

## Mục lục

Bội chung nhỏ nhất . . . . .	1
Chờ đợi . . . . .	2
Mùa giáng sinh — Noel . . . . .	3
Lớp học — Class . . . . .	5
Đồng hồ báo thức — Alarm . . . . .	7
Điều chỉnh bộ gen — GenAdj . . . . .	8

## Bài 1. Bội chung nhỏ nhất

Alice và Bob chơi một trò chơi gồm  $T$  lượt. Ở mỗi lượt chơi Alice chọn một số nguyên  $A$ , Bob chọn một số nguyên  $B$ . Nhiệm vụ của Alice phải đi tìm một số tự nhiên  $x$  không vượt quá  $B$  sao cho  $\text{lcm}(x, A)$  lớn nhất có thể. Do giá trị  $A, B$  quá lớn nên Alice không thể tính nhanh được.

**Yêu cầu:** Cho các số nguyên dương  $A$  và  $B$ . Bạn hãy giúp Alice tìm ra giá trị  $\text{lcm}(x, A)$  lớn nhất đó với  $\text{lcm}(x, y)$  là bội chung nhỏ nhất của hai số  $x$  và  $y$ .

### Dữ liệu vào

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương  $T$ ;
- Dòng thứ  $i$  trong số  $T$  dòng tiếp theo chứa 2 số nguyên dương  $A$  và  $B$  xác định 2 số nguyên trong lượt chơi thứ  $i$ .

### Kết quả

Gồm  $T$  dòng. Dòng thứ  $i$  ghi giá trị là lớn nhất của bội chung nhỏ nhất tìm được trong lượt chơi thứ  $i$ .

### Hạn chế

- Có 40% số test tương ứng 40% số điểm có  $A, B, T \leq 1000$ .
- 60% số test còn lại tương ứng 60% số điểm có  $T \leq 50000$ ;  $A, B \leq 10^9$ .

### Ví dụ

test	answer
3	10
2 6	60
4 16	391
17 23	

## Bài 2. Chờ đợi

Vinh đang là một hướng dẫn viên hỗ trợ du khách tham quan lễ hội ẩm thực sắp diễn ra. Vinh nhận được thông tin về  $n$  cửa hàng, cửa hàng thứ  $i$  ( $1 \leq i \leq n$ ) sẽ mở cửa đón khách từ thời điểm  $L_i$  và không nhận khách từ thời điểm  $R_i$  trở đi. Có  $m$  du khách đã đặt lịch trình tham gia lễ hội. Du khách thứ  $j$  ( $1 \leq j \leq m$ ) sẽ tới vào thời điểm  $k_j$  và dự kiến sẽ vào cửa hàng bất kỳ nào đó đang mở đón khách. Trường hợp không có cửa hàng nào mở, du khách sẽ đợi và vào cửa hàng mở cửa đón khách sớm nhất có thể.

**Yêu cầu:** Hãy giúp Vinh xác định thời gian chờ đợi của từng du khách để vào được cửa hàng. Biết thời gian di chuyển không đáng kể.

### Dữ liệu vào

- Dòng đầu chứa 2 số nguyên dương  $n, m$  ( $n, m \leq 10^5$ );
- Dòng thứ  $i$  trong số  $n$  dòng tiếp theo chứa 2 số nguyên dương  $L_i, R_i$  ( $L_i < R_i \leq 10^9$ );
- Dòng thứ  $j$  trong số  $m$  dòng cuối cùng chứa một số nguyên dương  $k_j$  ( $k_j \leq 10^9$ ) xác định thời điểm tới lễ hội của du khách thứ  $j$ .

### Kết quả

Gồm  $m$  dòng, dòng thứ  $j$  chứa thông tin trả lời là thời gian chờ đợi để được vào cửa hàng của du khách thứ  $j$  kể từ khi có mặt tại lễ hội. Trường hợp du khách không được vào một cửa hàng nào đưa ra -1.

### Hạn chế

- 40% test có  $m, n \leq 10^3$ ;  $R_i \leq 10^6 \forall i = 1, 2, \dots, n$ , và tại một thời điểm, không có 2 cửa hàng nào cùng mở cửa (hay với  $i \neq j$ , ta có  $L_i > R_j$  hoặc  $L_j > R_i$ ).  $L_i < R_i \leq 10^6 \forall i = 1, 2, \dots, n$ ;
- 30% test có  $10^3 \leq m, n \leq 10^5$  và tại một thời điểm, không có 2 cửa hàng nào cùng mở cửa (hay với  $i \neq j$ , ta có  $L_i > R_j$  hoặc  $L_j > R_i$ ).  $L_i < R_i \leq 10^6 \forall i = 1, 2, \dots, n$ ;
- 30% số test còn lại không có ràng buộc bổ sung.

