Capítulo 2

Caracterização estática de sistemas de medição

Aula 2: Características estatísticas

Prof. Fernando C. Guimarães – ENE – FT – UnB

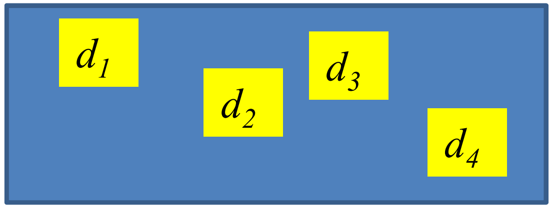
Slides: Prof. Lélio R. Soares Júnior – ENE – FT – UnB

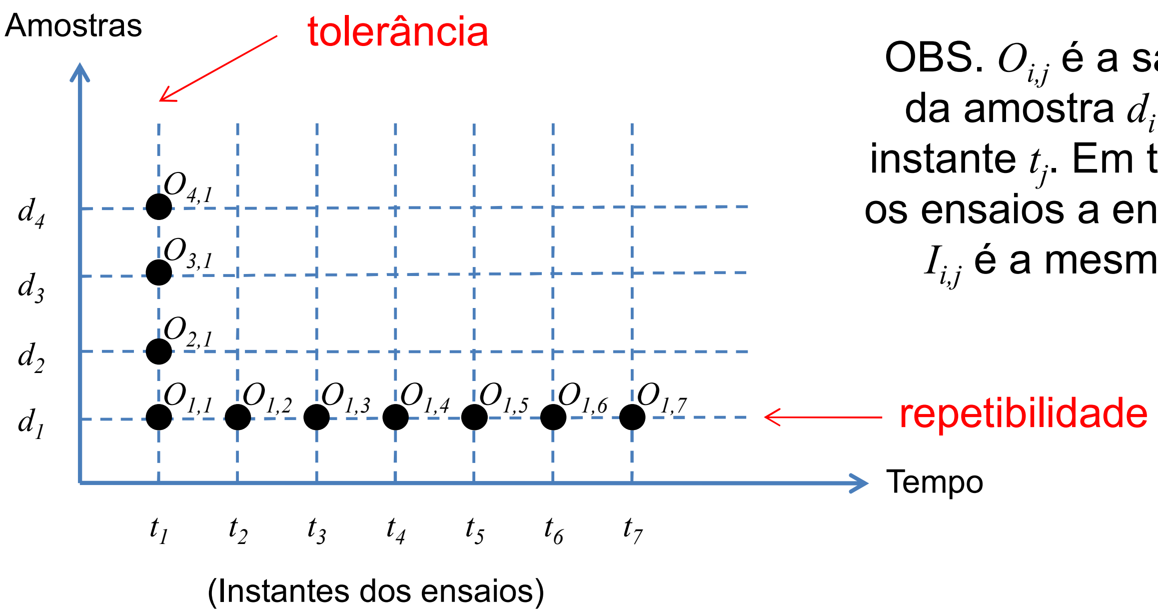
Caracterização estática de sistemas de medição

Características estatísticas

Ensaios de 4 elementos do mesmo tipo:

4 amostras do mesmo tipo de elemento





OBS. $O_{i,j}$ é a saída da amostra d_i no instante t_j. Em todos os ensaios a entrada $I_{i,j}$ é a mesma.

Caracterização estática de sistemas de medição

Características estatísticas

Variações estatísticas na saída de um elemento com o tempo - repetibilidade

- ✓ Fenômeno: para I constante, são feitas medidas periódicas de O e para cada medida encontra-se um O diferente → Falta de repetibilidade.

- ✓ Causas: flutuações aleatórias de I_M e I_I (K_M, K_I diferentes de zero) e também flutuações em I (devido a flutuações aleatórias na saída do elemento precedente).

