

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

METODOLOGÍA PARA LA DETERMINACIÓN DEL TENSOR DE PERMEABILIDAD EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de
Venezuela para optar al Título
de Ingeniero de Petróleo
Por el Br. Jesús A., Reyes

Caracas, Enero del 2002

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

METODOLOGÍA PARA LA DETERMINACIÓN DEL TENSOR DE PERMEABILIDAD EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

TUTOR ACADÉMICO: Prof. Martín Essenfeld

TUTORES INDUSTRIALES: Dr. Gustavo Gedler

Msc., MPh. Saúl Buitrago

Ing. Miguel Ramonez

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de
Venezuela para optar al Título
de Ingeniero de Petróleo
Por el Br. Jesús A., Reyes

Caracas, Enero del 2002

Reyes C., Jesús A.

METODOLOGÍA PARA LA DETERMINACIÓN DEL TENSOR DE PERMEABILIDAD EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

Tutor Académico: Prof. Martín Essenfeld. Tutores Industriales: Msc., MPh. Saúl Buitrago,
Dr. Gustavo Gedler e Ing. Miguel Ramonez. Tesis. Caracas, U.C.V. Facultad de Ingeniería.

Escuela de Ingeniería de Petróleo. 2002, 99 p.

Palabras Claves: Tensor, Permeabilidad, Fracturas, Pruebas, Presiones, Discretización.

Resumen: Se presenta una metodología novedosa que permite la determinación de los tensores de permeabilidad de un yacimiento naturalmente fracturado, en cada celda de un modelo de simulación. La metodología consta de dos partes: primero se realiza la discretización de cada fractura en una malla cartesiana, seguido por la determinación del tensor de permeabilidades en cada celda. Dado un sistema de fracturas y una celda de simulación del modelo, se aproxima a dicha fractura mediante una secuencia de segmentos horizontales y verticales, cada uno con una permeabilidad tal, que la suma en serie de todas ellas sea igual a la permeabilidad de la porción de la fractura dentro de la celda. Dada una dirección, se calcula la permeabilidad de cada celda utilizando un algoritmo de propagación que determina la permeabilidad equivalente de una malla de conductores mediante una secuencia de transformaciones de circuitos eléctricos. El proceso se repite para diferentes direcciones, con el propósito de calcular el tensor de permeabilidad y las direcciones preferenciales de anisotropía para cada celda de simulación. Mediante un estudio de sensibilidades, la metodología fue aplicada exitosamente en un yacimiento rectangular, para casos en los cuales las propiedades geométricas de un yacimiento naturalmente fracturado (largo de fracturas, densidad, apertura, localización, etc.) fueron generadas aleatoriamente y de datos reales, para determinar finalmente el tensor de permeabilidad de cada una de las celdas del modelo de simulación. Adicionalmente, se realizaron pruebas de presiones con el simulador numérico para cada caso, con el propósito de comprobar la influencia de la variación de los parámetros geométricos de los yacimientos naturalmente fracturados en las pruebas de presiones. Los resultados obtenidos muestran que de éstos, la densidad y la apertura son los que más influyen en el proceso de reproducción de las presiones medidas.

DEDICATORIA

Dedico este trabajo:

Muy especialmente a mi madre, Candida, quien con su infinito amor de madre ha sido pilar fundamental en mi vida

A mi papa Jesús María, por todas sus enseñanzas

A Humbertico y mi hermano Eduardo, por su incansable apoyo

A mi novia Ylliannnis, por todo su amor incondicional

Y a la memoria del Ing. Cesar Pieve, por ser mi inspiración profesional

AGRADECIMIENTOS

Me siento particularmente en deuda con mis tutores industriales: Gustavo Gedler, Saul Buitrago y Miguel Ramonez, por el apoyo, guía y confianza depositada en mí durante el desarrollo del presente Trabajo Especial de Grado.

A mi tutor académico Prof. Martín Essenfeld, por las enseñanzas transmitidas y sus comentarios constructivos.

Agradezco muy especialmente a mi familia, en particular mi madre Cándida, por que sin lugar a dudas es la persona que me ha permitido llegar hasta aquí y poder escribir estas líneas. A Humberto y mi hermano Eduardo por todo su apoyo y comprensión. Igualmente quiero agradecer a mi padre Jesús María.

Al personal de PDVSA INTEVEP: Oscar Rondón, Carlos Castillo, Robert Porjesz, Cesar Velázquez, Miguel Romero, Yuraima León y Nohelia Añez por toda su colaboración.

A mis compañeros en INTEVEP: Ylli, Gustavo (El Junior), Marisela, Jorge (Jairo) y José Carlos (Jhonoton) y a quién considero mis amigos Yomar, Rocco, Fidel y Nelson.

Muy especialmente a mi novia Ylliannis, por todo tu cariño y apoyo incondicional.

Al Universo, por conspirar para darme lo que necesito, y a todas las personas que de una u otra forma colaboraron desinteresadamente en la elaboración de este Trabajo Especial de Grado.

Muchas Gracias

TABLA DE CONTENIDO

ÍNDICE DE FIGURAS.....	i
ÍNDICE DE TABLAS.....	iii
INTRODUCCIÓN.....	1
CAPÍTULO I	4
YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS.....	4
1.1. SISTEMAS NATURALMENTE FRACTURADOS.....	4
1.2. GEOMETRÍA DE YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS.....	6
1.3. PERMEABILIDAD DE YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS.....	8
1.4. MODELAJE ESTOCÁSTICO DE FRACTURAS	9
1.5. MODELOS DE DOBLE POROSIDAD EN SIMULADORES NUMÉRICOS	11
1.6. MODELAJE DE YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS CON FRACTALES ESTOCÁSTICOS....	12
CAPÍTULO II	14
ANÁLISIS DE PRUEBAS DE PRESIONES.....	14
2.1 INTRODUCCIÓN	14
2.2 PRUEBAS DE POZO O PRUEBAS DE PRESIONES.....	15
2.3 TIPOS DE PRUEBAS DE PRESIONES.....	16
2.3.1 Prueba de abatimiento de presión (“Drawdown Test”).....	16
2.3.2 Prueba de Restauración de Presión (“Buildup”).....	17
2.3.3 Prueba de inyección.....	18

2.3.4 Prueba de “Falloff”	19
2.3.5 Prueba de Interferencia.....	20
2.4 FLUJO DE FLUIDOS EN EL MEDIO POROSO.....	21
2.5 ANÁLISIS DE LAS PRUEBAS DE PRESIÓN	21
2.5.1 Métodos convencionales.....	21
2.5.2 Cotejo con curvas tipo.....	22
2.6 PROCEDIMIENTO DE INTERPRETACIÓN DE LAS CURVAS TIPO	23
2.6.1 Análisis de Horner (Método convencional).....	23
2.6.2 Análisis log-log (Análisis con Curvas Tipo)	24
2.6.3 Análisis de la derivada de la presión (Análisis con Curvas Tipo)	25
2.7 MODELOS ANALÍTICOS PARA ANÁLISIS DE PRESIONES EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS.....	26
2.8 ANÁLISIS DEL FLUJO EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS	27
2.9 ANÁLISIS DE PRUEBAS DE PRESIÓN EN YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS.....	31
2.9.1 Análisis convencional (semilogarítmico)	32
2.9.2 Análisis Log-Log	33
2.9.3 Análisis de la Derivada de la Presión.....	35
 CAPÍTULO III	 37
 METODOLOGÍA PARA LA GENERACIÓN DE FRACTURAS, CÁLCULO DE LA PERMEABILIDAD Y PRUEBAS DE PRESIONES	 37
3.1 INTRODUCCIÓN	37
3.2 METODOLOGÍA PARA CÁLCULO DE LOS TENSORES DE PERMEABILIDAD DE UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO	38
3.2.1 Generación del campo de fracturas	38
3.2.2 Discretización de las fracturas y cálculo de la permeabilidad	41
3.2.3 Cálculo de los tensores de permeabilidad por celda.....	48

3.3 ANÁLISIS DE PRESIONES Y DETERMINACIÓN DE CURVAS DE RESPUESTA.....	55
3.3.1 Características del Modelo de Simulación	56
3.3.2 Análisis de Sensibilidades.....	57
CAPÍTULO IV.....	61
ANÁLISIS DE RESULTADOS	61
4.1 GENERACIÓN DE LOS CAMPOS DE FRACTURAS	61
4.2 CÁLCULO DE LOS TENSORES DE PERMEABILIDAD.....	61
4.3 DETERMINACIÓN DE LAS CURVAS DE RESPUESTA DE PRESIÓN	66
CONCLUSIONES.....	78
RECOMENDACIONES.....	80
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	82
APÉNDICES.....	85
APÉNDICE A: ASIGNACIÓN DE LAS CONDUCTANCIAS A LAS ARISTAS.....	85
APÉNDICE B: MAPAS DE PERMEABILIDAD.....	91

ÍNDICE DE FIGURAS

FIGURA 1.1	ESQUEMA DE LA MATRIZ - POROSIDAD SECUNDARIA DENTRO DE LAS FRACTURAS.....	6
FIGURA 1.2	IDEALIZACIÓN DE WARREN Y ROOT DE UN YACIMIENTO NATURALMENTE FRACTURADO	7
FIGURA 1.3	MODELOS ESTOCÁSTICOS PARA EL MODELAJE DE MEDIOS FRACTURADOS.....	10
FIGURA 2.1.	ANALOGÍA ENTRE LOS MECANISMOS DEL YACIMIENTO Y LOS MODELOS MATEMÁTICOS	15
FIGURA 2.2.	ESQUEMA DE TASA Y PRESIÓN EN UNA PRUEBA DE ABATIMIENTO.....	16
FIGURA 2.3.	ESQUEMA DE TASA Y PRESIÓN EN UNA PRUEBA DE RESTAURACIÓN O “BUILD UP”	17
FIGURA 2.4.	ESQUEMA DE TASA Y PRESIÓN EN UNA PRUEBA DE PRUEBA DE INYECCIÓN	18
FIGURA 2.5.	ESQUEMA DE TASA Y PRESIÓN EN UNA PRUEBA DE PRUEBA DE INYECCIÓN	19
FIGURA 2.6.	GRÁFICO TIPO DE HOPPER (PRESIÓN VERSUS TIEMPO).....	23
FIGURA 2.7.	CURVAS TIPO DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL VERSUS EL TIEMPO ADIMENSIONAL	24
FIGURA 2.8.	DERIVADA DE LA PRESIÓN ADIMENSIONAL VERSUS EL TIEMPO ADIMENSIONAL	24
FIGURA 2.9.	PROCESO DE COTEJO CON CURVAS TIPO.....	25
FIGURA 2.10.	COMPORTAMIENTO DE DOBLE POROSIDAD: GRÁFICO SEMILOGARÍTMICO.....	32
FIGURA 2.11.	COMPORTAMIENTO DE DOBLE POROSIDAD: GRÁFICO LOG-LOG	34
FIGURA 2.12.	COMPORTAMIENTO DE DOBLE POROSIDAD: GRÁFICO DE LA DERIVADA	36
FIGURA 3.1	MALLA DE SIMULACIÓN	39
FIGURA 3.2	SISTEMA DE FRACTURAS GENERADO	40
FIGURA 3.3	ESQUEMA QUE ILUSTRÁ EL PROCESO DE DISCRETIZACIÓN	46
FIGURA 3.4	ESQUEMA DEL PROCESO DE DISCRETIZACIÓN Y SU ANALOGÍA CON LOS CIRCUITOS ELÉCTRICOS.....	47
FIGURA 3.5	TRANSFORMACIÓN DE LAS CONDUCTANCIAS EN SERIE, PARALELO Y LA TRANSFORMACIÓN ESTRELLA A DELTA Y DELTA A ESTRELLA	49

FIGURA 3.6	EJEMPLO DE LA REDUCCIÓN DE UNA PEQUEÑA MALLA A UNA SOLA CONDUCTANCIA. LAS FLECHAS INDICAN LA DIRECCIÓN EN LA QUE SE MUEVE EL ELEMENTO DIAGONAL.....	51
FIGURA 3.7	DIBUJO ESKHEMÁTICO DE LA TRANSFORMACIÓN DEL PROPAGADOR.....	52
FIGURA 3.8	TENSORES DE PERMEABILIDAD EN UNA MALLA 4x4	54
FIGURA 4.1.	REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL CAMPO DE FRACTURAS GENERADO.....	62
FIGURA 4.2.	TENSORES DE PERMEABILIDAD CALCULADOS SOBRE UNA MALLA DE 10x10 CELDAS.....	63
FIGURA 4.3.	GRÁFICO DE LA PERMEABILIDAD VERSUS EL GRADO DE DISCRETIZACIÓN.....	65
FIGURA 4.4.	MAPA DE LA PERMEABILIDAD EN DIRECCIÓN X PARA EL CASO 2.....	69
FIGURA 4.5.	MAPA DE LA PERMEABILIDAD EN LA DIRECCIÓN Y PARA EL CASO 2.....	69
FIGURA 4.6.	TENSORES DE PERMEABILIDAD PARA EL CASO 1.....	70
FIGURA 4.7.	TENSORES DE PERMEABILIDAD PARA EL CASO 2.....	70
FIGURA 4.8.	TENSORES DE PERMEABILIDAD PARA EL CASO 3	70
FIGURA 4.9.	GRÁFICO DE HORNER (CASOS 1, 2 Y 3)	71
FIGURA 4.10.	GRÁFICO DE LA DERIVADA DE LA PRESIÓN VS EL TIEMPO ADIMENSIONAL (CASOS 1, 2 Y 3)....	71
FIGURA 4.11.	GRÁFICO TIPO HORNER (CASOS 2, 4 Y 5).....	73
FIGURA 4.12.	GRÁFICO DE LA DERIVADA DE LA PRESIÓN VS EL TIEMPO ADIMENSIONAL (CASOS 2, 4 Y 5)....	73
FIGURA 4.13.	GRÁFICO DE HORNER (CASOS 2, 6 Y 7).....	74
FIGURA 4.14.	GRÁFICO DE LA DERIVADA DE LA PRESIÓN VS EL TIEMPO ADIMENSIONAL (CASOS 2, 6 Y 7)....	75
FIGURA 4.15.	GRÁFICO DE HORNER (CASOS 2, 8 Y 9).....	76
FIGURA 4.16.	GRÁFICO DE LA DERIVADA DE LA PRESIÓN VS EL TIEMPO ADIMENSIONAL (CASOS 2, 8 Y 9)....	77

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA 3.1	COMPARACIÓN DE LAS ANALOGÍAS ENTRE LA LEY DE DARCY Y LA LEY DE OHM.....	43
TABLA 3.2	PROPIEDADES DINÁMICAS Y ESTÁTICAS DEL YACIMIENTO.....	58
TABLA 3.3	RANGO DE VARIACIÓN DE LAS VARIABLES.....	59
TABLA 3.4	RESUMEN DE LOS CASOS DEL ESTUDIO DE SENSIBILIDADES	59
TABLA 3.5	CASOS AGRUPADOS SEGÚN LAS SENSIBILIDADES.....	60
TABLA 4.1.	PERMEABILIDADES POR CELDA DEPENDIENDO DEL GRADO DE DISCRETIZACIÓN.....	64
TABLA 4.2.	CÁLCULO DE LOS PARÁMETROS " ω " Y " λ ".....	67

INTRODUCCIÓN

Un yacimiento naturalmente fracturado es aquel cuya productividad se ve influenciada en gran medida por la red fracturas presente. Todos los yacimientos de petróleo y gas son, en mayor o menor medida, fracturados. En algunos casos, los fluidos presentes solo pueden fluir a los pozos a través de las fracturas, debido a una muy baja permeabilidad de matriz. Tales fracturas existen en un amplio rango de escalas, desde las microfracturas, en la escala de centímetros, a fracturas regionales que se extienden por cientos de metros. Las fracturas pueden representar canales de flujo de gran permeabilidad o pueden actuar como barreras de flujo. Por lo tanto, es necesario modelar las fracturas explícitamente, ya que solo a través de una representación discreta se puede calcular la conductividad real del sistema, necesaria para desarrollar confianza en la aplicación del modelo del yacimiento durante el proceso de toma de decisiones. Sin embargo, hasta ahora uno de los parámetros más importantes y sobre el que se tiene menos información, lo constituye el campo de permeabilidad del sistema de fracturas.

La dificultad de la determinación de la permeabilidad radica en el hecho de que no es posible calcularla de manera directa, sino a través de la interpretación de registros convencionales o no convencionales, de pruebas de presiones o mediante la interpretación geológica. Los registros de pozo representan una de las herramientas más efectivas en la caracterización de sistemas fracturados, debido a su alta resolución y bajo costo comparado con otros métodos. Por otro lado, a través de la interpretación de pruebas de presiones es posible determinar la permeabilidad de un sistema fracturado en las cercanías al pozo. Es así, como a partir de las distintas fuentes de información se pueden obtener datos que permitan determinar la densidad y el espaciamiento, por ejemplo, de las fracturas. No obstante, estos últimos son los únicos parámetros de los sistemas de

fracturas que normalmente son utilizados para obtener los parámetros geométricos necesarios en la simulación numérica. De allí, se concluye que una gran cantidad de información acerca de la conectividad y continuidad de los sistemas de fracturas sea ignorada.

Una vez que se define la geometría de la red de fracturas, es posible estimar la permeabilidad de las fracturas relacionando la apertura de las mismas al "exceso de la conductividad" de dichas fracturas, medida de un registro eléctrico de imágenes y/o de sus esfuerzos críticos. Sin embargo, tales aproximaciones pueden suministrar solamente, en el mejor de los casos, un "estimado relativo" de la permeabilidad de fractura. Surge entonces la necesidad de desarrollar técnicas novedosas y adecuadas que permitan determinar la permeabilidad de los yacimientos naturalmente fracturados y de esta forma disminuir la incertidumbre sobre un parámetro tan importante en el proceso de modelaje.

Por ello, el objetivo principal del presente Trabajo Especial de Grado es desarrollar una nueva metodología que permita determinar los tensores de permeabilidad de un yacimiento naturalmente fracturado, en cada celda del modelo numérico de simulación que lo representa. Dichos tensores están representados por la elipse de anisotropía de la permeabilidad, lo que permite obtener información de las variaciones de la permeabilidad en una celda cualquiera en tantas direcciones como se requiera. La metodología aquí planteada consta de dos etapas: la discretización de cada una de las fracturas en una malla cartesiana y el posterior cálculo de los tensores de permeabilidad, mediante una analogía con los circuitos eléctricos. Además de ello, se presentan los resultados de un análisis de sensibilidad orientado a determinar la influencia de la variación de los parámetros geométricos de los yacimientos naturalmente fracturados sobre la respuesta de presión de un pozo, utilizando un simulador adecuado de la prueba de presión.

En el Capítulo I de este trabajo, se tratan algunos puntos relacionados con las características de los yacimientos naturalmente fracturados. En el Capítulo II se discute acerca de las pruebas de presiones y los métodos de interpretación de las curvas de respuesta. El Capítulo III presenta los detalles de la metodología para la determinación de los tensores y se plantea un análisis de sensibilidades para determinar la influencia sobre las curvas de respuesta de presión a las

variaciones de algunos parámetros geométricos de los yacimientos naturalmente fracturados. En el Capítulo IV se muestran los resultados obtenidos a partir del uso o aplicación de la metodología. Por último, se presentan las conclusiones y se ofrecen algunas recomendaciones para trabajos posteriores.

CAPÍTULO I

YACIMIENTOS NATURALMENTE FRACTURADOS

En este capítulo se insertan y discuten conceptos relacionados a los sistemas fracturados, tales como su geometría y permeabilidad, así como los modelos analíticos y numéricos usados en su modelaje. Además, se resumen algunos trabajos sobre el modelaje de fracturas a través de fractales.

1.1. Sistemas Naturalmente Fracturados

Una fractura natural es una discontinuidad plana microscópica que resulta de los esfuerzos que exceden el esfuerzo de ruptura de una roca¹. Estas fracturas naturales pueden tener un efecto positivo o negativo sobre el flujo de fluidos². Las fracturas abiertas que no han sido cementadas o parcialmente mineralizadas pueden tener un efecto positivo en el flujo de petróleo, pero un efecto negativo en el flujo de agua o gas debido a los efectos de conificación. Las fracturas naturales totalmente mineralizadas pueden crear barreras de permeabilidad a todos los tipos de flujo.

Según Aguilera^{3,4} todos los yacimientos contienen una cierta cantidad de fracturas naturales. Sin embargo, desde un punto de vista geológico y de ingeniería de yacimientos, sólo se toman como yacimientos "naturalmente fracturados" aquellos donde las fracturas tienen un gran efecto, bien sea positivo o negativo, sobre la productividad. Los yacimientos naturalmente fracturados difieren de los yacimientos homogéneos desde el punto de vista geológico, petrofísico, económico y de producción. Se puede pensar en un yacimiento fracturado como un sistema inicialmente homogéneo cuyas propiedades físicas han sido deformadas o alteradas durante su deposición o durante el proceso de diagénesis física.

El comportamiento de los sistemas naturalmente fracturados se puede detectar de diversas formas. Son numerosos los casos en los cuales un pozo comienza a producir a una tasa alta, pero al pasar uno o dos meses su producción declina sin una explicación clara del problema. Esta es una de las pistas más comunes que revelan la presencia de un sistema fracturado. Por otro lado, una pregunta clave en exploración es: ¿cómo definir las reservas?, en este caso, y dada la presencia de un sistema que consiste tanto de fracturas como de bloques (porosidad primaria), vugas y fisuras, no es sencillo definir donde está contenido el mayor volumen de fluidos.

Durante la perforación de un pozo, algunos factores tales como perdidas de circulación y cambio en la tasa de penetración, se utilizan como buenos indicadores de fracturas además, por supuesto de la información que se obtiene del análisis de núcleos. Una corrida de perfiles en el pozo puede revelar la existencia de fracturas, dependiendo de la resolución de la herramienta y la litología existente. Sin embargo, estos métodos no permiten conocer si las fracturas están localizadas solo alrededor del pozo o lejos del mismo, y tampoco si las fracturas están conectadas entre sí.

En general, las fracturas se encuentran en un medio poroso heterogéneo en el cual las aberturas (fisuras y fracturas) varían en tamaño. Las fracturas y aberturas de gran tamaño forman vugas y canales interconectados, mientras que las hendiduras finas forman un sistema de bloques, tal que estos últimos forman el cuerpo principal del yacimiento, como se muestra en la Figura 1.1. Los bloques porosos almacenan la mayoría de los fluidos del yacimiento y son normalmente de muy baja permeabilidad, mientras que las fracturas tienen una baja capacidad de almacenamiento y una alta permeabilidad.

Se entiende por porosidad a la fracción del volumen total de roca que puede contener fluidos. Las rocas de los yacimientos naturalmente fracturados están constituidas por dos sistemas de porosidad, los cuales se pueden definir de la siguiente manera: La *porosidad primaria* es intergranular y está controlada por la deposición y litificación. Está altamente interconectada y usualmente se puede correlacionar con la permeabilidad, ya que depende en gran medida de la geometría, distribución del tamaño y la distribución espacial de los granos. Los espacios vacíos en las arenas, areniscas y lutitas presentan típicamente este tipo de porosidad. La *porosidad secundaria* está controlada por el fracturamiento, además de la combinación y/o solución de agua intersticial, aunque esto puede ser modificado por la infiltración como resultado de la precipitación.

lutitas presentan típicamente este tipo de porosidad. La *porosidad secundaria* está controlada por el fracturamiento, además de la combinación y/o solución de agua intersticial, aunque esto puede ser modificado por la infiltración como resultado de la precipitación.

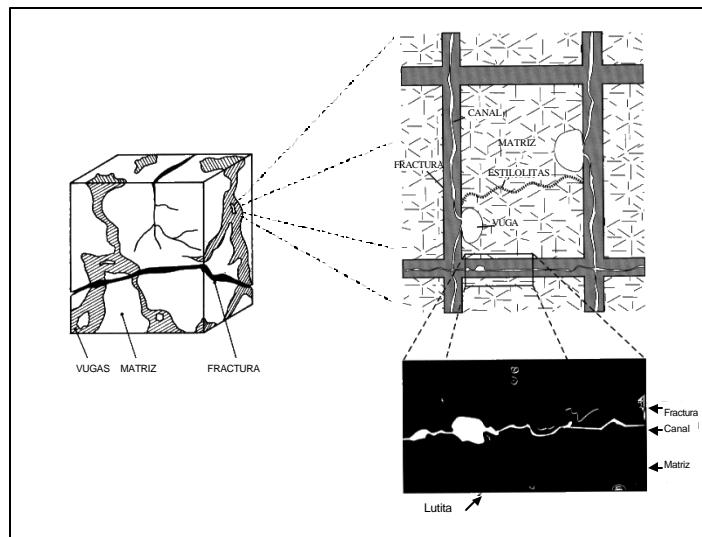


Figura 1.1 Dibujo esquemático de la matriz - Porosidad secundaria dentro de las fracturas

1.2. Geometría de Yacimientos Naturalmente Fracturados

La representación geométrica simplificada de un yacimiento fracturado que se usa con más frecuencia es la representación propuesta por Warren y Root⁴ como se muestra en la Figura 1.2. Para este modelo idealizado se cumplen las siguientes condiciones:

- Los bloques de matriz son homogéneos e idénticos
- Los bloques tienen forma de paralelepípedo rectangular con caras que corresponden a fracturas planas ortogonales
- Los bloques de matriz están divididos en tres clasificaciones, de acuerdo a las dimensiones relativas de los lados del paralelepípedo, estos son:
 - Bloques cúbicos de matriz: Las tres dimensiones tienen longitudes en el mismo orden de magnitud.

