

第一次课提问：1.1-1.3

1. 什么是模拟信号？在时间和数值上都连续变化的信号。
2. 什么是离散信号？
3. 什么是数字信号？
4. 为什么不用真正的数字信号处理，而是用离散信号处理？（因为离散信号处理比较方便、简单、线性，真正的数字信号处理系统是非线性的，比较复杂。只要离散信号处理的精度足够高，跟真正数字处理得到的效果是一样）
5. 如何将模拟信号转换成数字信号？A/D 转换
6. 如果将非电信号转成电信号？传感器
7. 模拟信号处理和数字信号处理在实现上有什么不同？
8. 数字信号处理的优点？可靠性、灵活性、大规模集成、复用等
9. 数字信号处理的缺点？处理频带范围有限。Aliasing
10. 什么情况下会采用模拟信号处理？
11. 数字信号处理的精度由谁决定？字长

第二次课提问：2.2-2.3

1. 什么是序列？
2. 根据离散时间信号的长度，可以把序列分成哪些类别？

无限长序列：

右边序列：当 $n < N_1$, $x[n] = 0$, N_1 为可正可负的整数

左边序列：当 $n > N_2$, $x[n] = 0$, N_2 为可正可负的整数

双边序列：在 n 为正值和负值时， $x[n]$ 都有定义

3. 视频中对序列相加的一个应用是什么？

序列的相加

利用相加运算改进被加性随机噪声干扰的观测数据的质量

4. 设有一序列 $x(n)$ ，当 m 为正时： $x(n-m)$ 表示序列 $x(n)$ 逐项依次右移 m 位后得到的序列。延迟； $x(n+m)$ 表示序列 $x(n)$ 逐项依次左移 m 位后得到的序列。超前
5. 连续线性时不变系统和离散线性时不变系统求输出响应的主要方法是卷积，两者的卷积有什么不同？卷积积分、卷积和
6. 卷积和计算的四个步骤？

翻转： $x(m)$ ， $h(m) \rightarrow h(-m)$

移位： $h(-m) \rightarrow h(n-m)$

n 为正数时，右移 n 位

n 为负数时，左移 n 位

相乘： $h(n-m) \cdot x(m)$ (m 值相同)

相加： $y(n) = \sum \{h(n-m) \cdot x(m)\}$

卷积计算

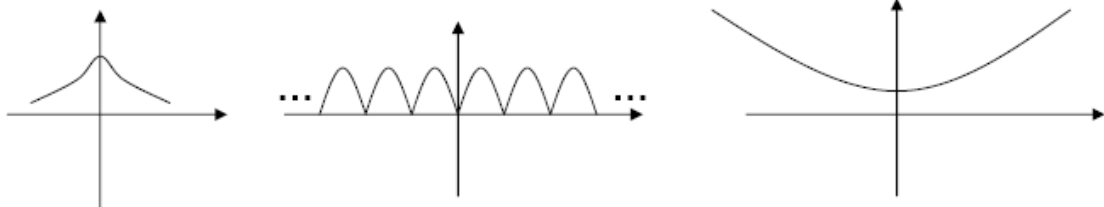
设 $\{x[n]\} = \{2, -3, 4, 1\}$, $-1 \leq n \leq 2$ 和 $\{h[n]\} = \{-3, 5, -6, 4\}$,

$-2 \leq n \leq 1$, $y[n]$ 是以上两序列的线性卷积, 不用计算所有卷积值, 是否可以直接计算出 $y[-1]$, 怎样计算?

7.

第三次课提问。2.4-2.5, ppt-1, 补充材料

1. 在线性时不变系统中, 卷积运算主要用于什么?
2. 任何序列都可以表示成共轭对称分量(偶部)与共轭反对称分量(奇部)之和; 任何序列可以表示成实部与虚部之和。请写出偶部、奇部、实部、虚部与原序列之间的关系。
3. 以下信号按能量和功率来分, 表示什么样的信号?



4. 单位取样序列 $\delta(n)$ 是什么样的序列?
5. $\delta(n)$ 和 $\delta(t)$ 的区别?
6. 单位取样序列 $\delta(n)$ 表示任意矩形序列 $R_N(n)$?
7. 请推导出数字域频率 ω 和模拟域频率 Ω 以及线频率 f 的关系。在纸上推导, 拍照, 点到名即刻上传。
8. 数字域角频率 ω 值的大小表示什么?
9. 数字域角频率 $\omega=0$, 表示信号的线频率 $f=$ _____ Hz, $\omega=2\pi$, 表示信号的线频率 $f=$ _____ Hz?
10. 如何判断正弦序列的周期性?
11. 一个正弦序列若由一个连续正弦信号抽样而得, 这个正弦序列一定是个周期序列吗? 抽样时间间隔 T 和连续正弦信号的周期 T_0 之间应该是什么关系才能使所得到的抽样序列仍为周期序列?

1. 在线性时不变系统中，卷积运算主要用于什么？求输入信号到系统中的输出响应。
2. 任何序列都可以表示成共轭对称分量（偶部）与共轭反对称分量（奇部）之和；任何序列可以表示成实部与虚部之和。请写出偶部、奇部、实部、虚部与原序列之间的关系。

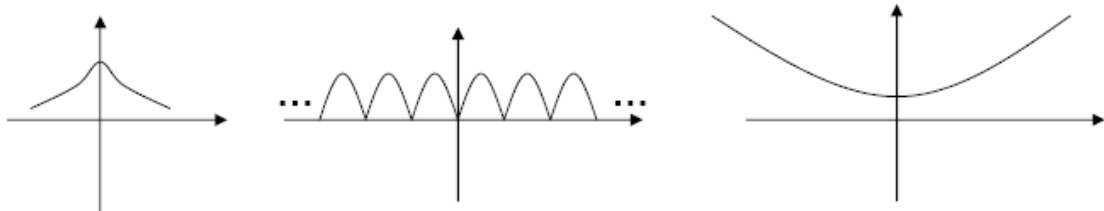
$$x_e(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x^*(-n)]$$

$$x_o(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x^*(-n)]$$

$$x_r(n) = \frac{1}{2}[x(n) + x^*(n)]$$

$$x_j(n) = \frac{1}{2}[x(n) - x^*(n)]$$

3. 以下信号按能量和功率来分，表示什么样的信号？ 能量序列、功率序列、非能量非功率序列。



4. 单位取样序列 $\delta(n)$ 是什么样的序列？ $\delta(n)$ 是一个脉冲幅度为 1 的现实序列。
5. $\delta(n)$ 和 $\delta(t)$ 的区别？ $\delta(t)$ 是脉宽为零，幅度为 ∞ 的一种数学极限，是非现实信号。

$$R_N(n) = \sum_{m=0}^{N-1} \delta(n-m)$$

6. 单位取样序列 $\delta(n)$ 表示任意矩形序列 $R_N(n)$ ？
7. 请推导出数字域频率 ω 和模拟域频率 Ω 以及线频率 f 的关系。在纸上推导，拍照，点到名即刻上传。
8. 数字域频率 ω 值的大小表示什么？表示信号频率与抽样之间的比值。
9. 数字域频率 ω 值的大小表示什么？ $\omega=0$ ，表示信号的线频率 $f=$ ____Hz, $\omega=2\pi$ ，表示信号的线频率 $f=$ ____Hz?

$$\omega_0 = \Omega_0 T = \Omega_0 \frac{1}{f_s} = 2\pi \frac{f_0}{f_s}$$

10. 如何判断正弦序列的周期性？ $2\pi/\omega$ ，整数或有理数，则是周期序列；无理数则为非周期序列
11. 一个正弦序列若由一个连续正弦信号抽样而得，这个正弦序列一定是个周期序列吗？抽样时间间隔 T 和连续正弦信号的周期 T_0 之间应该是什么关系才能使所得到的抽样序

列仍为周期序列？

$$\omega_0 = \Omega_0 T = \Omega_0 \frac{1}{f_s} = 2\pi \frac{f_0}{f_s} = 2\pi \frac{T}{T_0}$$

➤ 数字域频率和模拟域频率

❖ 数字域频率是模拟域频率的T倍，以后我们就以 ω 表示数字域频率， Ω 表示模拟域频率（ Ω 也表示模拟域角频率， $\Omega = 2\pi f$ ， f 表示模拟域线频率）。

❖ 当序列是周期的时，表示正弦序列的序列值重复变化的快慢。

例： $\omega = 0.01\pi$ ，则序列值每200个重复一次正弦循环

$\omega = 0.1\pi$ ，则序列值每20个重复一次正弦循环



❖ Ω 的量纲为弧/秒， ω 的量纲为弧。

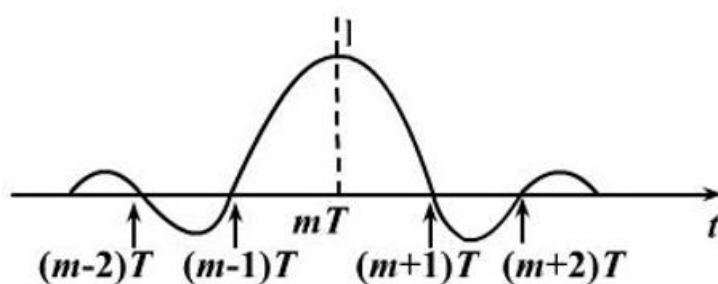
第四次课：模拟信号的采样与恢复

1. 对不同的几个连续时间正弦信号采样，如果采样后的正弦序列相等，连续时间正弦信号需要满足什么条件？
2. 什么叫混叠 Aliasing？
3. 信号不产生混叠的条件是什么？
4. 信号在时域被采样，其频域会发生什么变化？
5. 什么是采样定理？
6. 抗混叠前置滤波的作用是什么？
7. 抗混叠滤波器一般是采用模拟滤波器还是数字滤波器来实现？
8. 内插函数的公式是什么？
9. 内插函数的特点是什么？
10. 内插函数是如何实现信号的恢复的？
11. 什么是折叠频率？
12. 时域信号（周期性、离散型、非周期性、连续性）与频谱（周期性、离散型、非周期性、连续性）之间有哪些对应关系？

第四次课：模拟信号的采样与恢复

1. 对不同的几个连续时间正弦信号采样，如果采样后的正弦序列相等，连续时间正弦信号需要满足什么条件？ 各个正弦信号频率相差采样频率的整数倍
2. 什么叫混叠 Aliasing？频率混叠现象是由于采样信号频谱发生变化,而出现高、低频成分发生混淆的一种现象。
3. 信号不产生混叠的条件是什么？采样时满足采样定理。
4. 信号在时域被采样，其频域会发生什么变化？时域的采样带来了频谱的周期延拓（复制）时域离散化，频域周期
5. 什么是采样定理？采样频率大于两倍以上信号的最高频率，实际应用中通常是 3-5 倍。
6. 抗混叠前置滤波的作用是什么？把高于折叠频率的频率滤除掉。它实际上是一个低通滤波器。
7. 抗混叠滤波器一般是采用模拟滤波器还是数字滤波器来实现？用模拟滤波器来实现。因为抗混叠滤波器处理的是连续时间信号。
8. 内插函数的公式是什么？

$$h(t - mT) = \frac{\text{Sin}\left[\frac{\pi}{T}(t - mT)\right]}{\frac{\pi}{T}(t - mT)}$$



内插函数

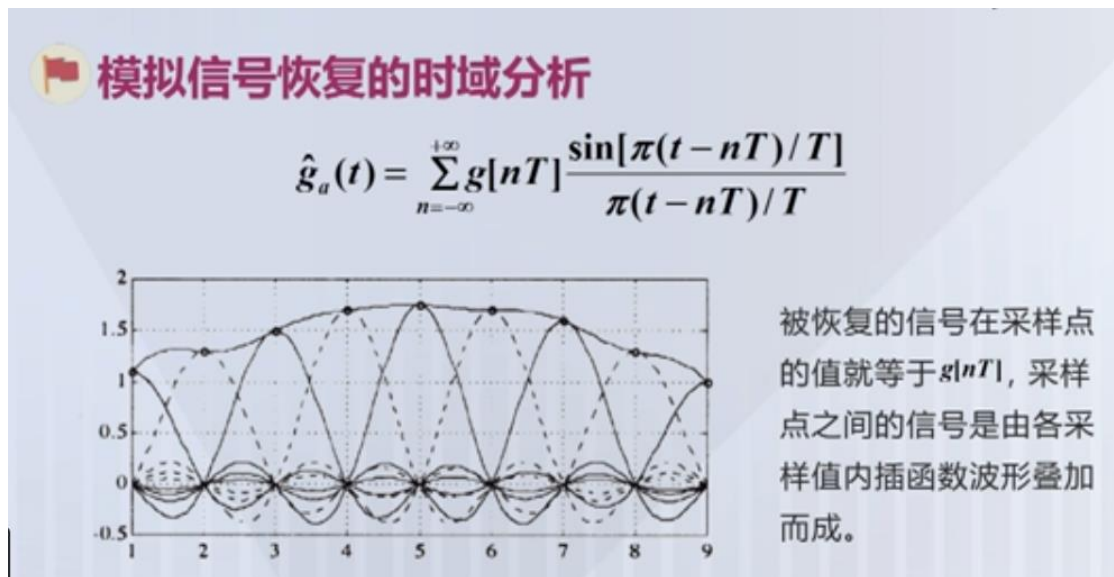
9. 内插函数的特点是什么？

(1) 内插函数只有在抽样点 mT 上为 1。

(2) $x_a(t)$ 等于 $x_a(mT)$ 乘上对应的内插函数的总和。

(3) 在每一个抽样点上，只有该点所对应的内插函数不为零，这说明在抽样点上信号值不变 $y_a(mT) = x_a(mT)$ ，而抽样点之间的信号 $y_a(t)$ ，(其中 $t \neq mT$) 由各加权抽样函数波形的延伸叠加而成。(m 从 $-\infty \sim \infty$)