### Ví dụ

test	answer
3 4	0
1 5	2
7 9	-1
10 13	1
3	
5	
14	
6	

### Giải thích

- Người đầu tiên tới, vào luôn cửa hàng 1, không cần chờ đợi.
- Người thứ 2 tới, đúng lúc cửa hàng 1 đóng cửa, cần đợi vào cửa hàng mở gần nhất là cửa hàng 2.
- Người thứ 3 tới muộn, tất cả các cửa hàng đã đóng cửa.
- Người thứ 4 tới, đợi cửa hàng 2 mở cửa.

## Bài 3. Mùa giáng sinh — Noel

Một mùa giáng sinh chuẩn bị đến, dưới cái tiết trời se lạnh, mọi người đều mong muốn được trở về nhà, ngồi quanh bàn tiệc và quây quần bên gia đình mình. Những đứa trẻ thì trông ngóng được gặp ông già Noel và nhận quà từ ông ấy. Chỉ còn 1 ngày nữa thôi, thành phố Dresden sẽ chào đón giáng sinh, người dân háo hức sửa soạn trang trí cho ngôi nhà mình bằng sao cho thật lung linh và ấm áp, khiến cho cả thành phố trở nên rực sáng huy hoàng.

Mùa giáng sinh thì không thể nào thiếu đi hình ảnh của những cây thông mang đầy ý nghĩa, vậy nên chính quyền thành phố Dresden đã mua  $N$  cây thông trang trí trên con đường lớn nhất của thành phố này. Họ sẽ tiến hành đặt  $N$  cây thông thành 2 hàng ở 2 bên của con đường. Một cách đặt sẽ khiến con đường rộng rãi nếu như:

- Mỗi hàng đều phải có cây thông.
- Chênh lệch chiều cao giữa 2 cây thông liên tiếp trong cùng một hàng là như nhau và chiều cao của các cây sắp xếp theo thứ tự không giảm.

**Yêu cầu:** Bạn được chính quyền thành phố Dresden giao lại nhiệm vụ này, hãy đề ra một phương án đặt các cây thông sao cho con đường trở nên rộng rãi. Hoặc nếu không thể, hãy báo cáo lên chính quyền.

### Dữ liệu vào

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương  $N$  ( $2 \leq N \leq 100000$ ).
- Dòng thứ hai chứa  $N$  số nguyên dương  $h_1, h_2, \dots, h_N$  ( $h_i \leq 10^9$ ) biểu thị chiều cao của các cây thông.

### Kết quả

Nếu tồn tại một phương án đặt cây bạn chỉ cần in ra một phương án bất kì như sau:

- Dòng đầu tiên in ra số nguyên  $A$  ( $0 < A < N$ ) là số cây thông đặt ở hàng bên trái.
- Dòng thứ hai in ra  $A$  số nguyên  $h_{i_1}, h_{i_2}, \dots, h_{i_A}$  biểu thị chiều cao của các cây thông ở hàng bên trái.
- Dòng thứ ba in ra số nguyên  $B$  ( $B = N - A$ ) là số cây thông đặt ở hàng bên phải.
- Dòng thứ tư in ra  $B$  số nguyên  $h_{i_1}, h_{i_2}, \dots, h_{i_B}$  biểu thị chiều cao của các cây thông ở hàng bên phải.

Nếu không tồn tại phương án nào hãy in ra -1.

### Ví dụ

test	answer
4 1 3 2 4	2 1 2 2 3 4

### Hạn chế

- Subtask 1 (20%):  $N \leq 15$ .
- Subtask 2 (25%):  $N \leq 300$ .
- Subtask 3 (25%):  $N \leq 10^5$  và luôn tồn tại một phương án sao cho số lượng cây thông ở 2 hàng là như nhau.
- Subtask 4 (30%): Không có giới hạn gì thêm.

## Bài 4. Lớp học — Class

Sơn đang dạy  $N$  lớp học được đánh số từ 1 đến  $N$ . Sau bài kiểm tra gần đây nhất, Sơn thấy rằng trong mỗi lớp học, điểm kiểm tra của các học sinh tạo thành một dãy số nguyên liên tiếp. Do đó, Sơn có thể tóm tắt điểm của lớp thứ  $i$  dưới dạng hai số nguyên  $L_i$  và  $R_i$ . Điều này có nghĩa là lớp thứ  $i$  có  $R_i - L_i + 1$  học sinh, và với mỗi  $x$  ( $L_i \leq x \leq R_i$ ), có đúng một học sinh có điểm  $x$ .

