulu v smere náklonu. Ak je ballbot potlačený nami, tak sa prirodzene nakloní do opačného smeru, balančný kontrolér prevezme riadenie a zrýchli gulu v smere náklonu, aby zabránil pádu. [4]

Použitie všesmerových kolies, ktoré sú distribuované kruhovo okolo gule pod určitým uhlom (Zenith angle, zvyčajne  $45^\circ$ ), umožňuje omni direkcionálny pohyb (pohyb v akomkoľvek smere) na horizontálnom povrchu. [1]

## 2.3 KOMPENZÁCIA DYNAMIKY

Dynamika BallBotu je založená na zložitej interakcii medzi guľou a telom, ktorá je spojená súborom rovníc nazývaných Dynamické obmedzenia (Dynamic constraints). Tieto obmedzenia definovali vzťah medzi pohybom gule a pohybom náklonu tela.

Pri mobilnej manipulácii, napríklad pri pohybe ramena, sa posunie tiažisko robota, čo by normálne viedlo k nežiaducemu pohybu základne (guľa by sa pohla). ballbot rieši tento problém využitím prirodzenej dynamiky systému, kedy kompenzuje efekt pohybu ramena vhodným naklonením tela. Týmto spôsobom sa účinky pohybu ramena a náklonu tela navzájom vynulujú, čím guľa zostáva stacionárna. [4]

Primárne fyzikálne fungovanie BallBotu je dosiahnuté balansovaním nepretržitým zrýchľovaním gule v smere náklonu, aby sa udržalo tiažisko robota nad bodom kontaktu s podlahou. Toto riadenie je kriticky náročné kvôli nelineárnej dynamike systému a potrebe stabilizácie, ktorú zabezpečuje kontrolér typu Linear Quadratic Regulator (LQR). [1]

### **3 SENZORY POUŽÍVANÉ PRI STABILIZÁCIÍ**

Stabilizácia a udržiavanie rovnováhy ballbota, je závislá od nepretržitého a presného merania uhlov náklonu, uhlovej rýchlosťi a pohybu jeho pohonného systému. Na tento účel sa používajú nasledujúce kľúčové typy senzorov.

#### **3.1 SENZORY ORIENTÁCIE A NÁKLONU**

Stabilizácia ballbota je založená na presnom meraní jeho orientácie voči gravitačnému poľu. Kľúčovým prvkom je inerciálna meracia jednotka (IMU), ktorá poskytuje údaje o náklone, uhlovej rýchlosťi a celkovej dynamike robota. IMU typicky kombinuje akcelerometer na meranie lineárneho zrýchlenia a gyroskop na meranie uhlovej rýchlosťi; niektoré moduly zahŕňajú aj magnetometer. Používané bývajú rôzne modely, napríklad BOSCH BNO055 alebo VectorNav VN100. Údaje z IMU sa spracúvajú v riadiacich algoritnoch, pričom sa často využívajú filtre na fúzii dát, ako Kalmanov alebo komplementárny filter, ktoré umožňujú spoľahlivý odhad orientácie kombinovaním rýchlej, ale driftujúcej gyroskopickej odozvy a stabilnejších, no šumivých akcelerometrických meraní. [1][5]

#### **3.2 SENZORY POHYBU A RÝCHLOSTI**

Pre riadenie pohybu ballbota a kontrolu rotácie gule sú nevyhnutné senzory merajúce polohu a rýchlosť pohonného mechanizmu. Najčastejšie sa používajú enkodéry pripojené k motorom. Umožňujú získavať údaje o uhlovej polohe a uhlovej rýchlosťi gule, pričom bežne používajú kvadratúrne signály s definovaným počtom impulzov na otočku. Na ich základe sa odvodzuje rýchlosť a poloha gule (odometria), čo je zásadné pre udržiavanie trajektórie aj pre stabilizačné úlohy, akými sú udržiavanie polohy alebo kompenzácia odchýlok. V praxi sa používajú napríklad enkodéry typu ENC16. [1][5]

### **3.3 POMOCNÉ A POKROČILÉ SENZORY**

Nie všetky senzory integrované v ballbotoch slúžia priamo na stabilizáciu. Niektoré systémy obsahujú doplnkové senzory podporujúce navigáciu, bezpečnosť alebo interakciu s prostredím. Medzi často používané patria infračervené senzory vzdialenosť, ako napríklad SHARP IR, ktoré umožňujú základnú detekciu prekážok. Pri pokročilých implementáciách sa môžu integrovať aj laserové skenovacie systémy (LiDAR) alebo navigačné technológie GNSS/GPS, poskytujúce možnosti autonómnej navigácie, mapovania a globálnej lokalizácie v dynamických prostrediach. [1][6]

## 4 RIADIACE ALGORITMY

Stabilita a manévrovateľnosť BallBotu sú riadené komplexnou hierarchiou algoritmov, ktoré možno rozdeliť do troch hlavných kategórií: riadenie rovnováhy (stabilizácia), plánovanie trajektórie (navigácia) a fúzia senzorických dát (odhad stavu).