- Bloques de matriz de láminas paralelas: uno de los lados es mucho más largo que los otros dos
- Bloques de matriz en forma de tablilla: uno de los lados es mucho más corto que los otros dos

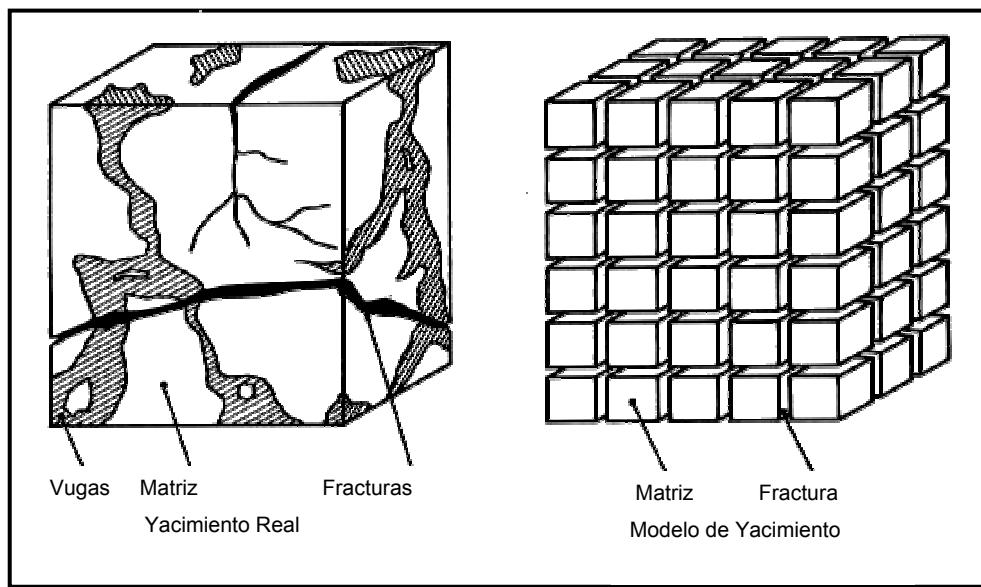


Figura 1.2 Idealización de Warren y Root de un yacimiento naturalmente fracturado

En el modelo de Warren y Root⁴ el parámetro α refleja el efecto de la geometría de los bloques de matriz en el intercambio de fluido entre la matriz y las fracturas:

$$\alpha = \frac{n(n+2)}{r_m^2}$$

$n = 1$ para bloques de matriz en forma de tablillas

$n = 2$ para bloques cilíndricos de matriz

$n = 3$ para bloques cúbicos de matriz

El intercambio de fluidos depende de la forma y el tamaño de los bloques de matriz. La forma de los bloques entra en juego a través del parámetro n , el cual indica el número de direcciones en las cuales puede haber intercambio de fluidos. Como se puede observar, mientras más alto n , más fácil el intercambio.

Por otra parte, r_m es la "longitud característica" que define el tamaño de los bloques de matriz, y se define como:

$$r_m = \frac{\text{Volumen del bloque de matriz}}{\text{Área del bloque de matriz}} \times n$$

Mientras más pequeño r_m es más fácil el intercambio de fluidos

1.3. Permeabilidad de Yacimientos Naturalmente Fracturados

La permeabilidad de las fracturas generalmente es mucho mayor que la permeabilidad de la matriz. A causa de esto, los fluidos circulan principalmente a través de las fracturas. Por lo tanto, la permeabilidad de las fracturas es la que se percibe en las pruebas de presión durante la primera etapa del período de flujo. Una prueba de presiones no permite determinar la permeabilidad de un yacimiento directamente. Sólo se determina el producto de la permeabilidad por el espesor del yacimiento, también conocido como capacidad de flujo (K.h).

Por convención y con el propósito de comparar la permeabilidad de un yacimiento fracturado y la permeabilidad de un yacimiento homogéneo, con respecto a la misma zona neta, se calcula la permeabilidad de las fracturas tomando el espesor de zona neta petrolífera como el espesor. Por ende, la permeabilidad obtenida está en el mismo orden de magnitud que la permeabilidad usual de los yacimientos (desde 10 mD a unos pocos Darcys). No se alcanzan las decenas de Darcys que se pudieran esperar de la permeabilidad intrínseca de las fracturas.

A pesar de esta convención con respecto al espesor, la "permeabilidad equivalente" de las fracturas es generalmente mayor de la que se atribuye a la matriz mediante mediciones a núcleos o de la permeabilidad que proviene de la interpretación de la herramienta RFT en la matriz. El hecho que la permeabilidad obtenida de una prueba sea mucho mayor que la de la matriz (hasta diez veces mayor), sugiere que el yacimiento está fracturado.

Suponiendo una fractura con un ancho igual a w_o , Aguilera³ presenta un expresión que permite calcular la permeabilidad de una fractura, la cual se puede representar como sigue:

$$k_f = 8.35 \times 10^6 \cdot w_o^2 \quad \text{darcys}$$

Ecuación 1.1

donde w_o esta dado en centímetros.

1.4. Modelaje Estocástico de Fracturas

Los yacimientos naturalmente fracturados se simulan por las mismas razones que los demás yacimientos. Para simular a un yacimiento, las propiedades de flujo de fluidos y de la roca a través de la que fluyen esos fluidos, deben ser convertidas a un modelo matemático y debido a que el número de incógnitas y el grado de incertidumbre acerca de los sistemas fracturados es demasiado grande, no se puede confiar en una sola representación determinística. Por lo tanto, es necesario adoptar un enfoque estocástico⁶ para el modelaje de redes de fracturas (Figura 1.3). Dos de los métodos estocásticos más empleados son:

1. El modelo que representa a la masa real de roca como una red discreta de fracturas, en el que las mismas se representan como objetos circulares y convexos en tres dimensiones, y como rectas en dos dimensiones. Según este enfoque, cada objeto o recta que representa a una fractura está definido por la localización de su centro, su forma, su tamaño y orientación. Este enfoque permite calcular las propiedades equivalentes del medio mediante una simulación Monte Carlo.

2. El modelo que representa al yacimiento como continuo heterogéneo, no considera a las fracturas como objetos, sino que más bien se hace énfasis en la simulación de los valores de las celdas que representan a las fracturas, siempre y cuando estén conectadas. Este modelo se basa en la suposición de que el yacimiento, tratado como un medio continuo anisotrópico, tendrá a alguna escala un comportamiento similar al de un medio poroso anisotrópico. Este modelo permite manejar las propiedades de los fluidos de forma muy detallada e incorporar correctamente los términos de almacenamiento en las fracturas.

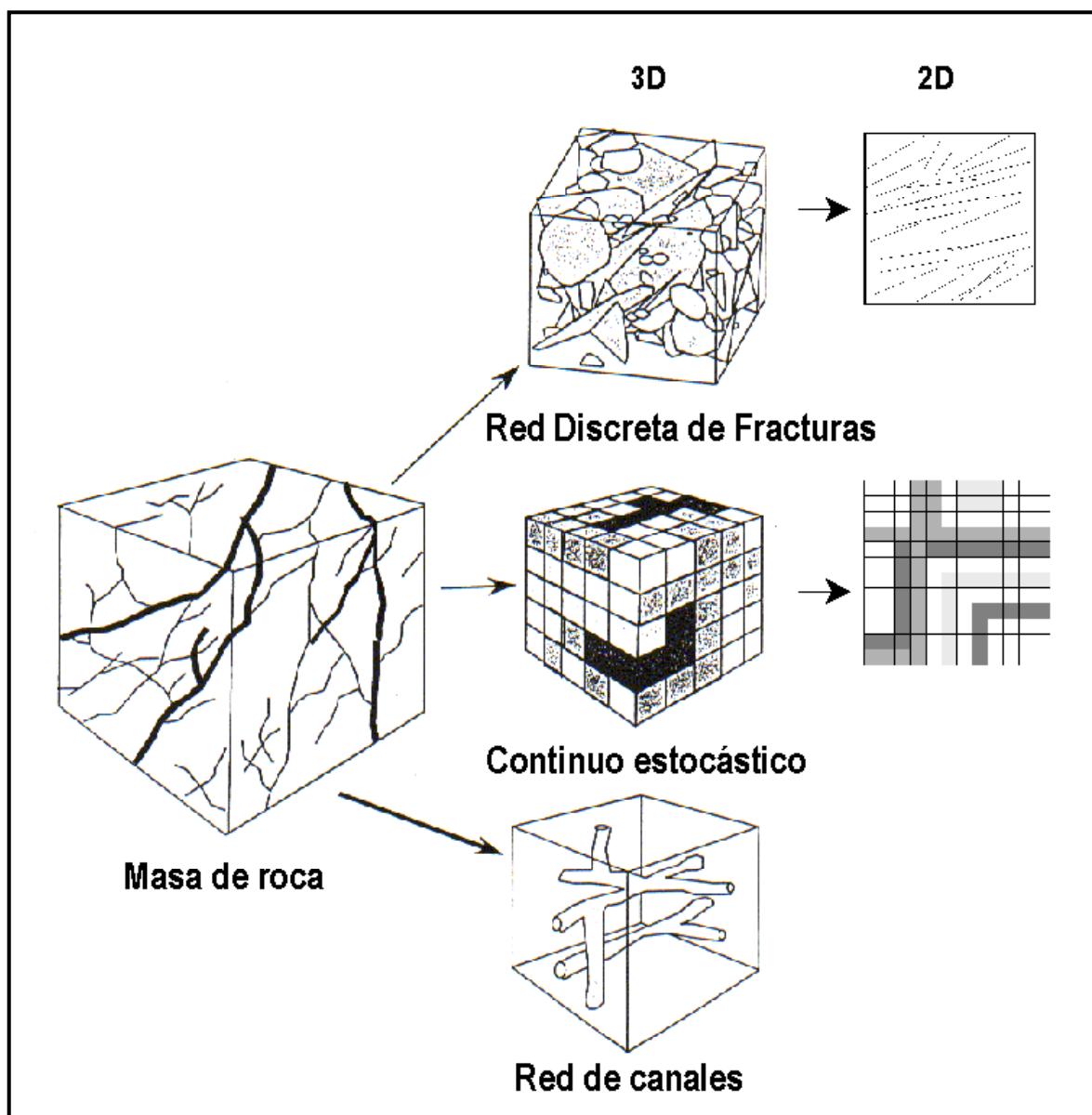


Figura 1.3 Modelos estocásticos para el modelaje de medios fracturados

Ambos modelos presentan algunas desventajas; las ondulaciones y la curvatura de las fracturas, las cuales pueden ser causadas por las variaciones en los tipos de roca y la presencia de fallas cercanas, no pueden ser modeladas mediante el análisis discreto, ya que las formas generadas son objetos planos y convexos. Por otro lado, este mismo análisis ha mostrado que algunos tipos de poblaciones de fracturas no se comportan como un medio continuo a ninguna escala, lo que trae como consecuencia que el modelo del continuo no aplique. Además, éste enfoque requiere que los datos cuantitativos geológicos y genéticos de las fracturas sean convertidos en propiedades equivalentes de medio, y no existe una manera directa de hacerlo. Por lo tanto, la escogencia de cualquiera de los dos enfoques en la simulación de redes de fractura debe estar soportada en la información de las fracturas con que se cuenta y en el grado de complejidad del modelo de simulación.

1.5. Modelos de Doble Porosidad en simuladores numéricos

Como ya se ha indicado, en los yacimientos modelados por doble porosidad, los fluidos existen en dos sistemas interconectados:

- La matriz de roca, la cual contiene esencialmente el volumen de fluidos almacenado por el yacimiento
- Las fracturas en la roca que son altamente permeables

Si los bloques de matriz están conectados sólo a través del sistema de fracturas, se supone un sistema doble porosidad de permeabilidad simple, ya que el fluido fluye a través del yacimiento sólo en la red de fracturas con los bloques de matriz actuando como fuentes. Si existe la posibilidad de flujo directamente entre los bloques de matriz, se considera al sistema de doble porosidad y doble permeabilidad. Para simular los sistemas de doble porosidad⁷, se asocian dos celdas con cada bloque en la malla geométrica, representando los volúmenes de matriz y fractura de la celda. En los simuladores numéricos la porosidad, permeabilidad, profundidad, etc. de cada celda se especifica independientemente. Se genera automáticamente un acoplamiento matriz-fractura de transmisibilidades, para así simular el flujo entre los dos sistemas debido a la expansión de los fluidos, drenaje gravitacional, presión capilar, etc.

En una corrida de doble porosidad el número de capas en la dirección Z debe ser el doble. Se asocia la primera mitad de la malla con los bloques de matriz, y la segunda mitad con las fracturas. No obstante, se aplican ciertas restricciones a la simulación de yacimientos naturalmente fracturados, como la de que los pozos sólo están conectados a las celdas que simulan a las fracturas, no así a las celdas de matriz, y que cada celda activa de matriz debe estar conectada con una celda activa de fractura.

1.6. Modelaje de Yacimientos Naturalmente Fracturados con Fractales Estocásticos

Un fractal es una forma o patrón geométrico que es complejo y detallado en estructura, a cualquier nivel de ampliación. El concepto de geometría fractal fue desarrollado por Mandelbrot⁸. Según este autor, “un fractal es una forma compuesta o constituida de partes que son similares, o se repiten del todo en alguna forma.” Se puede repetir el patrón a escalas más pequeñas para producir formas y superficies irregulares que no pueden ser representadas por la geometría Euclíadiana clásica. Se ha demostrado que los fractales tienen la capacidad de permitir una descripción y un modelo matemático apropiado para algunos patrones fragmentados e irregulares presentes en la naturaleza. Mandelbrot⁸ encontró que los fractales son útiles para caracterizar la geometría de fallas y fracturas y grupos de fracturas naturales en un amplio rango de escalas.

La amplia aceptación de los fractales para el modelaje de estructuras en Ciencias de la Tierra se debe a la comprensión de que los procesos geológicos parecen ser, de alguna forma, similares cuando se observan a diferentes escalas⁹. Sin embargo, la auto-similaridad exacta puede que no sea un modelo certero de un fenómeno natural. Por ejemplo, el segmento de una línea de costa parecería igual si se magnifica, pero no sería exactamente igual. Así pues, los objetos naturales son o deben ser más bien estadísticamente auto-similares, más que exactamente auto-similares. Esta propiedad de que los objetos pueden parecer estadísticamente similares, mientras que al mismo tiempo exhiben alguna variabilidad en los detalles a diferentes escalas, es la característica central de los fractales en la naturaleza.⁹

Algunos investigadores han demostrado la naturaleza fractal cuando se tiene un grupo de fracturas naturales. La revisión más extensa del carácter fractal de las fracturas naturales fue mostrada por Barton¹⁰, quien analizó mapas de trazas de fracturas. A su vez, existen algunos trabajos que han demostrado con éxito que el modelo fractal puede ser usado para representar el flujo en yacimientos naturalmente fracturados. En ese trabajo se supone que la red de fracturas está distribuida como un objeto fractal dentro de un sistema Euclíadiano de matriz. Estos investigadores han mostrado que la respuesta de presión y la derivada de la presión de un modelo de red de fracturas se comporta diferente de aquellos de modelos convencionales de yacimientos naturalmente fracturados.

Buitrago S., Gedler G. y Ruiz J.¹¹ desarrollaron, por otra parte, una metodología para la caracterización de sistemas fracturados, con el propósito de calcular los parámetros necesarios para un modelo de simulación de un sistema de doble porosidad. Esta metodología se usa para integrar los datos de las fracturas obtenidos de varias fuentes, tales como información geológica, estructural y estratigráfica, con el propósito de evaluar no solo cuantitativamente sino cuantitativamente las propiedades de un sistema de fracturas. Los autores toman en cuenta en esta metodología, la curvatura de los horizontes de cada intervalo, los tipos de facies, los esfuerzos geomecánicos y las fallas inferidas de la información sísmica.

CAPÍTULO II

ANÁLISIS DE PRUEBAS DE PRESIONES

En este capítulo se contemplan aspectos generales acerca de las pruebas de presiones y los métodos utilizados para su interpretación. Se incluyen además, los modelos analíticos de interpretación de pruebas de presiones en yacimientos naturalmente fracturados y el análisis de flujo para yacimientos de este tipo.

2.1 Introducción

El propósito de una prueba de presiones es adquirir información tanto cualitativa como cuantitativa del pozo y del yacimiento que está siendo estudiado¹². Es una técnica de medición indirecta, a diferencia de los métodos directos como el muestreo de núcleos por ejemplo. Mediante las pruebas de pozos se puede obtener información dinámica del yacimiento, mientras que con los métodos directos solo se obtiene información estática, la cual es insuficiente para predecir el comportamiento del yacimiento.

Durante una prueba de presión se monitorea la respuesta al cambio de las condiciones de producción de un yacimiento. Debido a que la respuesta es en mayor o menor grado característica de las propiedades del yacimiento, se hace posible en muchos casos inferir de esta respuesta las propiedades del yacimiento en la vecindad del pozo. La interpretación de las pruebas de un pozo es un problema “inverso” en el que los parámetros del modelo se infieren mediante el análisis de la respuesta del modelo a una entrada de datos determinada (Figura 2.1).

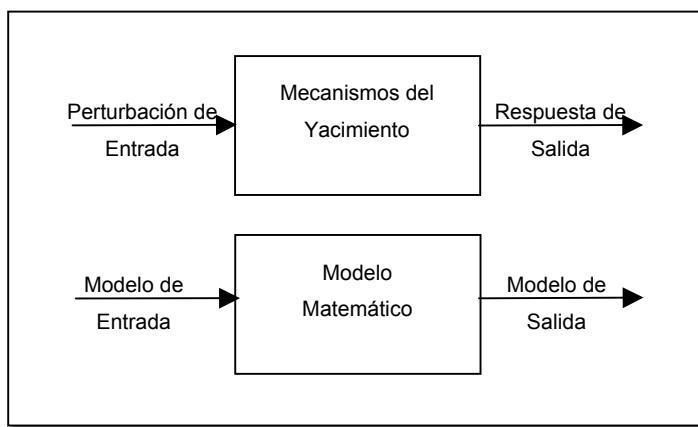


Figura 2.1 Analogía entre los mecanismos del yacimiento y los modelos matemáticos

2.2 Pruebas de pozo o pruebas de presiones

En la mayoría de los casos de muestreo de pozos, la respuesta que se mide del yacimiento, es la respuesta de presión. Es por esto, que en muchos casos el análisis de pruebas de pozos es sinónimo de análisis de la presión. La variación de la presión se debe a cambios en la producción o inyección de fluidos, siempre y cuando se especifique la tasa de flujo como entrada y la presión como la salida.

En la interpretación de las pruebas de pozos se usa un modelo matemático para relacionar la respuesta de la presión, es decir la salida, con la historia de la tasa de flujo, o lo que es lo mismo, la entrada. Habiendo especificado que la historia de la tasa de flujo en el modelo es la misma que en el campo, es posible “inferir” los parámetros del yacimiento, observando la salida del modelo de presión. Evidentemente pueden existir un gran número de complicaciones involucradas en este proceso, ya que el modelo puede actuar como un yacimiento real aun cuando las suposiciones físicas sean completamente invalidas. Esta ambigüedad es inherente a todos los problemas inversos, incluyendo muchos otros procedimientos utilizados en la ingeniería de yacimientos, como por ejemplo, el cotejo histórico en simulación, el análisis de curvas de declinación, balance material, etc. Sin embargo, los riesgos pueden ser minimizados especificando cuidadosamente la prueba del pozo de tal forma que la respuesta sea lo más característica posible de los parámetros del

yacimiento en estudio. Por ende, el diseño e interpretación de una prueba de pozo depende de los objetivos que se deseen alcanzar.

Usualmente los objetivos de una prueba de pozo están englobados en tres grandes categorías:

- Descripción del yacimiento
- Evaluación del yacimiento
- Gerencia futura del yacimiento

2.3 Tipos de pruebas de presiones

Normalmente el tipo de prueba de presión que se lleva a cabo depende de los objetivos. En otros casos la escogencia se basa en limitaciones prácticas o experiencias de campo. Los tipos de pruebas de presiones que generalmente se realizan a un pozo son los siguientes:

2.3.1 Prueba de abatimiento de presión (Drawdown Test)

En una prueba de abatimiento de presión, un pozo que está estático, estable y cerrado, se abre a producción. Para propósitos del análisis tradicional, la tasa de flujo se supone constante.

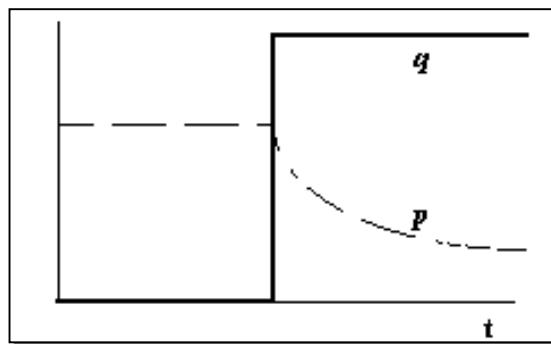


Figura 2.2 Esquema de tasa y presión en una prueba de abatimiento

Muchas de las técnicas de análisis tradicional se derivan usando como base la prueba de abatimiento. En la práctica, las pruebas de abatimiento suelen ser difíciles de llevar a cabo bajo ciertas condiciones. Específicamente las dificultades radican en que:

- Es difícil hacer fluir al pozo a una tasa constante, aun después de estar más o menos estabilizado.
- Cuando las condiciones del pozo no son inicialmente estáticas o estables, especialmente si el pozo ha sido perforado recientemente o se ha dejado fluir previamente.

La prueba de abatimiento es un buen método para delimitar al yacimiento, ya que el tiempo de observación requerido para una respuesta de borde es largo, y las fluctuaciones en la tasa de flujo se hacen menos significativas en períodos de tiempo muy largos.

2.3.2 Prueba de Restauración de Presión (Buildup)

En una prueba de restauración de presión, un pozo el cual esta fluyendo a una tasa constante (idealmente), se cierra y se mide la presión de fondo del hoyo mientras la presión se restaura (Figura 2.3). El análisis de una prueba de restauración requiere solo algunas modificaciones de las técnicas usadas para interpretar en la prueba de abatimiento a tasa constante. La ventaja práctica de una prueba de restauración es que la condición de flujo constante es más fácil de alcanzar (ya que la tasa de flujo es cero).

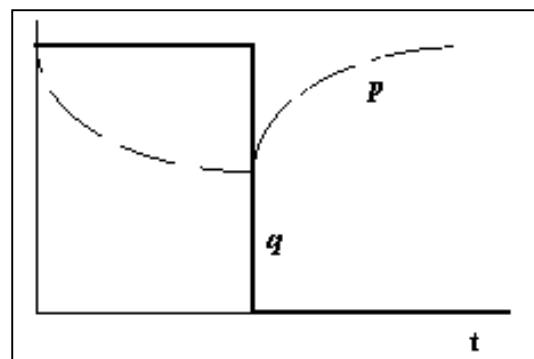


Figura 2.3 Esquema de tasa y presión en una prueba de restauración o “Build up”

La prueba de restauración también tiene algunas desventajas, las cuales son:

- La dificultad de alcanzar una tasa constante de producción antes de cerrar el pozo. En particular, puede ser necesario cerrar el pozo brevemente para correr la herramienta de presión dentro del hoyo.
- No existe producción mientras el pozo está cerrado, es decir se cierra producción para hacer la prueba.

2.3.3 Prueba de inyección

Esta prueba es conceptualmente idéntica a una prueba de abatimiento, con excepción de que el flujo va “hacia dentro del pozo” y no hacia fuera del mismo.

En este tipo de prueba la tasa de inyección se puede controlar más fácilmente que la tasa de producción. Sin embargo, el análisis de los resultados de la prueba se puede complicar debido a efectos de multifase a menos que, el fluido inyectado sea el mismo que el fluido original del yacimiento (Figura 2.4).

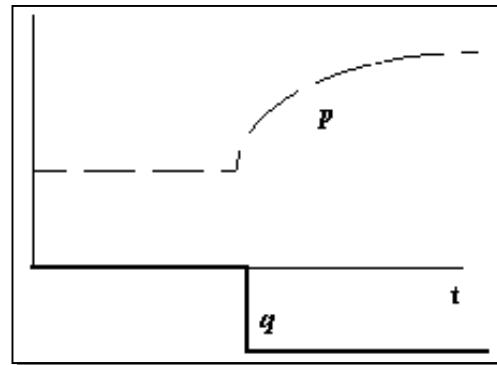


Figura 2.4 Esquema de tasa y presión en una prueba de prueba de Inyección

2.3.4 Prueba de “Falloff”

En una prueba de “falloff” se mide la declinación de presión subsecuente al cese de la inyección (Figura 2.5). Esta prueba es conceptualmente idéntica a la prueba de restauración de presión.

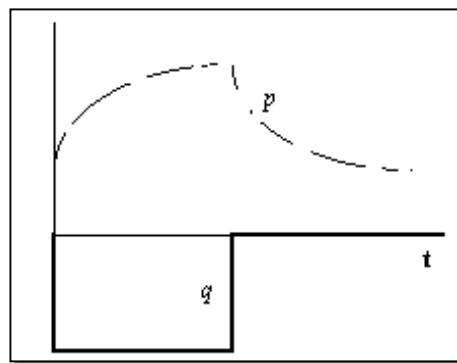


Figura 2.5 Esquema de tasa y presión en una prueba de "falloff"

Tal como con la prueba de inyección, la interpretación de la prueba de “falloff” es más difícil si el fluido injectado es diferente del fluido original del yacimiento.