10. 内插函数是如何实现信号的恢复的？



11. 什么是折叠频率？

1/2 的采样频率。

12. 离散----周期 连续-----非周期 移位-----调制 相乘-----卷积

第五次课 Z 变换

1. Z 变换的意义。请写出 Z 变换的公式

2. Z 变换与 DTFT 是什么关系？

3. Z 变换的收敛域的含义是什么？

4. 请推导 $X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^n$ 收敛的条件。

5. 请推导 $X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^{-n}$ 收敛的条件。

6. 有限长序列、左边序列、右边序列、双边序列的收敛域大概的形状是怎样的？

7. 如果序列在 $n < 0$ 时有取值，那么收敛域是否包含 0 或 ∞ ？

8. 如果序列在 $n > 0$ 时有取值，那么收敛域是否包含 0 或 ∞ ？

9. 什么是因果序列？因果序列 Z 变换的收敛域是否包含无穷大？

10. 求序列 $x(n) = \delta(n)$ 的 z 变换及收敛域。

11. 求序列 $x(n) = 2^n u(n) - 3^n u(-n-1)$ 的 z 变换及收敛域。

第五次课 Z 变换

1. Z 变换的意义。请写出 Z 变换的公式

傅里叶变换的物理意义非常清晰，它将通常在时域里表示的信号，分解成多个正弦信号的叠加，每个正弦信号用幅度、频率、相位就可以完全表征，傅里叶变换之后的信号通常称为频谱，包括幅度谱和相位谱，分别表示幅度随频率的分布以及相位随频率的分布。在自然界中，频率是有明确物理意义的。

傅里叶变换虽然好用，且物理意义明确，但存在一个问题：其存在条件比较苛刻，而 S 变换和 Z 变换可以说是推广了这个概念，通过乘以一个自然界中衰减最快的信号之一 e^{-x} ，使乘完之后的信号很容易满足收敛的条件。

$$X(z) = Z[x(n)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n} \quad z=re^{j\omega}$$

2. Z 变换与 DTFT 是什么关系？

序列在单位圆上的 Z 变换为序列的傅氏变换 DTFT。

3. Z 变换的收敛域的含义是什么？

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$$

只有当上式收敛时， z 变换才有意义。

收敛的充要条件：对任何 $x(n)$ ， $X(z)$ 都绝对可和。

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |x(n)z^{-n}| = M < \infty$$

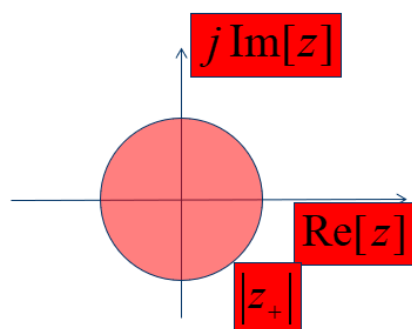
要满足收敛条件， $|z|$ 的值必须在一定范围内才行，这个范围就是收敛域。

4. 请推导 $X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^n$ 收敛的条件。

以上是等比数列的求和，即 $X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^n = \sum_{n=0}^{\infty} (az)^n$ ，当 $|az| < 1$ ，即 $|z| < \left| \frac{1}{a} \right|$ ，数列的和为有限值。

预备知识：阿贝尔定理：

如果级数 $\sum_{n=0}^{\infty} x(n) z^n$ ，在 $z = z_+ (\neq 0)$ 收敛，那么，满足 $0 \leq |z| < |z_+|$ 的 z ，级数必绝对收敛。 $|z_+|$ 为最大收敛半径。

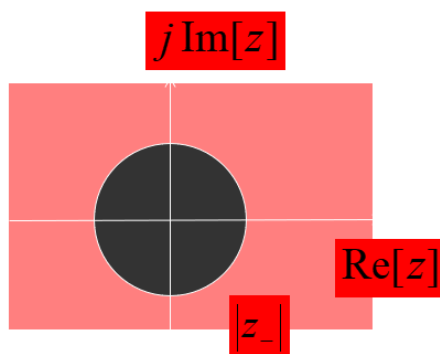


5. 请推导 $X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^{-n}$ 收敛的条件。

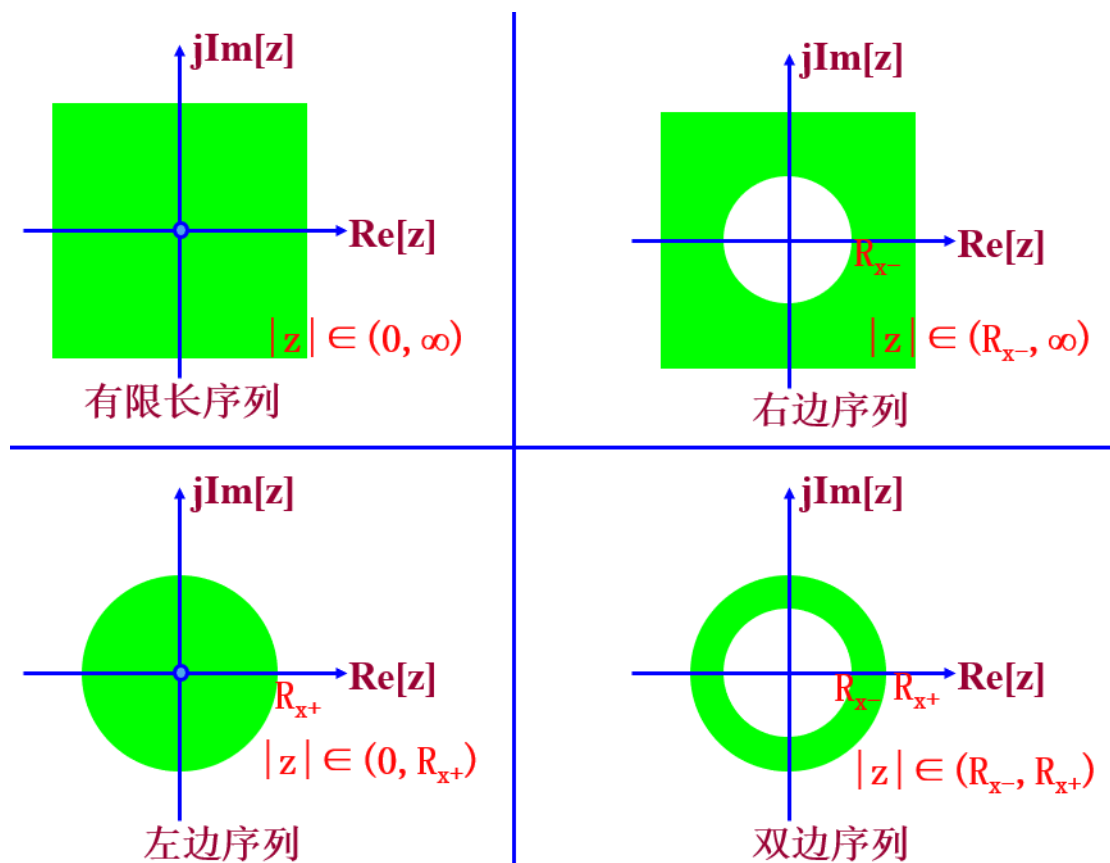
以上是等比数列的求和，即 $X(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a^n z^{-n} = \sum_{n=0}^{\infty} (az^{-1})^n$ ，当 $|az^{-1}| < 1$ ，即 $|z| > |a|$ 数列的和为有限值。

对于级数 $\sum_{n=0}^{\infty} x(n) z^{-n}$ ，满足 $|z_-| < |z| \leq \infty$

的 z ，级数必绝对收敛。 $|z_-|$ 为最小收敛半径。



6. 有限长序列、左边序列、右边序列、双边序列的收敛域大概的形状是怎样的？



7. 如果有限长序列在 $n < 0$ 时有取值，那么收敛域是否包含 0 或 ∞ ？
肯定不包含 ∞ ，

$$|x(n)z^{-n}| < \infty$$

当 $n < 0$ 时， $|z^{-n}| = |z^{|n|}|$ ，只要 $z \neq \infty$ ，则 $|z^{-n}| < \infty$

8. 如果有限长序列在 $n > 0$ 时有取值，那么收敛域是否包含 0 或 ∞ ？
肯定不包含 0；

当 $n \geq 0$ 时， $|z^{-n}| = 1/|z^n|$ ，只要 $z \neq 0$ ，则 $|z^{-n}| < \infty$

9. 什么是因果序列？因果序列 Z 变换的收敛域是否包含无穷大？
序列是重要的右边序列，它是当 $n < 0$ 时 $x(n)=0$ 的序列。因果序列的收敛域

$$|z| \in (R_{x-}, \infty], \text{ 或写为: } |z| > R_{x-}$$

10. 求序列 $x(n)=\delta(n)$ 的 z 变换及收敛域。

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(n)z^{-n} = 1$$

仅当 $n=0$ 时， $\delta(n)=1$
而此时： $z^n=z^0=1$

$X(z)$ 为常数 1, 说明收敛域是整个 z 的闭平面: $|z| \in [0, \infty]$

11. 求序列 $x(n) = 2^n u(n) - 3^n u(-n-1)$ 的 z 变换及收敛域。

$$x(n) = 2^n u(n) - 3^n u(-n-1)$$

即 $x(n) = \begin{cases} 2^n & \text{当 } n \geq 0 \\ -3^n & \text{当 } n \leq -1 \end{cases}$

$$X(z) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) z^{-n} = \sum_{n=-\infty}^{-1} -3^n z^{-n} + \sum_{n=0}^{+\infty} 2^n z^{-n}$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{z}{3}\right)^n - \sum_{n=-\infty}^{-1} \left(\frac{z}{3}\right)^n$$

等比数列求和公式: $S_n = \frac{a_1 - a_n q}{1 - q} \quad (q \neq 1)$

当 $|z| > 2$ 时 第①项为 $\frac{1 - 0}{1 - \frac{z}{3}} = \frac{3}{3 - z}$

当 $|z| < 3$ 时 第②项为 $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z}{3}\right)^n = \frac{\frac{z}{3} - 0}{1 - \frac{z}{3}} = \frac{z}{3 - z}$

所以 $X(z) = \frac{3}{3 - z} + \frac{z}{3 - z}$

收敛域为 $2 < |z| < 3$.

第六次课：离散时间傅里叶变换 DTFT

1. $u(n)$ 是什么序列? $u(-n)$ 代表的含义?
2. 请写出离散时间傅立叶正变换与逆变换的公式。
3. 离散时间傅立叶逆变换表示的含义是什么?
4. 为什么用求和符号求离散时间傅立叶正变换? 而在离散时间傅立叶反变换公式中用的是积分公式?
5. 单位样本序列 $\delta(n)$ 的离散时间傅立叶变换是什么?
6. 序列的 DTFT 存在的条件是什么?
7. $x(n) = a^n u(n)$, 这个序列的离散时间傅立叶变换一定存在吗?
8. 离散傅立叶变换是否具有周期性? 周期是多少?
9. 请简答离散傅立叶变换的共轭对称性。
10. 请简述离散傅立叶变换的时移定理和频移定理。从这两个定理可以推出什么结论吗?
11. 请简述离散傅立叶变换的卷积定理。
12. 证明: 当 $x(n)$ 是实序列时, $X(e^{j\omega}) = X^*(e^{-j\omega})$

1. $u(n)$ 是什么序列? $u(-n)$ 代表的含义? 单位阶跃序列, 代表 $n \geq 0$ 才有取值。其与一个序列相乘, 表示序列的取值范围。如 $x(n) u(n)$, 则表示 $x(n)$ 取值范围为 $n > 0$
2. 请写出离散时间傅立叶正变换与逆变换的公式。

$$DTFT[x(n)] = X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) \cdot e^{-j\omega n}$$

$$DTFT^{-1}[X(e^{j\omega})] = x(n) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} X(e^{j\omega}) e^{j\omega n} d\omega$$

