

INLÄMNINGSUPPGIFT, FUNKTIONSTEORI, HT 2022

Inlämning

Inlämningsuppgiften skall vara inlämnad senast onsdag 5/10 klockan 15:00 i canvas. Kontrollera att du har skrivit namn, personnummer och kursprogram på dina lösningar.

Hämtning

Vi rättar uppgifterna också i canvas. Vi har som målsättning att rätta uppgifterna inom en vecka från deadline. Om du behöver komplettera, rekommenderar vi att du så snart som möjligt rättar dina lösningar och lämnar in dem för ny bedömning.

Rättning av uppgifterna

Din skriftliga inlämningsuppgift rättas av någon av lärarna som är inblandade i kursen. Målet med rättningen är att ge skriftlig feedback på dina lösningar. Vi kommer inte att kräva att dina lösningar är felfria (vilket vi har gjort tidigare år) för att du ska bli godkänd, men om lösningarna som du lämnar in är alltför bristfälliga, måste du komplettera dem.

Några regler för de skriftliga uppgifterna

- Ni får gärna samarbeta två och två (vilket vi rekommenderar), och lämna in en *enda gemensam* lösning. Märk försättsbladet tydligt med bådas namn och personnummer. Eventuellt annat samarbete måste nämnas.
- *Om du kör fast eller är osäker så använd alla tillgängliga hjälpmedel, läroboken, övnings-samlingen, dina lärare, kamrater, ... för att komma vidare.* Det betyder dock inte att det är tillåtet att någon annan förser dig med en fullständig lösning! Det är heller inte tillåtet att fråga efter lösningar på onlineforum.
- Lösningarna ska vara *prydligt handskrivna*. Riv bort eventuella fransar från marginalerna.
- Sortera uppgifterna i nummerordning.
- *Se till att svara på alla frågor som ställs i uppgiften!* Det händer ofta att man får U på någon uppgift, just för att man inte besvarat frågorna.
- Förklara de beteckningar som du inför.
- Förklara de olika stegen i dina lösningar och ge logiska motiveringar till dem. *Skriv text*, helst fullständiga meningar, och namnge om möjligt de resultat du använder (geometrisk summa, teleskopserie, Cauchy–Riemanns ekvationer ...).
- Det borde inte behöva nämnas, men *plagiat är givetvis inte tillåtet*. Vi har vid några tillfällen varit nödgade att anmäla studenter till disciplinnämnden för plagiat och andra typer av vilseledande. Vi vill helst inte behöva göra det igen.

INLÄMNINGSUPPGIFT, FUNKTIONSTEORI, HT 2022

1. Funktionen f är 2π -periodisk och uppfyller att

$$f(t) = \begin{cases} \sin t, & 0 \leq t \leq \pi, \\ 0, & -\pi \leq t \leq 0. \end{cases}$$

- a) Bestäm f 's trigonometriska Fourierserie.
- b) Plotta en lämplig partialsumma till serien du beräknade i a) (använd Maple eller Matlab) för att troliggöra att du räknat rätt. Glöm inte att lämna in en kommenterad utskrift.

2. Den 2π -periodiska funktionen f är jämn och uppfyller

$$f(t) = \begin{cases} -\pi & \text{då } t = 0, \\ 0 & \text{då } 0 < t \leq \pi - 2, \\ \pi & \text{då } \pi - 2 < t \leq \pi. \end{cases}$$

Funktionens trigonometriska Fourierserie är $2 + 2 \sum_{k=1}^{+\infty} (-1)^k \frac{\sin 2k}{k} \cos kt$. (Det behöver du inte kontrollera.)

- a) Bestäm seriens summa $S(t)$ dels då $t = 0$, dels då $t = 2 - \pi$. Motivera noggrant!
- b) Rita en tydlig figur med grafen till $y = f(t)$, $-2\pi \leq t \leq 2\pi$ i ett koordinatsystem och grafen till $y = S(t)$, $-2\pi \leq t \leq 2\pi$ i ett annat koordinatsystem.
- c) Bestäm seriesummorna

$$\sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\sin 2k}{k} \quad \text{och} \quad \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{\sin^2 2k}{k^2}.$$

(Använd Parseval för att beräkna den andra seriesumman.)

- d) Är funktionen f kontinuerlig på intervallet $0 < t < 2\pi$? Är funktionen S det?
- e) Konvergerar den trigonometriska Fourierserien likformigt på intervallet $0 < t < 2\pi$? Motivera noggrant!