

平成17年度 東京大学大学院

数理科学研究科 数理科学専攻 修士課程

英 語（筆 記 試 験）

平成16年 8月30日（月）

10:00 ~ 12:00

問題は全部で2題ある。すべての問題に解答すること。

- （1） 解答しようとする各問ごとに解答用紙を1枚使用すること。
各解答用紙の所定欄に各自の**氏名**、**受験番号**と解答する**問題の番号**を記入すること。
- （2） 試験終了後に提出するものは、2枚の答案用紙である。着手した答案が2枚にみ
ない場合には、氏名と受験番号のみを記した白紙答案を補い、2枚とすること。
指示に反したもの、**提出答案用紙が2枚でないものは無効**とする。
- （3） 解答用紙の裏面を使用する場合は、表面右下に「裏面使用」と明記すること。

E 第1問

次の英文を和訳せよ.

(出典は Clay Mathematics Institute のホームページより.)

Poincaré Conjecture

If we stretch a rubber band around the surface of an apple, then we can shrink it down to a point by moving it slowly, without tearing it and without allowing it to leave the surface. On the other hand, if we imagine that the same rubber band has somehow been stretched in the appropriate direction around a doughnut, then there is no way of shrinking it to a point without breaking either the rubber band or the doughnut. We say the surface of the apple is “simply connected,” but that the surface of the doughnut is not. Poincaré, almost a hundred years ago, knew that a two dimensional sphere is essentially characterized by this property of simple connectivity, and asked the corresponding question for the three dimensional sphere (the set of points in four dimensional space at unit distance from the origin). This question turned out to be extraordinarily difficult, and mathematicians have been struggling with it ever since.

E 第2問

次の全文を英訳せよ. ただし冒頭のタイトルは除く.
(出典は杉浦光夫「解析入門II」より. 一部改変.)

§ 1 陰函数

ここで問題にするのは, 二つの変数 x, y の間に

$$(1.1) \quad f(x, y) = 0$$

のような関係がある場合に, 例えば y は x の函数として定まるかという問題である. もちろんある y に対しては (1.1) をみたす x が全く存在しないこともあり得る. そこでいま $c = (a, b)$ が (1.1) をみたすと仮定する:

$$(1.2) \quad f(a, b) = 0$$

このとき $x = a$ の開近傍 U で定義された函数

$$(1.3) \quad y = g(x)$$

が存在して, (1.1) をみたす, すなわち

$$(1.4) \quad f(x, g(x)) = 0 \quad (\forall x \in U)$$

となるための十分条件を求めることが先ず第一に問題である. そしてこのような函数 g が存在するとき, g を関数式 (1.1) によって陰に定められた函数または陰函数という. 陰函数が存在するとき, その導函数を f の偏導函数で表わすことも重要な課題である.