### 4.1 PRIMÁRNE STABILIZAČNÉ KONTROLÉRY

Na aktívne udržiavanie rovnováhy ballbota sa používajú rôzne regulačné stratégie. Jednou z nich je regulátor LQR, ktorý predstavuje modelovo založený optimálny regulátor určený pre jemné doladenie dynamiky a minimalizáciu nákladovej funkcie.

PID regulátory patria k najbežnejším stabilizačným metódam pre ballboty. PID regulátor neustále vypočítava hodnotu odchýlky (chyby) medzi požadovaným stavom a skutočným nameraným stavom. Na základe tejto chyby generuje výstupný riadiaci signál (napr. krútiaci moment pre motory BallBotu).

Hybridné riešenie predstavuje kaskádny regulátor LQR-PI, ktorý kombinuje optimálne riadenie vo vonkajšej slučke s PI reguláciou vo vnútornej slučke. Tento prístup kompenzuje nemodelované trenie aj statickú adherenciu a zároveň zlepšuje sledovanie rýchlosťi. [1][5][7]

### 4.2 ALGORITMY PLANOVANIA POHYBU A NAVIGACIE

Pri pohybe v prostredí využíva ballbot pokročilé metódy plánovania trajektórií. Jednou z nich je koncept diferenciálnej plochosti, ktorý umožňuje výrazne zjednodušiť kinematické riadenie. Vďaka nemu možno analyticky generovať uskutočnitelné trajektórie a vykonávať ich prepočítanie v reálnom čase s nízkou výpočtovou náročnosťou.

Na generované trajektórie sa následne uplatňuje optimalizácia pomocou kvadratického programovania, ktorá minimalizuje takzvané „crackle“, teda piatu deriváciu plochej výstupnej veličiny. Minimalizácia tejto veličiny zodpovedá znižovaniu trhnutia uhla náklonu, čo vedie k plynulejšiemu a energeticky efektívnejšiemu pohybu. Súčasťou riadenia je aj optimalizácia trajektórií tela robota tak, aby boli súladné s prirodzenou dynamikou systému a umožňovali vykonávať prechody medzi stavmi, ako je prechod z pokoja do pokoja. [2][8]

### **4.3 ODHAD STAVU A FÚZIA SENZORICKÝCH ÚDAJOV**

Presné riadenie ballbota si vyžaduje spoľahlivý odhad stavu, najmä náklonu, uhlových rýchlosí a rýchlosí pohybu. Na tento účel sa využívajú rôzne filtre na kombinovanie údajov z viacerých senzorov. Komplementárny filter predstavuje jednoduché riešenie, ktoré spája vysokofrekvenčné informácie z gyroskopu s nízkofrekvenčnými údajmi z akcelerometra. Tento postup umožňuje kompenzovať šum aj drift a poskytuje stabilný odhad orientácie.

Pri sofistikovanejších implementáciách sa používajú Kalmanove filtre, predovšetkým rozšírený Kalmanov filter (EKF). Tento prístup pracuje so štatistickými modelmi neistoty meraní a dynamiky systému, vďaka čomu dokáže poskytovať optimálny odhad aj v podmienkach výrazného šumu alebo nepresnosťí v modelovaní. [1][9]

## 5 Ciele práce

  Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Maecenas porttitor congue massa. Fusce posuere, magna sed pulvinar ultricies, purus lectus malesuada libero, sit amet commodo magna eros quis urna. Nunc viverra imperdiet enim. Fusce est. Vivamus a tellus. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Proin pharetra nonummy pede. Mauris et orci. Aenean nec lorem.

  In porttitor. Donec laoreet nonummy augue. Suspendisse dui purus, scelerisque at, vulputate vitae, pretium mattis, nunc. Mauris eget neque at sem venenatis eleifend. Ut nonummy. Fusce aliquet pede non pede. Suspendisse dapibus lorem pellentesque magna. Integer nulla. Donec blandit feugiat ligula. Donec hendrerit, felis et imperdiet euismod, purus ipsum pretium metus, in lacinia nulla nisl eget sapien.