3. 离散时间傅立叶逆变换表示的含义是什么? 把时域的信号 $x(n)$ 表示成若干个频率成分的叠加。
4. 为什么用求和符号求离散时间傅立叶正变换? 而在离散时间傅立叶反变换公式中用的是积分公式? 因为序列是离散的, 而序列的 DTFT 是连续的。
5. 单位样本序列 $\delta(n)$ 的离散时间傅立叶变换是什么? 1
6. 序列的 DTFT 存在的条件是什么? 这个序列要绝对可和
7. $x(n) = a^n u(n)$, 这个序列的离散时间傅立叶变换一定存在吗? 仅当 $|a| < 1$ 是才存在。
8. 离散傅立叶变换是否具有周期性? 周期是多少? 具有周期性, 周期为 2π 。
9. 请简述离散傅立叶变换的共轭对称性。

$$\begin{cases} F[x(n)] = F[x_e(n)] + F[x_o(n)] \\ \quad \quad \quad \updownarrow \quad \quad \quad \updownarrow \\ X(e^{j\omega}) = X_r(e^{j\omega}) + jX_i(e^{j\omega}) \end{cases}$$

$$\begin{cases} F[x(n)] = F[x_r(n)] + jF[x_i(n)] \\ \quad \quad \quad \updownarrow \quad \quad \quad \updownarrow \\ X(e^{j\omega}) = X_e(e^{j\omega}) + X_o(e^{j\omega}) \end{cases}$$

10. 请简述离散傅立叶变换的时移定理和频移定理。从这两个定理可以推出什么结论吗？

时移	$g[n - n_0]$	$e^{-j\omega n_0} G(e^{j\omega})$
频移	$e^{j\omega_0 n} g[n]$	$G(e^{j(\omega - \omega_0)})$

一个域的移位，导致另一个域的调制。

这里的调整指的是乘以一个复指数函数。

11. 请简述离散傅立叶变换的卷积定理。时域卷积，频域相乘。

12. 证明：当 $x(n)$ 是实序列时， $X(e^{j\omega}) = X^*(e^{-j\omega})$

设一个复序列的共轭序列为： $x^*(n)$

$$\because DTFT[x^*(n)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^*(n) e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [x(n)((e^{-j\omega n})^*)^{-n}]^*$$

$$\because DTFT[x^*(n)] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^*(n) e^{-j\omega n} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [x(n)(e^{-j\omega n})^*]^* = \sum_{n=-\infty}^{\infty} [x(n)(e^{j\omega n})]^* = X^*(e^{-j\omega})$$

$$\because x(n) = x^*(n)$$

$$\therefore X(e^{j\omega}) = X^*(e^{-j\omega})$$

第七次课 Z 变换的性质及逆变换 5.4-5.5

1. 利用线性性质，推导出 $x(n) = \cos(\omega_0 n)u(n)$ 的 z 变换。

2. 利用线性和移位性质，求序列 $x(n)=u(n)-u(n-3)$ 的 z 变换。

3. 证明：若： $X(z) = Z[x(n)] \quad R_{x-} < |z| < R_{x+}$,

则： $Z[x^*(n)] = X^*(z^*) \quad R_{x-} < |z| < R_{x+}$

4. z 反变换常用的三种方法是哪些？

5. 以下是用留数定理求 z 反变换的两个公式，请解释两个公式的不同之处。第二个公式的使用条件是什么？

$$(1) \quad x(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint_C X(z) z^{n-1} dz = \sum_k \operatorname{Res}[X(z) \cdot z^{n-1}]_{z=z_k}$$

$$(2) \quad x(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint_C X(z) z^{n-1} dz = -\sum_m \operatorname{Res}[X(z) \cdot z^{n-1}]_{z=z_m}$$

6. $X(z) = \frac{1-2z^{-1}}{z^{-1}-2} \quad |z| > \frac{1}{2}$, 求 $x(n)$

7. 设 $X(z) = \frac{z^2}{(4-z)(z-\frac{1}{4})}$, $\frac{1}{4} < |z| < 4$, 求 $x(n)$

8. $X(z) = \frac{3z^{-1}}{(1-3z^{-1})^2}$, $|z| > 3$, 求 $x(n)$

第七次课 Z 变换的性质及逆变换 5.4-5.5

1. 利用线性性质，推导出 $x(n)=\cos(\omega_0 n)u(n)$ 的 z 变换。

$$Z[\cos(\omega_0 n)u(n)] = Z\left[\frac{e^{j\omega_0 n} + e^{-j\omega_0 n}}{2} u(n)\right]$$

$$= \frac{1}{2} Z[e^{j\omega_0 n} u(n)] + \frac{1}{2} Z[e^{-j\omega_0 n} u(n)]$$

$$= \frac{1}{2} \frac{1}{1 - e^{j\omega_0} z^{-1}} + \frac{1}{2} \frac{1}{1 - e^{-j\omega_0} z^{-1}}$$

收敛域 $|z| > 1$

$$= \frac{1 - z^{-1} \cos \omega_0}{1 - 2z^{-1} \cos \omega_0 + z^{-2}}$$

2. 利用线性和移位性质，求序列 $x(n)=u(n)-u(n-3)$ 的 z 变换。

$$Z[u(n) - u(n-3)] = Z[u(n)] - Z[u(n-3)]$$

$$= \frac{z}{z-1} - \frac{z \cdot z^{-3}}{z-1} = \frac{z^{-2}(z^3-1)}{z-1} = z^{-2}(z^2+z+1)$$

$$= \frac{z^2+z+1}{z^2} = 1 + \frac{1}{z} + \frac{1}{z^2} \quad \text{收敛域是 } |z| \neq 0$$

说明：序列 $u(n)$ 和 $u(n-3)$ z 变换的收敛域应该是 $|z| > 1$ ，而 $u(n)-u(n-3)$ 的收敛域为 $|z| \neq 0$ ，很明显，收敛域扩大了。这是因为 $u(n)$ 和 $u(n-3)$ 是单边序列，而 $u(n)-u(n-3)$ 是有限长序列。

3. 证明：

$$\text{若： } X(z) = Z[x(n)] \quad R_{x-} < |z| < R_{x+}$$

$$\text{则： } Z[x^*(n)] = X^*(z^*) \quad R_{x-} < |z| < R_{x+}$$

$$\begin{aligned}
 \text{证明: } \because Z[x^*(n)] &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x^*(n)z^{-n} \\
 &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} [x(n)(z^*)^{-n}]^* \\
 &= \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)(z^*)^{-n} \right]^* \\
 &= X^*(z^*)
 \end{aligned}$$

4. z 反变换常用的三种方法是哪些？

围线积分法、部分分式法、长除法。

5. 以下是用留数定理求 z 反变换的两个公式，请解释两个公式的不同之处。第二个公式的使用条件是什么

$$x(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint_c X(z)z^{n-1}dz = \sum_k \text{Res}[X(z) \cdot z^{n-1}]_{z=z_k} \quad \text{--- ①}$$

$$x(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint_c X(z)z^{n-1}dz = -\sum_m \text{Res}[X(z) \cdot z^{n-1}]_{z=z_m} \quad \text{--- ②}$$

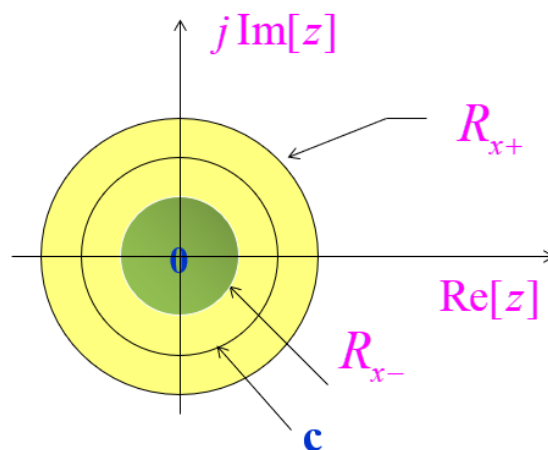
z_k 为c内的第k个极点， z_m 为c外的第m个极点， $\text{Res}[]$ 表示极点处的留数。

其中，②式的使用条件为： $X(z) \cdot z^{n-1}$ 的分母z的阶次比分子z的阶次高二阶或二阶以上。

$$\text{正: } X(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}, \quad R_{x-} < |z| < R_{x+}$$

$$\text{反: } x(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint_c X(z)z^{n-1}dz, \quad c \in (R_{x-}, R_{x+})$$

C为环形解析域内
环绕原点的一条逆
时针闭合单围线.



6. 求 $X(z) = \frac{1-2z^{-1}}{z^{-1}-2} \quad |z| > \frac{1}{2}$ 的 z 的反变换

解:

$$\begin{aligned} x(n) &= \frac{1}{2\pi j} \oint_c X(z)z^{n-1}dz \\ &= \frac{1}{2\pi j} \oint_c z^{n-1} \frac{z-2}{-2(z-1/2)} dz \end{aligned}$$

① 当 $n \geq 1$ 时, 围线内有一个极点: $z=1/2$

$$\begin{aligned} \therefore x(n) &= \text{Res} \left[\frac{z^{n-1}(z-2)}{-2(z-1/2)} \right]_{z=1/2} \\ &= \left. \frac{z^{n-1}(z-2)}{-2} \right|_{z=1/2} = \left(\frac{1}{2} \right)^{n-1} \frac{-3/2}{-2} = \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} \right)^n \end{aligned}$$

② 当 $n=0$ 时，围线内有两个极点： $z=0$ 和 $z=1/2$

$$\begin{aligned}\therefore x(n) &= \text{Res}\left[\frac{(z-2)}{-2z(z-1/2)}\right]_{z=1/2} + \text{Res}\left[\frac{(z-2)}{-2z(z-1/2)}\right]_{z=0} \\ &= \frac{(z-2)}{-2z}\bigg|_{z=1/2} + \frac{(z-2)}{-2(z-1/2)}\bigg|_{z=0} = -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

③ 当 $n<0$ 时， $X(z) \cdot z^{n-1}$ 的分母多项式 z 的阶次比分子多项式的阶次高二阶或二阶以上，故可用式②来计算 $x(n)$ 。由于此时在围线外无极点，所以： $x(n)=0$ 。

综合①、②、③，得到 $x(n)$ ：

$$x(n) = -\frac{1}{2}\delta(n) + \frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n-1)$$

$$X(z) = \frac{z^2}{(4-z)(z-\frac{1}{4})}, \frac{1}{4} < |z| < 4$$

7. 设 $X(z) = \frac{z^2}{(4-z)(z-\frac{1}{4})}$ ，求 $x(n)$

收敛域为环状，极点 $z=1/4$ 对应因果序列，极点 $z=4$ 对应左边序列(双边序列)。双边序列可分解为因果序列和左边序列。应先展成部分分式再做除法。

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{z}{(4-z)(z-\frac{1}{4})} = \frac{A_1}{4-z} + \frac{A_2}{z-\frac{1}{4}}$$

$$A_1 = [(4-z)\frac{X(z)}{z}]_{z=4} = \frac{4}{4-\frac{1}{4}} = \frac{16}{15}$$

$$A_2 = [(z-\frac{1}{4})\frac{X(z)}{z}]_{z=\frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{4}}{4-\frac{1}{4}} = \frac{1}{15}$$

$$\frac{X(z)}{z} = \frac{16/15}{4-z} + \frac{1/15}{z-\frac{1}{4}}$$

$$\therefore X(z) = \frac{16}{15} \frac{z}{4-z} + \frac{1}{15} \frac{z}{z-\frac{1}{4}}$$

$$= \frac{1}{15} \left(\frac{16z}{4-z} + \frac{z}{z-\frac{1}{4}} \right)$$

$$\begin{array}{r} 4Z+Z^2+\frac{1}{4}Z^3+\frac{1}{16}Z^4+\frac{1}{64}Z^5+\dots \\ 4-Z \overline{) 16Z} \\ \underline{16Z-4Z^2} \\ 4Z^2 \\ \underline{4Z^2-Z^3} \\ Z^3 \\ \underline{Z^3-\frac{1}{4}Z^4} \\ \frac{1}{4}Z^4 \\ \underline{\frac{1}{4}Z^4-\frac{1}{16}Z^5} \\ \frac{1}{16}Z^5 \\ \vdots \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 1+\frac{1}{4}Z^{-1}+\frac{1}{16}Z^{-2}+\frac{1}{64}Z^{-3}\dots \\ Z-\frac{1}{4} \overline{) Z} \\ \underline{Z-\frac{1}{4}} \\ \frac{1}{4} \\ \underline{\frac{1}{4}-\frac{1}{16}Z^{-1}} \\ \frac{1}{16}Z^{-1} \\ \underline{\frac{1}{16}Z^{-1}-\frac{1}{64}Z^{-2}} \\ \frac{1}{64}Z^{-2} \\ \underline{\frac{1}{64}Z^{-2}-\frac{1}{256}Z^{-3}} \\ \frac{1}{256}Z^{-3} \\ \vdots \end{array}$$

8. 设: $X(z) = \frac{3z^{-1}}{(1-3z^{-1})^2}$, $|z| > 3$, 求 $x(n)$

解: $\because |z| > 3$, 所以 $x(n)$ 为因果序列, $X(z)$ 应按 z 的降幂排列。

$$X(z) = \frac{3z}{(z-3)^2} = \frac{3z}{z^2 - 6z + 9}$$

$$\begin{array}{r} 3z^{-1} + 18z^{-2} + 81z^{-3} + \dots \\ z^2 - 6z + 9 \overline{) 3z} \\ \underline{3z - 18 + 27z^{-1}} \\ 18 - 27z^{-1} \\ \underline{18 - 108z^{-1} + 162z^{-2}} \\ 81z^{-1} - 162z^{-2} \\ \underline{81z^{-1} - 486z^{-2} + 729z^{-3}} \\ \dots \end{array}$$

