Eigenbasis

1. Vấn đề đặt ra

- Giả sử ta có ma trận biến đổi **T**, và muốn áp dụng nó **n lần** cho một vector đầu vào v0v_0v0:

$$v_n = T^n v_0$$

- Nếu n rất lớn (ví dụ: 1.2 triệu bước), việc nhân T lặp đi lặp lại sẽ rất **tốn công và chậm**.

2. Ý tưởng then chốt: Biến T thành ma trận chéo

Diagonal matrix dễ tính lũy thừa:

- Với ma trận D dạng chéo:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

- Khi đó:

$$\begin{pmatrix} \lambda_1^n & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2^n & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^n \end{pmatrix}$$

3. Diagonalisation bằng eigen-decomposition

Nếu T có đủ eigenvectors, ta có thể viết:

$$T = CDC^{-1}$$

Trong đó:

- C: ma trận có các **eigenvectors** của T làm cột.
- D: ma trận **chéo** chứa các **eigenvalues** tương ứng trên đường chéo.
- C^{-1}: nghịch đảo của C.

Sau đó:

$$T^n = CD^nC^{-1}$$