2.3.5 Prueba de Interferencia

En una prueba de este tipo, se abre a producción un pozo y se observa la presión en un pozo diferente. En una prueba de interferencia se monitorean los cambios de presión en el yacimiento a cierta distancia del pozo que originalmente está produciendo. Es por esto, que una prueba de interferencia puede ser muy útil para caracterizar las propiedades del yacimiento en un rango más amplio que las pruebas de pozos individuales. Los cambios en la presión a cierta distancia del pozo productor son mucho más pequeños que en el mismo pozo productor. Por eso la prueba de interferencia necesita de instrumentos más sensibles de la presión y más tiempo para llevar a cabo la prueba. Las pruebas de interferencia se pueden usar sin importar el tipo de cambio de presión inducido en el pozo activo, es decir, pruebas de restauración, abatimiento, de inyección, etc.

Un objetivo importante de este tipo de prueba es tratar de determinar las direcciones de anisotropía de la permeabilidad y al conectividad entre pozos. En el mejor de los casos, si se utiliza un arreglo de pozos observadores adecuado y la prueba es exitosa, se puede determinar el tensor de permeabilidades alrededor del pozo probado.

2.4 Flujo de Fluidos en el Medio Poroso

Para entender el análisis de pruebas de pozos es conveniente iniciar la discusión definiendo tres términos básicos: el estado inestable o *flujo transiente*, el estado *semi-estable* y el *estado estable*.

1. Flujo Transiente o transitorio:

Es la primera parte del comportamiento de presión en un pozo que produce a una tasa constante. Durante el tiempo de producción inicial o temprano, el comportamiento de la presión es esencialmente el mismo que en el caso de un yacimiento infinito. Este es el período de flujo transiente. La presión en el pozo se puede describir mediante la siguiente ecuación, para cubrir la mayoría de los casos prácticos:

$$\text{Presión del pozo} = \text{Presión inicial} - A[\log(t) - B]$$

donde A y B son constantes que dependen del yacimiento, y t es el tiempo de producción. Durante el período transiente, al graficar la presión del pozo versus el logaritmo del tiempo de flujo, se obtiene una línea recta. En coordenadas cartesianas la presión del pozo declina rápidamente al principio y luego menos rápido a medida que avanza el tiempo.

2. Flujo Semi-estable:

Si no existe flujo a través de los límites del área de drenaje a medida que transcurre el tiempo de producción, el comportamiento de la presión empezará a desviarse del comportamiento de un yacimiento infinito. En este tiempo llamado “transiente tardío”, comenzará a declinar la presión a

una tasa más alta que un yacimiento infinito. Ese cambio de presión corresponde a los puntos dentro de los límites del radio de drenaje. Finalmente, si la compresibilidad es pequeña y constante, la tasa de declinación de la presión llegará a ser igual en los bordes del área de drenaje. Este es un período de estado semi-estable. Todas las presiones en el área de drenaje del pozo ahora decrecen en la misma tasa en un tiempo dado. La diferencia entre la presión promedio del yacimiento y la presión del pozo permanece constante durante este período.

3. Flujo de Estado Estable:

En el flujo de estado estable, a una tasa constante del pozo, la presión en cualquier punto en el yacimiento permanecerá constante con el tiempo. Este caso es poco común en yacimientos de petróleo. Los casos de mantenimiento de presión mediante la inyección de agua o gas, son los que más se acercan al caso de flujo de estado estable.

2.5 Análisis de las Pruebas de Presión

Existen muchos métodos que pueden ser utilizados para analizar pruebas de presiones, los cuales se pueden clasificar en dos grupos principales:

- Los métodos convencionales (análisis Tipo de Horner, MDH, etc)
- Los métodos que hacen uso de las Curvas Tipo.

Dentro de cada uno de los dos grupos, los métodos de análisis dependen del tipo de pozo, yacimiento y barreras del yacimiento.

2.5.1 Métodos convencionales

Los métodos convencionales fueron desarrollados en los años treinta y fueron los únicos disponibles hasta los años setenta. Estos métodos consisten en identificar los diferentes períodos de flujo característicos, a medida que la presión va siendo medida. Durante el período de flujo característico

(radial, linear, etc.) la variación de la presión está representada sobre una escala de tiempo adaptada con el propósito de obtener una línea recta para el tipo de flujo en particular.

Sin embargo, usar los métodos convencionales para analizar pruebas de presión conlleva a algunos inconvenientes:

- Algunas veces se hace difícil identificar un tipo de flujo, el cual se corresponda a una línea recta en un gráfico de presión versus tiempo. La línea recta existe sólo si los diferentes flujos están separados. De otra forma no existe línea recta (para cada tipo de flujo), y no se puede realizar ninguna interpretación convencional.
- La interpretación toma en cuenta sólo los puntos localizados sobre la línea recta. Los puntos que corresponden a la transición entre dos tipos de flujo no se usan.

A causa de esto, algunas veces ocurre que sólo se use en el análisis convencional una pequeña proporción de los datos.

Algunas veces se hace difícil dibujar la línea recta apropiada. En muchas interpretaciones pueden aparecer varias, y con frecuencia es difícil determinar cual de ellas es relevante para el análisis, ya que algunas sólo corresponden a la tangente de una curva con una pequeña curvatura.

2.5.2 Cotejo con curvas tipo

Este método comenzó a ser usado en los años setenta, pero solo llegó a ser desarrollado y difundido en los años ochenta por A. Gringarten¹³ y Bourdet¹³. En primera instancia aparecieron en la forma de “sets” o grupos de Curvas Tipo usando parámetros adimensionales. Las curvas sufrieron simplificaciones para ser presentadas más fácilmente, lo cual sin embargo, limita algunas veces sus condiciones de uso. La popularidad de las Curvas Tipo está directamente relacionada a los enormes progresos logrados en el área de computación, debido a la considerable reducción en el tiempo de CPU, en el incremento de la potencia de los computadores.

Lo anterior implica que las variaciones de presión esperadas a través de una prueba de presiones pueden ser simuladas de acuerdo a la configuración de pozo-yacimiento escogida a través de modelos analíticos, con una mínima cantidad de simplificaciones. Las Curvas Tipo generadas mediante un modelo en un computador personal han eliminado la mayoría de las limitaciones del método. Desde 1983, las Curvas Tipo se han mejorado mucho a medida que se usan en conjunto con la derivada de la presión, tal y como ha sido desarrollado por Bourdet et al.¹⁴ en múltiples publicaciones.

2.6 Procedimiento de interpretación de las Curvas Tipo

Debido a que las Curvas Tipo se han integrado al análisis, los procedimientos para el análisis de pruebas de presión, éstas se han modificado considerablemente¹². Entre los métodos de análisis (tanto convencionales como de cotejo de Curvas Tipo), más ampliamente usados se encuentran los siguientes:

2.6.1 Análisis de Horner (Método convencional)

Este es un análisis convencional que se lleva a cabo graficando en escalas semilog la presión versus una expresión de tiempo conocida comúnmente como tiempo de Horner. $((t+\Delta t)/\Delta t)$.

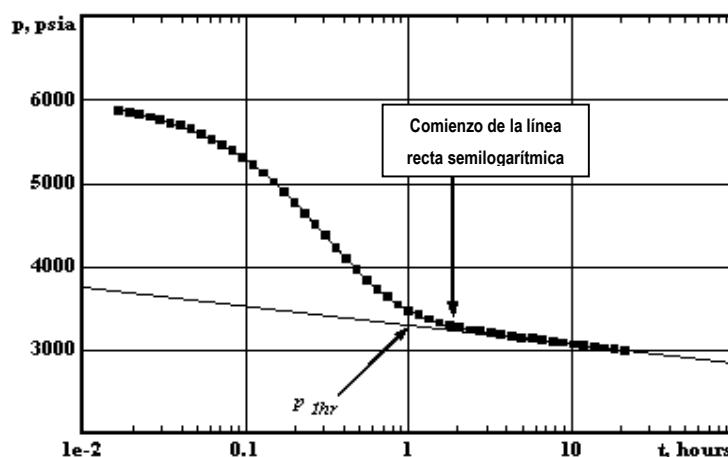


Figura 2.6 Gráfico Tipo de Horner (Presión versus tiempo)

2.6.2 Análisis log-log (Análisis con Curvas Tipo)

En este caso se grafica la presión adimensional versus el tiempo adimensional. Las curvas tipo representan la variación en presión versus tiempo para una configuración específica de pozo-yacimiento. Se generan usando un modelo analítico y se expresan en variables adimensionales.

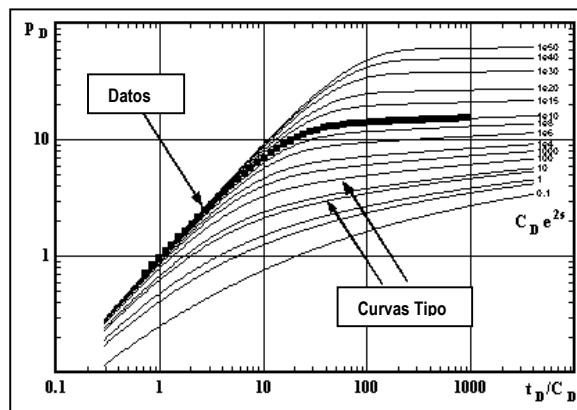


Figura 2.7 Curvas tipo de la presión adimensional versus el tiempo adimensional

2.6.3 Análisis de la derivada de la presión (Análisis con Curvas Tipo)

En este análisis se grafica la derivada de la presión (con respecto al logaritmo natural del tiempo adimensional) versus el tiempo adimensional en escalas log-log. Este método se complementa con el análisis log-log en la caracterización del yacimiento.

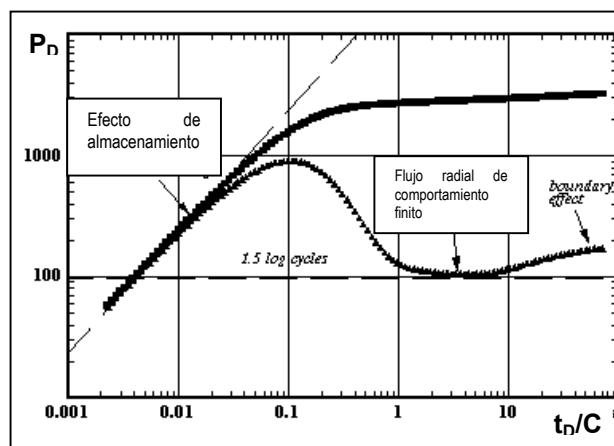


Figura 2.8 Derivada de la presión adimensional versus el tiempo adimensional

En la siguiente serie de gráficos esquemáticos se muestra el procedimiento usual de cotejo con Curvas Tipo:

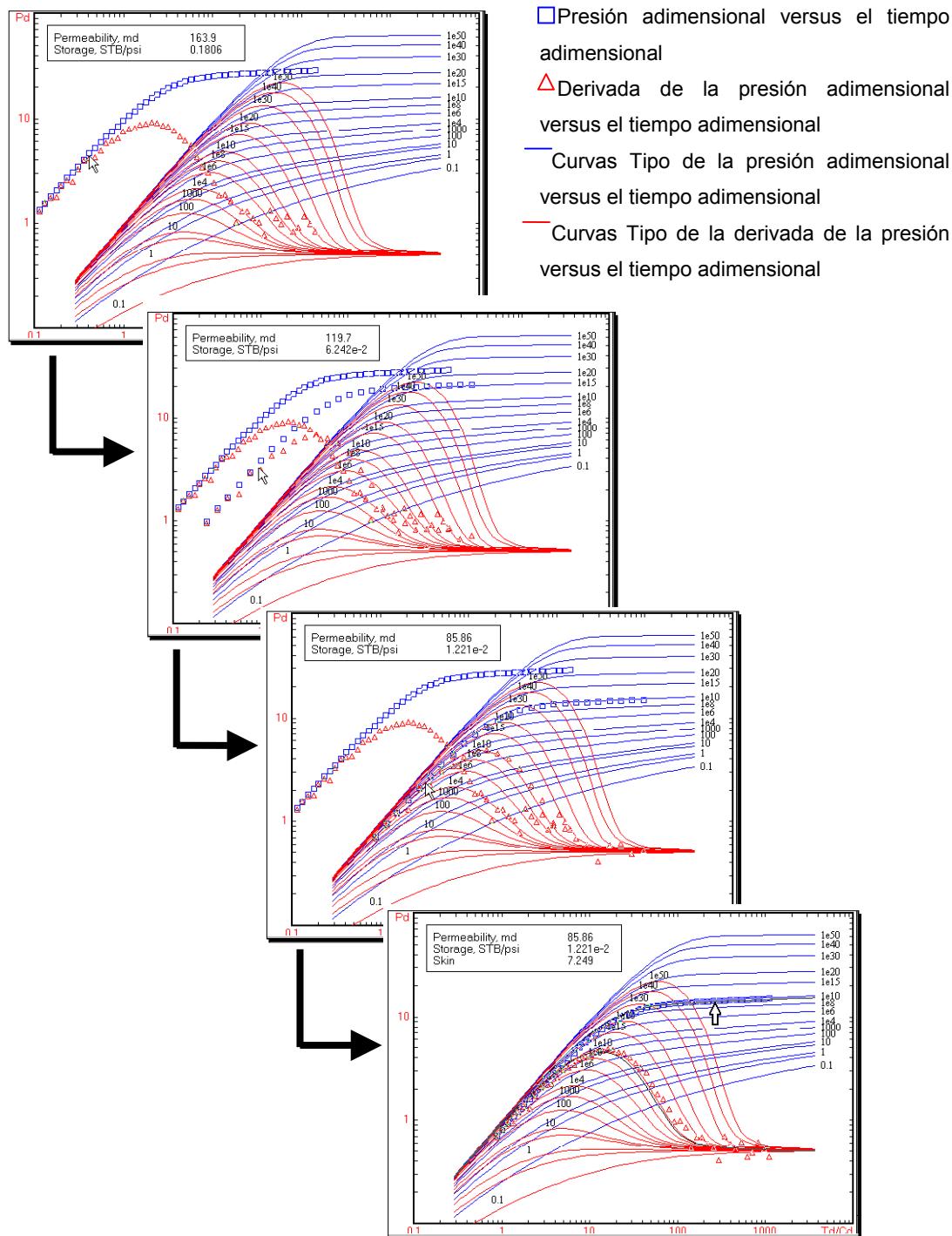


Figura 2.9 Proceso de cotejo con curvas tipo

2.7 Modelos Analíticos para Análisis de Presiones en Yacimientos Naturalmente Fracturados

El comportamiento de abatimiento y restauración de un yacimiento naturalmente fracturado ha sido investigado desde el punto de vista teórico por algunos autores. Warren y Root⁴ desarrollaron una teoría detallada basada en el trabajo teórico de Barenblatt y Zheltov¹⁶, el cual supone un sistema fracturado como un sistema idéntico de paralelepipedos rectangulares, separados por una red regular de fracturas. Además, derivaron una función de respuesta de presión para este sistema. Por lo tanto, el yacimiento debería estar compuesto de bloques que serían capaces de intercambiar fluidos con las fracturas.

Barenblatt y Zheltov¹⁶ sugirieron que el flujo desde la matriz podía ser considerado en una primera aproximación bajo un régimen semi-estable. Con ésta suposición, Warren y Root desarrollaron la ecuación diferencial y obtuvieron soluciones analíticas para el análisis de pruebas de pozos. Tomando en cuenta estas suposiciones y al graficar en un gráfico tipo Horner, se pueden observar dos líneas rectas paralelas conectadas por una zona de transición de pendiente variable. La distancia vertical entre las rectas está relacionada con la capacidad relativa de almacenamiento de las fracturas y las pendientes con la capacidad de flujo del yacimiento.

Posteriormente, Odeh¹⁷ propuso un modelo basado también en la suposición de estado semi-estable de los bloques de matriz y obtuvo soluciones similares. Odeh observó que en muchos casos la primera línea recta y la zona de transición ocurrían rápidamente. Es por esto, que el comportamiento de presión de un yacimiento fracturado no puede ser distinguido a partir de las mediciones convencionales tal como se hace con los yacimientos homogéneos. Sin embargo, usando técnicas apropiadas de medición, las cuales están ahora disponibles, tales como sensores de presión de gran precisión, se pueden medir las curvas características.

Más recientemente Kazemi¹⁸ desarrolló un modelo numérico de un yacimiento infinito con un plano horizontal de fractura y simetría radial, approximando un yacimiento naturalmente fracturado por un sistema de capas compuesto por capas finas y con alta conductividad representando las fracturas adyacentes, y capas aun más finas con muy baja conductividad y alta capacidad de almacenamiento, representando a la matriz. Kazemi consideró el estado inestable de la matriz y el

flujo directo de la matriz al pozo. Los resultados de Kazemi son similares a los obtenidos por Warren y Root, excepto por una zona de transición más suavizada como resultado del régimen de flujo no permanente en la matriz de roca. Por otra parte, Kazemi recalcó el hecho de que el flujo directo desde la matriz al pozo no afecta los resultados en forma sensible. Además, concluyó que el modelo de Warren y Root solo es válido para yacimientos con una distribución de fracturas uniforme y con un contraste grande entre las capacidades de flujo de la matriz y de la fractura.

Más tarde De Swaan¹⁹ presentó un modelo que considera el comportamiento de estado transitorio para la porosidad primaria, considerando dos geometrías: fracturas horizontales, bloques en forma de tablillas infinitas y bloques esféricos de matriz.

2.8 Análisis del Flujo en Yacimientos Naturalmente Fracturados

La facilidad con que los fluidos son intercambiados entre la matriz y las fracturas depende de dos factores:

- la geometría de los bloques de matriz, y
- la razón entre la permeabilidad de la matriz (k_2) y la permeabilidad de las fracturas (K_1).

Como se mencionó anteriormente, Warren y Root⁴, presentaron un modelo basado en el concepto matemático de superposición de dos medios porosos introducido previamente por Barenblatt¹. Los autores se basaron en el hecho de que en el caso más general, tanto la porosidad primaria como la secundaria, están presentes en el yacimiento: "Un sistema independiente de porosidad secundaria es superpuesto a la porosidad primaria o un sistema intergranular. La idealización obvia de un medio poroso intermedio es un compilado de elementos volumétricos discretos con porosidad primaria emparentado anisotrópicamente por espacios vacíos secundarios.". Según los mismos autores, el material con la porosidad primaria está contenido dentro de paralelepípedos rectangulares idénticos. La porosidad secundaria está contenida dentro de un sistema ortogonal de fracturas continuamente uniformes, las cuales están orientadas de tal forma que cada fractura es paralela a uno de los ejes

principales de permeabilidad. El flujo hacia el pozo puede darse sólo entre la porosidad primaria y la secundaria pero no a través de la porosidad primaria.

Mientras el modelo supuesto implica ciertamente heterogeneidad a una escala macroscópica, se puede considerar "homogéneo" si las dimensiones, de los bloques homogéneos, son pequeñas en comparación a las del yacimiento¹⁵. Para el caso de flujo radial en un yacimiento homogéneo, la ecuación de difusividad puede escribirse como sigue:

$$\frac{1}{r} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial p}{\partial r} \right) \right] + c \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2 = \frac{\phi \mu c}{k} \left(\frac{\partial p}{\partial t} \right)$$
Ecuación 2.1

Para un fluido ligeramente compresible, c es muy pequeño, por lo que se desprecia el término:

$$c \left(\frac{\partial p}{\partial r} \right)^2$$

y se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} = \left(\frac{\phi \mu c}{k} \right) \frac{\partial p}{\partial t}$$
Ecuación 2.2

En forma adimensional la ecuación de difusividad se puede describir de la siguiente manera:

$$\frac{\partial^2 P_D}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial P_D}{\partial r_D} = \frac{\partial P_D}{\partial t_D}$$
Ecuación 2.3

La solución analítica de la ecuación de difusividad, restringida por condiciones de borde que representan a un yacimiento infinito, tiene la siguiente forma:

$$P_D(r_D, t_D) = -\frac{1}{2} E_i \left(-\frac{r_D^2}{4t_D} \right) \quad \text{Ecuación 2.4}$$

Donde :

$$P_D = \frac{Kh(P_i - P_{(r,t)})}{141.2qB\mu}$$

$$t_D = \frac{0.000264 Kt}{\phi \mu C_t r_w^2}$$

$$r_D = \frac{r}{r_w}$$

En este caso, E_i es la función exponencial-integral. Para propósitos prácticos esta ecuación puede ser aproximada por:

$$P_D(r_D, t_D) \approx -\frac{1}{2} \left[\ln \left(\frac{t_D}{r_D^2} \right) + 0.80907 \right] \quad \text{Ecuación 2.5}$$

cuando $t_D / r_D^2 > 100$

Según Warren y Root⁴, "El material con la porosidad primaria está contenido dentro de paralelepípedos rectangulares idénticos. La porosidad secundaria está contenida dentro de un sistema ortogonal de fracturas continuamente uniformes, las cuales están orientadas de tal forma que cada fractura es paralela a uno de los ejes principales de permeabilidad".

Aplicando la ecuación de difusividad para un yacimiento con la geometría del modelo por ellos planteado, desarrollaron las siguientes ecuaciones (en forma adimensional):

$$\frac{\partial^2 P_{fD}}{\partial r_D^2} + \frac{1}{r_D} \frac{\partial P_{fD}}{\partial r_D} = (1 - \omega) \frac{\partial P_{mD}}{\partial t_D} + \omega \frac{\partial P_{fD}}{\partial t_D} \quad \text{Ecuación 2.6}$$

$$(1 - \omega) \frac{\partial P_{mD}}{\partial t_D} = \lambda (P_{fD} - P_{mD}) \quad \text{Ecuación 2.7}$$

Donde:

$$\lambda = \frac{\alpha k_m r_w^2}{\bar{k}_f} \quad \text{Ecuación 2.8}$$

$$\omega = \frac{\phi_f C_f}{(\phi_m C_m + \phi_f C_f)} \quad \text{Ecuación 2.9}$$

Los parámetros ω y λ son características del yacimiento en estudio. Waren y Root establecieron que estos dos parámetros son suficientes para caracterizar la desviación de un yacimiento fracturado con respecto a un medio poroso homogéneo. El parámetro ω , o tasa de almacenamiento, relaciona la capacidad de almacenamiento de las fracturas con el sistema completo matriz-fractura. La manera en que el intercambio de fluidos entre la matriz y las fracturas ocurre, se describe mediante el parámetro adimensional λ , también llamado tasa de transmisibilidad. Mientras λ sea más grande, ocurrirá con mayor facilidad el intercambio de fluidos entre la matriz y las fracturas, y además mayor será la permeabilidad de la matriz, K_m . El rango más común de valores de λ es 10^{-4} y 10^{-8} .

El parámetro α , previamente señalado, refleja el efecto de la geometría de los bloques de matriz en el intercambio de fluidos entre la matriz y las fracturas.

Warren y Root desarrollaron expresiones para la presión en función del tiempo, ω y λ , para un yacimiento infinito que produce a una tasa constante, obteniendo la siguiente solución analítica:

$$P_{WD} = \frac{1}{2} \left[\ln t_D + 0.80908 + E_i\left(\frac{-\lambda t_D}{\omega(1-\omega)}\right) - E_i\left(\frac{-\lambda t_D}{(1-\omega)}\right) \right] + S \quad \text{Ecuación 2.10}$$

Donde:

$$t_D = \frac{2.637 \cdot 10^{-4} k_f t}{(\phi_f C_f + \phi_m C_m) \mu r_w^2}$$

2.9 Análisis de Pruebas de Presión en Yacimientos Naturalmente Fracturados

Existen diferentes comportamientos de doble porosidad, dependiendo del grado de interacción, o tipo de flujo interporoso, entre los dos medios^{15,20}. El primer comportamiento es aquel caracterizado por un flujo interporoso restringido también conocido como flujo de estado semi-estable. Se logra cuando hay un impedimento significativo al flujo o un daño interporoso entre el medio más permeable y el menos permeable, y está representado en el Modelo de Warren y Root⁴. El segundo es el flujo interporoso no restringido o modelo de flujo transiente. Este último de logra cuando no hay daño interporoso, así lo supone Swaan¹⁹ en su modelo para un yacimiento naturalmente fracturado. A continuación se describen las distintas técnicas disponibles para la identificación del comportamiento de doble porosidad a partir de los datos de pruebas de presiones.