- ✓ Pode-se modelar as flutuações de I_M , I_I e I com funções densidade de probabilidade do tipo normal (gaussiana), $p(x)$:

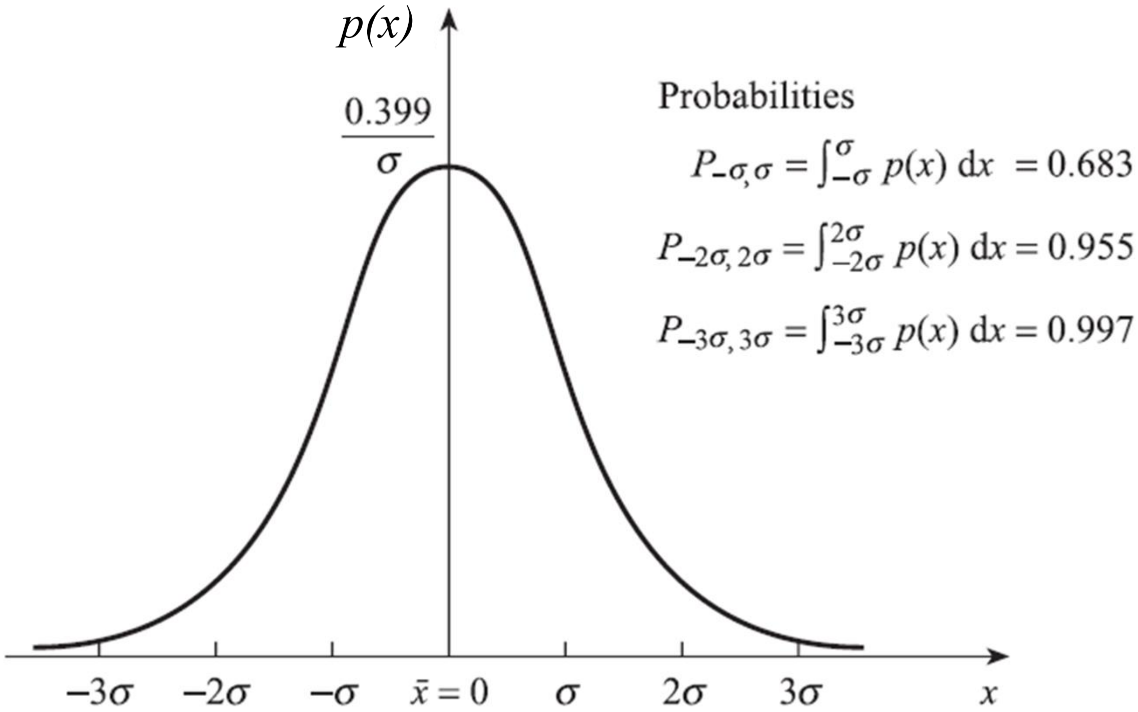
$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right]$$

$\bar{x}$: *média ou valor esperado (centro da distribuição)*

σ : desvio padrão (espalhamento da distribuição)

Caracterização estática de sistemas de medição

Características estatísticas



Ex: Função densidade de probabilidade normal com média nula

Caracterização estática de sistemas de medição

Características estatísticas

Como

$$O = KI + a + N(I) + K_M I_M I + K_I I_I$$

o valor médio da saída do elemento será dada por

$$\bar{O} = K\bar{I} + a + N(\bar{I}) + K_M \bar{I}_M \bar{I} + K_I \bar{I}_I$$

Seja ΔO um pequeno desvio de O em relação a seu valor médio causado por pequenos desvios ΔI, ΔI_M e ΔI_I em relação aos respectivos valores médios, então

$$\Delta O = \left(\frac{\partial O}{\partial I}\right)\Delta I + \left(\frac{\partial O}{\partial I_M}\right)\Delta I_M + \left(\frac{\partial O}{\partial I_I}\right)\Delta I_I$$

Caracterização estática de sistemas de medição

Características estatísticas

Do estudo de probabilidade tem-se

$$\sigma_0 = \sqrt{\left(\frac{\partial O}{\partial I}\right)^2 \sigma_I^2 + \left(\frac{\partial O}{\partial I_M}\right)^2 \sigma_{I_M}^2 + \left(\frac{\partial O}{\partial I_I}\right)^2 \sigma_{I_I}^2}$$

O tem distribuição normal. Assumindo que I_M , I_I e I são independentes:

$$p(O) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-(O-\bar{O})^2}{2\sigma_0^2}\right]$$

NOTAS E COMENTÁRIOS

Qual é o objetivo dessa análise?

$$P(\bar{O} - 3\sigma_0 \leq O \leq \bar{O} + 3\sigma_0) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{\bar{O}-3\sigma_0}^{\bar{O}+3\sigma_0} \exp\left[-\frac{(o-\bar{O})^2}{2\sigma_0^2}\right] do = 99{,}7\%$$

Exemplo:

Se um sensor de temperatura com $\sigma_0 = 0{,}02\ °\mathrm{C}$ fornece uma medida de $20\ °\mathrm{C}$, então:

$$P(20° - 3 \cdot 0{,}02° \leq T \leq 20° + 3 \cdot 0{,}02°) = P(19{,}94° \leq T \leq 20{,}06°) = 99{,}7\%$$

