Changing Basis

- **Không gian vector và hệ tọa độ:**
  - Vector $\mathbf{r}$ chỉ đơn giản là một mũi tên từ gốc tọa độ đến một điểm trong không gian (có thể là không gian vật lý hoặc không gian dữ liệu).
  - Để mô tả vector đó, ta cần một hệ cơ sở — các vector cơ sở như $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2$, thường là đơn vị vector (1,0),(0,1).
- **Hệ cơ sở khác (b):**
  - Ta có thể dùng một hệ cơ sở khác, như $\mathbf{b}_1 = (2, 1), \mathbf{b}_2 = (-2, 4)$ để mô tả cùng một vector $\mathbf{r}$.
  - Khi đó, biểu diễn của $\mathbf{r}$ trong hệ $\mathbf{b}$ sẽ khác với biểu diễn trong hệ $\mathbf{e}$.
- **Tính trực giao (orthogonal):**
  - Nếu hai vector cơ sở mới ($\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$) **vuông góc nhau**, thì phép chiếu sẽ đơn giản hơn.
  - Kiểm tra trực giao bằng tích vô hướng: nếu $\mathbf{b}_1 \cdot \mathbf{b}_2 = 0$, thì chúng vuông góc.
- **Chuyển hệ bằng dot product:**
  - Để chuyển từ hệ $\mathbf{e}$ sang hệ $\mathbf{b}$, dùng công thức:

$$\mathrm{proj}_{\mathbf{b}_i}(\mathbf{r}) = \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{b}_i}{\|\mathbf{b}_i\|^2}\mathbf{b}_i$$

  - Ví dụ:
    - $\mathbf{r} = (3, 4)$
    - $\mathbf{r} \cdot \mathbf{b}_1 = 10, \|\mathbf{b}_1\|^2 = 5 \to hệsố = 2$
    - $\mathbf{r} \cdot \mathbf{b}_2 = 10, \|\mathbf{b}_2\|^2 = 20 \to hệsố = 0.5$
    - Vậy: $\mathbf{r} = 2 \cdot \mathbf{b}_1 + 0.5 \cdot \mathbf{b}_2$
- **Ý nghĩa quan trọng:**
  - Vector không phụ thuộc vào hệ tọa độ.
  - Biểu diễn (các con số) phụ thuộc vào hệ cơ sở.

- Việc chọn hệ cơ sở phù hợp giúp đơn giản hóa bài toán.