SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO	**KỲ THI TUYỂN SINH LỚP 10 THPT**
HÀ NỘI	**Năm học: 2013 – 2014**
ĐỀ CHÍNH THỨC	**MÔN: TOÁN**
	Thời gian làm bài: 120 phút

Bài I *(2,0 điểm)*

Với x > 0, cho hai biểu thức $A = \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$ và $B = \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}} + \frac{2\sqrt{x}+1}{x+\sqrt{x}}$.

1) Tính giá trị của biểu thức A khi x = 64.

2) Rút gọn biểu thức B.

3) Tìm x để $\frac{A}{B} > \frac{3}{2}$.

Bài II *(2,0 điểm) Giải bài toán bằng cách lập phương trình:*

Quãng đường từ A đến B dài 90 km. Một người đi xe máy từ A đến B. Khi đến B, người đó nghỉ 30 phút rồi quay trở về A với vận tốc lớn hơn vận tốc lúc đi là 9 km/h. Thời gian kể từ lúc bắt đầu đi từ A đến lúc trở về đến A là 5 giờ. Tính vận tốc xe máy lúc đi từ A đến B.

Bài III *(2,0 điểm)*

1) Giải hệ phương trình: $\begin{cases} 3(x+1)+2(x+2y)=4 \\ 4(x+1)-(x+2y)=9 \end{cases}$

2) Cho parabol (P) : $y = \frac{1}{2}x^2$ và đường thẳng (d) : $y = mx - \frac{1}{2}m^2 + m + 1$.

a) Với m = 1, xác định tọa độ các giao điểm A, B của (d) và (P).

b) Tìm các giá trị của m để (d) cắt (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 2$.

Bài IV *(3,5 điểm)*

Cho đường tròn (O) và điểm A nằm bên ngoài (O). Kẻ hai tiếp tuyến AM, AN với đường tròn (O) (M, N là các tiếp điểm). Một đường thẳng d đi qua A cắt đường tròn (O) tại hai điểm B và C (AB < AC, d không đi qua tâm O).

1) Chứng minh tứ giác AMON nội tiếp.

2) Chứng minh $AN^2 = AB.AC$.

Tính độ dài đoạn thẳng BC khi AB = 4 cm, AN = 6 cm.

3) Gọi I là trung điểm của BC. Đường thẳng NI cắt đường tròn (O) tại điểm thứ hai T. Chứng minh MT // AC.

4) Hai tiếp tuyến của đường tròn (O) tại B và C cắt nhau ở K. Chứng minh K thuộc một đường thẳng cố định khi d thay đổi và thỏa mãn điều kiện đề bài.

Bài V *(0,5 điểm)*

Với a, b, c là các số dương thỏa mãn điều kiện a + b + c + ab + bc + ca = 6abc, chứng minh: $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq 3$

BÀI GIẢI

Bài I: (2,0 điểm)

1) Với x = 64 ta có $A = \dfrac{2+\sqrt{64}}{\sqrt{64}} = \dfrac{2+8}{8} = \dfrac{5}{4}$

2)

$$B = \frac{(\sqrt{x}-1).(x+\sqrt{x})+(2\sqrt{x}+1).\sqrt{x}}{\sqrt{x}.(x+\sqrt{x})} = \frac{x\sqrt{x}+2x}{x\sqrt{x}+x} = 1+\frac{1}{\sqrt{x}+1} = \frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}+1}$$

3)

Với x > 0 ta có :

$$\frac{A}{B} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}} : \frac{2+\sqrt{x}}{\sqrt{x}+1} > \frac{3}{2} \Leftrightarrow \frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}} > \frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{x}+2 > 3\sqrt{x} \Leftrightarrow \sqrt{x} < 2 \Leftrightarrow 0 < x < 4.(Do\ \ x > 0)$$

Bài II: (2,0 điểm)

Đặt x (km/h) là vận tốc đi từ A đến B, vậy vận tốc đi từ B đến A là $x+9$ (km/h)

Do giả thiết ta có:

$$\frac{90}{x}+\frac{90}{x+9} = 5-\frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{10}{x}+\frac{10}{x+9} = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x(x+9) = 20(2x+9)$$

$\Leftrightarrow x^2-31x-180=0 \Leftrightarrow x=36$ (vì x > 0)

Bài III: (2,0 điểm)

1) Hệ phương trình tương đương với:

$$\begin{cases} 3x+3+2x+4y=4 \\ 4x+4-x-2y=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+4y=1 \\ 3x-2y=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x+4y=1 \\ 6x-4y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11x=11 \\ 6x-4y=10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$$

2)

a) Với m = 1 ta có phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$\dfrac{1}{2}x^2 = x+\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow x=-1$ hay $x=3$ (Do a – b + c = 0)