第八次课：离散时间系统的时域分析 6.1-6.4

1. 写出离散时间系统累加器的输入输出关系公式，并说明累加器的功能。
2. 写出累加器输入输出关系的两种变形。
3. 滑动平均滤波器的功能是什么？
4. 线性内插器的功能是什么？
5. 中值滤波和均值滤波的功能和区别是什么？
6. 判断题：零输入导致零输出的系统是线性系统
7. 验证下面的系统是否为线性系统： $y(n)=4x(n)+6$
8. 验证累加器系统是否具有时不变性。

$$y(n) = \sum_{m=-\infty}^n x(m)$$

9. 验证 $y(n) = \sum_{m=0}^n x(m)$ 系统的时不变性。
10. 因果系统的定义是什么？线性时不变系统是因果系统的充要条件是什么？
11. 稳定系统的定义线性时不变系统是稳定系统的充要条件是什么？
12. 验证系统 $y(n)=nx(n)$ 的移不变特性。
13. 什么叫 LSI 系统？
14. 什么是单位脉冲响应？
15. 判断题：任何一个系统的输出 $y(n)$ 都可以用输入 $x(n)$ 与单位抽样响应 $h(n)$ 的卷积来表示。
16. 判断下面的系统是否为因果系统。
 - (1) $y(n)=nx(n)$
 - (2) $y(n)=x(n+2)+ax(n)$
 - (3) $y(n)=x(n^3)$
 - (4) $y(n)=x(-n)$
 - (5) $y(n)=x(n)\sin(n+2)$
17. 验证系统 $y(n)=nx(n)$ 的稳定性。
18. 一个 LSI 系统的 $h(n)=a^n u(n)$ ，讨论其因果性和稳定性。

第八次课：离散时间系统的时域分析 6.1-6.4

1. 写出离散时间系统累加器的输入输出关系公式，并说明累加器的功能。

输入-输出关系定义式：

$$y[n] = \sum_{\ell=-\infty}^n x[\ell]$$

功能：将当前以及当前时刻之前的所有输入样本进行累加，可视为连续时间积分器的离散时间等效。

2. 写出累加器输入输出关系的两种变形。

输入-输出关系的另一种变形如下：

$$\begin{aligned} y[n] &= \sum_{\ell=-\infty}^{-1} x[\ell] + \sum_{\ell=0}^n x[\ell] \\ &= y[-1] + \sum_{\ell=0}^n x[\ell], \quad n \geq 0 \end{aligned}$$

$$y[n] = \sum_{\ell=-\infty}^{n-1} x[\ell] + x[n] = y[n-1] + x[n]$$

3. 滑动平均滤波器的功能是什么？

2. 滑动平均滤波器

输入-输出关系定义式：

$$y[n] = \frac{1}{M} \sum_{\ell=0}^{M-1} x[n-\ell]$$

功能：用于平滑数据中的随机变化。

4. 线性内插器的功能是什么？

4. 线性内插器

功能：用于估计离散时间序列中相邻的一对样本值之间的样本值大小。

实现步骤：首先将待内插的输入序列 $x[n]$ 通过上抽样器得到 $x_u[n]$

$$x_u[n] = \begin{cases} x[n/L], & n = 0, \pm L, \pm 2L, \dots \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

5. 中值滤波和均值滤波的功能和区别是什么？
功能主要是去噪。功能主要是去噪。区别在于中值滤波是在一个滑动窗口取中值作为输出，而均值滤波是在一个滑动窗口取均值作为输出。

中值滤波器是通过在输入序列 $\{x[n]\}$ 上**滑动**一个长度为奇数的窗口来实现的，每次滑动一个样本值。在任一时刻，滤波器的输出都为当前窗口中所有输入样本值的中值。

6. 判断题：零输入导致零输出的系统是线性系统
错
7. 验证下面的系统是否为线性系统： $y(n)=4x(n)+6$

方法一：验证系统是否满足叠加原理。

可加性分析：

若： $x_1(n) = 3$ ，**则：** $y_1(n) = 4 \times 3 + 6 = 18$

$x_2(n) = 4$ ，则： $y_2(n) = 4 \times 4 + 6 = 22$

得到： $y_1(n) + y_2(n) = 18 + 22 = 40$

而： $x_3(n) = x_1(n) + x_2(n) = 7$ ，**有：**

$y_3(n) = 4 \times 7 + 6 = 34 \neq 40$

得证： 由于该系统不满足可加性，故其不是线性系统。

方法二：利用线性系统的“零输入产生零输出”的特性验证。

因为当 $x(n) = 0$ **时，** $y(n) = 6 \neq 0$ ，**这不满足线性系统的“零输入产生零输出”的特性，因此它不是线性系统。**

8. 验证累加器系统是否具有时不变性。

$$y(n) = \sum_{m=-\infty}^n x(m)$$

$$\textcircled{1} T[x(n-k)] = \sum_{m=-\infty}^n x(m-k)$$
$$\underline{\underline{\text{令 } m' = m - k}} \quad \sum_{m'=-\infty}^{n-k} x(m') = \sum_{m=-\infty}^{n-k} x(m)$$

$$\textcircled{2} y(n-k) = \sum_{m=-\infty}^{n-k} x(m)$$

因为 $y(n-k)$ **与** $T[x(n-k)]$ **相同，所以该系统是移不变系统。**

说明： 在该例题中可以清楚地看到， $y(n-k)$ 和 $T[x(n-k)]$ 是从两条不同的途径得到了相同的结果。

9. 验证 $y(n) = \sum_{m=0}^n x(m)$ 系统的时不变性。

$$\textcircled{1} \quad T[x(n-k)] = \sum_{m=0}^n x(m-k)$$

$$\underline{\text{令 } m' = m - k} \quad \sum_{m'=-k}^{n-k} x(m') = \sum_{m=-k}^{n-k} x(m)$$

$$\textcircled{2} \quad y(n-k) = \sum_{m=0}^{n-k} x(m)$$

因为 $y(n-k)$ 与 $T[x(n-k)]$ 不相同，所以该系统不是移不变系统。

10. 因果系统的定义是什么？线性时不变系统是因果系统的充要条件是什么？

因果系统是指：某时刻的输出只取决于此时刻和此时刻以前的输入的系统。

即： $n=n_0$ 时的输出 $y(n_0)$ 只取决于 $n \leq n_0$ 的输入 $x(n)|_{n \leq n_0}$ 的系统为因果系统，否则为非因果系统。

2、线性移不变系统是因果系统的充分必要条件是：
 $h(n)=0, n < 0$

11. 稳定系统的定义线性时不变系统是稳定系统的充要条件是什么？

稳定系统是指：有界输入产生有界输出的系统(BIBO: boundary in boundary out)。

即：如果 $|x(n)| \leq M < \infty$ ，则有： $|y(n)| \leq P < \infty$ 。

2、一个LSI系统是稳定系统的充分必要条件是：单位抽样响应绝对可和。

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| = q < \infty$$

12. 验证系统 $y(n)=nx(n)$ 的移不变特性。

法一：用概念

$T[x(n-k)] = nx(n-k)$
 $y(n-k) = (n-k)x(n-k)$ } 因为 $y(n-k)$ 与 $T[x(n-k)]$ 不同，
故不是移不变系统。

法二：找反例

设： $x_1(n) = \delta(n)$ ，则 $T[x_1(n)] = n\delta(n) = 0$

$x_2(n) = \delta(n-1)$ ，则 $T[x_2(n)] = n\delta(n-1) = \delta(n-1)$

可以看出，当输入移位 $[\delta(n) \rightarrow \delta(n-1)]$ 时，输出并不是也移位了，而是 $[0 \rightarrow \delta(n-1)]$ ，故不是移不变系统。

13. 什么叫 LSI 系统？

同时具有线性和移不变性的离散时间系统称为 LSI 系统。

14. 什么是单位脉冲响应？

输入为单位脉冲响应时对应的输出

15. 判断题：任何一个系统的输出 $y(n)$ 都可以用输入 $x(n)$ 与单位抽样响应 $h(n)$ 的卷积来表示。

错，只有 LSI 系统才可以

16. 判断下面的系统是否为因果系统。

(1) $y(n] = nx(n)$

(2) $y(n) = x(n+2) + ax(n)$

(3) $y(n) = x(n^3)$

(4) $y(n) = x(-n)$

(5) $y(n) = x(n)\sin(n+2)$

例：判断下面的系统是否为因果系统。

(1) $y(n) = nx(n)$ 是

(2) $y(n) = x(n+2) + ax(n)$ 不是

(3) $y(n) = x(n^3)$ 不是

(4) $y(n) = x(-n)$ 不是

(5) $y(n) = x(n)\sin(n+2)$ 是

17. 验证系统 $y(n) = nx(n)$ 的稳定性。

验证系统 $y(n)=nx(n)$ 的稳定性。

反证：当 $x(n)=1$ 时， $y(n)=n$ ，当 $n \rightarrow \infty$ ， $y(n) \rightarrow \infty$ ，此时 $y(n)$ 无界，故系统不稳定。

18. 一个 LSI 系统的 $h(n)=a^n u(n)$ ，讨论其因果性和稳定性。

一个 LSI 系统的 $h(n)=a^n u(n)$ ，讨论其因果性和稳定性。

① 因果性：

因为：当 $n < 0$ 时， $h(n)=0$ ，所以该系统为因果系统。

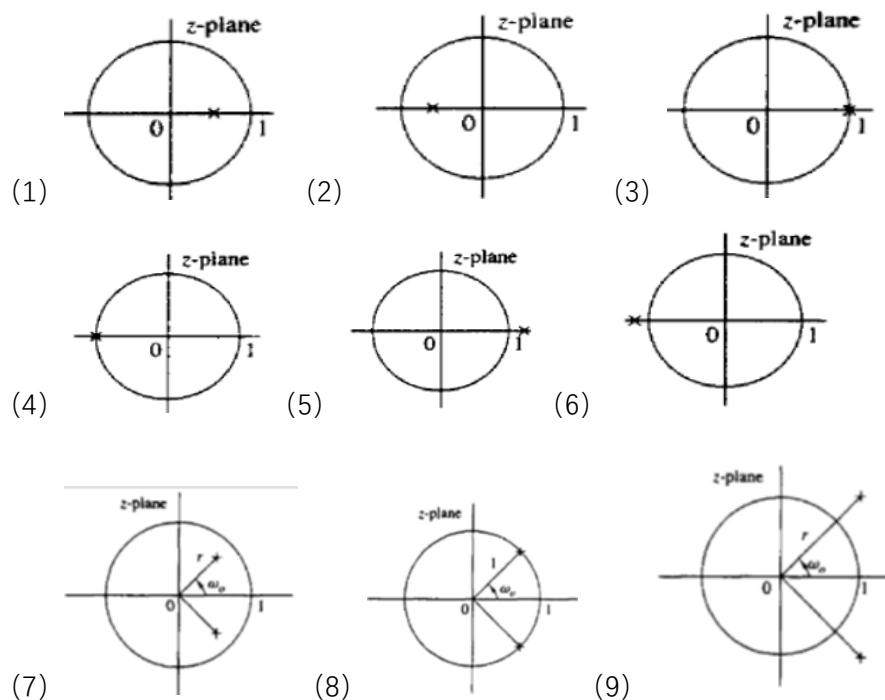
② 稳定性：

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| = \sum_{n=0}^{\infty} |a^n| = \begin{cases} \frac{1}{1-|a|} & |a| < 1 \\ \infty & |a| \geq 1 \end{cases}$$

当 $|a| < 1$ 时系统稳定，当 $|a| \geq 1$ 时系统不稳定。

第九次课，离散时间系统的 z 域分析 7.1-7.2

1. 写成两种系统传递函数（系统函数）的表达式。
2. 写出 IIR 数字滤波器的系统函数归一化的标准式。
3. 什么是 FIR 数字滤波器，什么叫 IIR 数字滤波器？
4. FIR 和 IIR 数字滤波器在差分方程上有何不同？
5. 简述 FIR 和 IIR 数字滤波器的归一化系统函数的区别。
6. M 点滑动平均滤波器是 FIR 滤波器还是 IIR 滤波器？
7. 线性时不变系统滤波器如果是一个稳定系统，简述其收敛域的特点。
8. 判断并给出依据：
 - (1) FIR 数字滤波器一定是一个稳定的系统
 - (2) FIR 数字滤波器不存在输出到输入的反馈，即 n 时刻的输出 $y(n)$ 与 n 时刻之前的输出无关，只跟输入有关。
9. 请简述因果系统其收敛域的形状。
10. 如何从系统函数的收敛域来判断一个系统的因果稳定特性？
11. 以下是系统的极点分布，请判断以下系统的单位脉冲响应 $h(n)$ 序列的收敛性和取值特点。



