平成１８年度　東京大学大学院

数理科学研究科　数理科学専攻　修士課程

英語　（筆記試験）

平成１７年８月２９日（月）
１０：００ ～ １２：００

問題は全部で２題ある．２題とも解答すること．

（１）解答しようとする各問ごとに解答用紙を１枚使用すること．
各解答用紙の所定欄に各自の**氏名**，**受験番号**と解答する**問題の番号**を記入すること．

（２）草稿用紙の上部に各自の**受験番号**を明記すること．ただし氏名を記入してはならない．

（３）試験終了後に提出するものは，１題につき１枚，計**２枚の答案**，および**草稿用紙**である．着手した問題数が２題にみたない場合でも，氏名と受験番号のみを記入した白紙の答案を補い，２枚とすること．
指示に反したもの，**答案が２枚でないものは無効**とする．

（４）解答用紙の裏面を使用する場合は，表面の右下に「裏面使用」と明記すること．

E 第 1 問

次の英文を和訳せよ.

（出典は The Abel Prize のホームページより）

In high school one is taught a formula that "solves" all quadratic polynomial equations in one variable in terms of square roots of known things. Sixteenth century Italian algebraists used cube roots and fourth roots to express the solutions of polynomial equations of degrees three and four. The great Norwegian mathematician Niels Henrik Abel showed that this simple tool ("extracting roots") was not adequate to solve all polynomial equations of higher degree. Nevertheless the idea of "extracting roots" remains a formidable, if not universally successful, device to analyze algebraic numbers. Here is an example of such a polynomial equation:

$$x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0.$$

In the early 1800's the mathematician Carl Friedrich Gauss concentrated upon, among many other things, a certain problem regarding roots. Specifically, Gauss offered a deep analysis of those algebraic numbers that are roots of the number 1: if z is a complex number, which when raised to the n^{th} power gives 1, then z is called an n^{th} root of 1. For example, the collection of all complex numbers z which are seventh roots of 1 consists of 1 itself, and six other complex numbers, which are also precisely the solutions of the sixth degree equation given above. If you draw all seventh roots of 1 in the complex plane they form the vertices of a regular heptagon (a seven-sided polygon) and, in fact, n^{th} roots of 1 play an important role in the history of geometry.

[注]　to extract : （根号を）開く

E 第2問

以下の文を英訳せよ．

（出典：難波誠著『微分積分学』より一部改変）

定理 (一様連続性)．関数 $f(x)$ が閉区間 $[a, b]$ で連続ならば，任意の $\epsilon > 0$ に対して $\delta > 0$ が存在して，$|x - t| < \delta$ をみたす区間内のすべての x, t に対し

$$|f(x) - f(t)| < \epsilon$$

が成り立つ．

このことを「連続関数は閉区間上で一様連続である」と言い表す．一様連続性の主張は連続性の主張と似ているが，微妙に，しかし本質的に違うことに注意する．$f(x)$ が連続ならば，各点 x と任意の $\epsilon > 0$ に対して $\delta > 0$ が存在して，$|x - t| < \delta$ となるすべての t に対し $|f(x) - f(t)| < \epsilon$ となるが，この δ は ϵ のみならず点 x にも依存するかもしれない．