2.9.1 Análisis convencional (semilogarítmico)

En el análisis convencional se grafica la prueba de presiones versus alguna función de tiempo utilizando una escala semilogarítmica, como se observa en la Figura 2.10a y 2.10b

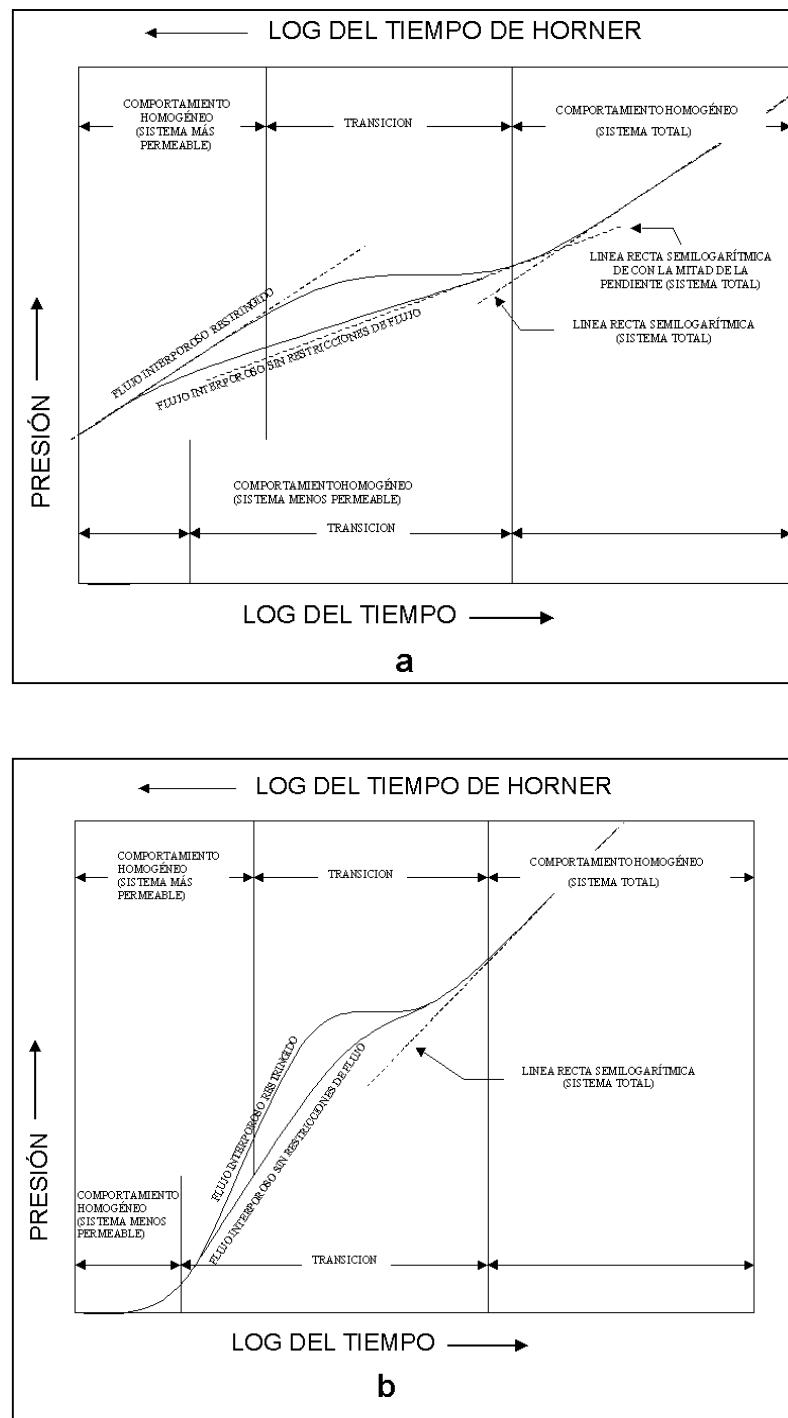


Figura 2.10 Comportamiento de doble porosidad: gráfico semilogarítmico

En teoría, el comportamiento de doble porosidad se traduce en dos líneas paralelas en un gráfico semilogarítmico, suponiendo que no existe efecto de almacenamiento y/o efectos de borde²¹. La primera línea recta semilogarítmica representa el comportamiento homogéneo del medio más permeable antes de que el medio menos permeable comience la recarga de fluido. Como lo indica la Figura 2.10(a), esta primera línea recta dura mucho más para flujo interporoso restringido que para flujo interporoso no restringido. La segunda línea recta representa el comportamiento homogéneo de ambos medios porosos cuando la recarga del medio menos permeable está completamente establecida. Las dos líneas rectas paralelas están separadas por una zona de transición que representa el principio del flujo interporoso. La transición puede ser una línea recta en el caso de flujo interporoso no restringido. La pendiente de tales líneas rectas en la zona de transición generalmente es igual a la mitad de la pendiente de las dos líneas paralelas.

En la práctica, las dos líneas rectas paralelas pueden presentarse o no. Lo anterior depende de la condición del pozo, la composición del fluido del yacimiento y la duración de la prueba. Como consecuencia de esto, el mismo pozo puede generar diferentes respuestas, en diferentes pruebas. La línea recta representa el comportamiento homogéneo del sistema total y no es característico del comportamiento de doble porosidad. Se puede ver entonces como un gráfico semilogarítmico no es una herramienta suficiente para la identificación del comportamiento de doble porosidad. En general, las técnicas de análisis de línea recta no son válidas como herramientas de diagnóstico, ya que una aparente línea recta a través de un rango de datos no confirma necesariamente la existencia de un régimen de flujo específico.

2.9.2 Análisis Log-Log

El análisis log-log involucra un gráfico log-log del cambio de presión adimensional versus el tiempo transcurrido. El comportamiento de doble porosidad genera una curva de presión con forma de "S" en un gráfico log-log (Figura 2.11). La porción inicial de la curva representa un comportamiento homogéneo como resultado del agotamiento solamente en la parte del medio poroso más permeable. Lo anterior corresponde a la región llamada "comportamiento homogéneo (sistema más permeable)" en la Figura 2.10a y 2.10b. Le sigue una zona de transición, que

corresponde al flujo interporoso, durante la cual la presión en ambos medios porosos tiende a equilibrarse. Finalmente, se retoma de nuevo el comportamiento homogéneo, como un resultado del agotamiento en ambos medios porosos al mismo tiempo. Esto se corresponde a la región denominada “comportamiento homogéneo (sistema total)” en la Figura 2.10a y 2.10b. Como muestra la Figura 2.11, la transición puede empezar muy temprano en el caso de flujo interporoso no restringido, en tales casos, el primer comportamiento homogéneo puede que no se ve en la práctica.

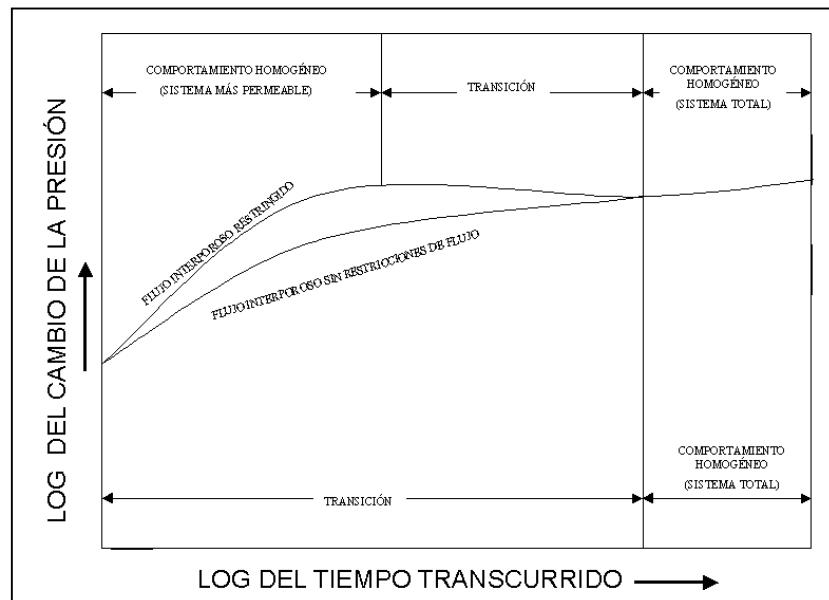


Figura 2.11 Comportamiento de doble porosidad: gráfico log-log

El análisis log-log representa una mejora significativa sobre el análisis convencional para identificar el comportamiento de doble porosidad. Sin embargo, no es totalmente confiable. Por ejemplo, normalmente es difícil ver la forma de S en pozos altamente dañados. El comportamiento del pozo puede ser entonces diagnosticado erróneamente como un comportamiento homogéneo. Además, se puede encontrar también una forma de S en yacimientos semi-infinitos con comportamiento homogéneo.

2.9.3 Análisis de la Derivada de la Presión

El análisis de la derivada de la presión involucra un gráfico log-log de la derivada de la presión con respecto a alguna función del tiempo transcurrido, como se puede observar en las Figuras 2.12a y 2.12b. El comportamiento de doble porosidad se caracteriza por la existencia de un mínimo en la derivada de la presión. Para una prueba con una duración adecuada, este mínimo puede estar tanto precedido como seguido por una estabilización, como en la Figura 2.12a, o solamente seguido por una estabilización, como en la Figura 2.12b. Adicionalmente, podría haber un máximo en los primeros tiempos iniciales si el pozo está dañado (Figura 2.12a y 2.12b), o podría no existir máximo si el pozo no está dañado o estimulado. Podría incluso existir una tendencia creciente o decreciente hacia los tiempos finales si el yacimiento está limitado por una barrera.

La primera estabilización mostrada en la Figura 2.12a representa el comportamiento homogéneo del medio más permeable y corresponde a la primera línea recta semilogarítmica en la Figura 2.10a. La segunda estabilización ocurre al mismo valor de derivada de la presión que el primero y representa el comportamiento homogéneo del sistema total. Además, se corresponde a la segunda línea paralela en la Figura 2.10a. La estabilización en la Figura 2.12b representa el comportamiento homogéneo del sistema total y corresponde a la línea recta semilogarítmica de la Figura 2.10b.

La forma del mínimo depende del tipo de comportamiento de doble porosidad. Como se muestra en las Figuras 2.12a y 2.12b, el flujo interporoso restringido produce una forma de mínimo tipo "V", mientras que el flujo interporoso no restringido produce un mínimo en forma de "U" abierta. La parte más baja del flujo interporoso no restringido corresponde al valor de la derivada de la presión que es siempre más grande o igual a la mitad del valor de la derivada de la presión el nivel de estabilización.

La derivada de la presión proporciona el medio más eficiente para la identificación de un sistema de doble porosidad a partir de una prueba de los datos de una prueba de pozo, siempre y cuando se pueda obtener una curva apropiada de la derivada de la presión. La principal limitación proviene de la calidad de la data de presión disponible y aun más importante, del algoritmo usado para calcular la derivada de la presión. La confiabilidad del análisis de pruebas de presiones se ha mejorado mucho con el uso de la derivada. La única ambigüedad significativa existe entre el comportamiento de doble

porosidad con flujo interporoso no restringido, y el comportamiento de un yacimiento homogéneo con una falla sellante, debido a que ambos exhiben formas de similares de las curvas de la derivada de la presión.

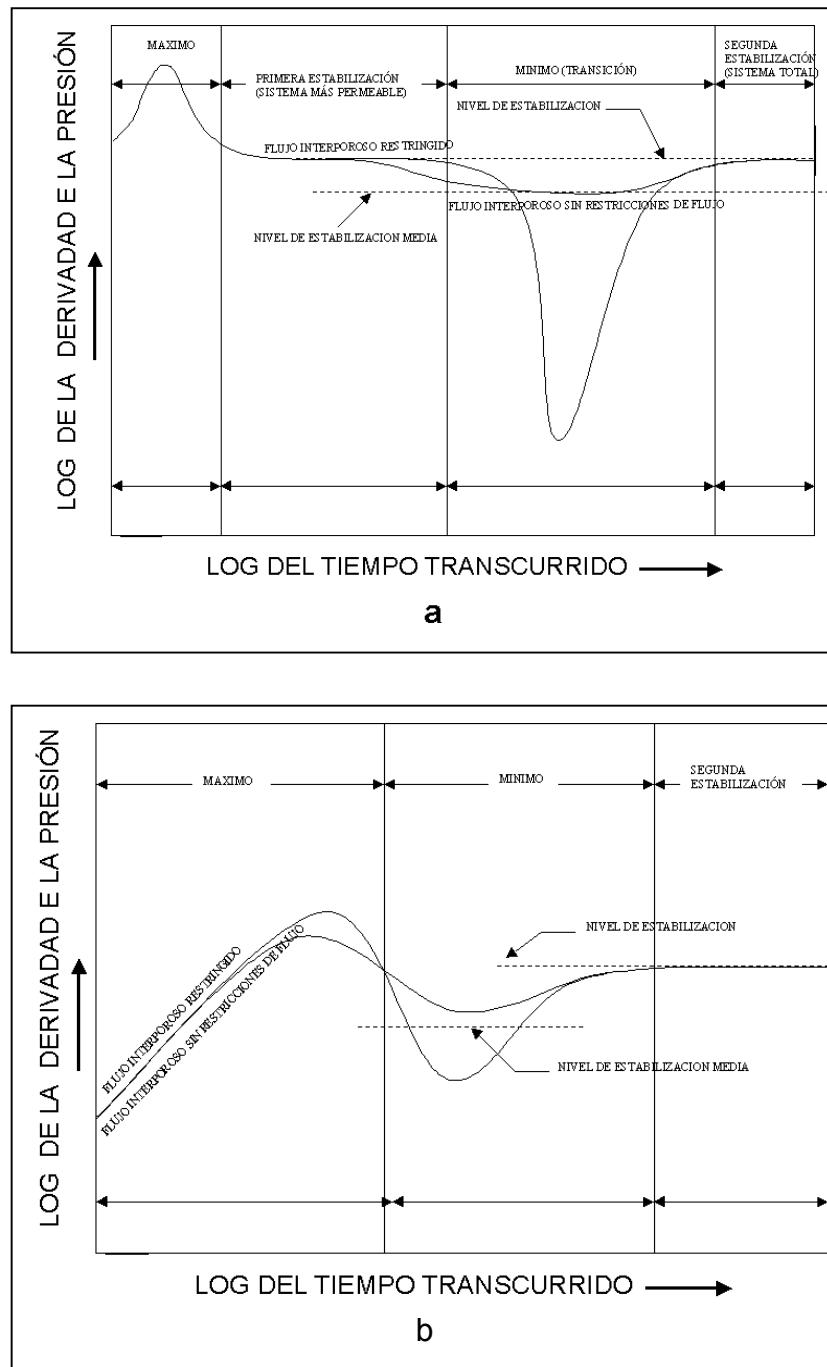


Figura 2.12 Comportamiento de doble porosidad: gráfico de la derivada

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA PARA LA GENERACIÓN DE FRACTURAS, CÁLCULO DE LA PERMEABILIDAD Y PRUEBAS DE PRESIONES

La metodología que permite calcular el tensor de permeabilidad de un yacimiento naturalmente fracturado, y la ejecución de un estudio de sensibilidades para determinar la influencia de la variación de los parámetros geométricos a través de pruebas de presiones, son los temas que se tratan en este capítulo.

3.1 Introducción

A continuación se presentan los detalles de una metodología que permite cuantificar la permeabilidad por celda en un yacimiento naturalmente fracturado. Se utiliza para ello un algoritmo de cálculo desarrollado independiente del método utilizado para generar el campo de fracturas. Los datos tales como: la posición relativa del centro de cada fractura dentro del yacimiento, así como la longitud y apertura de cada una de ellas, constituyen la información requerida por el algoritmo. Es por esta razón, que en esta investigación se incluye un método para la generación del campo de fracturas. Sin embargo, el mismo pretende solamente crear los datos de entrada al algoritmo que permita comprobar físicamente, la implementación exitosa del proceso de cálculo de los tensores de permeabilidad.

Queda claro entonces, que entre los objetivos de este trabajo especial de grado no se contempla de ningún modo diseñar o mejorar ningún tipo de metodología para la generación de campos de

fractura, sino desarrollar un método para la determinación de la permeabilidad por celda en un yacimiento naturalmente fracturado, dado el campo de fracturas. El algoritmo desarrollado para el cálculo de la permeabilidad utiliza la información de un campo de fracturas discreto generado en dos dimensiones, cualquiera sea su origen, y calcula su permeabilidad utilizando analogías con los circuitos eléctricos. Su extensión a tres dimensiones está contemplado en el futuro.

3.2 Metodología para cálculo de los tensores de permeabilidad de un Yacimiento Naturalmente Fracturado

Dado un campo de fracturas, sobre el cual se va a aplicar la metodología para calcular permeabilidad, el proceso de cálculo de los tensores de permeabilidad se puede separar en los siguientes dos procesos:

- Discretización de las fracturas existentes
- Cálculo sobre una malla de los tensores de permeabilidad para cada celda en el yacimiento

Cada proceso fue programado en rutinas utilizando el lenguaje de programación FORTRAN y su aplicabilidad fue comprobada mediante algunos ejemplos que se incluyen en los Apéndices de este Trabajo Especial de Grado.

3.2.1 Generación del campo de fracturas

En primer lugar, se deben definir e identificar algunos términos que serán utilizados a lo largo del trabajo. En primer lugar, el rectángulo que representa al yacimiento se le denominará *malla o modelo de simulación* (Figura 3.1). Los rectángulos que resulten de la división del espacio interno de dicha malla, serán las "celdas de la malla de simulación". Las mismas serán divididas nuevamente, y las celdas generadas serán denominadas "celdas de discretización", las cuales se pueden observar representadas como los rectángulos de color azul en la Figura 3.1.

El proceso de generación de la ubicación de las fracturas fue aleatorio, siguiendo una distribución uniforme, aun cuando es bien sabido que este no es el comportamiento de los sistemas fracturados a grandes distancias. Sin embargo, esto no es una limitante, ya que el sistema de fracturas (como se indicó anteriormente) puede ser generado por cualquier método. El dominio en el cual se crearon las fracturas, fue una rectángulo de mayor área que la malla de simulación. Lo anterior permite que el campo generado no esté influenciado por los efectos de borde, los cuales pueden ocasionar la existencia de zonas en el yacimiento con muy poca densidad de fracturas. Debido a que el propósito del estudio se limita a dos dimensiones, la generación se llevó a cabo a un dominio de dos dimensiones (2D) también.

Modelo de Yacimiento o Malla de Simulación

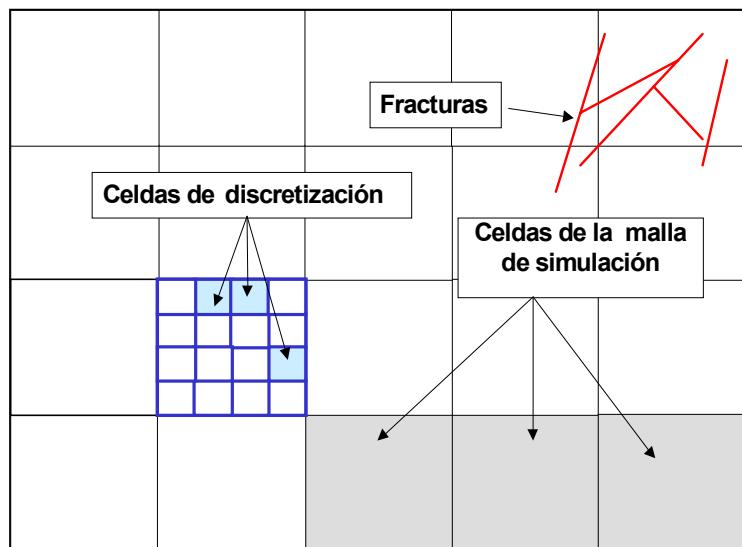


Figura 3.1 Malla de simulación

El proceso de generación de fracturas toma en cuenta el hecho de que una nueva fractura no puede atravesar una abierta y previamente existente⁶. Por lo tanto, siempre que se crea una nueva fractura, se chequea si ésta intersecta o no a otras. En el primer caso, la nueva fractura es truncada por las anteriores. Este truncamiento crea una jerarquía. De allí que al modelo asociado a este fenómeno se le llame Modelo Jerárquico. Siguiendo un modelo de este tipo, se generaron fracturas en dos direcciones preferenciales, simulando dos sistemas o familias. De esta forma, el proceso se

divide en dos etapas. En primer lugar se generan las fracturas de la primera familia, y posteriormente las que pertenecen a la segunda familia. Obviamente, las fracturas de la segunda familia son truncadas por las de la primera. Así, se forma un sistema de fracturas como el que se muestra en la Figura 3.2. Todas las fracturas se crearon abiertas. Sin embargo, esto no tiene por qué ser necesariamente de esta forma. De hecho, el algoritmo desarrollado es capaz de tomar en cuenta la posibilidad de que las fracturas generadas puedan estar abiertas o cerradas.

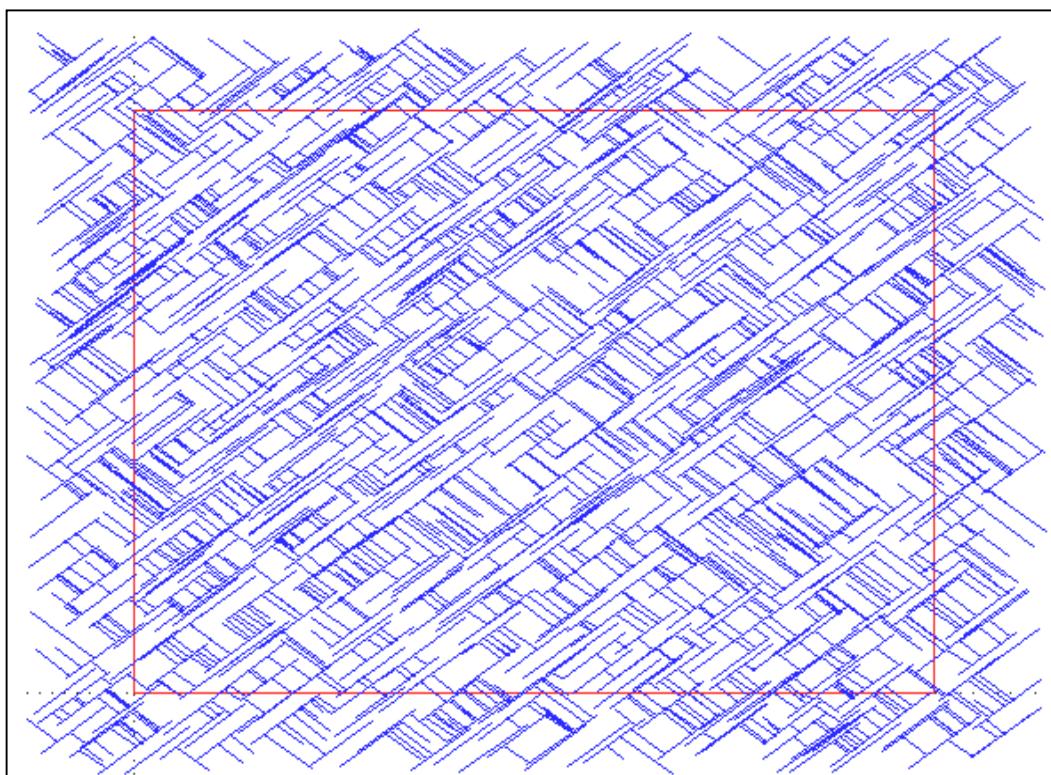


Figura 3.2 Sistema de fracturas generado

Para cada corrida, se restringió el rango dentro del cual los atributos geométricos hacen aceptable o no la existencia de una fractura. Los rangos a controlar son: la longitud, la apertura de las fracturas, el ángulo que forman cada una de ellas con la dirección preferencial de fracturamiento en el yacimiento y la densidad de fracturas. Según Aguilera³, los anteriores son los parámetros geométricos más importantes en el proceso de caracterización de yacimientos naturalmente fracturados.

El procedimiento detallado para la generación de cada fractura es el siguiente:

1. En primer lugar se genera un punto aleatorio, según una distribución uniforme, dentro del dominio o área del yacimiento. Dicho punto representa el centro de una fractura.
2. Se le asigna al punto cierto ángulo de inclinación, que no es más que la suma del ángulo de fractura preferencial más un delta de ángulo generado a partir de una distribución uniforme en un rango previamente seleccionado y fijado.
3. La longitud también se genera de forma aleatoria dentro de un rango previamente establecido y siguiendo una distribución log-normal.
4. Luego, se calculan los puntos extremos de la fractura y se le asigna la condición de abierta o cerrada, además de su respectiva apertura, la cual se genera aleatoriamente, según una distribución bimodal.
5. Por último, se repite el procedimiento anterior para generar cada familia de fracturas, dependiendo del porcentaje de las mismas que se desee asignar a la primera o segunda familia. Para este trabajo, solo se generaron dos familias, ya que solo se desea comprobar la implementación de la metodología. No obstante, la metodología es aplicable para n grupos de fracturas, por lo que se recomienda, realizar estudios posteriores para determinar la influencia de este parámetro.

3.2.2 Discretización de las fracturas y cálculo de la permeabilidad

El algoritmo para el cálculo de la permeabilidad esta basado en la determinación de una permeabilidad equivalente de fractura en cada celda de la malla de simulación. Para ello se utilizan conceptos de circuitos eléctricos y se hace uso de la analogía que existe entre la ley de Darcy y la Ley de Ohm.

Se puede comprobar que la Ley de Ohm para un conductor eléctrico de longitud L (cm), conductividad σ (1/ohm - cm) y área transversal A (cm^2), describe la siguiente relación:

$$I = \sigma \cdot (A/L) \cdot \Delta V \quad \text{Ecuación 3.1}$$

Donde:

I es la intensidad de corriente, en amps.

ΔV es la diferencia de potencial, en volts.

Al término $\sigma \cdot (A/L)$ se le denomina conductancia. Por otro lado, la ecuación de la Ley de Darcy se puede expresar de la siguiente forma:

$$Q = (K/\mu) \cdot (A/L) \cdot \Delta \Phi \quad \text{Ecuación 3.2}$$

Donde :

Q es el caudal de flujo, en cm^3/seg .

$\Delta \Phi$ es la diferencia de potencial, en atm.

Igualmente que como ocurre con la Ley de Ohm, existe una "conductancia asociada", representada por el término:

$$G = (K/\mu) \cdot (A/L) \quad \text{Ecuación 3.3}$$

Si se comparan las ecuaciones de la Ley Darcy y la Ley de Ohm, se observan las siguientes analogías:

Tabla 3.1 Comparación de las analogías entre la ley de Darcy y la ley de Ohm

DARCY	OHM
Q	I
K/μ	σ
$\Delta\Phi$	ΔV
L	L
A	A

A través del término que representa la conductancia, que como se ha establecido es común en ambas Leyes, es posible resolver el problema del flujo de fluidos utilizando algunas propiedades de los circuitos eléctricos simples. Sin embargo, en ausencia de una solución exacta que permita determinar la conductancia total o equivalente de una malla o celda compuesta por elementos conductivos, D. J. Frank y C.L.Lobb²², presentaron un método llamado "transformación del propagador", que consiste en aplicar una secuencia de transformaciones a las conexiones de las mallas. El resultado final de esta secuencia de transformaciones es la reducción de la red de conductores a una sola conexión, con la misma conductancia de la malla entera (por analogía con conductancia equivalente a la del sistema inicial, desde el punto de vista de diferencias de potencial obtenido al pasar una corriente de una cierta intensidad).