Caracterização estática de sistemas de medição

Características estatísticas

Variações estatísticas sobre um lote de elementos similares - tolerância

- ✓ Ex: Lote de resistores termométricos (metálicos) com resistência nominal (R_0) de 100,0Ω.
- ✓ Alguns valores medidos: 99,8Ω, 100,1Ω, 99,9Ω, 100,0Ω, 100,2Ω.
- ✓ Distribuidos estatisticamente em torno do valor nominal
- ✓ Causa: flutuações na manufatura.
- ✓ Uma boa representação é por uma distribuição normal (gaussiana)

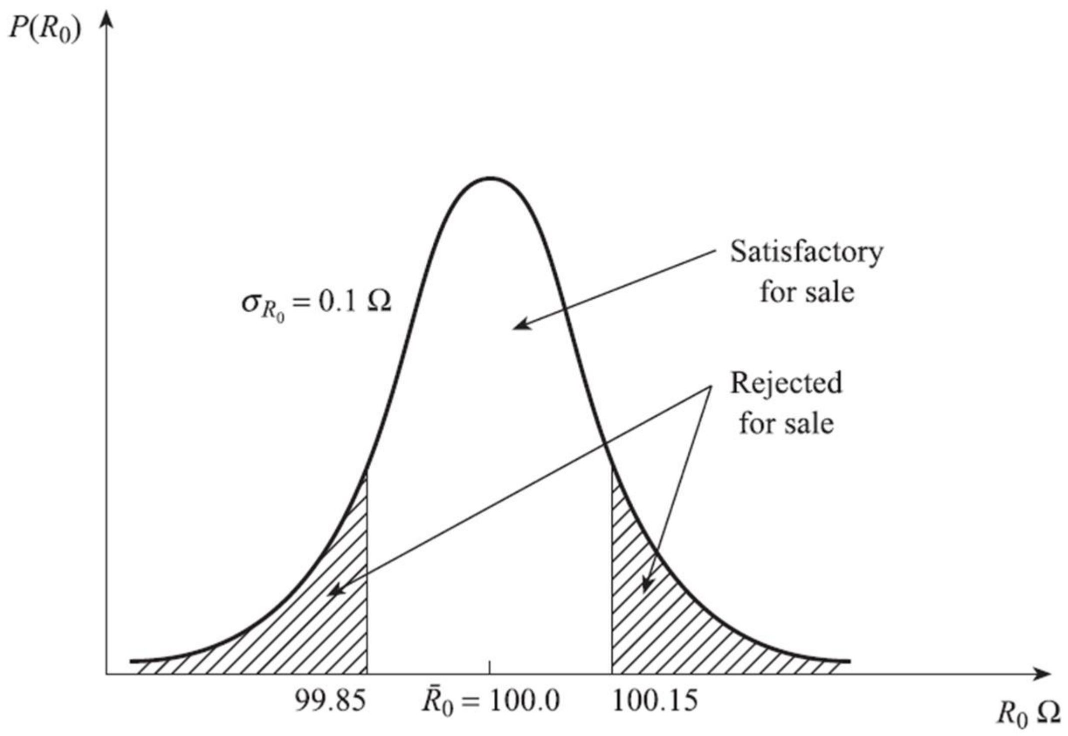
$$p(R_0) = \frac{1}{\sigma_{R_0}\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-(R_0 - \bar{R}_0)^2}{2\sigma_{R_0}^2}\right]$$

Caracterização estática de sistemas de medição

Características estatísticas

$\overline{R}_0$ é a média (100,0Ω) e σ_{R0} é o desvio padrão da distribuição (0,10Ω por exemplo)

Nesse caso, o fabricante pode especificar: $R_0 \rightarrow$ 100,0Ω±0,15Ω



De forma geral:

$$p(O) = \frac{1}{\sigma_0\sqrt{2\pi}} \exp\left[\frac{-(O-\bar{O})^2}{2\sigma_0^2}\right]$$

