# 集合論 (第 2 回) の解答

**問題 2-1**
(1) $A \cup B = \{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$, $\quad A \cup B \cap C = \{-1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$.
(2) $(-\sqrt{3}, \sqrt{2}) \cup (-1, 0) \cup (0, 1) \cup (\sqrt{2}, \sqrt{3})$.

**問題 2-2**
両方の包含を示す.

(i) $A \cup B \subseteq C$ を示す. $n \in A \cup B$ とする. このとき, $n = 3k + r$ と表せる. ここで, $k$ は整数, $r$ は 1 または 2 である. $r = 1$ のとき,

$$n^2 = (3k+1)^2 = 3(3k^2 + 2k) + 1$$

より $n \in C$. $r = 2$ のとき,

$$n^2 = (3k+2)^2 = 3(3k^2 + 4k + 1) + 1$$

より $n \in C$. 以上より $A \cup B \subseteq C$.

(ii) $C \subseteq A \cup B$ を示す. $n \in C$ とすると, $n^2$ は 3 で割れないので $n$ も 3 で割れない. よって $n$ を 3 で割った余りは 1 または 2 である. 従って $n \in A \cup B$. よって $C \subseteq A \cup B$.

**問題 2-3**
(1) $A \cap B = \{1, 3\}$, $\quad A \cap B \cap C = \{1\}$.
(2) $\{1,\ 2,\ 3\}$.

**問題 2-4**
$t \in A \cap B$ とする. $t \in A$ かつ $t \in B$ より $f(t) = g(t) = 0$. よって

$$h(t) = f(t) + g(t) = 0$$

より $t \in C$. よって $A \cap B \subseteq C$.

**問題 2-5**
両方の包含を示す.

(i) $A \cap (B \cup C) \subseteq (A \cap B) \cup (A \cap C)$ を示す. $x \in A \cap (B \cup C)$ とする. このとき, $x \in A$ である. また $x \in B \cup C$ より $x \in B$ または $x \in C$. $x \in B$ のとき, $x \in A$ より

$$x \in A \cap B \subseteq (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

$x \in C$ のとき, $x \in A$ より

$$x \in A \cap C \subseteq (A \cap B) \cup (A \cap C).$$

以上より $A\cap(B\cup C)\subseteq(A\cap B)\cup(A\cap C)$.

(ii) $(A\cap B)\cup(A\cap C)\subseteq A\cap(B\cup C)$ を示す．$x\in(A\cap B)\cup(A\cap C)$ とする．このとき, $x\in A\cap B$ または $x\in A\cap C$ である．$x\in A\cap B$ のとき, $x\in A$ かつ $x\in B\subseteq B\cup C$. よって $x\in A\cap(B\cup C)$. $x\in A\cap C$ のとき, $x\in A$ かつ $x\in C\subseteq B\cup C$. よって $x\in A\cap(B\cup C)$. 以上より $(A\cap B)\cup(A\cap C)\subseteq A\cap(B\cup C)$.