Se hace evidente entonces, la necesidad de transformar al sistema de fracturas en un sistema equivalente a un circuito eléctrico. Lo anterior se logró mediante la discretización de las fracturas. Este proceso, aproxima a cada fractura dentro de una celda, como una serie de segmentos horizontales y verticales conectados entre sí, a cada uno de los cuales se les asigna una conductancia, de manera tal que la suma en serie de todas ellas, sea igual a la conductancia de la

porción de fractura que se encuentre dentro de la celda. Los segmentos ya nombrados se corresponden con las aristas de las celdas de discretización (Figura 3.4 (a)).

El proceso detallado de discretización de las fracturas es el siguiente:

1. Se determinan todas aquellas fracturas que intersecten una celda del modelo
2. Se aísla a cada fractura dentro de la celda y se calcula su permeabilidad mediante la Ecuación 1.1 (descrita en el Capítulo I).
3. Una vez cuantificada la permeabilidad de la fractura, se determina la conductancia asociada a ella utilizando la Ecuación 3.3. Así pues, se obtiene lo siguiente:

$$G_F = (K_F / \mu) \cdot (A_F / L_F) \quad \text{Ecuación 3.4}$$

Donde:

A_F representa la sección transversal de la fractura

L_F es la longitud de la fractura

K_F es la permeabilidad de la fractura calculada mediante la Ecuación 1.1

G_F es la conductancia de la fractura

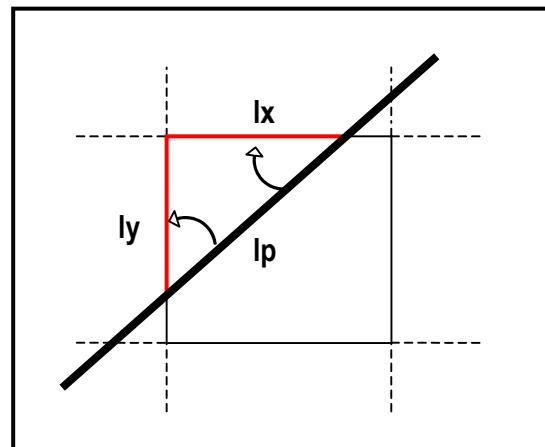
4. Se procede a la discretización. Cabe destacar, que sólo se discretiza la porción de la fractura que se encuentra dentro de los límites de la celda de discretización. Las porciones restantes se discretizarán en otras celdas. El procedimiento se encuentra ilustrado en la Figura 3.4 (a), y es el siguiente:

- 4.1 Se calcula la longitud l_p que representa la porción de fractura dentro de la celda de discretización, como se muestra en la Figura 3.3 (a)

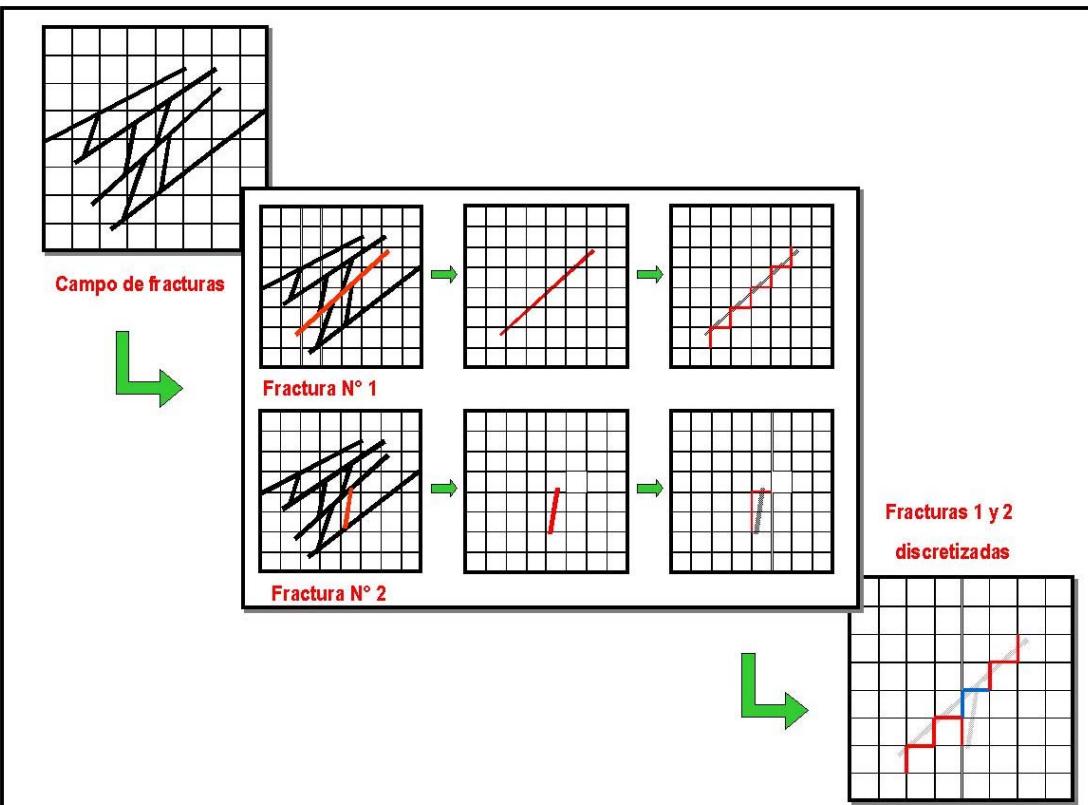
- 4.2 Se determina el aporte del segmento de recta dentro de la celda, I_p , sobre las respectivas proyecciones I_x y I_y , es decir sobre los segmentos de recta que representan la discretización, como se ilustra en la Figura 3.3 (a). Tanto el desarrollo matemático, como la demostración de la asignación de las conductancias a los segmentos de recta, se presentan en detalle en el Apéndice I.
5. La información de la conductancia se almacena en las aristas de las celdas de discretización. En la Figura 3.3 (b) se muestran aristas en color rojo, las cuales corresponden a aquellas que representan la discretización.

Cuando una nueva fractura es discretizada, se verifica si ésta lo hace sobre un segmento o grupo de segmentos sobre el cual ya haya sido asignado un valor de conductancia en el proceso de discretización de otra fractura. De ser así, la nueva conductancia del segmento se calcula como la suma en paralelo de la conductancia anterior y la nueva conductancia. En la Figura 3.3 (b) los segmentos de color azul representan un caso como éste.

Una vez que todas las fracturas dentro de una celda de la malla han sido discretizadas, el sistema equivalente toma la forma de un circuito eléctrico, constituido por elementos conductivos en aquellos segmentos donde la conductancia no es nula, como se observa en la Figura 3.4



(a) Representación gráfica de la discretización de una fractura dentro de una celda



(b) Ejemplo de discretización de dos fracturas cualesquiera

Figura 3.3 Dibujo esquemático que ilustra el proceso de discretización

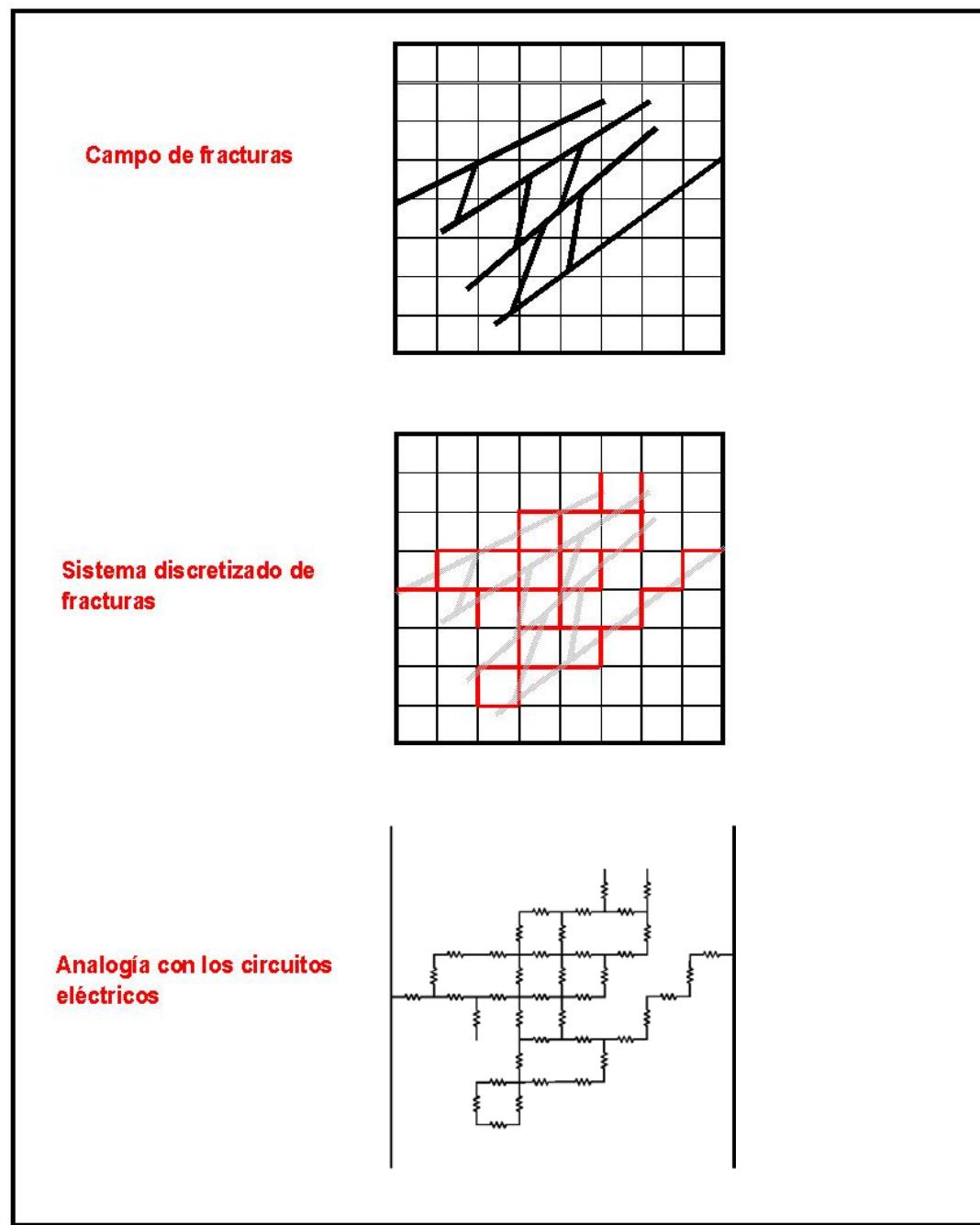


Figura 3.4 Dibujo esquemático del proceso de discretización y su analogía con los circuitos eléctricos

3.2.3 Cálculo de los tensores de permeabilidad por celda

Una vez finalizado el proceso de discretización, se procede a calcular la permeabilidad del sistema resultante equivalente a un circuito eléctrico, para cada celda. Esto se logra aplicando el algoritmo de transformación del propagador, mencionado anteriormente. Luego, se rota el campo de fractura noventa grados y se aplica nuevamente dicho algoritmo. De esta manera se obtiene la permeabilidad en direcciones perpendiculares. Al rotar el sistema de fracturas y aplicar la metodología para un ángulo específico de rotación, es posible obtener el tensor de permeabilidad y con ello las direcciones preferenciales de permeabilidad para cada celda del yacimiento.

La transformación del propagador utiliza las dos bien conocidas equivalencias de conductancia, en serie y paralelo²². Para el caso de una serie:

$$G_s = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{G_i}} \quad \text{Ecuación 3.5}$$

Es decir que la conductancia equivalente se puede escribir como la media armónica de las conductancias individuales, donde G_s es la conductancia en serie del sistema y G_i es la conductancia de cada elemento, Figura 4.5 (a).

Para el caso de conductancias en paralelo, se tiene que

$$G_s = \sum_{i=1}^n G_i \quad \text{Ecuación 3.6}$$

En este caso, la conductancia equivalente (G_s) está representada por la media aritmética de las conductancias, Figura 3.5 (b). No obstante, en ambos casos el conductor único resultante es completamente equivalente en comportamiento a los n conductores originales (para los efectos de cómo se comporta un circuito externo).

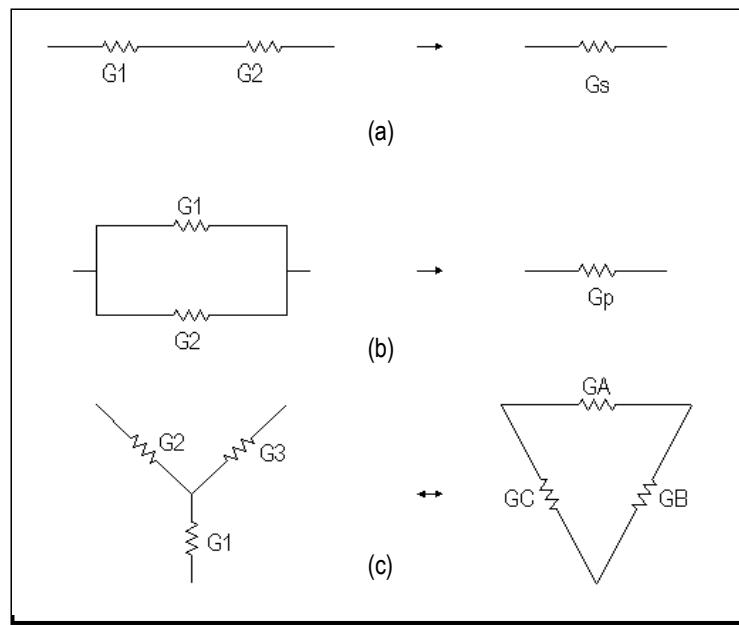


Figura 3.5 Transformación de las conductancias en serie, paralelo y la transformación estrella a delta y delta a estrella

También existe la transformación estrella-delta²², mostrada en la Figura 3.5 (c). Esta transformación está definida en ambas direcciones y las conductancias están dadas por las siguientes expresiones:

$$\nabla \rightarrow Y : \begin{cases} G_1 = G_B G_C \left[\frac{1}{G_A} + \frac{1}{G_B} + \frac{1}{G_C} \right] \\ G_2 = G_C G_A \left[\frac{1}{G_A} + \frac{1}{G_B} + \frac{1}{G_C} \right] \\ G_3 = G_A G_B \left[\frac{1}{G_A} + \frac{1}{G_B} + \frac{1}{G_C} \right] \end{cases} \quad \text{Ecuación 3.7}$$

$$Y \rightarrow \nabla : \begin{cases} G_A = \frac{G_2 G_3}{G_1 + G_2 + G_3} \\ G_B = \frac{G_3 G_1}{G_1 + G_2 + G_3} \\ G_C = \frac{G_1 G_2}{G_1 + G_2 + G_3} \end{cases} \quad \text{Ecuación 3.8}$$

Se puede observar, al igual que en los casos en serie o paralelo, que la configuración de los conductores es completamente equivalente desde el punto de vista de un circuito externo.

La literatura contiene otros métodos que han sido utilizados para resolver la conductancia de mallas cuadradas, incluyendo el método aproximado de relajación, el método generalizado delta-estrella de Fogelholm, y un método de eliminación Gaussiana el cual involucra la solución simultanea de los voltajes en un nodo mediante la Ley de Kirchhoff. Se eligió el método de transformación del propagador sobre los otros métodos, ya que presenta las siguientes ventajas: En primer lugar, el método de propagación es exacto a diferencia del método de relajación que es una aproximación. En segundo lugar, el algoritmo elegido no está restringido a mallas compuestas por resistividades, y puede ser usado en cualquier sistema de dos dimensiones en el cual se encuentren bien definidas las transformaciones estrella a delta y delta a estrella, como es el caso de este estudio. Los otros algoritmos no son en general extendibles en esta forma.

Partiendo de las Ecuaciones 3.5, 3.6, 3.7 y 3.8, D. J. Frank y C.L.Lobb¹ presentaron la transformación primaria usada en su algoritmo de transformación del propagador, la cual se ilustra en las Figuras 3.6(a) - 3.6(d) y se puede descomponer en tres partes diferentes. Primero una transformación delta a estrella. Luego viene una redefinición de un nodo de la malla, y finalmente una transformación estrella a delta. Al transformar desde la Figura 3.6(a) a la Figura 3.6(b), las conductancias 6, 7 y 8 son determinadas a partir de 1, 2 y 3 mediante la Ecuación 3.7. Luego se determinan las conductancias 9, 10 y 11 mediante la Ecuación 3.8 y por medio de la transformación mostrada en la Figura 3.6(c) a la 3.6(d). Cuando se calculan las conductancias en la Figura 3.6(d) a partir de la Figura 3.6(a), las dos configuraciones de conductores son completamente equivalentes

desde el punto de vista de un circuito externo y el efecto topológico neto es propagar la conexión diagonal, representada por la conductancia 1, hasta la conductancia 11, situada en la próxima celda diagonal.

Cuando falta alguno de los conductores, lo cual puede ser el caso de alguna conductancia nula resultante de la discretización, el propagador se hace más simple y es posible que no se produzca un nuevo conductor diagonal. Un ejemplo de esto se muestra en la Figura 3.6(e)-3.6(h), donde falta una conexión (comparando con el caso (a) sería la conexión 4). Este caso también corresponde a lo que ocurre en los bordes de la malla. Aquí, las primeras dos partes del propagador son las mismas que antes, pero la transformación estrella a delta final se reduce a una simple combinación de dos conductores en serie. De esta forma no se propaga ninguna otra diagonal.

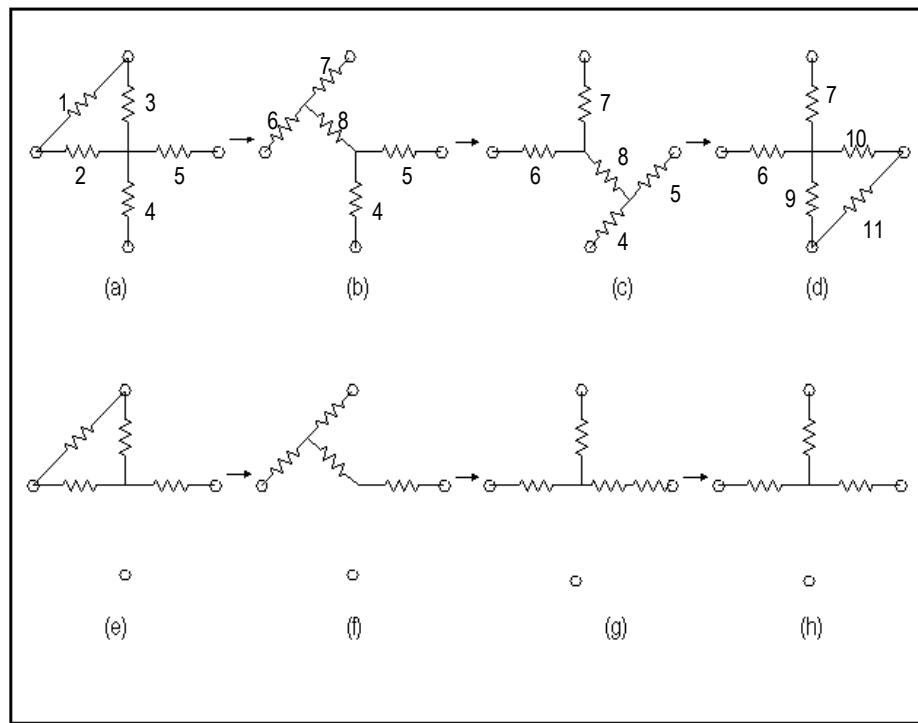


Figura 3.6 Dibujo esquemático de la transformación del propagador

Como ya se ha indicado, el algoritmo que permite reducir una malla compuesta de elementos conductivos a un conductor simple, es la base del cálculo de la permeabilidad por celda. Sí por

ejemplo, se tiene una malla cuadrada completamente llena de dos dimensiones, como se muestra en la Figura 3.7, el proceso de transformaciones sucesivas se llevaría a cabo de la siguiente forma:

1. Los dos conductores de la columna en el nodo del extremo superior izquierdo se combinan en serie para formar una conexión diagonal. Esta conexión se propaga a través de la malla, como se indica en la Figura 4.7(b), hasta que no exista una conexión diagonal. En este caso, la conexión diagonal termina en un borde, siguiendo el ejemplo dado en las Figuras 4.6(e)-4.6(h). Es posible que en un caso real donde no existan todas las conexiones, la conexión diagonal termine en algún lugar dentro de la malla, como de hecho ocurre. Se sigue entonces el mismo procedimiento en las Figuras 3.6(c)-3.6(g).
2. El nodo más arriba de la columna más a la izquierda, se elimina por una serie de reducciones y el conductor diagonal resultante se propaga hasta que haya terminado. Después que el último nodo se elimina, la serie de conductores resultante de la Figura 3.7(h) se reduce fácilmente a un conductor único, como se muestra en la Figura 3.7(i). La conductancia de este conductor único es igual a la conductancia de la malla original.

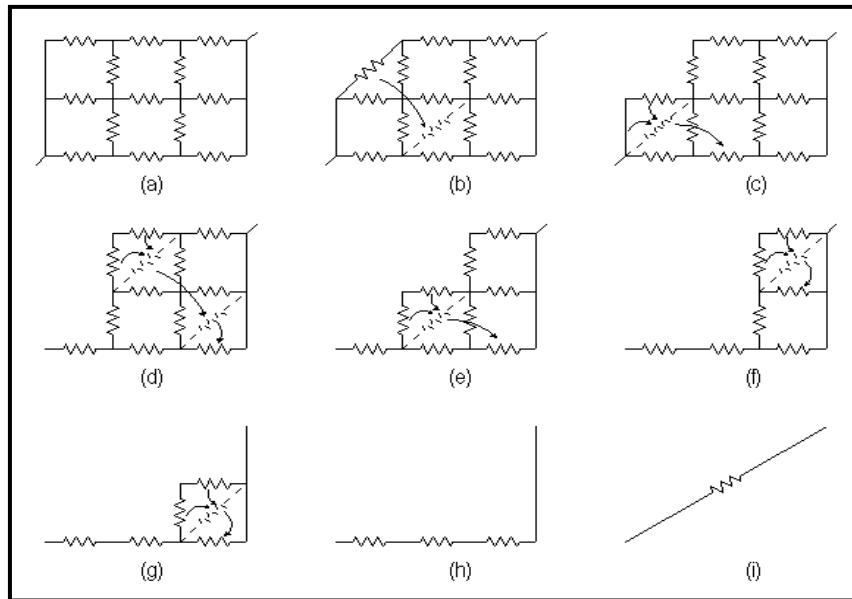


Figura 3.7 Ejemplo de la reducción de una pequeña malla a una sola conductancia. Las flechas indican la dirección en la que se mueve el elemento diagonal.

Durante el proceso de cálculo de la permeabilidad se verifica si existe conectividad en la celda desde el borde izquierdo al derecho. Si luego de las transformaciones todos los elementos resultantes en una columna tienen conductancia igual cero, se establece de inmediato que en el sistema no existe conectividad en la dirección estudiada, por lo que el proceso de cálculo de la permeabilidad se suspende y se pasa a otra celda.

Se puede ver como el proceso se basa en la reducción de una malla de conductancias a una sola conductancia equivalente. No obstante, hasta este punto sólo se tiene la conductancia equivalente de la celda y es necesario determinar la permeabilidad de la misma. De manera análoga a como se calcula la conductancia de una sola fractura, partiendo de su permeabilidad, se puede estimar una permeabilidad equivalente de la celda partiendo de su conductancia equivalente.

Utilizando de nuevo la Ley de Darcy, y empleando propiedades equivalentes que representen la celda entera y no sólo a una fractura, se tiene que:

$$G_{EQ} = (K_{EQ}/\mu) \cdot (A_{celda}/L_{celda}) \quad \text{Ecuación 3.9}$$

Donde:

A_{celda} es la sección transversal de flujo de la celda

L_{celda} es la longitud que recorre el flujo para atravesar a la celda (largo de la celda)

G_F es la conductancia equivalente del sistema de fracturas dentro de la celda

K_{EQ} es la permeabilidad equivalente del sistema de fracturas dentro de la celda

Luego despejando K_{EQ} de la Ecuación 3.9 se tiene:

$$K_{EQ} = (G_{EQ} * \mu) / (A_{celda}/L_{celda}) \quad \text{Ecuación 3.10}$$

Este último término es la permeabilidad de cada celda dentro de la malla de simulación en una dirección dada.

Es importante señalar que el proceso de discretización y el proceso de cálculo de la permeabilidad avanzan en conjunto a través de un proceso iterativo. Se inicia la discretización dividiendo la celda de la malla en potencias de dos ($2^1, 2^2, 2^3, \dots, 2^n$), debido a que se requiere de un sistema de mallas encajadas en el que las nuevas celdas generadas contengan a las anteriores. Luego se calcula la permeabilidad asociada al sistema y se repite el proceso hasta que el error relativo entre dos estimaciones de la permeabilidad (resultante entre dos niveles de discretización), sea aceptable. Mientras mayor sea el grado de discretización de la malla, mayor será el número de nodos y por lo tanto la discretización aproximará mejor a la fractura. Sin embargo, esto también se traduce en mayor tiempo de computación.

Finalmente, los tensores de permeabilidad se generan graficando la permeabilidad en cada celda y para cada dirección en la que fue calculada. Los tensores no son más que las elipses que se forman con eje mayor y menor como la máxima y la mínima dirección de anisotropía de la permeabilidad, respectivamente. La Figura 3.8 muestra un ejemplo que muestra los tensores de permeabilidad en una malla 4x4. Allí se puede observar como con la ayuda de los tensores se pueden identificar los posibles patrones de flujo en el yacimiento.

