## 2021 年度 解析学特論 (Lebesgue 積分編) (担当:松澤 寛) 自己チェックシート No.5

学科 (コース)・プログラム・領域\_\_\_\_\_ 学籍番号\_\_\_\_ 氏名\_\_\_\_

- 1.  $\mathbb{R}^2$  の部分集合が  $G_\delta$  集合, $F_\sigma$  集合であることの定義を述べよ.
- 2.  $G_\delta$  集合の補集合は  $F_\sigma$  集合であることを証明せよ.
- **3**. X を空でない集合,  $\mathcal{F}_{\lambda} \subset 2^{X}$  は任意の  $\lambda \in \Lambda$  に対して  $\sigma$ -加法族であるとする. このとき

$$\bigcap_{\lambda\in\Lambda}\mathcal{F}_\lambda$$

も  $\sigma$ -加法族となることを証明せよ.

- 4. X を空でない集合,A を X の部分集合を要素とする空でない集合とする.このとき A により 生成される  $\sigma$ -加法族とは何か.
- 5.  $\mathbb{R}^2$  の部分集合が Borel 集合であることの定義を述べよ.
- 6.  $S \subset \mathbb{R}^2$  を有界集合とする. S の等測包, 等測核とは何か.
- 7. 補足を読み、Lebesgue 内測度の別の表現を述べよ。また、 $m_*$  がその表現で定義されているとする。このとき  $S \subset \mathbb{R}^2$  が有界であるならば S の等測核が存在することを直接示せ。