2021年度　解析学特論（Lebesgue積分編）（担当：松澤　寛）
自己チェックシート　No.7

学科（コース）・プログラム・領域＿＿＿＿＿＿　学籍番号＿＿＿＿＿＿＿　氏名＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1. X，$E \subset X$ を空でない集合とする．E の定義関数とは何ですか．

2. $(X, \mathcal{F}, \mu)$ を測度空間，$A \in \mathcal{F}$ とする．A 上の単関数とは何ですか．また，その A 上の積分はどのように定義されますか。

3. $(X, \mathcal{F}, \mu)$ を測度空間，$A \in \mathcal{F}$ とする．$f : A \to \overline{\mathbb{R}}$ を $f \geq 0$ なる可測関数とする．このとき f の積分はどのように定義されますか？

4. $(X, \mathcal{F}, \mu)$ を測度空間，$A \in \mathcal{F}$ とする．$f : A \to \overline{\mathbb{R}}$ を $f \geq 0$ とは限らない可測関数とする．このとき f の積分はどのように定義されますか？また，f が積分確定，f が A 上で積分可能（可積分）であることの定義を述べよ．

5. $(X, \mathcal{F}, \mu)$ を測度空間，$A \in \mathcal{F}$ とする．$f : A \to \overline{\mathbb{R}}$ を $f \geq 0$ なる可測関数とする．このとき授業で述べた f に A 上各点収束する単関数の列 $\{\varphi_n\}$ を答えよ（証明は不要）．

6. **(Chebyshev の不等式)** $(X, \mathcal{F}, \mu)$ を測度空間，$f : X \to \overline{\mathbb{R}}$ を可測関数とする（簡単のため X 上の可測関数とした）．このとき，任意の $\varepsilon > 0$ に対して $A_\varepsilon = \{x \in X : |f(x)| \geq \varepsilon\}$ とすると $A_\varepsilon \in \mathcal{F}$ であり

$$\mu(A_\varepsilon) \leq \frac{1}{\varepsilon^2} \int_X f^2 d\mu$$

を証明せよ．