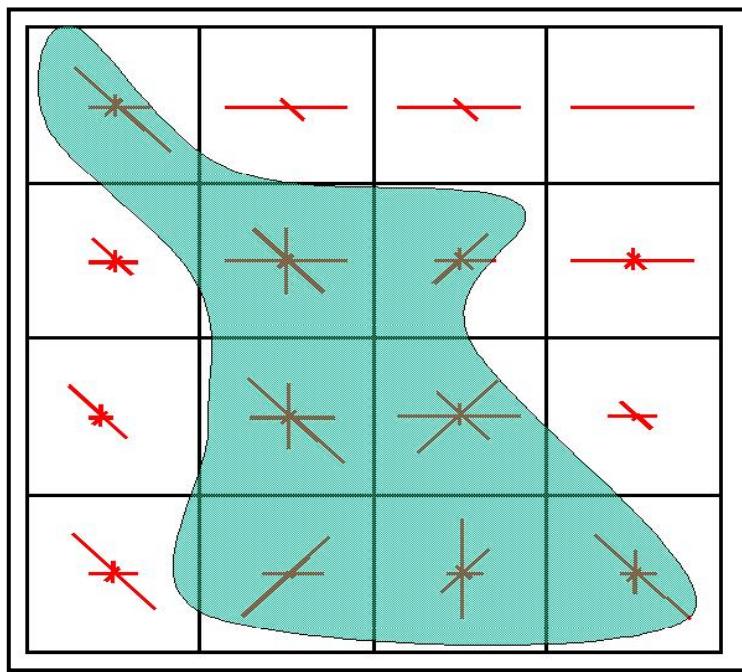


Figura 3.8 Tensores de permeabilidad en una malla 4x4

3.3 Análisis de Presiones y determinación de Curvas de Respuesta

Para los propósitos del presente estudio, las "curvas de respuesta" son aquellas que representan el comportamiento de la presión versus tiempo de un pozo. Se generaron dos tipos de curvas: las que presentan la presión adimensional versus el tiempo adimensional o curvas de Gringarten¹ y las que presentan la derivada de la presión versus el tiempo adimensional o curvas de Bourdet¹. No obstante, el método gráfico de análisis de pruebas de presiones incluye otros tipos de gráficos. Los anteriores fueron seleccionados ya que son más sensibles ante a la variación de los atributos de yacimientos naturalmente fracturados.

Para generar las curvas de respuesta antes descritas, se realizó un análisis de sensibilidades con el propósito de determinar las interacciones entre las variables involucradas. Las variables a tomar en cuenta son: el *largo* de las fracturas, la *densidad* de fracturas, entendiéndose por densidad la cantidad total de fracturas con respecto al área del yacimiento (el modelo de fracturas se generó en dos dimensiones), la *apertura* de las fracturas, y la *variación del ángulo* de las fracturas con respecto al ángulo reportado de la data sísmica AVO o cualquier otro estudio geomecánico que indique las direcciones preferenciales de fractura en el yacimiento.

Antes de seguir se deja claro que en este contexto y en lo que sigue "caso" significa prueba con el modelo de simulación. Cada caso consta de una corrida en el computador que incluye tres etapas, las cuales son:

- Generación del campo de fracturas
- Cálculo de la permeabilidad K_F del sistema de fracturas
- Corridas del simulador de presiones

De esta forma, en la primera etapa se corre el programa que genera el campo de fracturas en el yacimiento. Posteriormente se corre el programa de discretización de fracturas y cálculo de la permeabilidad, y por último se corre el simulador de pruebas de presión, el cual resuelve la ecuación de difusividad para cada celda. Así finalmente se obtiene la respuesta de presión del pozo

para su posterior análisis e interpretación. Luego, las curvas de respuesta se generan al realizar la interpretación gráfica y numérica de las pruebas de presión en el yacimiento.

Las curvas de respuesta se generaron numéricamente utilizando un simulador de pruebas de presión, mediante el siguiente procedimiento:

1. El primer paso es cargar los datos de entrada en el simulador, es decir, las propiedades roca-fluido del yacimiento, las características de la prueba y los parámetros de la simulación.
2. Luego se calculan los parámetros ω y λ en forma analítica para cada caso, utilizando las Ecuaciones 2.8 y 2.9, descritas en el Capítulo II. Normalmente, al realizar análisis de pruebas de presión, ω y λ se calculan a partir de la interpretación de las curvas de respuesta. En este caso, es necesario conocer los parámetros de antemano para realizar la simulación, ya que los mismos son imprescindibles para generar el modelo de doble porosidad en cada celda dentro del simulador.
3. Después, se procede a cargar la información de la permeabilidad por celda en las dos direcciones perpendiculares en las que se calcula, que se obtiene del programa de cálculo de permeabilidad.
4. Por último, se realiza la corrida en el simulador de presiones, de la cual se generan automáticamente las curvas de respuesta de la prueba.

3.3.1 Características del Modelo de Simulación

En el presente estudio sólo se realizaron pruebas de presiones a un pozo productor, ubicado en el centro de un modelo de simulación rectangular, con el pozo situado en el centro del yacimiento. Dicho modelo fue generado de tal forma que en las respuestas obtenidas de la variación de los parámetros geométricos de los yacimientos naturalmente fracturados sólo se apreciaran las influencias de tales parámetros y no de otros parámetros, como por ejemplo la variación de espesores, la variación de la curvatura, cambios de facies, etc.

Lo que se persigue con estas simplificaciones es poder asegurar que los resultados obtenidos sean únicamente producto de la variación controlada de los parámetros geométricos que están bajo estudio. Es decir: el largo de las fracturas, la densidad, la apertura y la desviación con respecto al ángulo preferencial de fractura, y no de cualquier otro parámetro, bien sea geológico o de las propiedades roca-fluido.

Las características de la malla de simulación son las siguientes:

- La malla que representa el modelo de simulación es una malla cuadrada que consta de 100 celdas de una sola capa. Cada celda tiene una dimensión de 100 por 100 por 6,09 metros (20 pies) en las direcciones X, Y y Z respectivamente.
- Se ubicó un solo pozo productor en el centro del yacimiento modelo.
- Los parámetros de la matriz se mantuvieron constantes en todo el yacimiento y para todas las simulaciones. Sin embargo, los valores de porosidad y permeabilidad de las fracturas se calcularon para cada corrida.
- La porosidad de las fracturas se cuantificó de la siguiente manera. En primer lugar, se calculó el volumen de cada fractura, ya que se conocen tanto el largo como el ancho, así como la profundidad de cada fractura. Luego, se estimó el volumen del sistema total de fracturas, y dividiendo este valor entre el volumen total del yacimiento se tiene el valor de la porosidad de las fracturas.
- Los valores establecidos de las propiedades dinámicas y estáticas del yacimiento se muestran en la Tabla 3.2.

3.3.2 Análisis de Sensibilidades

Se ejecutó un estudio de sensibilidades con el propósito de determinar que efectivamente la variación de los parámetros geométricos en los yacimientos naturalmente fracturados produce

diferentes respuestas en las curvas de presión. Cada variable fue estudiada en tres niveles; un nivel alto, medio y bajo.

Tabla 3.2 Propiedades dinámicas y estáticas del yacimiento.

Tipo de prueba	Restauración
Presión inicial del yacimiento	4000 psi
Datum	7000 pies
Espesor	20 pies
Tasa de producción antes de la prueba	200 bbl
Tiempo de duración de la prueba	72 horas
Daño	0
Compresibilidad de la formación	$4.1 \cdot 10^{-6}$ psi⁻¹
Compresibilidad total	$7.10 \cdot 10^{-6}$ psi⁻¹
Compresibilidad del petróleo	$6.10 \cdot 10^{-6}$ psi⁻¹
Factor de formación del petróleo	1 bbl/BF
Viscosidad del petróleo	1 cp
Saturación de Petróleo	1
Saturación de agua	0
Radio del pozo	0.35 pies
Porosidad de la matriz	5%
Permeabilidad de la matriz	1 mD

Para realizar las corridas en el simulador de presiones, se fijaron los parámetros relacionados a las características del pozo y el yacimiento, como lo son: el daño, el tipo de almacenamiento, porosidad, modelo de flujo, modelo de borde de yacimiento y los datos PVT del yacimiento. Con el objeto de determinar los rangos de variación de cada variable y obtener una primera visión de su influencia, se realizaron algunas corridas iniciales. Las variables y su rango de variación, se muestran en la Tabla 3.3, y los casos resultantes en la Tabla 3.4.

Tabla 3.3 Rango de variación de las variables

Variables (niveles)	Densidad de Fracturas (Nº de fracturas)	Media de la distribución del largo de las fracturas (metros)	Variación del ángulo con respecto al ángulo preferencial de fractura del primer sistema de fracturas generado (grados)	Media de la distribución de las aperturas de las fracturas (milímetros)
Alto	300000	60	40	0.005
Medio	250000	40	30	0.001
Bajo	150000	20	20	0.0005

Tabla 3.4 Resumen de los casos del estudio de sensibilidades

Caso	Densidad de Fractura (Nº de fracturas)	Media de la distribución de la longitud de las fracturas (metros)	Variación del ángulo con respecto al ángulo preferencial de fractura del primer sistema de fracturas generado (grados)	Media de la distribución de las aperturas de las fracturas (metros)
1	250.000	60	20	0.0005
2 (Caso Base)	300.000	60	20	0.0005
3	150.000	60	20	0.0005
4	300.000	20	20	0.0005
5	300.000	40	20	0.0005
6	300.000	60	30	0.001
7	300.000	60	40	0.0005
8	300.000	60	20	0.001
9	300.000	60	20	0.005

Se desea estudiar las cuatro variables involucradas en tres niveles, bajo, medio y alto. El caso 2 en la tabla anterior, es el Caso Base. Cada variable se estudia a dos niveles, más el Caso Base. En la siguiente tabla se ilustra la combinación resultante:

Tabla 3.5 Casos agrupados según las sensibilidades

Casos	Sensibilidad
1, 2 y 3	Densidad de fractura
2, 4 y 5	Longitud de las fracturas
2, 6 y 7	Angulo que forman las fracturas con la dirección preferencial de fracturamiento
2, 8 y 9	Apertura de las fracturas

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Se realizó una evaluación de sensibilidades utilizando la metodología descrita en el capítulo anterior. A continuación se presentan los resultados obtenidos al llevar a cabo dicho estudio de sensibilidades, el cual tiene como objetivo comprobar la aplicabilidad y funcionalidad de la metodología para el cálculo de permeabilidad, y al mismo tiempo evaluar la influencia de la variación de algunos parámetros geométricos de los yacimientos naturalmente fracturados sobre la respuesta de presión de un pozo en dicho yacimiento. El diseño de los casos propuestos se muestra en la Tabla 3.4. El proceso de ejecución del estudio de sensibilidades se puede resumir en las siguientes etapas:

1. Generación de los campos de fracturas para los de casos planteados
2. Cálculo de los tensores de permeabilidad sobre cada uno de los campos generados
3. Determinación de las curvas de respuesta de presión en cada caso

4.1 Generación de los campos de fractura

Se llevó a cabo la generación de nueve (09) campos de fractura, siguiendo la metodología descrita en el Capítulo III. El proceso es el mismo en cada caso, solamente varían los parámetros de entrada para obtener los campos con las propiedades geométricas dentro de los rangos deseados que se han indicado.

4.2 Cálculo de los tensores de permeabilidad

Una vez generados los campos de fractura, se utilizó el método para el cálculo de la permeabilidad en cada sistema de fracturas generado. La Figura 4.1 muestra un campo de fracturas generado

siguiendo la metodología descrita en el Capítulo III. Dicho campo corresponde al Caso 1 del estudio de sensibilidades. De igual forma, la Figura 4.2 muestra los tensores de permeabilidad obtenidos al calcular la permeabilidad en cuatro direcciones diferentes, a saber, 0, 45, 90 y 135 grados respectivamente, del mismo campo de fracturas. En la misma figura se puede apreciar como los tensores de permeabilidad muestran información acerca de los patrones de conectividad y las posibles direcciones de flujo dentro del yacimiento. Además, proporciona información útil acerca de la permeabilidad del yacimiento. En este caso se observa como las direcciones preferenciales de permeabilidad son la dirección noreste y la dirección sudoeste.

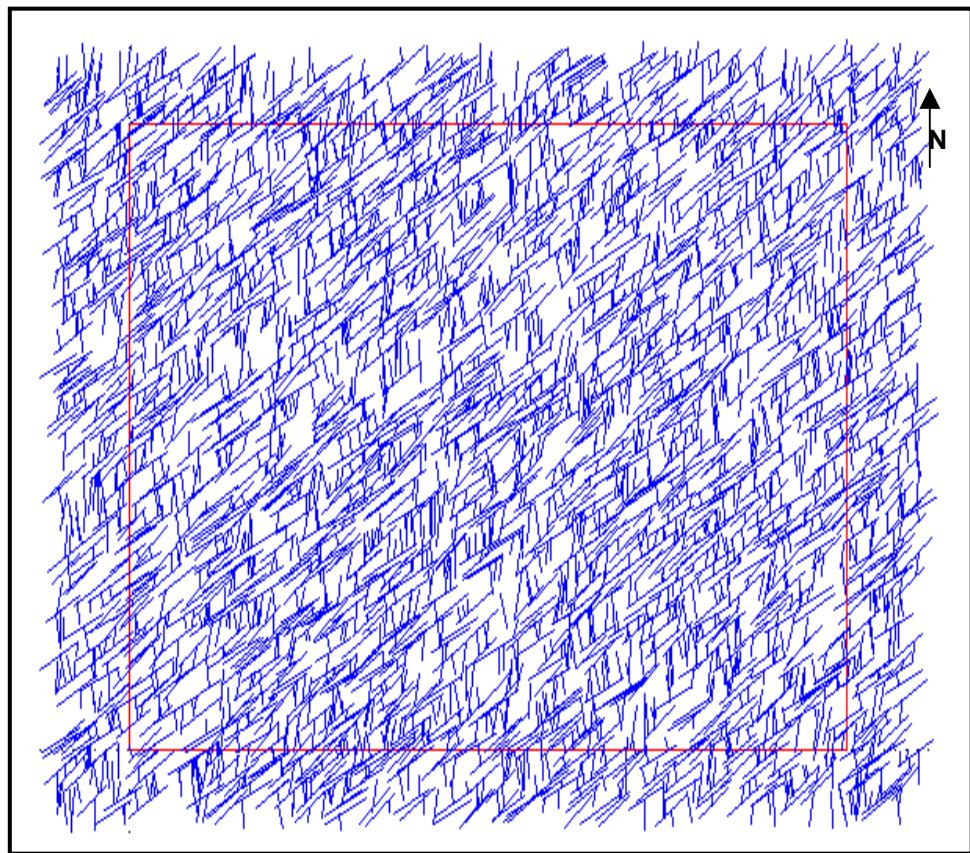


Figura 4.1. Representación gráfica del campo de fracturas generado.

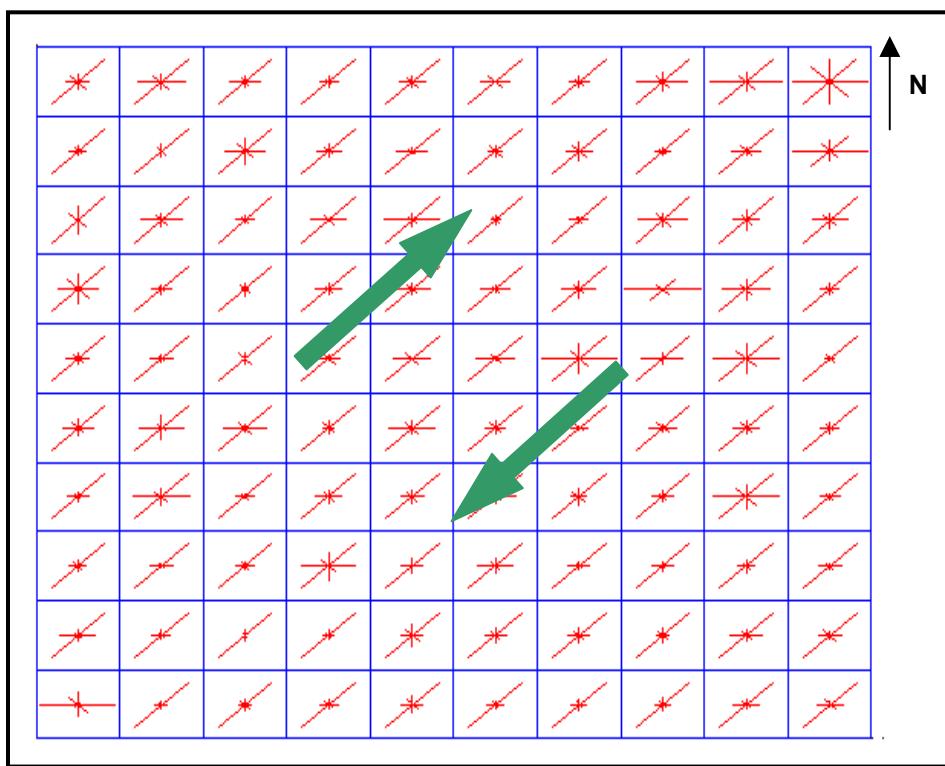


Figura 4.2. Tensores de permeabilidad calculados sobre una malla de 10x10 celdas

Con el propósito de determinar la velocidad de convergencia del proceso de cálculo de la permeabilidad, se tomaron al azar valores de la misma a distintos niveles de discretización para diferentes celdas de la malla. Con ello se obtuvo la información que se presenta en la Tabla 4.1. Una inspección de los resultados allí presentados, revela que a medida que aumenta el nivel de discretización, o lo que es lo mismo el número de divisiones de la celda de simulación, la permeabilidad tiende a estabilizarse en un valor. Lo anterior puede explicarse debido a que mientras más fina sea la malla sobre la cual se discretizan las fracturas, mejor será la aproximación generada.

Al hacer el mallado de discretización más fino, puede que aparezcan desconexiones en el sistema que anteriormente no habían sido detectadas. En la Figura 4.3 se muestran los resultados de la Tabla 4.1, en un gráfico de la permeabilidad con respecto al grado de discretización de la celda. En dicho gráfico se pueden observar las curvas que se generan, observándose una tendencia que permite concluir que existe una estabilización a medida que se aumenta el número de divisiones de

celda. Los datos fueron ajustados mediante una función potencial. La ecuación de la función de ajuste y la línea de tendencia se muestran en la Figura 4.3. El hecho de que el ajuste corresponda a una función potencial indica que la velocidad de convergencia del método está controlada por una función de este tipo.

Tabla 4.1. Permeabilidades por celda dependiendo del grado de discretización

Permeabilidad (D) en cada celda y su respectivo ángulo	4 divisiones de celda	8 divisiones de celda	16 divisiones de celda	32 divisiones de celda	64 divisiones de celda	128 divisiones de celda	256 divisiones de celda
Celda 1 - 0°	16,382	6,745	3,526	1,594	0,884	1,30E-02	1,13E-02
Celda 1 - 90°	12,5	2,26	1,835	0,996	0,4	4,16E-03	2,36E-03
Celda 2 - 0°	17,72	3,91	2,352	1,482	0,851	8,79E-04	5,68E-04
Celda 2 - 90°	11,48	5,117	2,645	1,518	0,531	3,06E-03	2,51E-03
Celda 3 - 0°	22,59	8,062	3,195	2,332	1,112	7,97E-02	3,72E-02
Celda 3 - 90°	17,099	5,68	2,919	1,623	0,464	4,38E-03	2,23E-03
Celda 4 - 0°	20,77	6,92	2,82	1,572	1,077	1,01E-01	0,0587
Celda 4 - 90°	15,73	5,82	2,707	1,565	0,5168	0,1169	0,0854
Celda 5 - 0°	15,93	4,732	2,181	1,392	0,76	0,1941	0,0625
Celda 5 - 90°	18,22	6,1	2,37	1,5	0,618	3,33E-03	1,57E-03
Celda 6 - 0°	21,86	6,887	3,553	1,817	0,979	0,1101	0,0434
Celda 6 - 90°	15,39	4,1	2,41	1,759	0,4305	0,1674	0,00952
Celda 7 - 0°	12,71	5,41	1,799	1,34	0,957	0,121	0,0352
Celda 7 - 90°	15,56	5,68	2,753	1,417	0,514	1,56E-02	7,54E-03
Celda 8 - 0°	16,24	0,763	2,6547	2,23	0,67	7,41E-03	1,20E-03
Celda 8 - 90°	19,18	5,67	2,57	1,536	0,222	1,62E-03	1,52E-02
Celda 9 - 0°	18,57	6,081	3,07	1,381	0,784	4,27E-03	9,85E-04
Celda 9 - 90°	17,76	4,116	2,32	1,538	0,457	0,1354	0,068
Celda 10 - 0°	12,79	4,458	3,305	2,06	0,994	5,71E-03	2,42E-03
Celda 10 - 90°	20,34	5,99	2,3	1,32	0,4807	3,43E-03	8,52E-04

Igualmente, de la Figura 4.3, se puede observar que el mejor ajuste se tiene para valores de discretización mayores a 64 divisiones. Además, se puede comprobar en la práctica que tanto para valores de 4, 8, 16 y 32 divisiones, rara vez se consiguió un error relativo menor a la tolerancia impuesta de 10^{-3} . Por lo tanto, los valores de permeabilidad obtenidos en estos intervalos de discretización no se deben tomar en cuenta.

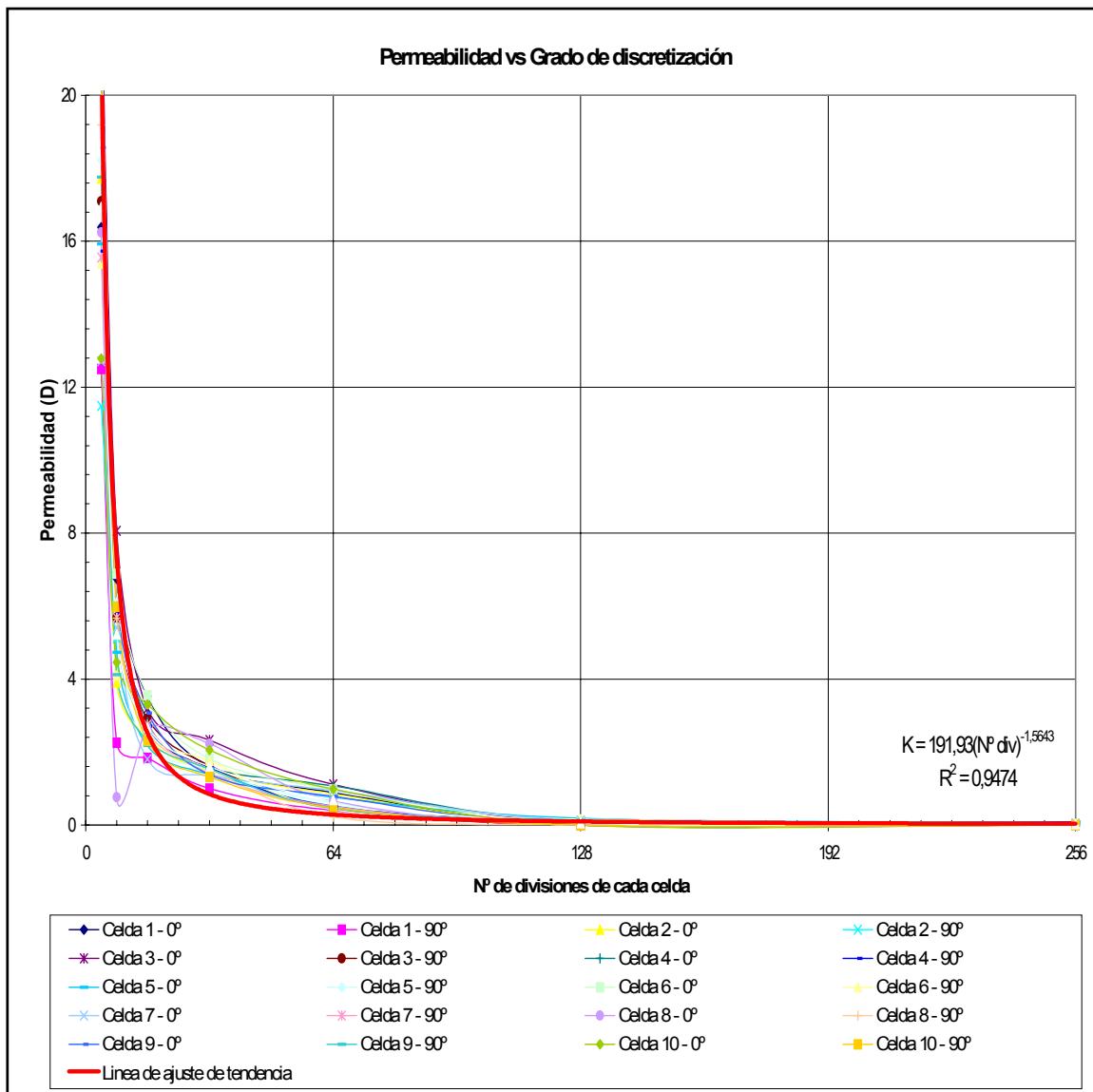


Figura 4.3. Gráfico de la permeabilidad versus el grado de discretización

Sin embargo, se puede observar en este gráfico, que para valores de discretización por encima de 128 (2^7) divisiones, se presenta un ajuste aceptable con respecto a la función potencial. Fue posible verificar que las permeabilidades calculadas con discretizaciones iguales o superiores a 128, presentaban un error relativo menor o igual al valor aceptable. De esto se puede concluir que para valores de discretización superiores a 2^7 , los valores de permeabilidad son aceptables.

Como era de esperarse, la tendencia de la permeabilidad calculada tiende a estabilizarse después de cierto nivel de discretización. Este valor resultó ser 2^7 . Es decir, el proceso de discretización debería comenzar a partir de este nivel de discretización. Cabe recalcar, sin embargo, el hecho de que no resulta conveniente iniciar la discretización en este valor tampoco. Ello, ya que existe la posibilidad que para valores menores de discretización se obtenga permeabilidad igual cero. Por lo tanto, lo que se recomienda es iniciar en el nivel de discretización en el nivel inmediato anterior, es decir, 2^6 (64). De esta manera se asegura una convergencia más rápida del método.

