2021 年度　解析学特論（Lebesgue 積分編）（担当：松澤　寛）
自己チェックシート　No.1

学科（コース）・プログラム・領域＿＿＿＿＿＿　学籍番号＿＿＿＿＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1. 有界閉区間 $[a,b]$ 上で定義された有界な関数 f について S の分割 Δ に関する過剰和 $\overline{S}(f:\Delta)$, 不足和 $\underline{S}(f:\Delta)$ の定義を述べよ．また，f が $[a,b]$ 上で Riemann 積分可能であることの定義を述べよ．

2. f は閉区間 $[a,b]$ で有界であり単調増加あるいは単調減少とする（連続性は仮定しない）．このとき f は Riemann 積分可能であることを証明せよ（単調増加の場合だけでよい）．

Hint1 : $\Delta: a = x_0 < x_1 < \cdots < x_{i-1} < x_i < \cdots < x_n = b$, $I_i = [x_{i-1}, x_i]$ とするとき $\sup\limits_{x\in I_i} f(x) = ?$, $\inf\limits_{x\in I_i} f(x) = ?$

Hint2 : 任意の $\varepsilon > 0$ に対して $\overline{S}(f) \leq \underline{S}(f) + \varepsilon$ が成り立つことを導けばよい．

3. $S \subset \mathbb{R}^2$ は有界集合とする．このとき S の Jordan 内測度 $|S|_*$ と Jordan 外測度 $|S|^*$ の定義を述べよ．S が Jordan 可測であることの定義も述べよ．