12. 设系统由下列差分方程描述：

$$y(n) = \frac{3}{2}y(n-1) + y(n-2) + x(n-1)$$

- (1) 求系统的系统函数 $H(z)$ ，并画出零极点分布图。
- (2) 限定系统是因果的，写出 $H(z)$ 的收敛域。
- (3) 限定系统是稳定性的，写出 $H(z)$ 的收敛域。

第九次课，离散时间系统的 z 域分析 7.1-7.2

1. 写成两种系统传递函数（系统函数）的表达式。

$$H(z) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h[n]z^{-n}$$

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$$

2. 什么是 FIR 数字滤波器，什么叫 IIR 数字滤波器？
若系统的单位冲激响应 $h(n)$ 无限长：称 IIR 系统
若系统的单位冲激响应 $h(n)$ 有限长：称 FIR 系统
3. 写出 IIR 数字滤波器系统函数归一化的标准式。

$$H(z) = \frac{\sum_{m=0}^M b_m z^{-m}}{1 - \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}}$$

4. FIR 和 IIR 数字滤波器在差分方程上有何不同？
FIR 数字滤波器的输出只与输入 $x(n-m)$ 有关，

$$y[n] = \sum_{k=N_1}^{N_2} h[k]x[n-k] \quad N_1 < N_2$$

IIR 系统的输出与输入 $x(n-m)$ 和以前的输出 $y(n-k)$ 均有关。

$$\sum_{k=0}^N d_k y[n-k] = \sum_{k=0}^M p_k x[n-k]$$

5. 简述 FIR 和 IIR 数字滤波器的归一化系统函数的区别。
FIR：系统函数是分母为 1 的有理分式，因此没有极点，只有零点。其归一化系统函数为：

$$H(z) = \frac{\sum_{m=0}^M b_m z^{-m}}{1 - \sum_{k=1}^N a_k z^{-k}} = \frac{\sum_{m=0}^M b_m z^{-m}}{1} = \sum_{m=0}^M b_m z^{-m}, \quad \text{其中系数 } b_m \text{ 极为单位脉冲响应 } h(n)$$

$$H(z) = \sum_{n=N_1}^{N_2} h[n]z^{-n} = \sum_{k=N_1}^{N_2} p_k z^{-k} \quad N_1 < N_2$$

$$H(z) = \sum_{n=N_1}^{N_2} h[n]z^{-n} = \sum_{k=N_1}^{N_2} p_k z^{-k} \quad N_1 < N_2$$

当 $N_1 \geq 0$ 时，滤波器为因果FIR滤波器，可以将其系统函数视为分母为1的有理分式。分子分母同乘以 z^{N_2} ，将系统函数的分子分母都变成 z 的正整数次幂，

$$H(z) = \frac{\sum_{k=N_1}^{N_2} p_k z^{(N_2-k)}}{z^{N_2}}$$

此时， $H(z)$ 的所有极点均在 z 平面的原点处。

因此，FIR滤波器 $H(z)$ 的收敛域在除了 $z=0$ 之外的整个 z 平面上。

IIR:

6. M 点滑动平均滤波器是 FIR 滤波器还是 IIR 滤波器？

$$h[n] = \begin{cases} 1/M, & 0 \leq n \leq M-1 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

其传递函数为：

$$H(z) = \frac{1}{M} \sum_{n=0}^{M-1} z^{-n} = \frac{1}{M} \cdot \frac{1-z^{-M}}{1-z^{-1}}$$

FIR 滤波器，

7. 线性时不变系统滤波器如果是一个稳定系统，简述其收敛域的特点。

对于稳定的系统，其收敛域必须包括单位圆。所以，在用 z 平面的零、极点图来描述 $H(z)$ 时，通常都画出单位圆，以便看清极点位置与单位圆的关系，从而判断系统稳定与否。

8. 判断并给出依据：

(1) FIR 数字滤波器一定是一个稳定的系统

(2) FIR 数字滤波器不存在输出到输入的反馈，即 n 时刻的输出 $y(n)$ 与 n 时刻之前的输出无关，只跟输入有关。

(1) 答：对，因为 FIR 数字滤波器，其单位脉冲响应 $h(n)$ 是个有限长序列，有限长序列的收敛域是有限的 z 平面，肯定包含单位圆，因此，FIR 数字滤波器一定是一个稳定的系统。

(2) 答：对。

9. 请简述因果系统其收敛域的形状。

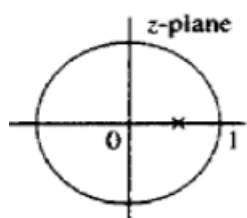
$$R_{h-} < |z| \leq \infty$$

其收敛域在一个收敛半径之外，即

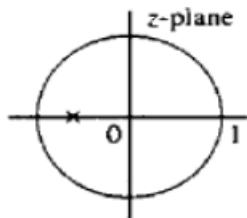
10. 如何从系统函数的收敛域来判断一个系统的因果稳定特性？

因果稳定系统的系统函数 $H(z)$ 的全部极点必在单位圆以内。

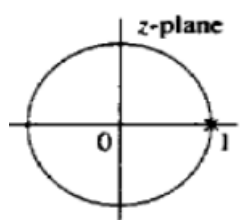
11. 以下是系统的极点分布，请判断以下系统的单位脉冲响应 $h(n)$ 序列的收敛性和取值特点。



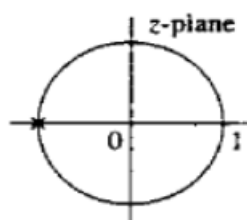
(1)



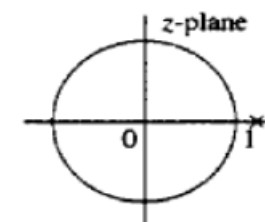
(2)



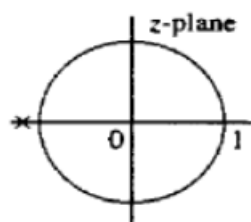
(3)



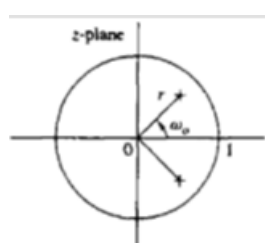
(4)



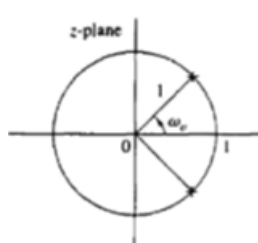
(5)



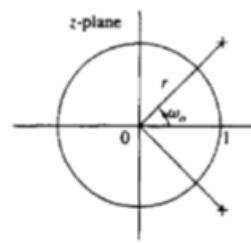
(6)



(7)

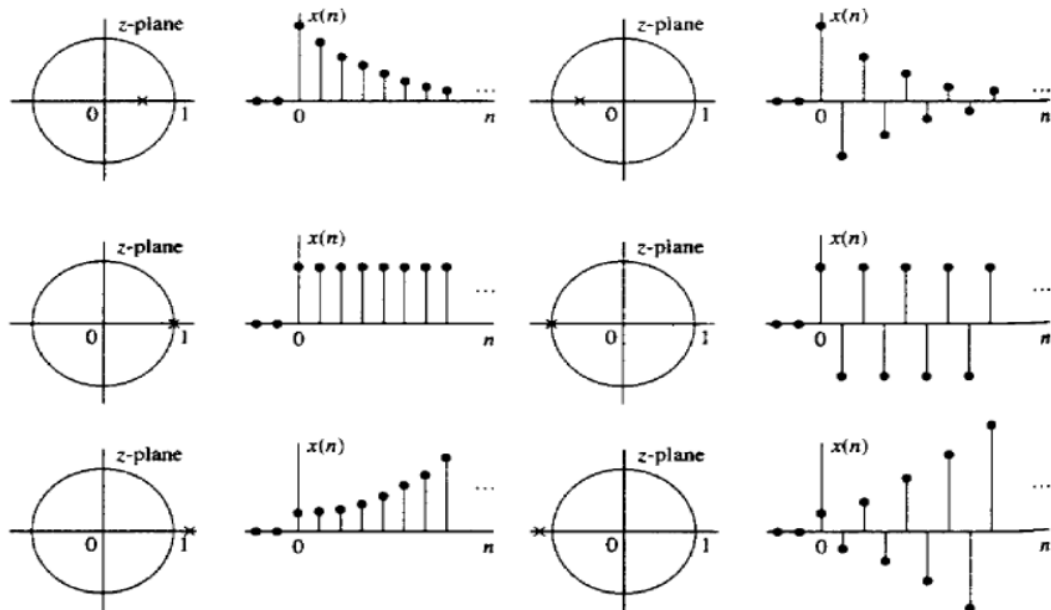


(8)

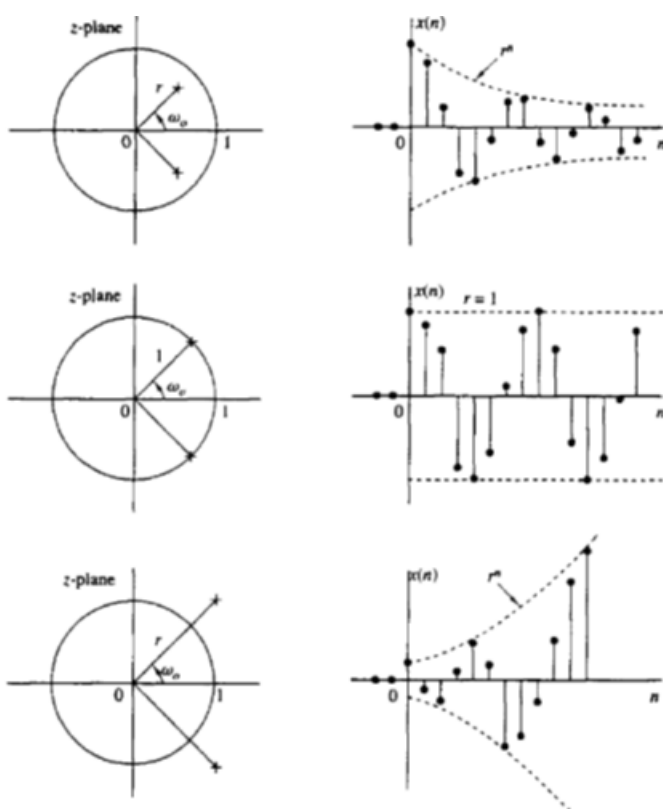


(9)

(1) - (6):



(7) - (9)



12. 设系统由下列差分方程描述：

$$y(n] = \frac{3}{2} y[n - 1] + y[n - 2] + x[n - 1]$$

(4) 求系统的系统函数 $H(z)$ ，并画出零极点分布图。

答: $H(z) = \frac{z}{z^2 - \frac{3}{2}z - 1}$, 零点 $z=0$; 极点: $z=-2, z=1/2$;

(5) 限定系统是因果的, 写出 $H(z)$ 的收敛域。

$$|z| > 2$$

(6) 限定系统是稳定性的, 写出 $H(z)$ 的收敛域。

$$\frac{1}{2} < |z| < 2$$

第十次课 7.3-7.5 离散时间系统的频域分析

1. 一个系统的频率响应与单位脉冲响应的关系式是什么?
2. 一个系统的频率响应存在的条件是什么?
3. 简述频率响应 $H(e^{j\omega})$ 与系统函数 $H(z)$ 的关系。
4. 在 Matlab 中, 用于求系统频率响应的函数是哪一个?
5. 什么是幅频响应和相频响应?
6. 单位脉冲响应 $h(n)$ 为实数时, 其幅频响应和相频响应有什么特点?
7. 为什么一般上频率响应的频率范围只画出 $0 \sim \pi$?
8. 简述幅度响应的谷点和峰点的位置与零点和极点的位置关系。
9. 零点处的零极点对系统的幅频响应是否有影响?
10. 填空: 若使设计的滤波器拒绝某个频率 (不让该频率信号通过) 应在单位圆上相应频率处设置一个_____。若使设计的滤波器突出某个频率 (使该频率信号尽量无衰减的通过), 应在单位圆内相应的频率处设置一个_____, _____越接近单位圆, 在该频率处的幅频响应幅值越大。
11. 已知 $H(z)=z^{-1}$, 用几何确定法分析其频率响应 $H(e^{j\omega})$ 的特性。
12. 设一阶系统的差分方程为: $y(n)=by(n-1)+x(n)$ 。用几何确定法分析其幅频特性(其中, $0 < b < 1$)。

第十次课 7.3-7.5 离散时间系统的频域分析

1. 一个系统的频率响应与单位脉冲响应的关系式是什么?

答: 系统的频率响应是单位抽样响应 $h(n)$ 的离散时间傅立叶变换:

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n) \cdot e^{-j\omega n}$$

2. 一个系统的频率响应存在的条件是什么?