  Donec ut est in lectus consequat consequat. Etiam eget dui. Aliquam erat volutpat. Sed at lorem in nunc porta tristique. Proin nec augue. Quisque aliquam tempor magna. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Nunc ac magna. Maecenas odio dolor, vulputate vel, auctor ac, accumsan id, felis. Pellentesque cursus sagittis felis.

## **6 Zhrnutie**

  Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Maecenas porttitor congue massa. Fusce posuere, magna sed pulvinar ultricies, purus lectus malesuada libero, sit amet commodo magna eros quis urna. Nunc viverra imperdiet enim. Fusce est.

  Vivamus a tellus. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Proin pharetra nonummy pede. Mauris et orci. Aenean nec lorem.

  In porttitor. Donec laoreet nonummy augue. Suspendisse dui purus, scelerisque at, vulputate vitae, pretium mattis, nunc. Mauris eget neque at sem venenatis eleifend. Ut nonummy.

## 7 Zoznam použitej literatúry

- [1] Lal, M. Nicoară, A. Codrean and L. Bușoniu, "Hardware and control design of a ball balancing robot," 2019 IEEE 22nd International Symposium on Design and Diagnostics of Electronic Circuits & Systems (DDECS), Cluj-Napoca, Romania, 2019,  
[cit. 12-12-2025] Dostupné na internete: <<https://busoniu.net/files/papers/ddecs19.pdf>>
- [2] Pham A-D, Thai BH, Dang PV, Vo NT. Analysis of the parametric configuration impact on BallBot control performance. Int J Mech Syst Dyn. 2024,  
[cit. 12-12-2025] Dostupné na internete: <10.1002/msd2.12133>
- [3] M. Abdelrahim, M. A. Thabet, H. S. Abbas, M. M. M. Hassan, M. H. Amin and A. Morsi, "Modeling and Control of a Ballbot: A Systematic Approach," in IEEE Access, vol. 13, pp. 141263-141280, 2025, [cit. 12-12-2025] Dostupné na internete:  
<<https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?arnumber=11122477>>
- [4] T. B. Lauwers, G. A. Kantor and R. L. Hollis, "A dynamically stable single-wheeled mobile robot with inverse mouse-ball drive," Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006., Orlando, FL, USA, 2006,  
[cit. 12-12-2025] Dostupné na internete:  
<[http://www.msl.ri.cmu.edu/publications/pdfs/ballbot\\_ICRA06\\_web.pdf](http://www.msl.ri.cmu.edu/publications/pdfs/ballbot_ICRA06_web.pdf)>
- [5] Nagarajan U, Kantor G, Hollis R. The ballbot: An omnidirectional balancing mobile robot. The International Journal of Robotics Research. 2013, [cit. 12-12-2025] Dostupné na internete: <[http://www.msl.ri.cmu.edu/publications/pdfs/ballbotIJRR\\_final.pdf](http://www.msl.ri.cmu.edu/publications/pdfs/ballbotIJRR_final.pdf)>
- [6] Huai, J., Shao, Y., Zhang, Y., and Yilmaz, A.: A Low-Cost Portable Lidar-based Mobile Mapping System on an Android Smartphone, ISPRS Ann. Photogramm. Remote Sens. Spatial Inf. Sci., X-G-2025, [cit. 12-12-2025] Dostupné na internete:  
<<https://isprs-annals.copernicus.org/articles/X-G-2025/375/2025/isprs-annals-X-G-2025-375-2025.pdf>>
- [7] Shashi Bhushan Sankhyan, Gunchita Kaur Wadhwa. A Comparison Between PID and LQR Controllers for Stabilization of a Ball Balancing Robot. International Journal on Applied Physics and Engineering. 2023 [cit. 12-12-2025] Dostupné na internete:  
<<https://gigvvy.com/journals/ausmt/articles/ausmt-2023-13-01-2448.pdf>>

- [8] SHOMIN, M. [s.l.]: Carnegie Mellon University, 2018. [cit. 2025-12-12]. Dostupné na internete:  
<<https://www.ri.cmu.edu/app/uploads/2018/01/Navigation-and-Physical-Interaction-with-Balancing-Robots-ilovepdf-compressed.pdf>>
- [9] D. Panchak, V. Koval, Intelligent Sensor Data Processing Algorithm for Mobile Robot Stabilization, West Ukrainian National University, 2025. [cit. 2025-12-12]. Dostupné na internete: <<https://ceur-ws.org/Vol-3974/paper06.pdf>>
- [10]

## **8 Prílohy**

## **PRÍLOHA A – ZDROJOVÝ KÓD**

## **PRÍLOHA B - FOTODOKUMENTÁCIA**