

平成20年度 東京大学大学院

数理科学研究科 数理科学専攻 修士課程

英 語 (筆記試験)

平成19年 8月27日 (月)

10:00 ~ 12:00

問題は全部で2題ある。2題とも解答すること。

- (1) 解答しようとする各問ごとに解答用紙を1枚使用すること。
各解答用紙の所定欄に各自の氏名、受験番号と解答する問題の番号を記入すること。
- (2) 草稿用紙の上部に各自の受験番号を明記すること。ただし氏名を記入してはならない。
- (3) 試験終了後に提出するものは、1題につき1枚、計2枚の答案、および草稿用紙である。着手した問題数が2題にみたない場合でも、氏名と受験番号のみを記入した白紙の答案を補い、2枚とすること。
指示に反したものの、答案が2枚でないものは無効とする。
- (4) 解答用紙の裏面を使用する場合は、表面の右下に「裏面使用」と明記すること。

E 第 1 問

次の英文を和訳せよ .

(出典は E.T. Whittaker and G.N. Watson, “A Course of Modern Analysis”, 4th Edition, Cambridge University Press, Cambridge, 1927 , 一部
改変)

Let (x_n) be a sequence of real numbers. If any number G exists such that, for every positive value of ε , no matter how small, infinitely many terms of the sequence can be found such that $G - \varepsilon < x_n < G + \varepsilon$, then G is called a *cluster point* of the sequence. Bolzano's theorem is that, if $\lambda \leq x_n \leq \rho$, where λ, ρ are independent of n , then the sequence (x_n) has at least one cluster point. When such a sequence has only one cluster point G , we say that the sequence has a *limit value* G , or that it converges to G .

We will show that the necessary and sufficient condition for the existence of a limit value of a sequence of numbers x_1, x_2, x_3, \dots is that, corresponding to any given positive number ε , however small, it is possible to find a number n such that $|x_{n+p} - x_n| < \varepsilon$ for all positive integers p . This result, proved by Cauchy, is one of the most important and fundamental theorems of analysis. It is sometimes called the *Principle of Convergence*.

[注] cluster point: 集積点 . Bolzano: ボルツァーノ (人名) .
Cauchy: コーシー (人名)

E 第 2 問

次の文章を英訳せよ．

数の概念はまず正の整数に始まった．正の整数には多くの性質があり，それらを研究するのは数論という分野である．しかしながら正の整数だけを考えているかぎり，不便な制約条件を課しないと減法や除法の演算ができないことは，数学発展のごく初期の段階で認識され，その結果，減法や除法が常に行えるような数の諸クラスが構成されることとなった．

[注] 数論: number theory. 減法: subtraction. 除法: division.
演算: an operation, operations.