Sơn muốn kết hợp điểm số của các học sinh từ tất cả các lớp của mình và sắp xếp theo thứ tự không tăng dần. Sơn có  $Q$  câu hỏi (đánh số từ 1 đến  $Q$ ); với câu hỏi thứ  $i$ , Sơn muốn biết điểm cao thứ  $K_i$  là bao nhiêu. (Nếu  $K_i$  lớn hơn số học sinh, thì câu trả lời cho câu hỏi thứ  $i$  là 0.)

**Yêu cầu:** Hãy giúp Sơn trả lời các câu hỏi và đưa ra giá trị  $\sum (S_i \times i)$  với mọi  $1 \leq i \leq Q$ , trong đó  $S_i$  là câu trả lời cho câu hỏi thứ  $i$ .

### Dữ liệu vào

Dòng đầu tiên ghi duy nhất một số nguyên  $T \leq 10$  là số lượng trường hợp test. Mỗi nhóm dòng trong số  $T$  nhóm dòng sau bao gồm 4 dòng: Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương  $N$  và  $Q$  ( $N \leq 4 \times 10^5$ ). Ba dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa sáu số nguyên theo định dạng sau, tương ứng:

- $X_1 X_2 A_1 B_1 C_1 M_1$
  - $Y_1 Y_2 A_2 B_2 C_2 M_2$
  - $Z_1 Z_2 A_3 B_3 C_3 M_3$
- ( $0 \leq A_i, B_i, C_i < M_i, \forall i$ ;  $0 \leq X_1, X_2 < M_1$ ;  $0 \leq Y_1, Y_2 < M_2$ ;  $0 \leq Z_1, Z_2 < M_3$ ;  $1 \leq M_i \leq 10^9, \forall i$ )

Các giá trị này được sử dụng để tạo ra  $L_i$ ,  $R_i$  và  $K_i$  như sau:

- $X_i = (A_1 \times X_{i-1} + B_1 \times X_{i-2} + C_1) \% M_1$ , với  $3 \leq i \leq N$ .
- $Y_i = (A_2 \times Y_{i-1} + B_2 \times Y_{i-2} + C_2) \% M_2$ , với  $3 \leq i \leq N$ .
- $Z_i = (A_3 \times Z_{i-1} + B_3 \times Z_{i-2} + C_3) \% M_3$ , với  $3 \leq i \leq Q$ .
- $L_i = \min(X_i, Y_i) + 1$ , với  $1 \leq i \leq N$ .
- $R_i = \max(X_i, Y_i) + 1$ , với  $1 \leq i \leq N$ .
- $K_i = Z_i + 1$ , với  $1 \leq i \leq Q$ .

### Kết quả

Ghi ra  $T$  dòng, mỗi dòng ghi một số là giá trị  $\sum (S_i \times i)$  với mọi  $1 \leq i \leq Q$ , trong đó  $S_i$  là câu trả lời cho câu hỏi thứ  $i$ .

### Ví dụ

test	answer
1 5 1 3 1 4 1 5 9 2 7 1 8 2 9 4 8 15 16 23 42	7

### Hạn chế

- Subtask 1 (50%):  $Q = 1$ .
- Subtask 2 (50%):  $Q \leq 10^5$ .

## Bài 5. Đồng hồ báo thức — Alarm

Sơn rất khó thức dậy vào mỗi buổi sáng, vì vậy anh quyết định mua một chiếc đồng hồ báo thức. Đồng hồ này được cấu hình sẵn với  $K$  cuộc gọi đánh thức. Trước khi đi ngủ, người dùng lập trình đồng hồ với một mảng tham số  $A$  gồm các giá trị  $A_1, A_2, \dots, A_N$ . Vào buổi sáng, đồng hồ sẽ đổ chuông  $K$  lần, với lần đổ chuông thứ  $i$  có độ mạnh  $P_i$ .

Để tính  $P_i$ , đồng hồ sẽ tạo tất cả các mảng con có các phần tử liên tiếp của mảng  $A$  và tính tổng lũy thừa bậc  $i$  của tất cả các mảng con này. Lũy thừa bậc  $i$  của mảng con  $A_j, A_{j+1}, \dots, A_k$  được định nghĩa là  $A_j \times 1^i + A_{j+1} \times 2^i + A_{j+2} \times 3^i + \dots + A_k \times (k - j + 1)^i$ . Vì vậy  $P_i$  là tổng lũy thừa bậc  $i$  của tất cả các mảng con của mảng  $A$ .

Ví dụ: với  $i = 2$  và  $A = [1, 4, 2]$ , thì lũy thừa bậc  $i$  của  $A$  sẽ được tính như sau:

- Lũy thừa bậc 2 của  $[1] = 1 \times 1^2 = 1$
- Lũy thừa bậc 2 của  $[4] = 4 \times 1^2 = 4$
- Lũy thừa bậc 2 của  $[2] = 2 \times 1^2 = 2$
- Lũy thừa bậc 2 của  $[1, 4] = 1 \times 1^2 + 4 \times 2^2 = 17$
- Lũy thừa bậc 2 của  $[4, 2] = 4 \times 1^2 + 2 \times 2^2 = 12$
- Lũy thừa bậc 2 của  $[1, 4, 2] = 1 \times 1^2 + 4 \times 2^2 + 2 \times 3^2 = 35$

có tổng là 71.