答: $h(n)$ 绝对可和。

3. 简述频率响应 $H(e^{j\omega})$ 与系统函数 $H(z)$ 的关系。

答：频率响应是系统函数的特例，它是单位圆上的 z 变换，即 $H(e^{j\omega}) = H(z) \Big|_{z=e^{j\omega}}$ 。

4. 在 Matlab 中，用于求系统频率响应的函数是哪一个？

答：freqz 用来求一个离散系统的频率响应。

5. 什么是幅频响应和相频响应？

答：系统的频率响应应分为幅频响应和相频响应，系统的增益信号频率的变化就是幅频响应；系统的相移随信号频率的变化就是相频响应。

6. 单位脉冲响应 $h(n)$ 为实数时，其幅频响应和相频响应有什么特点？

答：对于输入和输出都是实信号的滤波器，其频率响应具有共轭对称性，即幅频响应是偶函数，相频响应是奇函数。

7. 为什么一般上频率响应的频率范围只画出 $0 \sim \pi$ ？

答：因为 DTFT 具有周期性，周期为 2π ，且单位脉冲响应 $h(n)$ 为实数时，其幅频响应具有偶对称性，因此只需要画出一半，即 $0 \sim \pi$ 。

8. 简述幅度响应的谷点和峰点的位置与零点和极点的位置关系。

答：单位圆附近的零点对幅度响应的谷点的位置与深度有明显影响，当零点位于单位圆上时，谷点为零。零点可在单位圆外。单位圆附近的极点对幅度响应的峰点位置 and 高度有明显影响。极点在圆外，系统不稳定。

9. 零点处的零极点对系统的幅频响应是否有影响？

答：原点处零极点，它到单位圆的距离恒为 1，故对幅度响应不起作用，但是会影响相频响应。

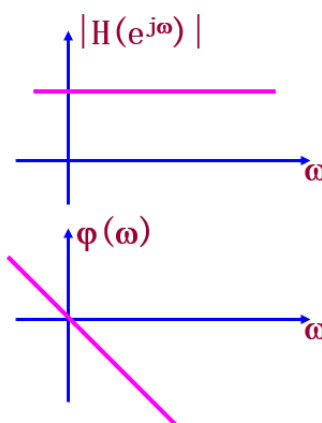
10. 填空：若使设计的滤波器拒绝某个频率（不让该频率信号通过）应在单位圆上相应频率处设置一个 零点。若使设计的滤波器突出某个频率（使该频率信号尽量无衰减的通过），应在单位圆内相应的频率处设置一个 极点，极点 越接近单位圆，在该频率处的幅频响应幅值越大。

11. 已知 $H(z)=z^{-1}$ ，用几何确定法分析其频率响应 $H(e^{j\omega})$ 的特性。

解：

$$H(e^{j\omega}) = H(z) \Big|_{z=e^{j\omega}} = e^{-j\omega} = |H(e^{j\omega})| e^{j\phi(\omega)}$$

$$\begin{cases} |H(e^{j\omega})| = 1 \\ \phi(\omega) = -\omega \end{cases}$$



说明：

①从系统函数 $H(z)=z^{-1}$ 来看，该系统只有一个在原点的极点 $|z|=0$ 。

②当 ω 从 $0 \sim 2\pi$ 变化时，极点矢量的长度始终为 1， $\therefore |H(e^{j\omega})| = 1$

③处在原点处的极点和零点，由于其矢量长度均为 1，所以原点处的零、极点不影响幅频响应 $|H(e^{j\omega})|$ 。

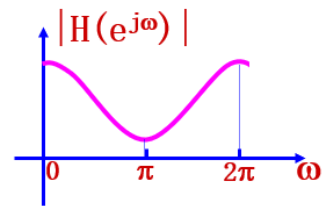
12. 设一阶系统的差分方程为： $y(n)=by(n-1)+x(n)$ 。用几何确定法分析其幅频特性(其中，

$0 < b < 1$)。

解：先求系统函数 $H(z)$ ，对差分方程两边作 z 变换，得：

$$Y(z) = bz^{-1}Y(z) + X(z)$$

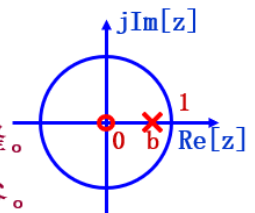
$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} = \frac{1}{1 - bz^{-1}} = \frac{z}{z - b}$$



从 $H(z)$ 看出，系统有一个极点 $z=b$ ，一个零点 $z=0$ 。

当单位圆上的点 B 由 $\omega=0$ 到 $\omega=2\pi$ 旋转时，有：

- ① 在 $\omega=0$ 时，极点矢量最短(分母最小)，形成波峰。
- ② 在 $\omega=\pi$ 时，极点矢量最长(分母最大)，形成波谷。
- ③ 由于零点在原点处，所以不影响幅频响应。



第十一次课 8.1-8.2 离散傅里叶变换的概念和性质

1. 写出离散傅里叶变换 (DFT) 正变换和反变换的公式, 并说出其分别表示的含义。
2. 傅里叶变换的四种形式是: _____、_____、_____、_____。
3. Z 变换、离散时间傅里叶变换 DTFT 离散傅里叶变换 DFT 的关系是什么?
4. 某序列的频谱 $X(e^{j\omega}) = \frac{1}{1-0.5e^{-j\omega}}$, 该序列的 6 点 DFT 中的 $X[0]$ 和 $X[3]$ 分别等于什么?
5. 设序列 $x[n]$ 的 N 点 DFT 为 $X(k)$, 则频率序号 k 对应的数字频率 ω_k 等于什么?
6. 在采样频率为 $F_T(\text{Hz})$ 的数字系统中, 时域序列 $x[n]$ 的序号 n 代表的实际时间为 () 秒, 频率序号 k 对应的数字频率为 () Hz.
7. 设实序列 $x[n]$ 的 6 点 DFT 为 $X(k)$, 已知 $X[0]=2, X[1]=1.5-0.866j, X[2]=0.5-0.866j, X[3]=0$, 根据对称性可得到 $X[4]=$ _____, $X[5]=$ _____.
8. 序列的傅里叶变换 (DTFT) 对应的时域和频域特征是 (), 离散傅里叶变换 (DFT) 对应的时域和频域特征是 ()
A. 时域离散, 频域周期 B. 时域离散, 频域离散
C. 时域连续, 频域非周期 D. 时域非周期, 频域离散
9. 序列的共轭对称分量的傅里叶变换等于傅里叶变换的 ()
A. 共轭对称分量 B. 共轭反对称分量 C. 实部 D. 虚部
10. 判断题:
 - 1) 利用 DFT 可以对连续信号频谱进行精确分析。
 - 2) 序列 $x(n)$ 的 N 点 DFT 是 $x(n)$ 的 Z 变换在单位圆上的 N 点等间隔采样。
 - 3) 将 DFS 的时域、频域各取主值序列, 可构成 DFT 变换对。

第十一次课 8.1-8.2 离散傅里叶变换的概念和性质

1. 写出 DFT 正变换和反变换的公式，并说出其分别表示的含义。

$$X(k) = DFT[x(n)] = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{nk}, 0 \leq k \leq N-1$$
$$x(n) = IDFT[X(k)] = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)W_N^{-nk}, 0 \leq n \leq N-1$$

离散傅里叶逆变换把 N 个信号样点数据表示成了 N 个旋转向量样点数据（每个旋转向量 N 个样点）的加权和，构成了一个 N 元一次方程组（N 个权值是未知数），离散傅里叶变换得到的 N 个值就是这个 N 元一次方程组的解。

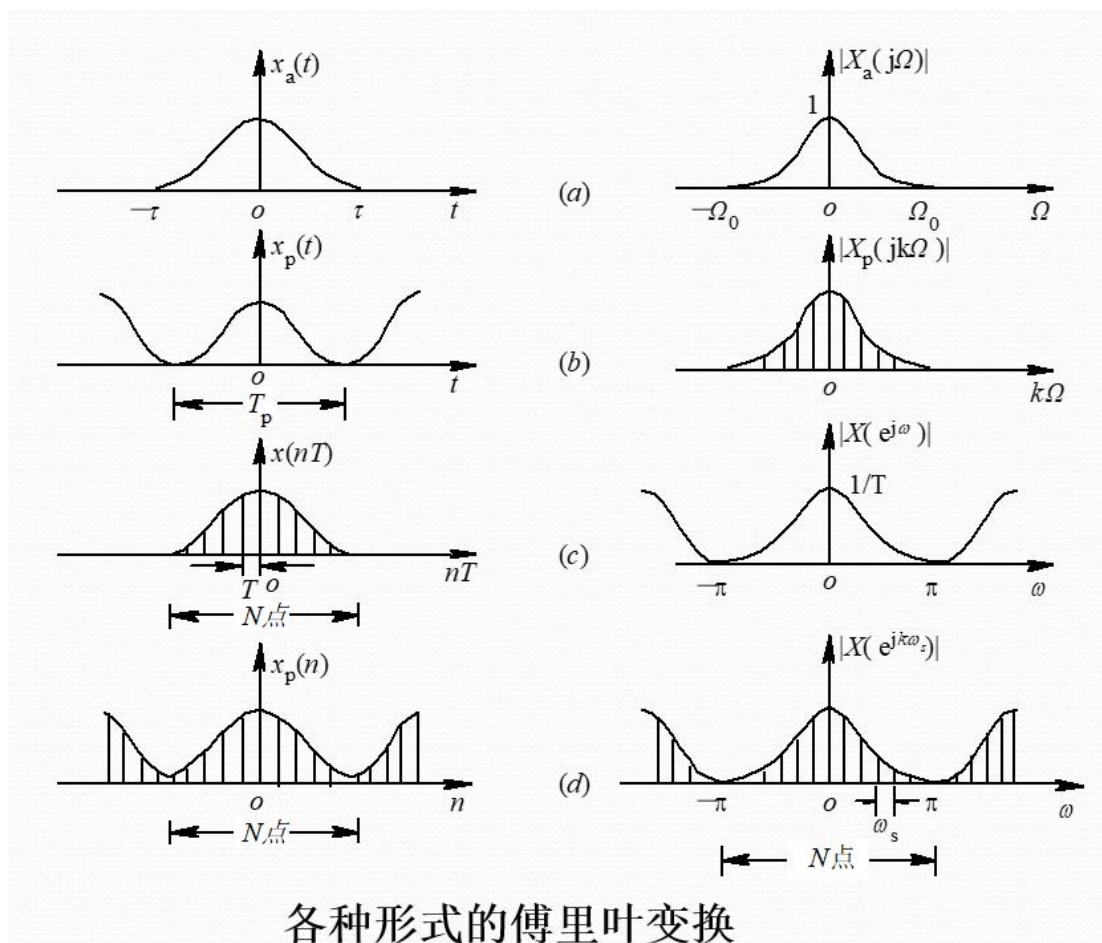
2. 傅里叶变换的四种形式是：连续时间傅里叶变换（FT）、傅里叶级数（FS）、序列的傅里叶变换（DTFT）、离散傅里叶变换（DFT）。

连续时间、连续频率—傅里叶变换FT

连续时间、离散频率—傅里叶级数FS

离散时间、连续频率—序列的傅里叶变换DTFT

离散时间、离散频率—离散傅里叶变换DFT



3. Z 变换、离散时间傅里叶变换 DTFT、离散傅里叶变换 DFT 的关系是什么？

DFT和Z变换,DTFT的关系

$$x(n), \quad n = 0, 1, \dots, N-1$$

$$X(k) = DFT[x(n)] = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_N^{kn}, \quad 0 \leq k \leq N-1$$

比较上面二式可得关系式:

$$X(z) = ZT[x(n)] = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) z^{-n}$$

$$X(k) = X(z) \Big|_{z=e^{j\frac{2\pi}{N}k}}, \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (3.1.3)$$

序列 $x(n)$ 的 N 点DFT是 $x(n)$ 的 Z 变换在单位圆上的 N 点等间隔采样

$$X(e^{j\omega}) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n) e^{-j\omega n}$$

$$X(k) = X(e^{j\omega}) \Big|_{\omega=\frac{2\pi}{N}k}, \quad 0 \leq k \leq N-1 \quad (3.1.4)$$

序列 $x(n)$ 的 N 点DFT是 $x(n)$ 的DTFT在 $[0, 2\pi]$ 上的 N 点等间隔采样

4. 某序列的频谱 $X(e^{j\omega}) = \frac{1}{1-0.5e^{-j\omega}}$ ，该序列的 6 点 DFT 中的 $X[0]$ 和 $X[3]$ 分别等于什么？

答：2, 2/3

5. 设序列 $x[n]$ 的 N 点 DFT 为 $X(k)$ ，则频率序号 k 对应的数字频率 ω_k 等于什么？

答： $\frac{2\pi}{N}k$

6. 在采样频率为 $F_T(\text{Hz})$ 的数字系统中，时域序列 $x[n]$ 的序号 n 代表的实际时间为

（ $\frac{n}{F_T}$ ）秒，频率序号 k 对应的数字频率为（ $\frac{F_T}{N}k$ ）Hz.

7.