Ta có y (-1)= $\dfrac{1}{2}$; y(3) = $\dfrac{9}{2}$. Vậy tọa độ giao điểm A và B là (-1; $\dfrac{1}{2}$) và (3; $\dfrac{9}{2}$)

b) Phươnh trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là

$\dfrac{1}{2}x^2 = mx-\dfrac{1}{2}m^2+m+1 \Leftrightarrow x^2-2mx+m^2-2m-2=0$ (*)

Để (d) cắt (P) tại 2 điểm phân biệt x_1, x_2 thì phương trình (*) phải có 2 nghiệm phân biệt. Khi đó $\Delta' = m^2-m^2+2m+2 > 0 \Leftrightarrow m > -1$

Khi m > -1 ta có $\left|x_1-x_2\right| = 2 \Leftrightarrow x_1^2+x_2^2-2x_1x_2 = 4 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2 = 4$

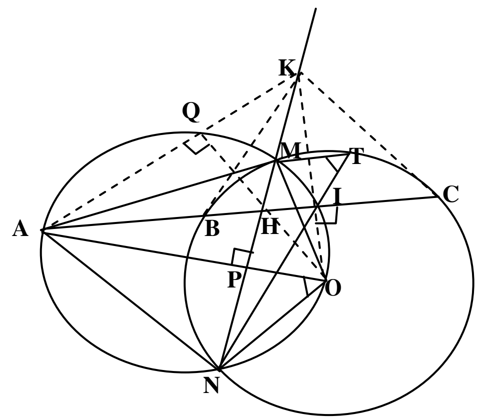
$\Leftrightarrow 4m^2 - 4(m^2 - 2m - 2) = 4 \Leftrightarrow 8m = -4 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$

<u>Cách giải khác:</u> Khi m > -1 ta có

$|x_1 - x_2| = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{-b + \sqrt{\Delta'}}{a'} - \frac{-b - \sqrt{\Delta'}}{a'} \right| = 2\sqrt{\Delta'} = 2\sqrt{2m+2}$

Do đó, yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2\sqrt{2m+2} = 2 \Leftrightarrow 2\sqrt{m+2} = 2 \Leftrightarrow 2m + 2 = 1 \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$

Bài IV *(3,5 điểm)*



1/ Xét tứ giác AMON có hai góc đối

$\text{ANO} = 90^0$

$\text{AMO} = 90^0$ nên là tứ giác nội tiếp

2/ Hai tam giác ABM và AMC đồng dạng nên ta có AB. AC = AM^2 = AN^2 = 6^2 = 36

$\Rightarrow \text{AC} = \frac{6^2}{\text{AB}} = \frac{6^2}{4} = 9\,(\text{cm})$

$\Rightarrow \text{BC} = \text{AC} - \text{AB} = 9 - 4 = 5\,(\text{cm})$

3/ $\text{MTN} = \frac{1}{2}\text{MON} = \text{AON}$ (cùng chắn cung MN trong đường tròn (O)), và $\text{AIN} = \text{AON}$

(do 3 điểm N, I, M cùng nằm trên đường tròn đường kính AO và cùng chắn cung 90^0)

Vậy $AIN = MTI = TIC$ nên MT // AC do có hai góc so le bằng nhau.

4/ Xét ΔAKO có AI vuông góc với KO. Hạ OQ vuông góc với AK. Gọi H là giao điểm của OQ và AI thì H là trực tâm của ΔAKO, nên KMH vuông góc với AO. Vì MHN vuông góc với AO nên đường thẳng KMHN vuông góc với AO, nên KM vuông góc với AO. Vậy K nằm trên đường thẳng cố định MN khi BC di chuyển.

<u>Cách giải khác:</u>

Ta có KB^2 = KC^2 = KI.KO. Nên K nằm trên trục đẳng phương của 2 đường tròn tâm O và đường tròn đường kính AO. Vậy K nằm trên đường thẳng MN là trục đẳng phương của 2 đường tròn trên.

Bài IV: (0,5 điểm)

Từ giả thiết đã cho ta có $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 6$. Theo bất đẳng thức Cauchy ta có:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2}\right) \ge \frac{1}{ab},\ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right) \ge \frac{1}{bc},\ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2}\right) \ge \frac{1}{ca}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{a^2} + 1\right) \ge \frac{1}{a},\ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{b^2} + 1\right) \ge \frac{1}{b},\ \frac{1}{2}\left(\frac{1}{c^2} + 1\right) \ge \frac{1}{c}$$

Cộng các bất đẳng thức trên vế theo vế ta có:

$$\frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)+\frac{3}{2}\geq 6 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq 6-\frac{3}{2}=\frac{9}{2}$$

$\Leftrightarrow \left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}\right)\geq 3$ (điều phải chứng minh)

TS. Nguyễn Phú Vinh
(TT Luyện thi Đại học Vĩnh Viễn – TP.HCM)