平成２４年度　東京大学大学院

数理科学研究科　数理科学専攻　修士課程

英　語　(筆記試験)

平成２３年　８月２９日（月）
１０：４０　～　１２：００

問題は全部で２題ある．２題とも解答すること．

（１）　解答しようとする各問ごとに解答用紙を１枚使用すること．
各解答用紙の所定欄に各自の**氏名**，**受験番号**と解答する**問題の番号**を記入すること．

（２）　草稿用紙の上部に各自の**受験番号**を明記すること．ただし氏名を記入してはならない．

（３）　試験終了後に提出するものは，１題につき１枚，計**２枚の答案**，および**草稿用紙**である．着手した問題数が２題にみたない場合でも，氏名と受験番号のみを記入した白紙の答案を補い，２枚とすること．
指示に反したもの，**答案が２枚でないものは無効**とする．

（４）　解答用紙の裏面を使用する場合は，表面の右下に「裏面使用」と明記すること．

E 第1問

次の英文を和訳せよ．

Convention. If A is a set and $\Phi(x)$ is a property that is either true or false for each object x, then those elements of A for which $\Phi(x)$ is true form a set; this set will be denoted by $\{x \in A : \Phi(x)\}$. The set of even numbers can, for example, be described as $\{x \in \mathbb{N} : x \text{ is divisible by } 2\}$.

Theorem. There is no set A that has every set as its element.

Proof. Assume that, on the contrary, there is a set A such that every set is an element of it. Define the property $\Phi(x)$ as follows: x is a set and $x \notin x$. This is undoubtedly a "mathematical" property. Then, according to the above convention, there is a set $B = \{x \in A : \Phi(x)\}$. B consists of all sets that are not elements of themselves.

If we had $B \in B$, then B would satisfy property Φ, and so we would have $B \notin B$, which is impossible. If we had $B \notin B$, then $\Phi(B)$ would be true. According to the assumption about A, we would have $B \in A$. Hence $B \in B$ would hold by virtue of the definition of B. This is again impossible. Thus, the assumption made above leads to a contradiction, proving the validity of the theorem.

[注] convention: 約束，決まりごと

（出典：András Hajnal and Peter Hamburger "Set Theory", London Mathematical Society Student Texts 48, Cambridge University Press, 1999, Chapter I pp.6–7 より一部改変）

E 第2問

次の和文を英訳せよ.

E を $\mathbf{R}^n$ の開部分集合とする. $f : E \to \mathbf{R}^n$ は E 上の連続関数と仮定する.

定義1: 関数 $x(t)$ が区間 I で微分可能で, すべての $t \in I$ において $x(t) \in E$ であり, かつ

$$\frac{dx(t)}{dt} = f(x(t))$$

であるとき, $x(t)$ は微分方程式 $dx/dt = f(x)$ の区間 I における解であるという.

定義2: 与えられた $x_0 \in E$ に対して, $t_0 \in I$、$x(t_0) = x_0$ であり, $x(t)$ が微分方程式 $dx/dt = f(x)$ の区間 I における解であるとき, $x(t)$ は初期値問題

$$\frac{dx}{dt} = f(x), \quad x(t_0) = x_0$$

の解であるという.

定義3: 正の定数 K が存在して, すべての $x, y \in E$ に関して

$$|f(x) - f(y)| \leq K|x - y|$$

であるとき, 関数 f は E 上でリプシッツ条件を満たすという.

[注] 微分方程式: differential equation,
初期値問題: initial value problem,
リプシッツ条件: Lipschitz condition