

Lecture 2: Combinatorics

Permutations (Hoán vị)

Một hoán vị là một cách sắp xếp theo thứ tự của một tập các vật

Số cách độc nhất để sắp xếp n vật phân biệt là:

D

Đối với hoán vị của n vật với các phần tử không phân biệt: có n vật, trong đó có x_1 vật loại 1, x_2 vật loại 2, vậy có tất cả

$$\frac{n!}{x_1! \cdot x_2!} \text{ hoán vị}$$

Strings

Order n semi-distinct objects $\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_r!}$

How many letter orderings are possible for the following strings?

1. BOBA

2. MISSISSIPPI

1. $4! / 2 = 12$

2. $11! / 4! / 4! / 2! = \dots$

Combinations (Tổ hợp)

Một tổ hợp là một cách chọn không kể thứ tự k phần tử từ tập n phần tử phân biệt

Số cách chọn là:

$$\frac{n!}{k! \cdot (n-k)!} = n! \cdot \frac{1}{k!} \cdot \frac{1}{(n-k)!} = \binom{n}{k}$$

Tính chất:

$$\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$$

Put objects in r buckets

Bài toán: Có n vật, tìm số cách chia n vật này vào r ô.

TH1: n vật phân biệt

Có tổng cộng r^n cách chia

TH2: n vật giống nhau

Có tổng cộng

$$\frac{(n+r-1)!}{n! \cdot (r-1)!} = \binom{n+r-1}{r-1}$$