

# Eigen problems

## Các trường hợp đặc biệt và mở rộng khái niệm Eigen

### 1. Uniform Scaling (co giãn đồng đều)

- Khi co giãn đều theo mọi hướng → **mọi vector đều là eigenvector**.
- Tất cả các vector giữ hướng, chỉ bị kéo dài hoặc rút ngắn.
- **Eigenvalue**: bằng hệ số co giãn.

### 2. Rotation (phép quay)

- Với các phép quay thông thường ( $\neq 180^\circ$ ), **không có eigenvector** (mọi vector đều đổi hướng).
- **Trường hợp đặc biệt: quay  $180^\circ$** 
  - Mọi vector đều đảo ngược hướng → **tất cả là eigenvector**.
  - **Eigenvalue** =  $-1$  (cùng hướng nhưng ngược chiều).

### 3. Shear + Scaling (nghiêng + co giãn)

- Phức tạp hơn → khó nhìn ra eigenvectors bằng mắt thường.
- Dù không dễ nhận biết, vẫn có đúng **hai eigenvectors**.
- **Eigenvector** giữ nguyên hướng → có thể kiểm chứng bằng biến đổi nghịch đảo (inverse transform).

### Mở rộng sang 3 chiều (3D)

- Co giãn và nghiêng trong 3D hoạt động tương tự 2D.
- Với **phép quay trong 3D**, có một đặc điểm thú vị:
  - Có **một vector không đổi hướng** → chính là **trục quay (axis of rotation)**.
  - Vector này là **eigenvector**, eigenvalue thường là 1 hoặc  $-1$ .

## Calculating eigenvectors

Ta có:

$$Ax = \lambda x$$

**Chuyển về phương trình đại số**

$$(A - \lambda I)\vec{x} = 0$$

**Tìm Eigenvalues**

$$\det(A - \lambda I) = 0$$