**Yêu cầu:** Cho  $K$  và mảng  $A$ , hãy giúp Sơn tính tổng sức mạnh của mỗi lần báo thức:  $P_1 + P_2 + \dots + P_K$ .

### Dữ liệu vào

Dòng đầu tiên ghi duy nhất một số nguyên  $T \leq 2$  là số lượng trường hợp test. Mỗi dòng trong số  $T$  dòng sau bao gồm 9 số nguyên dương  $N, K, x_1, y_1, C, D, E_1, E_2, F$  ( $x_1, y_1, C, D, E_1, E_2, F \leq 10^5$ ).  $N$  là độ dài của mảng  $A$ ,  $K$  là số lần gọi đánh thức. Phần còn lại là các tham số mà bạn cần sử dụng để tạo các phần tử của mảng  $A$ . Sử dụng các lần lặp dưới đây để tạo  $x_i$  và  $y_i$  với  $i = 2$  đến  $N$ :

- $x_i = (C \times x_{i-1} + D \times y_{i-1} + E_1) \% F$ .
- $y_i = (D \times x_{i-1} + C \times y_{i-1} + E_2) \% F$ .

Định nghĩa  $A_i = (x_i + y_i) \% F, \forall i = 1$  đến  $N$ .

### Kết quả

Ghi ra  $T$  dòng, mỗi dòng ghi một số là phần dư trong phép chia của giá trị  $\sum(P_i), \forall 1 \leq i \leq K$  cho  $10^9 + 7$ .

### Ví dụ

test	answer
1 2 3 1 2 1 2 1 1 9	52

### Hạn chế

- Subtask 1 (50%):  $N \leq 100, K \leq 20$ .
- Subtask 2 (50%):  $N \leq 10^6, K \leq 10^4$ .

## Bài 6. Điều chỉnh bộ gen — GenAdj

Nông dân John là người nhận được chứng nhận nhà nông số 1 tại đất nước Mỹ với dự án giải trình tự bộ gen của những con bò với mục đích quản lý sức khỏe, khả năng sinh sản, khả năng cung cấp thịt, sữa của chúng. Sau khi được trao danh hiệu cao quý và đầy tự tạo, anh ấy quyết định thực hiện một dự án mới là chỉnh sửa bộ gen của các con bò để thế hệ của những con bò sẽ mang nhiều bộ gen trội nhằm phát triển nền chăn nuôi bò của quốc gia. Bộ gen anh ấy đang nghiên cứu được mô tả bằng một chuỗi chỉ gồm 4 loại ký tự 'A', 'C', 'T', 'G' và có chiều dài tối đa là  $10^5$ . Nông dân John có một bộ gen ban đầu và anh ấy tiến hành chỉnh sửa như sau:

- Tách bộ gen thành các chuỗi con ở các vị trí có hai ký tự liên tiếp giống nhau.
- Đảo ngược từng chuỗi con.
- Nối lại các chuỗi con đã đảo ngược theo cùng thứ tự.

Ví dụ với bộ gen ban đầu là AGGCTTT thì anh ấy thực hiện các bước sau:

- Tách bộ gen thành: 'AG' | 'GCT' | 'T' | 'T'.
- Đảo ngược các chuỗi con: 'GA' | 'TCG' | 'T' | 'T'.
- Nối các chuỗi con: 'GATCGTT'.

Thật không may, sau khi chỉnh sửa bộ gen thì nông dân John để mất trình tự của bộ gen và một số vị trí bị mất, các vị trí bị mất này được thay thế bằng dấu chấm hỏi.

**Yêu cầu:** Từ bộ gen đã chỉnh sửa hãy giúp nông dân John tính số khả năng xảy ra của bộ gen ban đầu.

### Dữ liệu vào

Một dòng duy nhất chứa chuỗi gồm các ký tự 'A', 'C', 'T', 'G' và dấu chấm hỏi.

### Kết quả

Ghi ra một số là phần dư của số khả năng xảy ra của bộ gen ban đầu trong phép chia cho  $10^9 + 7$ .

### Ví dụ

test	answer
?	4
GAT?GTT	3

### Hạn chế

- Subtask 1 (20% số điểm): Độ dài bộ gen ban đầu không vượt quá 10.
- Subtask 2 (40% số điểm): Độ dài bộ gen ban đầu không vượt quá  $10^2$ .
- Subtask 3 (40% số điểm): Không có giới hạn gì thêm.