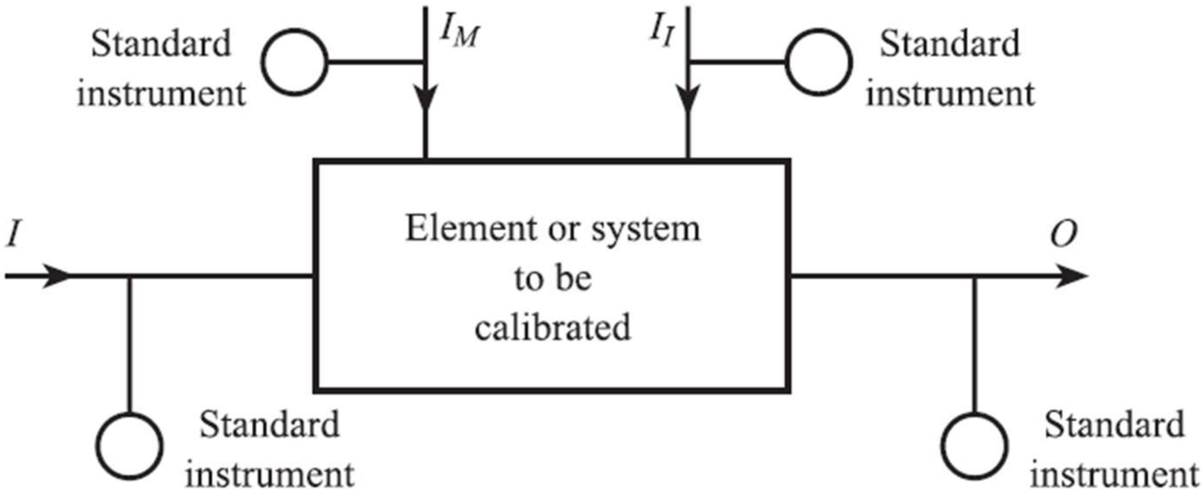
$$\bar{O} = \bar{K}\bar{I} + \bar{N}(\bar{I}) + \bar{a} + \bar{K}_M \bar{I}_M \bar{I} + \bar{K}_I \bar{I}_I$$

$$\sigma_0 = \sqrt{\left(\frac{\partial O}{\partial I}\right)^2 \sigma_I^2 + \left(\frac{\partial O}{\partial I_M}\right)^2 \sigma_{I_M}^2 + \left(\frac{\partial O}{\partial I_I}\right)^2 \sigma_{I_I}^2 + \left(\frac{\partial O}{\partial K}\right)^2 \sigma_K^2 + \left(\frac{\partial O}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \ldots}$$

Caracterização estática de sistemas de medição

Identificação das características estáticas - calibração

Para I constante ou variando lentamente

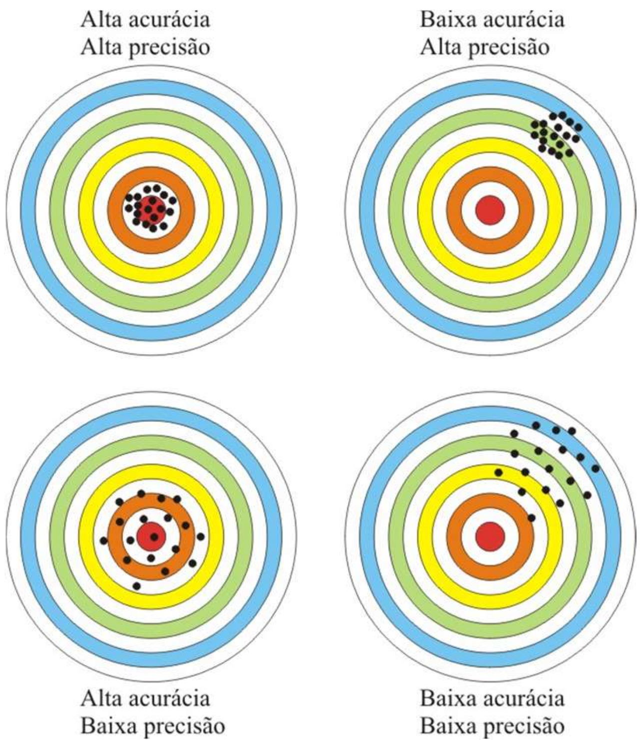


Considera-se como valor verdadeiro de uma variável de entrada do elemento como aquela medida a partir de instrumentos com a melhor precisão e acurácia possíveis, disponível ao fabricante do elemento.

Caracterização estática de sistemas de medição

Identificação das características estáticas - calibração

Distinção entre acurácia (exatidão) e precisão:



Precisão está relacionada ao grau de refinamento da execução da operação.
É uma indicação da uniformidade ou reprodutibilidade dos resultados.

Fim.