

Integrantes: - Devan Hefz  
 - Maxlon Alberto Montenegro  
 - Edgar Steven Castano

### Taller #3 - Dualidad

#### 1- Expresa a dual

a. Minimizar  $z = 5x_1 + 12x_2 + 4x_3$

Sujeto a:  $x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10$   
 $2x_1 - x_2 + 3x_3$

Con  $x_1, x_2, x_3 \geq 0$

Dual:

Maximizar  $W = 10y_1 + 8y_2$

Sujeto a:  $y_1 + 2y_2 \leq 5$   
 $2y_1 - y_2 \leq 12$   
 $y_1 + 3y_2 \leq 4$

Con  $y_1 \leq 0$ ,  $y_2$  irrestricta

b. Minimizar  $z = 15x_1 + 12x_2$

Sujeto a:  $x_1 + 2x_2 \geq 3$   
 $2x_1 - 4x_2 \leq 5$

Con  $x_1, x_2 \geq 0$

Dual:

Maximizar  $W = 3y_1 + 5y_2$

Sujeto a:  $y_1 + 2y_2 \leq 15$   
 $2y_1 - 4y_2 \leq 12$

Con  $y_1 \geq 0$ ,  $y_2 \leq 0$

#### 2- Convertir el siguiente problema primal a dual

Maximizar  $z = 5x_1 + 6x_2$

Sujeto a:  $x_1 + 2x_2 = 5$   
 $-x_1 + 5x_2 \geq 3$   
 $4x_1 + 7x_2 \leq 8$

con  $x_1$  irrestricta,  $x_2 \geq 0$

Dual:

Minimizar  $W = 5y_1 + 3y_2 + 8y_3$

Sujeto a:  $y_1 - y_2 + 4y_3 = 5$   
 $2y_1 + 5y_2 + 7y_3 \geq 6$

con  $y_1$  irrestricta,  $y_2 \leq 0$ ,  $y_3 \geq 0$



3- Tomando el ejemplo anterior, siguiendo las reglas para construir el modelo dual, notamos que una variable irrestricta toma la forma de una igualdad en la restricción,

Dual:

$$\text{Minimizar } W = 5y_1 + 3y_2 + 8y_3$$

$$\text{Sujeto a: } \begin{aligned} y_1 - y_2 + 4y_3 &= 5 \rightarrow \text{variable a} \\ 2y_1 + 5y_2 + 7y_3 &\geq 6 \quad \text{irrestringida} \end{aligned}$$

$$\text{Con } y_1 \text{ irrestringida, } y_2 \leq 0, y_3 \geq 0$$

↓  
restricción  
b

Primal

$$\text{Maximizar } Z = 5x_1 + 6x_2$$

$$\text{Sujeto a: } \begin{aligned} x_1 + 2x_2 &= 5 \rightarrow b \\ -x_1 + 5x_2 &\geq 3 \\ 4x_1 + 1x_2 &\leq 8 \end{aligned}$$

$$\text{Con } x_1 \text{ irrestringida, } x_2 \geq 0$$

↓  
a

4- Escriba el dual para el siguiente modelo primal

$$\text{Maximizar } Z = -5x_1 + 2x_2$$

$$\text{Sujeto a: } \begin{aligned} -x_1 + x_2 &\leq -2 \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 5 \end{aligned}$$

$$\text{Con } x_1, x_2 \geq 0$$

Dual:

$$\text{Minimizar } W = -2y_1 + 5y_2$$

$$\text{Sujeto a: } \begin{aligned} -y_1 + 2y_2 &\geq -5 \\ y_1 + 3y_2 &\geq 2 \end{aligned}$$

$$\text{Con } y_1, y_2 \geq 0$$

5-	Trafico alto	Trafico medio	Trafico bajo
PVC	1,20	1,40	1,1
Otros M	0,40	0,20	0,30
Tiempo	11	13	9
Costo	8500	9500	8000



Problema primal:

$$\text{Minimizar } z = 8500x_1 + 9500x_2 + 8000x_3$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeto a: } 1,20x_1 + 1,40x_2 + 1,1x_3 &\geq 400 \\ 0,40x_1 + 0,20x_2 + 0,30x_3 &\geq 150 \\ 11x_1 + 13x_2 + 9x_3 &\geq 5000 \end{aligned}$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

$x_1$  = Tráfico alto  
 $x_2$  = Tráfico medio  
 $x_3$  = Tráfico bajo

Problema dual:

$$\text{Maximizar } W = 400y_1 + 150y_2 + 5000y_3$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeto a: } 1,20y_1 + 0,40y_2 + 11y_3 &\leq 8500 \\ 1,40y_1 + 0,20y_2 + 13y_3 &\leq 9500 \\ 1,1y_1 + 0,30y_2 + 9y_3 &\leq 8000 \end{aligned}$$

$$\text{Con } y_1, y_2, y_3 \geq 0$$

Dual en forma de ecuación

$$\text{Maximizar } W = 400y_1 + 150y_2 + 5000y_3 - 0s_1 - 0s_2 - 0s_3 - 0$$

$$\begin{aligned} \text{Sujeto a: } 1,20y_1 + 0,40y_2 + 11y_3 + s_1 &= 8500 \\ 1,40y_1 + 0,20y_2 + 13y_3 + s_2 &= 9500 \\ 1,1y_1 + 0,30y_2 + 9y_3 + s_3 &= 8000 \end{aligned}$$

$$\text{Con } y_1, y_2, y_3, s_1, s_2, s_3 \geq 0$$

1 Iteración

Variables básicas	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	Sol	Raz
W	-400	-150	-5000	0	0	0	0	/
$s_1$	1,20	0,40	11	1	0	0	8500	8500/11
$s_2$	1,40	0,20	13	0	1	0	9500	9500/13
$s_3$	1,1	0,30	9	0	0	1	8000	8000/9

2 Iteración

Variables básicas	$y_1$	$y_2$	$y_3$	$s_1$	$s_2$	$s_3$	Sol	Raz
W	1800/13	-450/13	0	0	5000/13	0	4750000/13	/
$s_1$	1/65	3/13	0	1	-11/13	0	8500/13	47500
$y_3$	1/65	1/65	1	0	1/13	0	18500/13	185000
$s_3$	11/130	21/130	0	0	-1/13	1	18500/13	185000/13



## 3 Iteración

Variables básicas	y1	y2	y3	s1	s2	s3	Sol	Raz
W	430/3	0	0	950/3	850/3	0	3800000	
$y_2$	1/15	1	0	13/3	-11/3	0	2000	
$y_3$	8/75	0	0	-1/15	2/15	0	700	
$y_3$	3/25	0	0	-1/10	1/10	1	1100	

## Solución modelo dual:

$$W = 3800000$$

$$y_1 = 0$$

$$y_2 = 2000$$

$$y_3 = 700$$

} Precio sombra o valor por unidad de recurso adicional

## Solución modelo primal:

$$z = 3800000$$

$$x_1 = 316,666...$$

$$x_2 = 116,666...$$

$$x_3 = 0$$

} Inversión  
} Cantidad de cuba piso

La cantidad optima de piso de trafico alto es 316,666.  
de piso de trafico medio es 116,666... y de piso de trafico  
bajo de 0, para tener una inversion minima de  
USD 3800000.