设实序列 $x[n]$ 的 6 点 DFT 为 $X[k]$ ，已知 $X[0]=2$ ， $X[1]=1.5-0.866j$ ， $X[2]=0.5-0.866j$ ， $X[3]=0$ ，则根据对称性可得到 $X[4]=$ _____， $X[5]=$ _____。

- ☐ A. $0.5+0.866j$, $1.5+0.866j$
- ☐ B. $1.5+0.866j$, $0.5+0.866j$
- ☐ C. 0 , $0.5+0.866j$
- ☐ D. $0.5+0.866j$, $1.5-0.866j$

A

设 $x(n)$ 为实序列, $X(k)=\text{DFT}[x(n)]$ 。则有:

(1) $X(k) = X^*(N-k)$

(2) 若 $x(n) = x(N-n)$, 则 $X(k) = X(N-k)$

(3) 若 $x(n) = -x(N-n)$, 则 $X(k) = -X(N-k)$

只要知道一半数目 $X(k)$ 即可求出所有 $X(k)$, 可节约运算。

8. 序列的傅里叶变换 (DTFT) 对应的时域和频域特征是 (A), 离散傅里叶变换 (DFT) 对应的时域和频域特征是 (B)

- A. 时域离散, 频域周期 B. 时域离散, 频域离散
C. 时域连续, 频域非周期 D. 时域非周期, 频域离散

9. 序列的共轭对称分量的傅里叶变换等于序列傅里叶变换的 (C)

- A. 共轭对称分量 B. 共轭反对称分量 C. 实部 D. 虚部

10. 判断题:

- 1) 利用 DFT 可以对连续信号频谱进行精确分析。(错)
2) 序列 $x(n)$ 的 N 点 DFT 是 $x(n)$ 的 Z 变换在单位圆上的 N 点等间隔采样。(对)
3) 将 DFS 的时域、频域各取主值序列, 可构成 DFT 变换对。(对)

第十二次课 8.3-8.4 圆周移位和圆周卷积

1. 设两有限长序列的长度分别是 M 与 N , 欲用圆周卷积计算两者的线性卷积, 则圆周卷积的长度至少应取()。

- A. $M+N$ B. $M+N-1$ C. $M+N+1$ D. $2(M+N)$

2. 判断题:

1) 将 DFT 用作频谱分析时, 要想提高频率分辨率, 可以将时间序列补零, 从而增加 DFT 的点数, 达到分辨相近频率分量的目的。()

2) 对时间序列 $x(n)$ 补若干个零后, 其物理的频谱分辨率不变, 频谱的计算分辨率提高, 即频谱的采样间隔变小。()

3) 线性移位与圆周移位的操作过程是相同的。()

4) 当循环卷积区间长度大于或等于线性卷积长度时, 循环卷积结果等于线性卷积。()

5) 离散傅里叶变换中的卷积运算是线性卷积。()

6) 一个信号输入到系统之后, 其输出的运算过程即为线性卷积。()

3. 什么是泄漏效应?

4. 用 DFT 进行频谱分析时, 很多时候会用到补零操作。请问补零的主要作用是什么?

5. 用 DFT 近似分析连续信号频谱时, 泄漏效应是由_____引起的。

6. 已知两个有限长序列 $x_1[n](0 \leq n \leq 35)$ 和 $x_2[n](0 \leq n \leq 38)$, 若用圆周卷积来计算他们的线性卷积, 则圆周卷积至少应取()点?

7. 设 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 都是 N 点的实数序列, 试用一次 N 点 DFT 运算来计算它们各自的 DFT。

8. 如果序列 $x(n)$ 的长度是 M , 对其 DTFT 频域进行 N 点采样得到 $X(k)$, 什么条件下可由频域采样 $X(k)$ 恢复原序列 $x(n)$, 否则产生时域混叠现象?

9. 如何利用 DFT 计算线性卷积?

10. 在实时信号处理系统中, 如果输入信号为长序列, 系统的单位脉冲响应为短序列, 可以采用什么方案可以实现实时输出?

11. 抗混叠滤波器的作用是什么?

12. 对实信号进行谱分析, 要求谱分辨率 $F \leq 10$ Hz, 信号最高频率 $f_c = 2.5$ kHz, 试确定最小记录时间 T_{min} , 最大的采样间隔 T_{max} , 最少的采样点数 N_{min} 。如果 f_c 不变, 要求谱分辨率增加一倍, 最少的采样点 N 和最小的记录时间是多少?

第十二次课 8.3-8.4 圆周移位和圆周卷积

1. 设两有限长序列的长度分别是 M 与 N ，欲用圆周卷积计算两者的线性卷积，则圆周卷积的长度至少应取（ B ）。

- A. $M+N$ B. $M+N-1$ C. $M+N+1$ D. $2(M+N)$

2. 判断题：

1) 将 DFT 用作频谱分析时，要想提高频率分辨率，可以将时间序列补零，从而增加 DFT 的点数，达到分辨相近频率分量的目的。（错）

2) 对时间序列 $x(n)$ 补若干个零后，频谱的计算分辨率提高，即频谱的采样间隔变小。（对）

3) 线性移位与圆周移位的操作过程是相同的。（错）

4) 当循环卷积区间长度大于或等于线性卷积长度时，循环卷积结果等于线性卷积。（对）

5) 离散傅里叶变换中的卷积运算是线性卷积。（错）

6) 一个信号输入到系统之后，其输出的运算过程即为线性卷积。（对）

3. 什么是泄漏效应？

答：泄漏就是指频谱中出现了不该有的频率分量。

4. 用 DFT 进行频谱分析时，很多时候会用到补零操作。请问补零的主要作用是什么？

答：以下两种情况经常会用到补零操作，1) 当采用 DFT 来计算线性卷积时，要使得圆周卷积可以替代线性卷积，则 DFT 的长度必须是两个序列的长度相加再减 1，即 N_1+N_2-1 ，那么每一个序列都需补零到该长度后，再进行 DFT，然后在频域相乘，再 IDFT 后，即可求得两个序列的线性卷积。2) 采用 DFT 对长度为 N 的序列进行频域分析时，若希望能分析到大于 N 的频率点，则需要补零操作，用以增加可分析的频率点。

5. 用 DFT 近似分析连续信号频谱时，泄漏效应是由截断引起的。

6. 已知两个有限长序列 $x_1[n](0 \leq n \leq 35)$ 和 $x_2[n](0 \leq n \leq 38)$ ，若用圆周卷积来计算他们的线性卷积，则圆周卷积至少应取（ $36+39-1=74$ ）点？

N 点圆周卷积 $y_c(n)$ 是线性卷积 $y_l(n)$ 以 N 为周期的周期延拓序列的主值序列。

而 $y_l(n)$ 的长度为 $N_1 + N_2 - 1$

\therefore 只有当 $N \geq N_1 + N_2 - 1$ 时, $y_l(n)$ 以 N 为周期进行周期延拓才无混叠现象

即 当圆周卷积长度 $N \geq N_1 + N_2 - 1$ 时,
 N 点圆周卷积能代表线性卷积

$$x_1(n) \circledast x_2(n) = x_1(n) * x_2(n) \quad N \geq N_1 + N_2 - 1$$

7. 设 $x_1(n)$ 和 $x_2(n)$ 都是 N 点的实数序列, 试用一次 N 点 DFT 运算来计算它们各自的 DFT。

$$DFT[x_1(n)] = X_1(k) \quad DFT[x_2(n)] = X_2(k)$$

解: 利用两序列构成一个复序列

$$w(n) = x_1(n) + jx_2(n)$$

则

$$\begin{aligned} W(k) &= DFT[w(n)] = DFT[x_1(n) + jx_2(n)] \\ &= DFT[x_1(n)] + jDFT[x_2(n)] \\ &= X_1(k) + jX_2(k) \end{aligned}$$

由 $x_1(n) = \text{Re}[w(n)]$ 得

$$\begin{aligned} X_1(k) &= DFT[x_1(n)] = DFT\{\text{Re}[w(n)]\} = W_{ep}(k) \\ &= \frac{1}{2}[W((k))_N + W^*((N-k))_N]R_N(k) \end{aligned}$$

由 $x_2(n) = \text{Im}[w(n)]$ 得

$$\begin{aligned} X_2(k) &= DFT[x_2(n)] = DFT\{\text{Im}[w(n)]\} = \frac{1}{j}W_{op}(k) \\ &= \frac{1}{2j}[W((k))_N - W^*((N-k))_N]R_N(k) \end{aligned}$$

8. 如果序列 $x(n)$ 的长度是 M , 对其 DTFT 频域进行 N 点采样得到 $X(k)$, 只有当 $N \geq M$ 时, 可由频域采样 $X(k)$ 恢复原序列 $x(n)$, 否则产生时域混叠现象。
9. 如何利用 DFT 计算线性卷积?

很多情况下,需要计算两个序列的线性卷积, 为了提高运算速度, 希望用DFT(FFT)计算。而DFT只能直接用来计算循环卷积, 什么时候循环卷积与线性卷积相等呢?

循环卷积与线性卷积相等条件: $L \geq M+N-1$ 。所以, 如果取 $L = M+N-1$, 则可用DFT (FFT) 计算线性卷积。计算框图如下:

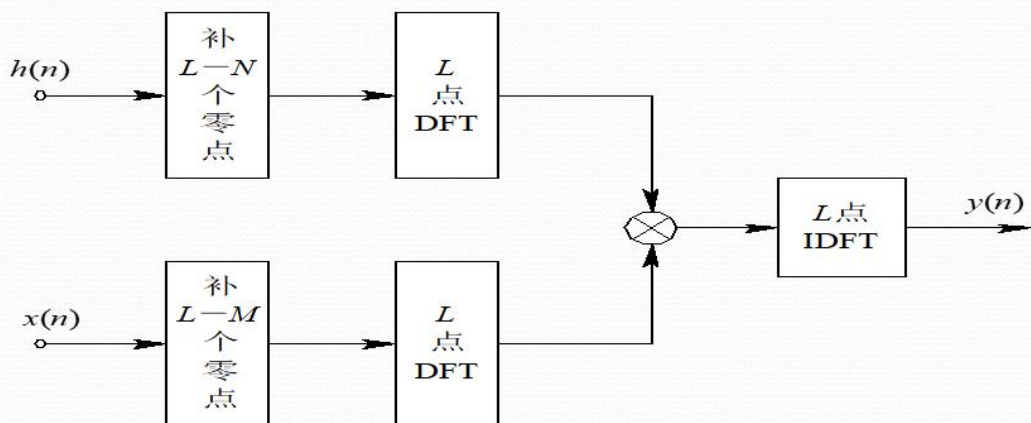


图 3.4.3 用DFT计算线性卷积框图

10. 在实时信号处理系统中, 如果输入信号为长序列, 系统的单位脉冲响应为短序列, 可以采用什么方案可以实现实时输出?

答: 采用分段卷积。分段卷积方法有重叠相加法和重叠保留法。

11. 抗混叠滤波器的作用是什么?

答: 为防止采样后信号发生混叠, 先要通过抗混叠滤波对信号进行滤波。

12. 对实信号进行谱分析, 要求谱分辨率 $F \leq 10$ Hz, 信号最高频率 $f_c = 2.5$ kHz, 试确定最小记录时间 T_{min} , 最大的采样间隔 T_{max} , 最少的采样点数 N_{min} 。如果 f_c 不变, 要求谱分辨率增加一倍, 最少的采样点 N 和最小的记录时间是多少?

