

# Einstein Summation Convention

## Einstein Summation Convention là gì?

- Là cách viết gọn các phép biến đổi ma trận, đặc biệt hữu ích khi lập trình.
- Dựa trên quy tắc: **nếu một chỉ số (index) xuất hiện hai lần trong một biểu thức, ta sẽ ngầm hiểu là lấy tổng trên chỉ số đó.**
  - Ví dụ:  $a_{ij} * b_{jk}$  nghĩa là cộng qua tất cả các giá trị của  $j$ .

## Áp dụng với nhân ma trận

- Khi nhân hai ma trận A và B, phần tử tại vị trí (i, k) trong tích AB được tính bằng:

$$AB_{ik} = \sum_j A_{ij} B_{jk}$$

- Theo Einstein: viết đơn giản là:

$$AB_{ik} = A_{ij} B_{jk}$$

## Có thể nhân ma trận không vuông

- Chỉ cần số cột của ma trận A bằng số dòng của ma trận B (số chỉ số chung  $j$ ).
- Ví dụ: nhân ma trận  $2 \times 3$  với ma trận  $3 \times 4$  cho ra kết quả là ma trận  $2 \times 4$ .

## Liên hệ với tích vô hướng (dot product)

- Tích vô hướng giữa hai vector u và v là:

$$u \cdot v = \sum_i u_i v_i = u_i v_i$$

- Có thể xem đây như là phép nhân ma trận: chuyển u thành hàng (row vector), nhân với v là cột (column vector).

- Điều này cho thấy **tích vô hướng** chính là một trường hợp đặc biệt của nhân ma trận.

### Tính đối xứng của tích vô hướng (Dot Product)

- Hình học: phép chiếu (projection) của  $u$  lên  $e_1$  bằng phép chiếu của  $e_1$  lên  $u$ .
- Điều này giải thích tại sao dot product đối xứng:  $u \cdot v = v \cdot u$