4.3 Determinación de las curvas de respuesta de presión

Una vez calculados los tensores de permeabilidad para cada campo de fracturas, se procedió a "ejecutar", con la ayuda del simulador, las pruebas de presiones de cada campo generado. Los parámetros de entrada al simulador se muestran resumidos en la Tabla 3.2 del Capítulo III, excepto las permeabilidades de cada celda que se muestran en la Tabla 4.2. Cabe destacar que aunque la metodología es capaz de calcular la permeabilidad en cualquier dirección, en este caso solo fue calculada para cero (0) y noventa (90) grados respectivamente, ya que la entrada de datos del simulador solo requiere de dos direcciones perpendiculares de permeabilidad, las que serán nombradas de aquí en lo sucesivo como permeabilidad en la dirección x, y permeabilidad en la dirección y. A partir de la permeabilidad promedio en ambas direcciones, se calcularon, para cada caso, los valores correspondientes de ω y λ , utilizando las de la Ecuaciones 2.8 y 2.9. Los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 4.2. El análisis de los resultados obtenidos, se presenta agrupando los casos según su influencia sobre una variable en específico, como se muestra en la Tabla 3.5 del Capítulo III.

1. Variación de la densidad de las fracturas:

De la Tabla 4.2 y las Figuras 4.4 y 4.5, se puede concluir que el caso con mayor densidad de fracturas, es decir, el Caso 2, es el que genera mayor permeabilidad. Le sigue el Caso 1 y luego el Caso 3. Obviamente mientras más fracturas estén presentes, mayor será la probabilidad de que existan caminos por donde el flujo pueda moverse. Se comprueba entonces la relación directa entre la densidad de fracturas y la permeabilidad de los sistemas fracturados.

Tabla 4.2. Cálculo de los parámetros ω y λ

Fracturas									
No. Caso	Kx promedio (D)	Ky promedio (D)	Kpromedio (D)	Porosidad Frac	Compres. (lpc ⁻¹)	A	alfa	Omega (ω)	Lamda (λ)
1	0,6972	0,312850	0,4670	0,00107	1,50E-05	60	0,0167	0,0967	4,37E-06
2	0,9901	0,404251	0,6327	0,00118	1,50E-05	60	0,0167	0,1059	3,23E-06
3	0,2061	0,136736	0,1679	0,00081	1,50E-05	60	0,0167	0,0747	1,22E-05
4	0,8436	0,521650	0,6634	0,00102	1,50E-05	20	0,1500	0,0924	2,77E-05
5	1,3161	0,454225	0,7732	0,00145	1,50E-05	40	0,0375	0,1267	5,94E-06
6	1,1310	0,485063	0,7407	0,00113	1,50E-05	60	0,0167	0,1015	2,76E-06
7	1,1298	0,481747	0,7377	0,00113	1,50E-05	60	0,0167	0,1017	2,77E-06
8	7,9096	3,223824	5,0497	0,00237	1,50E-05	60	0,0167	0,1916	4,04E-07
9	961,0151	353,562040	582,9052	0,01187	1,50E-05	60	0,0167	0,5428	3,50E-09
Matriz									
K (D)	Porosidad Matriz	Compres. (lpc ⁻¹)	r _w	n					
0	0,05	3,00E-06	0,35	3					

Una breve inspección en los tensores de permeabilidad (Figuras 4.6, 4.7 y 4.8), muestra que tanto para el Caso 1, como para el Caso 2, existe casi la misma dirección de permeabilidad. No ocurre así con el Caso 3 que muestra menor densidad de fracturas. Para los Casos 1 y 2 la densidad de fractura elegida garantiza la conectividad en ambas direcciones, lo que no ocurre con el Caso 3, en

el cual se puede verificar que en algunas celdas sólo existe buena conectividad en una sola dirección.

Con respecto a las pruebas de presiones, en la Figura 4.9 se muestra el gráfico tipo Horner, donde se evidencia el comportamiento de doble porosidad con las dos pendientes de la curva. Se evidencia además, que la curva del Caso 3 muestra una restauración de presión más lenta que en los Casos 2 y 3. Lo anterior se explica debido a que en el Caso 3 la densidad de fracturas es notablemente menor, lo que reduce los caminos disponibles y de esta forma la permeabilidad. Así, lo que se está observando es una onda de presión que se mueve más lento como consecuencia de las características del medio. En la gráfica de la derivada de la presión se observa que la variación entre la tasa de almacenamiento, ω , en ambos casos es muy poca. Las curvas poseen un comportamiento muy parecido. Sin embargo, la tasa de transmisibilidad hace que el valle de la curva del Caso 2 esté desplazada hacia la derecha. Se debe recordar que mientras más grande sea λ , más rápida será la transferencia de fluido de la matriz a las fracturas. Por lo tanto, se reduce la caída de presión en la red de fracturas. El comportamiento final de la curva de la derivada de la presión muestra la presencia de efectos de borde. Queda evidenciada la importancia de la densidad de fracturas en la conectividad de los sistemas fracturados.

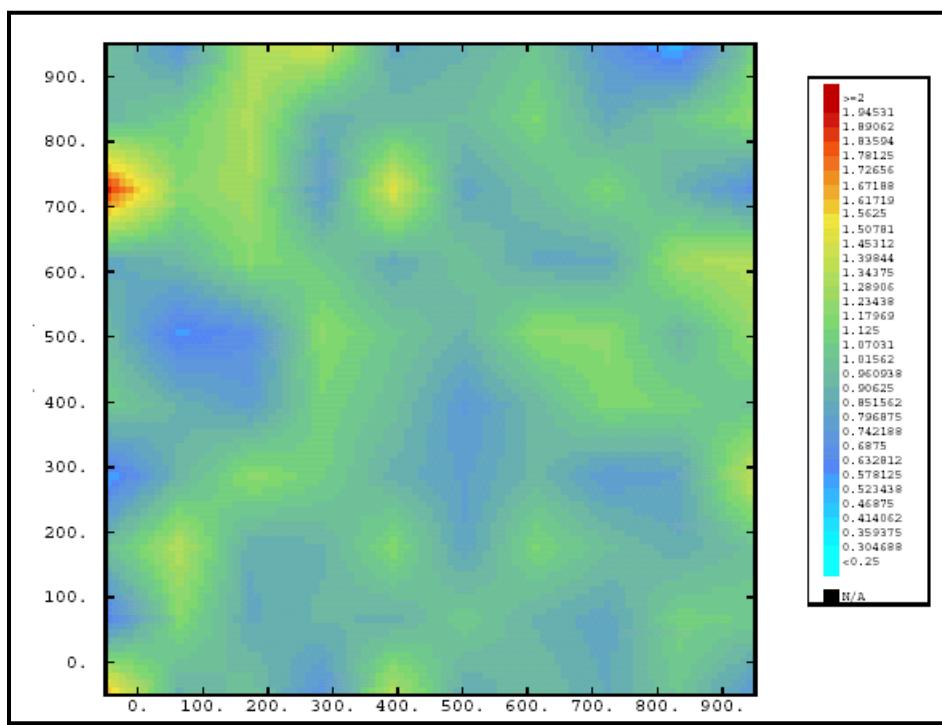


Figura 4.4. Mapa de la permeabilidad en dirección x para el Caso 2

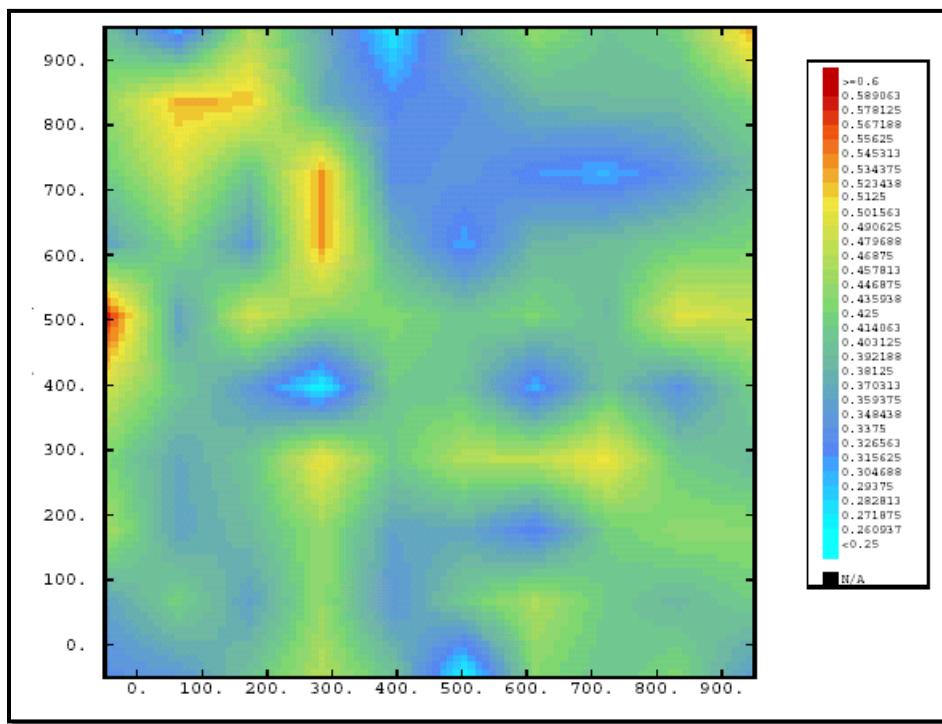


Figura 4.5. Mapa de la permeabilidad en la dirección y para el Caso 2

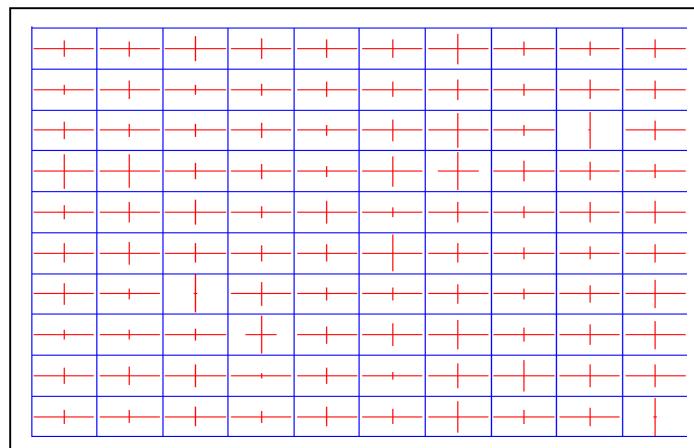


Figura 4.6. Tensores de permeabilidad para el Caso 1

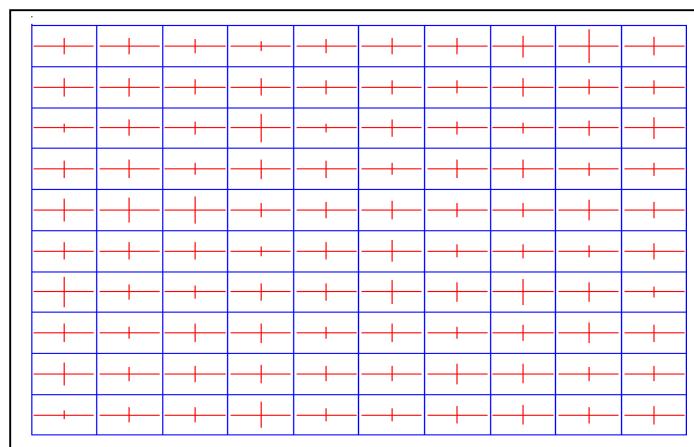


Figura 4.7. Tensores de permeabilidad para el Caso 2

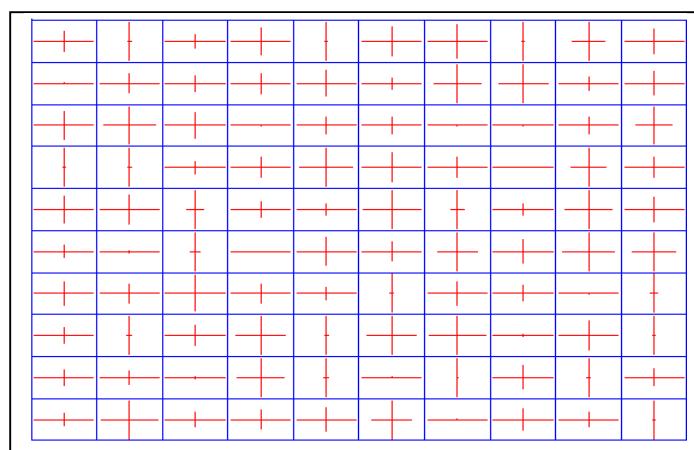


Figura 4.8. Tensores de permeabilidad para el caso 3

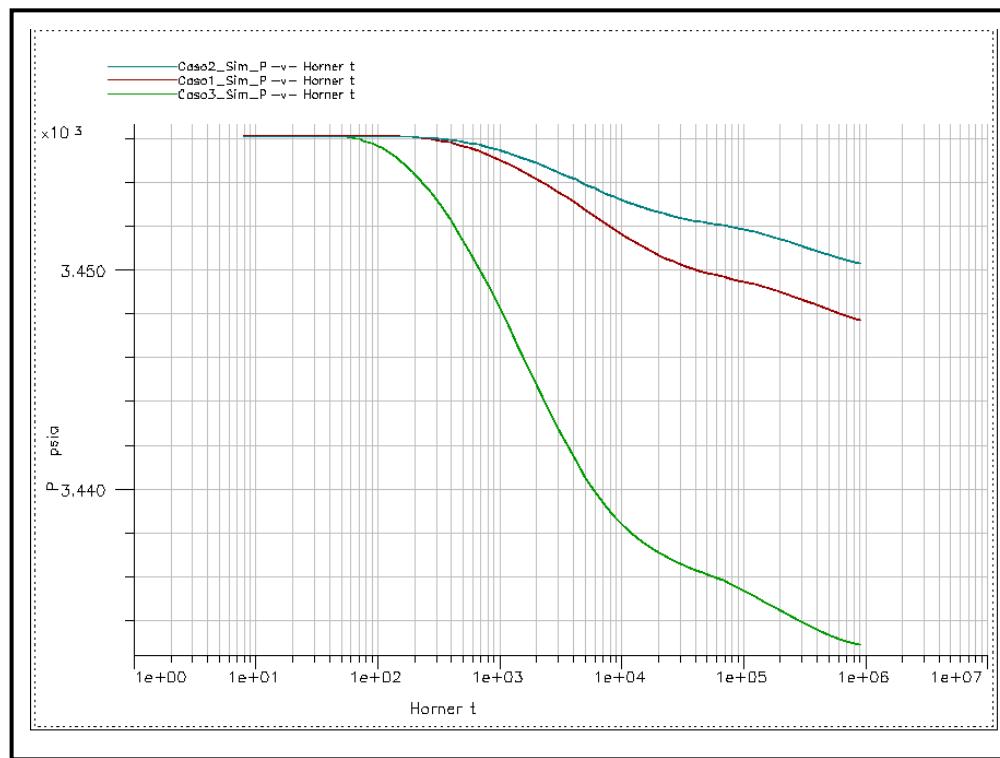


Figura 4.9. Gráfico de Horner (Casos 1, 2 y 3)

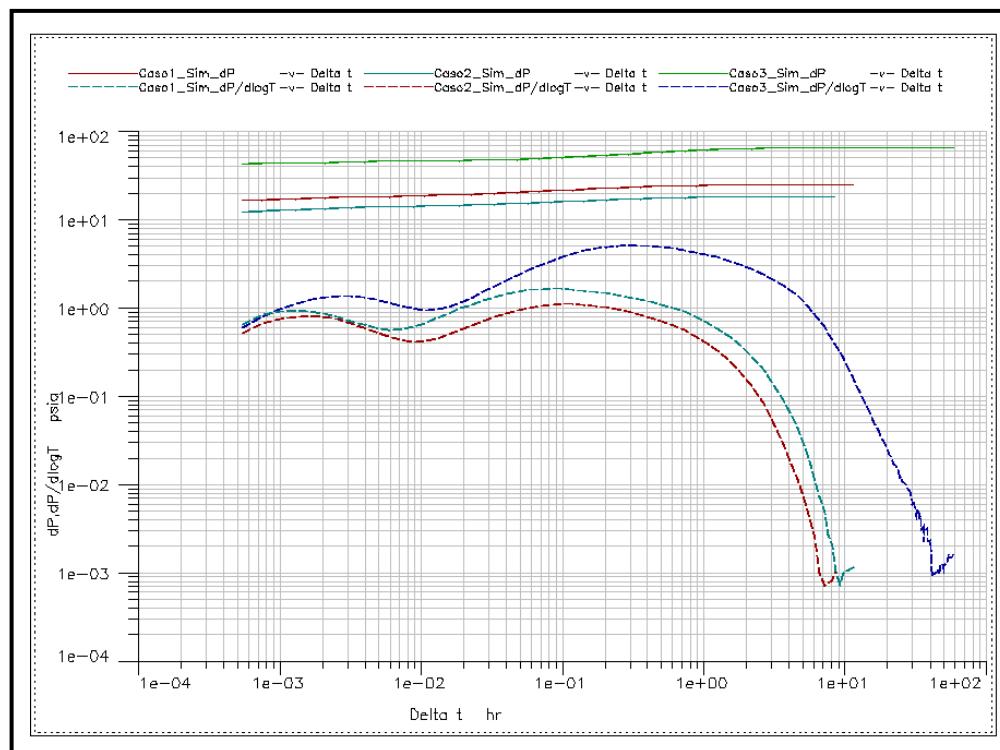


Figura 4.10. Gráfico de la derivada de la presión vs el tiempo adimensional (Casos 1, 2 y 3)

2. Variación de la longitud de las fracturas:

En el grupo de los casos 2, 4 y 5 se pueden observar las interacciones generadas como resultado de la variación de la longitud de las fracturas. En la Tabla 4.2 se puede observar cómo los valores de la permeabilidad no tienen variaciones tan bruscas como para el grupo de casos anteriores (Casos 1, 2 y 3). Sin embargo, se observa un aumento de la permeabilidad con el incremento de la longitud de las fracturas, lo cual es completamente lógico, debido a que a medida que se aumenta la longitud de las fracturas con el mismo tamaño de celda, también aumenta la probabilidad de que una misma fractura atraviese varias celdas provocando de esta forma un aumento en la conectividad del sistema.

La Figura 4.11 muestra la curva tipo Horner en la que se pueden apreciar las tres curvas correspondientes a cada caso. Al igual que para el grupo de casos estudiado anteriormente, se puede observar el comportamiento de doble porosidad. Las curvas no muestran grandes diferencias entre sí. Apenas se detecta el Caso 2 en el período de flujo inicial. En la Figura 4.12 se muestran las curvas de la derivada de la presión. Allí si se puede observar diferencias en la posición del valle que caracteriza a los sistemas fracturados. Se puede apreciar como el Caso 2, con un λ más pequeño que el Caso 4 y 5, tarda más tiempo en entrar al período de flujo de transición. Quiere decir entonces, que en el Caso 2 la transmisión de fluidos desde la matriz a las fracturas es menos rápida. Esto se explica, ya que en este caso las fracturas tienden a ser más largas que en los otros dos casos, y el tiempo que le toma al fluido salir de ellas es mayor. En la gráfica de la derivada de la presión es posible observar esta etapa como el período de flujo inicial. Se observan además, los efectos de borde al final de la curva de la derivada de la presión.

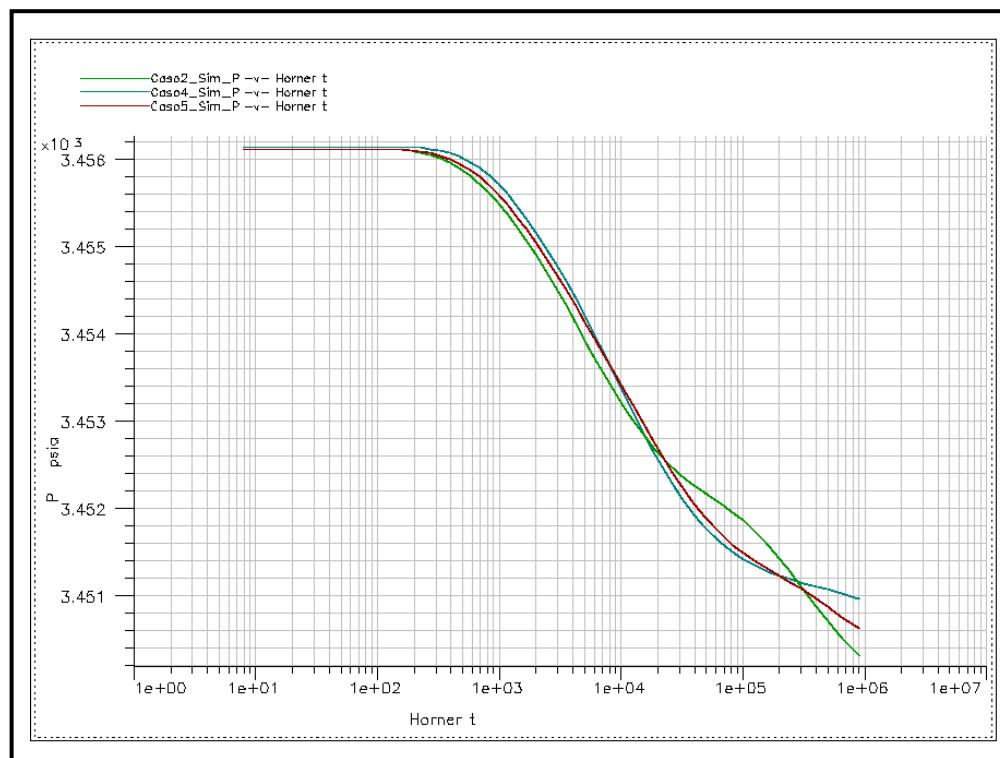


Figura 4.11. Gráfico tipo Horner (Casos 2, 4 y 5)

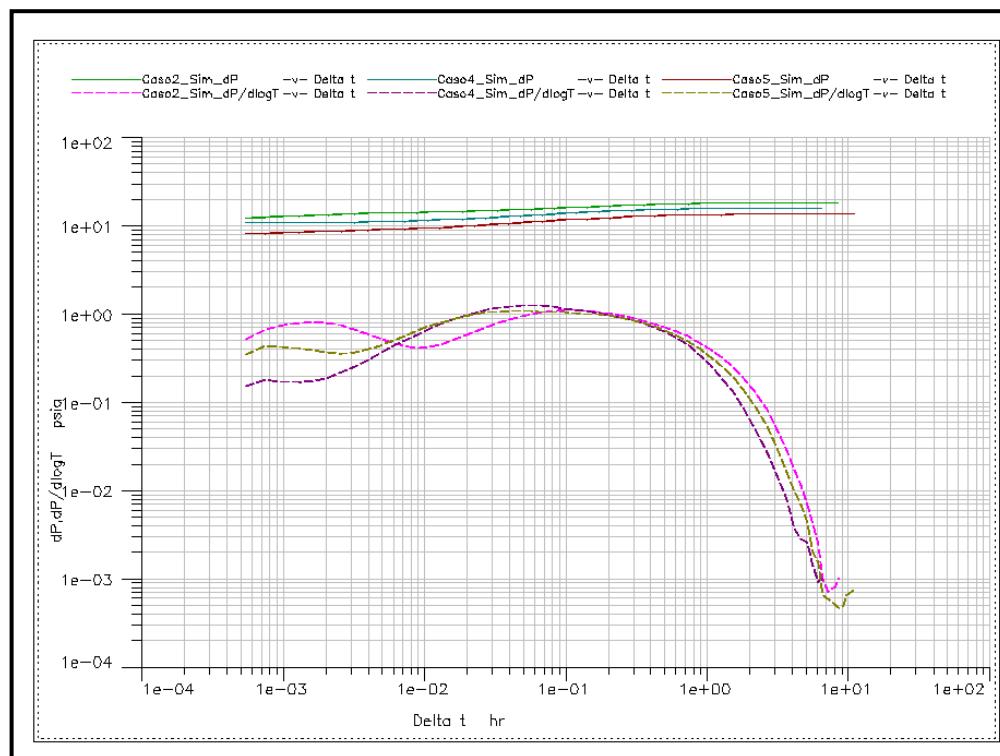


Figura 4.12. Gráfico de la derivada de la presión vs el tiempo adimensional (Casos 2, 4 y 5)

3. Variación del ángulo que forman las fracturas con respecto al ángulo preferencial de fracturamiento:

La combinación de los Casos 2, 6 y 7 muestran solamente pequeñas variaciones de la permeabilidad en cada caso. De ello se puede concluir que la influencia de la variación del ángulo no es tan importante como lo es la variación de la densidad o el largo de las fracturas. Sin embargo, se debe observar que a medida que se aumenta el ángulo de variación de las fracturas, el sistema aumenta su conectividad, de manera de que la permeabilidad también aumenta. Los gráficos de presión versus tiempo se muestran en las Figuras 4.13 y 4.14. En primer lugar, el gráfico tipo Horner de las tres curvas muestran variaciones muy leves entre los distintos casos. Lo mismo ocurre con la gráfica de la derivada de la presión en la que las tres curvas presentan un comportamiento muy similar. Al igual que en los casos anteriores es evidente el comportamiento de doble porosidad y la presencia de efectos bordes.

