平成23年度 東京大学大学院

数理科学研究科 数理科学専攻 修士課程

英 語 (筆記試験)

平成22年 8月30日(月)
10:30 〜 12:00

問題は全部で2題ある.
2題とも解答すること.

(1) 解答しようとする各問ごとに解答用紙を1枚使用すること.
各解答用紙の所定欄に各自の**氏名**, **受験番号**と解答する**問題の番号**を記入すること.

(2) 草稿用紙の上部に各自の**受験番号**を明記すること.
ただし氏名を記入してはならない.

(3) 試験終了後に提出するものは, 1題につき1枚, 計**2枚の答案**, および**草稿用紙**である.
着手した問題数が2題にみたない場合でも, 氏名と受験番号のみを記入した白紙の答案を補い, 2枚とすること.
指示に反したもの, **答案が2枚でないものは無効**とする.

(4) 解答用紙の裏面を使用する場合は, 表面の右下に「裏面使用」と明記すること.

E第1問

次の英文を和訳せよ.

The series

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots$$

is said to be *convergent,* to the sum s, if the partial sum

$$s_n = a_0 + a_1 + \cdots + a_n$$

tends to a finite limit s when $n \to \infty$; and a series which is not convergent is said to be *divergent.*

The definition of convergence and divergence are now commonplaces of elementary analysis. The ideas were familiar to mathematicians before Newton and Leibniz (indeed to Archimedes); and all the great mathematicians of the seventeenth and eighteenth centuries, however recklessly they may seem to have manipulated series, knew well enough whether the series which they used were convergent. But it was not until the time of Cauchy that the definitions were formulated generally and explicitly.

Newton and Leibniz, the first mathematicians to use infinite series systematically, had little temptation to use divergent series (though Leibniz played with them occasionally). The temptation became greater as analysis widened, and it was soon found that they were useful, and that operations performed on them uncritically often led to important results which could be verified independently.

[注] commonplace：ありふれたこと
recklessly：無謀に
uncritically：無批判に

[出典] G. H. Hardy “Divergent Series”, Oxford, at the Clarendon Press, 1949. 一部省略改変

E 第2問

次の文章を英訳せよ．

二つの行列

$$E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

の実係数の一次結合 $aE + bJ$ 全体のなすベクトル空間を V とする．このとき $J^2 = -E$ により，V は行列としての積に関して閉じている．また $EJ = JE$ だから V において積は可換である．さらに $A = aE + bJ$ の行列式は $a^2 + b^2$ なので，A が正則であるための必要十分条件は $(a, b) \neq (0, 0)$ であり，このとき逆行列は

$$A^{-1} = \frac{a}{a^2 + b^2} E - \frac{b}{a^2 + b^2} J \in V$$

で与えられる．