解：

$$T_p \geq 1/F$$

$$N > 2f_c / F$$

$$T_p \geq \frac{1}{F} = \frac{1}{10} = 0.1s \quad \therefore T_{p\min} = 0.1s$$

$$N > 2f_c / F = 2 \times 2500 / 10 = 500 \quad \therefore N_{\min} = 500$$

$$T_{\max} = \frac{T_{p\min}}{N_{\min}} = \frac{0.1}{500} = 0.2 \times 10^{-3}s$$

谱分辨率增加一倍, $F=5\text{Hz}$

$$T_{p\min} = 1/F = 1/5 = 0.2s \quad N_{\min} = 2f_c / F = 2 \times 2500 / 5 = 1000$$

第十三次课：9.1-9.3 FFT 与算法

1. 选择题：

FFT 是以下哪种傅立叶变换的方法？（ ）

A. FT B. FS C. DTFT D. DFT

2. 计算 N 点的 $X(k)$ 需要_____次复数乘法和_____次复数加法。

3. 快速傅立叶变换的基本思想是什么？

4. DFT 正反变换公式中， W_N^n 表示的具体式子是什么？ $W_N^{\frac{N}{2}}$ 的值是多少？

5. DIT 和 DIF 各表示什么含义，两者的基本蝶形有何区别？

6. 请画出蝶形运算的流图，并说明一次蝶形运算所需的复数乘法和复数加法的次数。

7. 基 2-DIT（按时间抽取）FFT 算法推导过程中，用到的 W_N^n 因子的哪些性质？（ ）。

A. 可约性 B. 共轭性 C. 对称性 D. 周期性

8. 由按时间抽取法 FFT 的信号流图可知，当 $N=256$ 时，共有_____级蝶形运算；每级都由_____个蝶形运算组成，而每个蝶形有_____次复乘、_____次复加，因此每级运算都需_____次复乘和_____次复加。

9. FFT 比起直接计算 DFT，速度提高多少，即直接计算 DFT 与 FFT 算法的计算量之比是多少？

10. 按时间抽取的 FFT 算法有哪些特点？

11. DIT 和 DIF 算法都有个共同的特点：原位运算，什么叫原位运算？

12. 试利用 $N=8$ 基 2 频率抽取的 FFT 流图计算 8 点序列 $x[n]=\cos(\pi*n/2)$ 的 DFT。

第十四次课 9.4-9.5 FFT 的应用

1. 如何利用 FFT 算法快速实现 IDFT?
2. 试利用 $N=4$ 基 2 频率抽取的 FFT 流图计算 4 点序列 $X[m]=\{0, -2j, 0, 2j\}$ 的 IDFT。
3. 实数序列的 FFT 有没有更快捷的方法? 其如何实现?
4. $x[n]$ 序列和 $h[n]$ 序列的长度分别是 4 和 6, 则它们 () 点的圆周卷积结果与线性卷积的结果不一致。
A. 10 B. 9 C. 8 D. 11
5. 写出快速卷积的步骤。
6. 什么情况下, 用 FFT 法计算线性卷积的效率比较低?
7. 简述分段卷积中重叠相加法和重叠保留法的区别。
8. 重叠相加法中, 设 $h[n]$ 长度为 3, 输入序列 $x[n]$ 分段后每小段的长度为 5, 用快速卷积求解每小段的输出序列时, 需要把 $h[n]$ 补零 () 点, 每小段的输入序列补零 () 点。
9. 利用重叠保留法进行分段卷积时, 输入的各小段必须重叠 P 个抽样点, 每一段产生的输出中保留 Q 个抽样点, 使这些从每一段得到的抽样连接在一起时, 得到的序列就是所要求的滤波输出。现利用一个单位抽样响应点数 $N=50$ 的有限冲激响应滤波器来过滤一串很长的数据。假设输入的各段长度为 100 个抽样点, 而离散傅里叶变换的长度为 128 点。进一步假设, 圆周卷积的输出序列标号是从 $n=0$ 到 $n=127$, 则:
 - 1) P 和 Q 的值是多少?
 - 2) 求取出来的 Q 个点的起点和终点的标号, 即确定从圆周卷积的 128 点中要取出哪些点, 去和前一段的点衔接起来。
10. 写出两个序列 $x[n]$ 和 $y[n]$ 的线性卷积和互相关函数的公式, 比较两个公式的区别。

第十五次课 10.1-10.3 IIR 数字滤波器的设计方法

1. 简述模拟滤波器和数字滤波器的区别。
2. 数字滤波器能否完全取代模拟滤波器？
3. 什么是 IIR 数字滤波器？相对于 FIR 数字滤波器，IIR 数字滤波器有哪些特点？
4. 简述 IIR 数字滤波器的间接设计法的步骤。
5. 简述脉冲响应不变法的思想和步骤。
6. 简述脉冲响应不变法的优缺点。
7. 脉冲响应不变法可以用于哪种类型设计 IIR 数字滤波器？为什么？
8. 简述双线性变换法的思想、步骤和优缺点。
9. 判断题：
 - 1) 用双线性变换法设计 IIR DF 时，预畸并不能消除变换中产生的所有频率点的非线性畸变。
 - 2) 采用双线性变换法设计 IIR DF 时，如果设计出的模拟滤波器具有线性幅度响应特性，那么转换后的数字滤波器也具有线性幅度响应特性。
 - 3) 脉冲响应不变法和双线性变换法都能够将 S 平面的左半平面映射到 z 平面的单位圆内。
 - 4) 脉冲响应不变法使模拟角频率和数字角频率建立线性关系。
 - 5) 双线性变换法使 s 平面和 z 平面建立一一映射关系。
10. 双线性变换 $s = \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}}$ 将模拟角频率_____映射到了数字角频率 π 。
11. 用双线性变换法和模拟低通滤波器来设计一个数字低通滤波器，假设模拟低通数字滤波器的截止频率 $\Omega_c = 4000\pi \text{ rad/s}$ ，且选取双线性变换参数 $T = 0.4\text{ms}$ ，所得数字滤波器的截止频率 $\omega_c = (\quad)$ ？

第十六次课 10.4-10.6: IIR 数字低通滤波器的设计

1. 衡量数字滤波器主要有哪些技术指标?
2. 简述间接设计 IIR 数字低通滤波器的方法和步骤。
3. 简述巴特沃斯、切比雪夫、椭圆等原型模拟滤波器的幅频特性。
4. 简述低通巴特沃斯模拟滤波器的设计步骤。
5. 导出三阶巴特沃斯模拟低通滤波器的传输函数, 设 $\Omega_c = 1 \text{ rad/s}$ 。
6. 已知模拟低通滤波器系统函数为: $H(s) = \frac{1}{(s+2)(s+3)}$, 采用脉冲响应不变法将其转换为 IIR 数字滤波器 ($T=1\text{s}$)。
7. 用双线性变换法和二阶归一化模拟低通 Butterworth 滤波器

$$H_{an}(s) = \frac{1}{s^2 + \sqrt{2}s + 1}, \text{ 设计一个 3dB 截止频率为 2.5kHz 的数字低通滤波器,}$$

采样频率为 10kHz。

第十七次课 10.7-10.8: IIR 数字滤波器的谱变换方法

1. 设计数字低通滤波器, 要求在通带内频率低于 $0.2\pi\text{rad}$ 时, 容许幅度误差在 1dB; 在频率 0.3π 到 π 之间的阻带误差大于 15dB。指定模拟滤波器采用 Butterworth 模拟低通滤波器。试分别用冲激响应不变法和双线性变换法设计滤波器。
2. 如何通过模拟谱转换, 采用间接设计法, 设计数字高通/带通/带阻滤波器?
3. 如何通过数字谱变换, 采用间接设计法, 设计数字高通/带通/带阻滤波器?
4. 用 MATLAB 来设计 IIR 数字滤波器时, 需要先确定哪些事项, 才决定用相应的函数来实现?
5. 已知数字低通滤波器的技术指标为: 通带截频 $\omega_p = 2\text{rad}$, 阻带截频 $\omega_s = 2.6\text{rad}$, 通带最大衰减 $\alpha_p = 1\text{dB}$, 阻带最小衰减 $\alpha_s = 38\text{dB}$ 。试用脉冲响应不变法的 Matlab 设计函数实现该数字低通滤波器设计 ($T=1\text{s}$)。
6. 已知数字低通滤波器的技术指标为: 通带截止频率 $\omega_p = 2\text{rad}$, 阻带截止频率 $\omega_s = 2.6\text{rad}$, 通带最大衰减 $\alpha_p = 1\text{dB}$, 阻带最小衰减 $\alpha_s = 38\text{dB}$ 。试用双线性变换法的 Matlab 设计函数实现该数字低通滤波器设计 ($T=1\text{s}$)。

第十八次课 慕课第十一单元，共 3 段视频：FIR 线性相位滤波器

1. 线性相位对系统有何意义？一个 FIR 滤波器怎样实现线性相位的？
2. 四类线性相位 FIR 数字滤波器的幅频响应各有那些特点？即四类线性相位 FIR 数字滤波器分别适用于设计哪些选频特性的滤波器？
3. 滤波器 $H(z) = 3 + 5z^{-1} + 2z^{-2} + 2z^{-3} + 5z^{-4} + 3z^{-5}$,
 - (1) 这是哪类线性相位 FIR 数字滤波器？
 - (2) 该滤波器可以适用于设计哪些类型的滤波器？
 - (3) 该滤波器在哪个位置必然有零点？
4. 判断题：
 - 1) 四种 FIR 数字滤波器的相位特性与 $h(n)$ 的值有关。
 - 2) 第三类线性相位 FIR DF 的 $h(n)$ 共有 7 个样值，必有 $h(3) = 0$.
5. 某线性相位滤波器， $N=5$, $h(0) = h(1) = h(3) = h(4) = -1/2$, $h(2) = 2$ ，求幅度函数 $H(\omega)$ 。
6. 线性相位 FIR DF 的零点组分成哪几种情况？
7. 线性相位 FIR DF 的零点是 2, 0.5, j , $-j$, 该系统是第 (1) 类线性相位 FIR DF？
8. 带阻滤波器可以用第 () 类线性相位 FIR DF 来实现？
9. 某线性相位 FIR DF 的 $h(n)$ 前三个样值是 2, -1, 3, 后面的样值为 () 时，可以用来设计高通滤波器。
10. 第二类线性相位 FIR DF 系统 $H(z)$ 的其中三个零点为 $z=6$, $z=j$; $z=1$, 写出其他的零点。

第十九次, 12.1-12.2, 窗函数法设计 FIR 数字滤波器

1. 窗函数法设计 FIR 数字滤波器的思想是什么?
2. 加窗处理后对频率响应产生的影响是什么?
3. 什么是吉布斯效应?
4. 用窗函数法设计 FIR DF 时, 对窗函数的要求是什么?
5. 简述几种常见的窗函数的特点。
6. 简述窗函数法设计 FIR DF 的设计步骤。
7. 设计一个线性相位 FIR 低通滤波器, 给定抽样频率为 $\Omega_s = 2\pi \times 1.5 \times 10^4 (rad / sec)$, 通带截止频率为 $\Omega_p = 2\pi \times 1.5 \times 10^3 (rad / sec)$, 阻带截止频率为 $\Omega_{st} = 2\pi \times 3 \times 10^3 (rad / sec)$, 阻带衰减不小于 $-50 dB$ 。请采用窗函数法设计一个 FIR DF。
8. 用窗函数法设计线性相位 FIR 低通滤波器, 设 $N=11$, $\omega_c=0.5\pi rad$ 。
9. 如何用窗函数法设计线性相位 FIR 高通、带通或带阻滤波器?
10. 判断题:
 - 1) 窗口法设计出的线性相位 FIR DF 是因果稳定的。()
 - 2) 线性相位 FIR DF 窗口设计法的关键是窗口大小。()
 - 3) 矩形窗口法设计线性相位的 FIR 数字滤波器时, 增加窗口宽度可以增加正肩峰的大小。()
 - 4) 用矩形窗设计线性相位的 FIR 低通滤波器, 主瓣宽度越小, 过渡带宽 ()。

第 20-21 次课: 12.3 频率采样法设计 FIR DF

<https://blog.csdn.net/shenziheng1/article/details/53366644>

重听 12.3, 并完成以下习题。8: 30 分到腾讯会议室。

1. 简述频率采样法设计 FIR DF 的基本思想。
2. 简述频率采样法的设计步骤。
3. 简述窗函数法与频率采样法的区别。
4. 简述频率采样法的优缺点。
5. 总结 FIR DF 与 IIR DF 的优缺点。
6. 用频率采样法设计四类线性相位 FIR 滤波器时, $H[k]$ 幅度有什么约束条件?
7. 设计线性相位 FIR 低通滤波器时, 如果要求最小阻带衰减为 $-60dB$, 可选用哪种窗函数?
8. 用矩形窗设计线性相位的 FIR 低通滤波器, 产生了肩峰和余振, 这是由窗谱的 () 决定的。
9. 矩形窗口法设计长度为 N 的线性相位低通 FIR DF, 其 $h[n]$ 满足什么对称性?

第 22 次课 数字滤波器的网络结构 13.1-13.3

1. 什么是网络结构?
2. 为什么要学习时域离散系统的网路结构?
3. 数字信号处理中三种基本算法单元是什么?
4. 什么是正准型结构?
5. 什么是基本信号流图?
6. 选择网络的时候, 主要是考虑什么因素?
7. 请比较 IIR 数字滤波器结构中直接 I 型和直接 II 型的异同点。
8. 用直接 I 型及直接 II 型结构实现以下系统函数:

$$H(z) = \frac{3 + 4.2z^{-1} + 0.8z^{-2}}{2 + 0.6z^{-1} - 0.4z^{-2}}$$

9. 请比较 IIR 滤波器的直接型、串联型和并联型结构的优缺点。
10. 已知某三阶数字滤波器的系统函数为

$$H(z) = \frac{3 + \frac{5}{3}z^{-1} + \frac{2}{3}z^{-2}}{\left(1 - \frac{1}{3}z^{-1}\right)\left(1 + \frac{1}{2}z^{-1} + \frac{1}{2}z^{-2}\right)}$$

请画出直接 II 型、串联型和并联 I 型结构.

第 23 次课 基本结构的 Matlab 实现和量化效应

1. 设某 FIR 数字滤波器的系统函数为

$$H(z) = \frac{1}{5}(1 + 3z^{-1} + 5z^{-2} + 3z^{-3} + z^{-4})$$

画出此滤波器的线性相位结构。

2. 在 matlab 中, 哪个函数可以从直接型结构求得级联型结构? 哪个函数可以从直接型结构求得并联 I 型和并联 II 型的结构?
3. 量化噪声经过线性系统后, 其输出噪声与输入噪声的关系是什么?
4. 哪种网络结构对有限字长效应影响最小?
5. 什么是“零输入极限环振荡”? 产生“零输入极限环振荡”的原因是什么?
6. 系数量化对滤波器有什么影响? 哪种网络结构对系数量化效应影响最小?