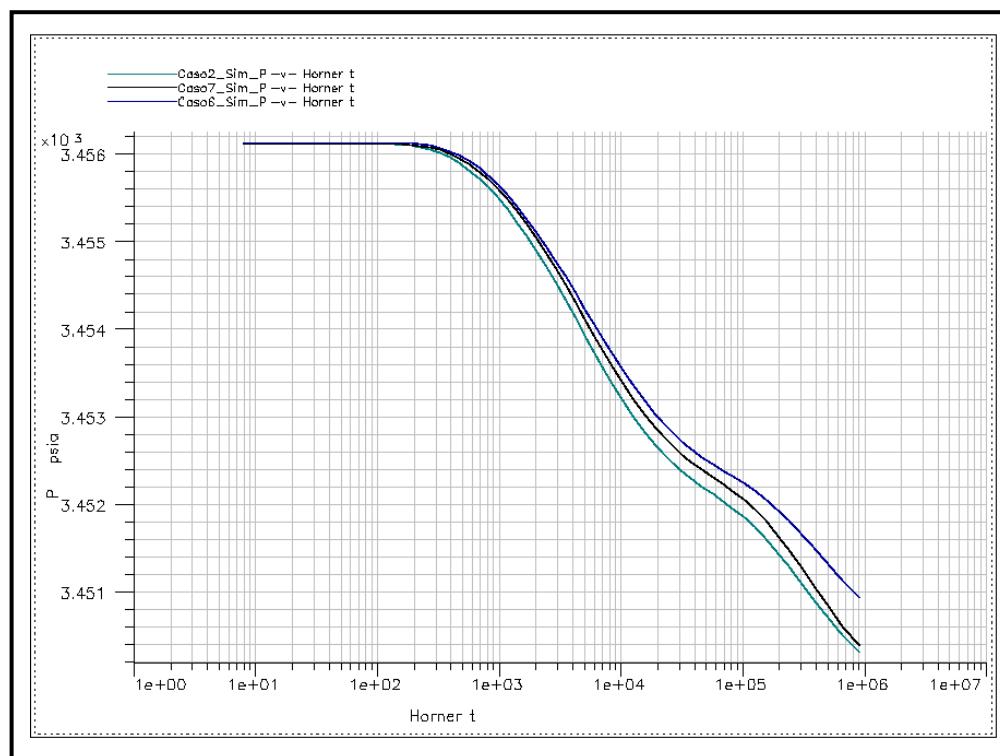


Figura 4.13. Gráfico de Horner (Casos 2, 6 y 7)

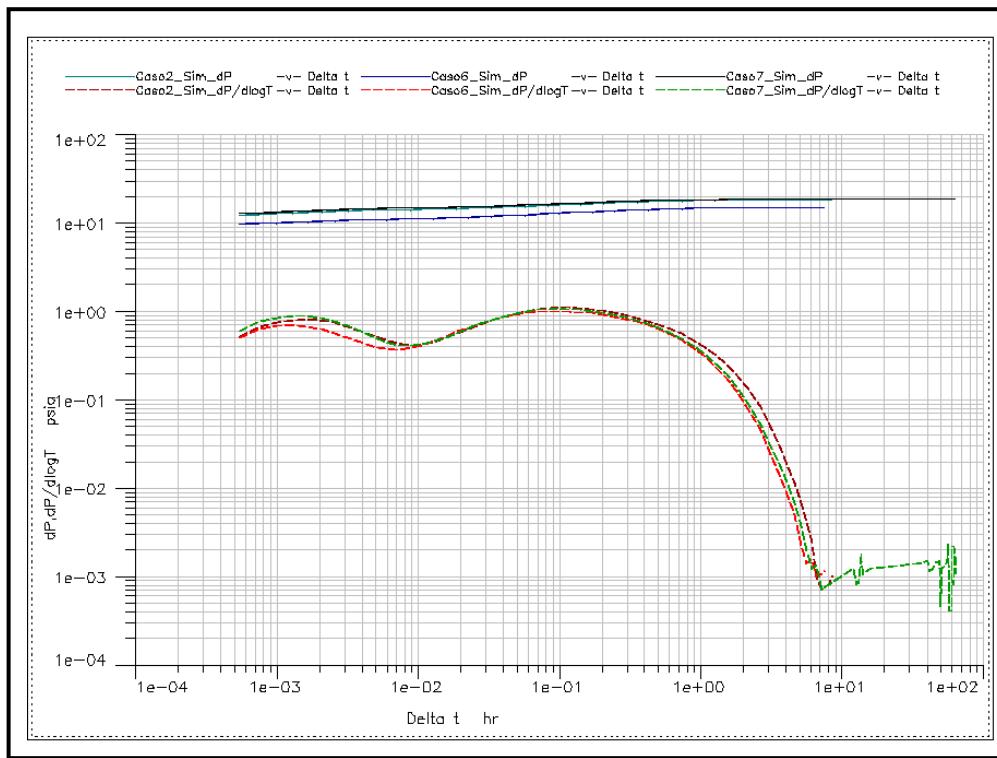


Figura 4.14. Gráfico de la derivada de la presión vs el tiempo adimensional (casos 2, 6 y 7)

4. Variación de la apertura de las fracturas:

Por último, el grupo de los Casos 2, 8 y 9 permite evaluar los cambios que se obtienen en la respuesta de presión como consecuencia de la variación de la apertura de la fractura. En este grupo de casos se obtienen los efectos más notables sobre el cálculo de la permeabilidad. La diferencia entre la permeabilidad del Caso 2 y el Caso 9 es de aproximadamente cien ordenes de magnitud. Estos resultados se explican debido a que al aumentar la apertura de las fracturas, se aumenta así mismo la permeabilidad de cada una de ellas, ya que la misma depende directamente de la apertura de las fracturas. En la Figura 4.15 se representan las curvas tipo Horner. Allí se observan las notables diferencias en el proceso de restauración de presión. La Figura 4.16 muestra las curvas de la derivada de la presión. Se evidencia tanto el comportamiento de doble porosidad como los efectos de borde. Las curvas que representan al Caso 2 y 8 son casi idénticas, pero desplazadas en el eje de la presión. Se está presentando entonces restauraciones de presión con características similares

pero en medios completamente diferentes, debido a las diferencias tanto en la capacidad de almacenamiento de fluidos (relacionada con la porosidad), así como en la respuesta o transmisibilidad (relacionada con la permeabilidad de la roca). La curva correspondiente al Caso 9, no aporta mucha información, ya que la corrida de presiones para este caso presentó problemas de convergencia, que pudieron haber sido causados por la permeabilidad tan alta que corresponde a ese caso.

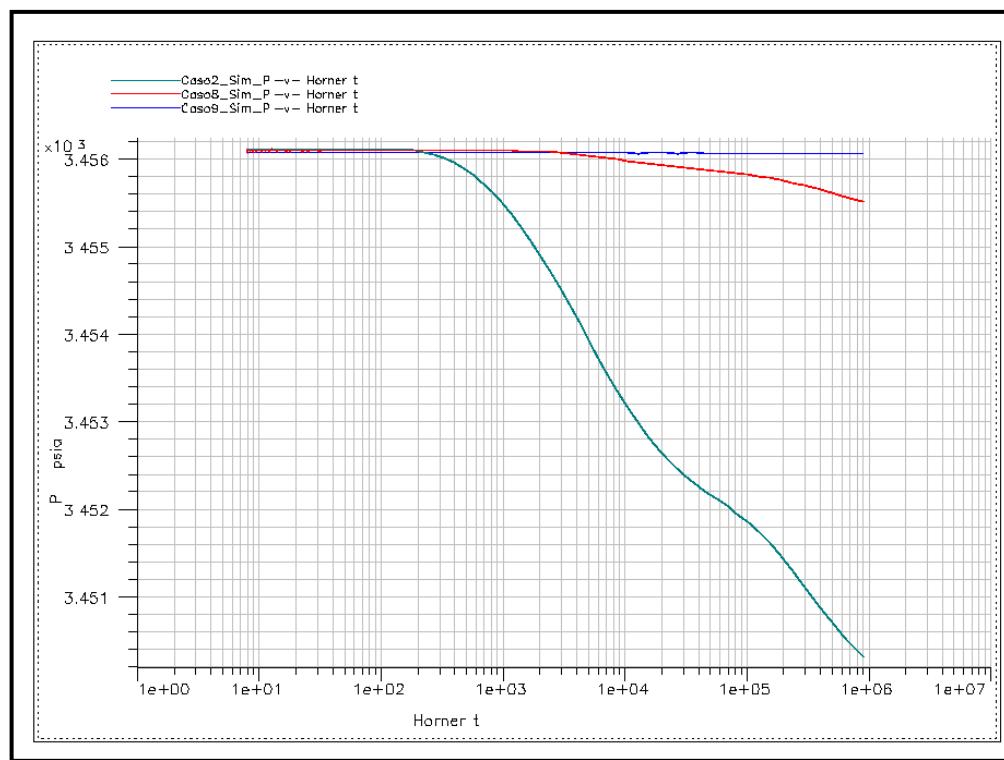


Figura 4.15. Gráfico de Horner (Casos 2, 8 y 9)

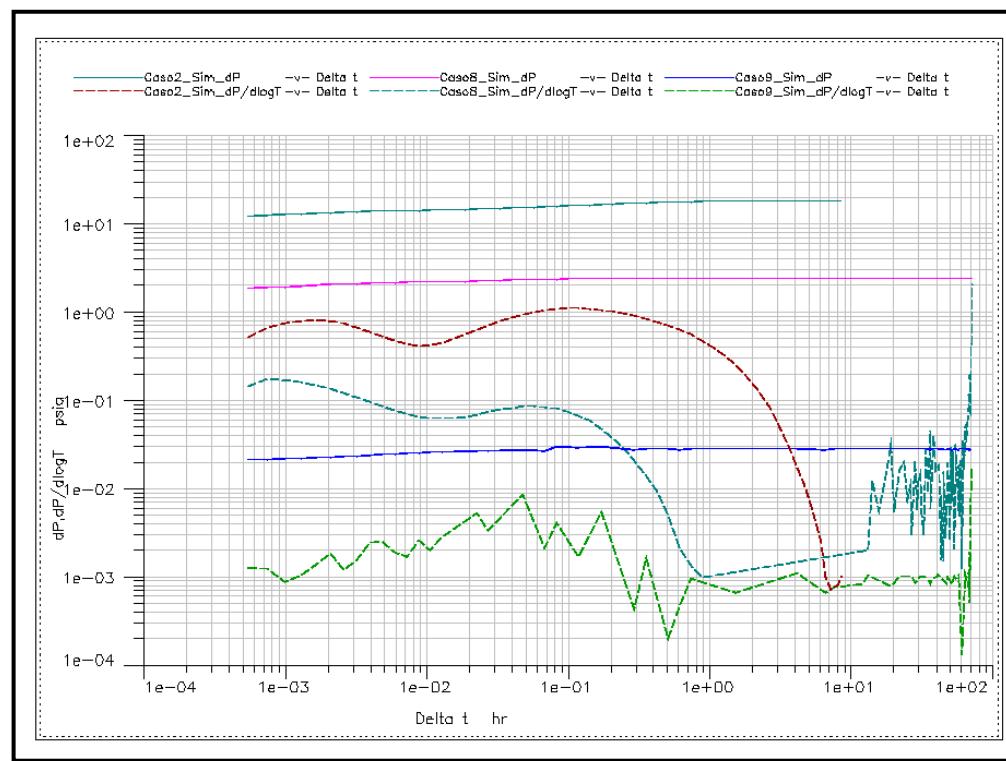


Figura 4.16. Gráfico de la derivada de la presión vs el tiempo adimensional (Casos 2, 8 y 9)

CONCLUSIONES

Del trabajo realizado sobre el desarrollo de una metodología para la determinación de los tensores de permeabilidad de yacimientos naturalmente fracturados se concluye que:

1. Se desarrolló una metodología para el cálculo de los tensores de permeabilidad por celda de un modelo de dos dimensiones que representa a un yacimiento naturalmente fracturado.
2. El método permite calcular el tensor de permeabilidad en cada celda del modelo.
3. Se comprueba la utilidad de las analogías de circuitos eléctricos con el flujo de fluidos en el medio poroso, en lo que se refiere al análisis mecanístico del flujo.
4. Adicionalmente, el método se puede utilizar, no solo para calcular la permeabilidad de sistemas de fracturas de un yacimiento naturalmente fracturado, sino también en el escalamiento de la permeabilidad en yacimientos convencionales.
5. La representación gráfica de los tensores de permeabilidad puede ser utilizada en la identificación de los posibles patrones de flujo en el yacimiento.
6. Se concluye que la permeabilidad del sistema naturalmente fracturado que se calcula está influenciada por el grado de discretización que se aplique a cada malla del modelo simulación. Se pudo observar como a medida que se aumenta el grado de discretización, la permeabilidad calculada tiende a estabilizarse en un valor, y acercarse a su valor único similar a la medición física.

Con respecto al estudio de sensibilidad y pruebas de presiones, se llegó a las siguientes conclusiones:

7. Los parámetros densidad y apertura de las fracturas resultaron ser los más influyentes de las variables sometidas a estudio.
8. La variación sistemática de los parámetros geométricos de los yacimientos naturalmente fracturados permite evaluar los cambios que se generan en las curvas de presión que ocurren como resultado de esos cambios paramétricos. Dichos cambios pueden ser caracterizados a través de los parámetros ω y λ .

RECOMENDACIONES

Como resultado del trabajo realizado se ofrecen las siguientes recomendaciones:

1. Extender la metodología para el cálculo de la permeabilidad a tres dimensiones.
2. Aplicar la metodología a un yacimiento real tomando en cuenta que es necesario poseer suficiente información geológica como para obtener un modelo que tome en cuenta variables tan importantes como la apertura y el espaciamiento entre las fracturas.
3. Realizar un estudio de sensibilidades para determinar la influencia que tiene sobre el cálculo de la permeabilidad el número de sistemas o familias de fracturas generadas siguiendo un modelo jerárquico.
4. Realizar un diseño de experimentos que permitan determinar de manera más precisa la influencia de los parámetros geométricos en la respuesta de presión en la curva de restauración luego de una prueba de producción.
5. Estudiar el efecto de la variación del número de celdas de la malla de simulación en la estimación de la permeabilidad, para garantizar respuestas únicas y similares a los valores medidos físicamente.
6. Sustituir en la generación de las pruebas de presiones, al simulador de doble porosidad por un simulador de líneas de flujo, ya que este último es capaz de manejar un gran número de celdas, procesar rápidamente una gran cantidad de realizaciones.

7. Evaluar una gran cantidad de direcciones de flujo, lo que permitirá tomar en cuenta la geometría real de los yacimientos naturalmente fracturados.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. STEARNS, D.W.: "Certain Aspects of Fractures in Naturally Deformed Rocks". NSF Seminario Científico Avanzado de Mecánica de Rocas. Bedford, Massachusetts. 1967
2. NELSON R., "Natural Fracture System: Description and Classification", Boletín AAPG (Diciembre 1979) V. 63, No. 12, 2214, 2221.
3. AGUILERA R., "Naturally Fractured Reservoirs". Segunda Edición, PennWel Books. 1995.
4. WARREN, J.E., Y ROOT, P. J.: "The behavior of naturally fractured reservoirs". SPE, (1963) .
5. AGUILERA, R.: "Advances in the Study of Naturally Fractured Reservoir", JCPT, p. 5, Mayo de 1993.
6. GRINGARTEN, E.: "Geometric Modeling of Fracture Networks", Tesis Doctoral, Universidad de Stanford, Octubre de 1997.
7. GEOQUEST: "Eclipse Technical Manual". Version 99a_1. Intera Information Technologies Ltd, OxfordShire, 1999.
8. MALDELBROT, B.B.: "The fractal geometry of Nature", W.H. Freeman y Compañía., Nueva York. 1983.
9. OLAREWAJU, J. S. AND LEE, W. J.: "New Pressure Transient Analysis Model for Dual-porosity Reservoir", Evaluación de Formaciones, SPE (1988).

10. BARTON, C.C.: "Fractal Analysis of the Scaling and Spatial Clustering of Fracture". Fractals and Their Use in the Earth Sciences. Editado por C.C. Barton y P.R.L. Pointe. Sociedad Geológica Americana.
11. BUITRAGO, S.; GEDLER, G.; Y RUIZ, J.: "Characterization of Naturally Fractured Reservoirs", SPE 69538. Conferencia de Ingenieros de Petróleo de Latinoamérica y el Caribe.
12. HORNE, R.N.: "Modern Well Test Analysis". Segunda Edición, Petroway, 2000.
13. BOURDET, D. y GRINGARTEN, A.: "Determination of Fissure Volume and block size in fractured reservoirs by type curves analysis". SPE 9293, Septiembre de 1980.
14. BOURDET, D. AYOUB, J. A., Y PIRARD, Y. M.: "Use of Pressure Derivative in Well Test Interpretation", SPE 12777, Reunión Annual Regional de California, Long Beach, California, 11 al 13 de Abril, 1984.
15. DA PRAT, G.: "Well Test Analysis for Fractured Reservoir Evaluation". Publicaciones Elsevier. Amsterdam-Oxford-New York, 1990.
16. BARENBLATT, G.I. Y ZHELTOV, I.P.: "On the Basic Flow Ecuations of Homogeneous Liquids in Fissured Rocks". Dokl. Akad. Nauk SSSR , 1960.
17. ODEH, A.S.: "Unsteady-State Behavior of Naturally Fractured Reservoirs". SPE Journal. Marzo de 1965.
18. KAZEMI, H.: "Pressure Transient Análisis of Naturally Fractured Reservoirs with Uniform Fractured Distribution", SPE. (Diciembre 1969) 451-462.
19. DE SWAAN, A.: "Analytic Solutions for Determining Naturally Fractured Reservoir Properties by Well Testing". SPE 5346. Abril de 1975.
20. BOURDAROT, G.: "Well Testing: Interpretation Methods". Ediciones Technip, París 1998

21. GRINGARTEN, A.: "How to Recognize Double-Porosity System from Well Test". SPE J.P.T. Junio de 1987.
22. FRANK, D.J.; LOBB, C.J.; "Highly efficient algorithm for percolative transport studies in two dimensions". Physical Review B, Vol. 37 No.1, pp302-307, Enero 1988.

APÉNDICE I: ASIGNACIÓN DE LAS CONDUCTANCIAS A LAS ARISTAS

APÉNDICE I

Asignación de las conductancias a las aristas

Se supone una fractura A de longitud l y conductancia C , como se observa en la Figura 1, donde l_p (en azul) representa la fracción de la longitud total de la fractura dentro de la celda. De esta forma la longitud de la fractura fuera de la celda estaría representada por $(l-l_p)$. Así, la conductancia total C , se puede escribir como la suma en serie de dos conductancias, obteniéndose la siguiente expresión:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \quad \text{Ecuación 1}$$

escribiendo las conductancias ahora en función de la proporción de longitud de cada segmento de fractura, se tiene que:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{l_p}{l} \cdot \frac{1}{C} + \frac{(l-l_p)}{l} \cdot \frac{1}{C}$$

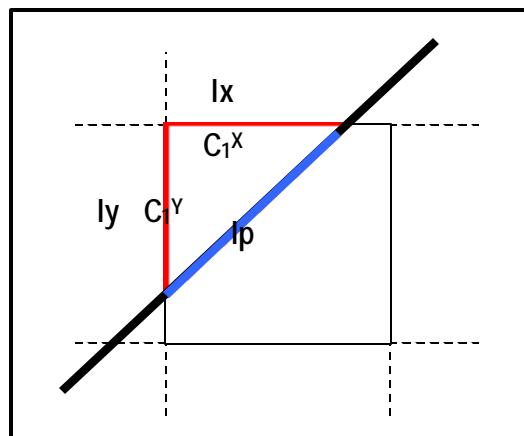


Figura 1. Representación gráfica de la discretización de una fractura dentro de una celda

De esta forma, C_1 representa la fracción de conductancia total de la fractura dentro de la celda. De igual modo que como ocurre con C , C_1 puede ser escrita como la suma en serie de dos conductancias. Dichas conductancias son las aristas de discretización. Al igual que en el caso de la conductancia total, la asignación de las conductancias a las aristas de las celdas de discretización se realiza proporcional a la longitud, desde la intersección de la fractura con la arista, hasta el extremo de la misma, resultando en la siguiente expresión:

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_1^x} + \frac{1}{C_1^y} \quad \text{Ecuación 2}$$

$$\frac{1}{C_1} = \frac{l_x}{(l_x + l_y)C_1} + \frac{l_y}{(l_x + l_y)C_1}$$

$$C_1^x = \frac{(l_x + l_y)C_1}{l_x} = \frac{(l_x + l_y).I.C}{l_p.l_x}$$

$$C_1^y = \frac{(l_x + l_y)C_1}{l_y} = \frac{(l_x + l_y).I.C}{l_p.l_y}$$

$$C_1^x = \frac{(l_x + l_y).I.C}{l_p.l_x}$$

Ecuación 3

$$C_1^y = \frac{(l_x + l_y).I.C}{l_p.l_y}$$

Ecuación 4

Como se puede observar, C_1^x es la conductancia que le corresponde al segmento horizontal de discretización y C_1^y es la conductancia del segmento vertical, representados por segmentos de color rojo en la Figura 1.

Aplicación para cualquier celda

El proceso de asignación de las conductancias a las aristas se puede dividir en los siguientes pasos:

1. Se calcula la longitud l de la fractura
2. Se calcula la porción lp de la fractura dentro de la celda como la distancia entre los puntos de intercepción de la fractura y las aristas de la celda
3. Se calcula lx y ly como la distancia del vértice de la celda de discretización, al punto de intersección en x , respecto de y . Cabe destacar que sí la fractura intersecta dos aristas consecutivas, la conductancia es asignada éstas. En cambio, si la fractura intersecta dos aristas paralelas se le asigna a lx o a ly
4. Finalmente calcula C_1^x y C_1^y

Demostración

Se tiene una fractura B , con una longitud l y una conductancia C que atraviesa cuatro celdas. Las conductancias que se asignan a cada arista se calculan de la siguiente manera:

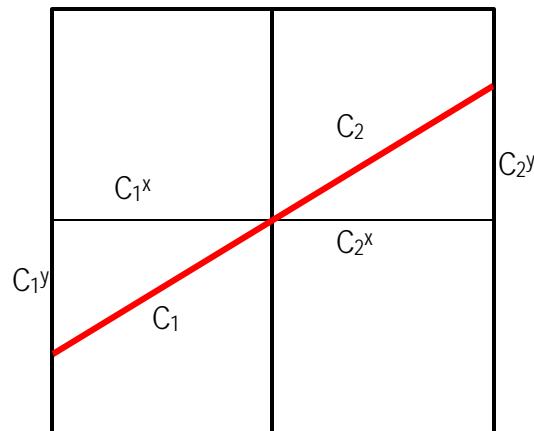


Figura 2. Demostración de la asignación de las conductancias a las aristas

Aplicando la Ecuación 1, se tiene que:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{Ip}{I.C} + \frac{I-Ip}{I.C}$$

Luego:

$$\frac{1}{C_1} = \frac{Ip}{I.C} \Rightarrow C_1 = \frac{I.C}{Ip} \quad y \quad \frac{1}{C_2} = \frac{I-Ip}{I.C} \Rightarrow C_2 = \frac{I.C}{(I-Ip)}$$

Al calcular la conductancia en el extremo 1 mediante la ecuación 2, se obtiene la siguiente expresión:

$$\frac{1}{C_1} = \frac{1}{C_1^x} + \frac{1}{C_1^y}$$

$$\frac{1}{C_1} = \frac{Ix}{(Ix+Iy)C_1} + \frac{Iy}{(Ix+Iy).C_1}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_1^x} = \frac{Ix}{(Ix+Iy).C_1} \Rightarrow C_1^x = \frac{(Ix+Iy)C_1}{Ix} = \frac{(Ix+Iy).I.C}{Ip.Ix}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_1^y} = \frac{Iy}{(Ix+Iy).C_1} \Rightarrow C_1^y = \frac{(Ix+Iy)C_1}{Iy} = \frac{(Ix+Iy).I.C}{Ip.Iy}$$

Igualmente se calcula la conductancia en el extremo 2 mediante la Ecuación 2, con lo cual se obtiene:

$$\frac{1}{C_2} = \frac{1}{C_2^x} + \frac{1}{C_2^y}$$

$$\frac{1}{C_2} = \frac{lx}{(lx+ly)C_2} + \frac{ly}{(lx+ly).C_2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_2^x} = \frac{lx}{(lx+ly).C_2} \Rightarrow C_2^x = \frac{(lx+ly)C_2}{lx} = \frac{(lx+ly).I.C}{(l-lp).lx}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{C_2^y} = \frac{ly}{(lx+ly).C_2} \Rightarrow C_2^y = \frac{(lx+ly)C_2}{ly} = \frac{(lx+ly).I.C}{(l-lp).ly}$$

Sumando todas las conductancias asignadas a las aristas, se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{1}{C_1^x} + \frac{1}{C_1^y} + \frac{1}{C_2^x} + \frac{1}{C_2^y} &= \frac{lx}{(lx+ly).C_1} + \frac{ly}{(lx+ly).C_1} + \frac{lx}{(lx+ly).C_1} + \frac{ly}{(lx+ly).C_1} \\ &= \frac{lx.lp}{(lx+ly).I.C} + \frac{ly.lp}{(lx+ly).I.C} + \frac{lx.(l-lp)}{(lx+ly).I.C} + \frac{ly.(l-lp)}{(lx+ly).I.C} \\ &= \frac{(lx+ly).lp - (lx+ly).lp + (lx+ly).l}{(lx+ly).I.C} = \frac{1}{C} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{C_1^x} + \frac{1}{C_1^y} + \frac{1}{C_2^x} + \frac{1}{C_2^y} = \frac{1}{C}$$

Lo anterior certifica que las aristas están siendo asignadas con una conductividad correcta, ya que la suma en serie de todas las conductancias asignadas, es igual a la conductancia total.

APÉNDICE II: MAPAS DE PERMEABILIDAD

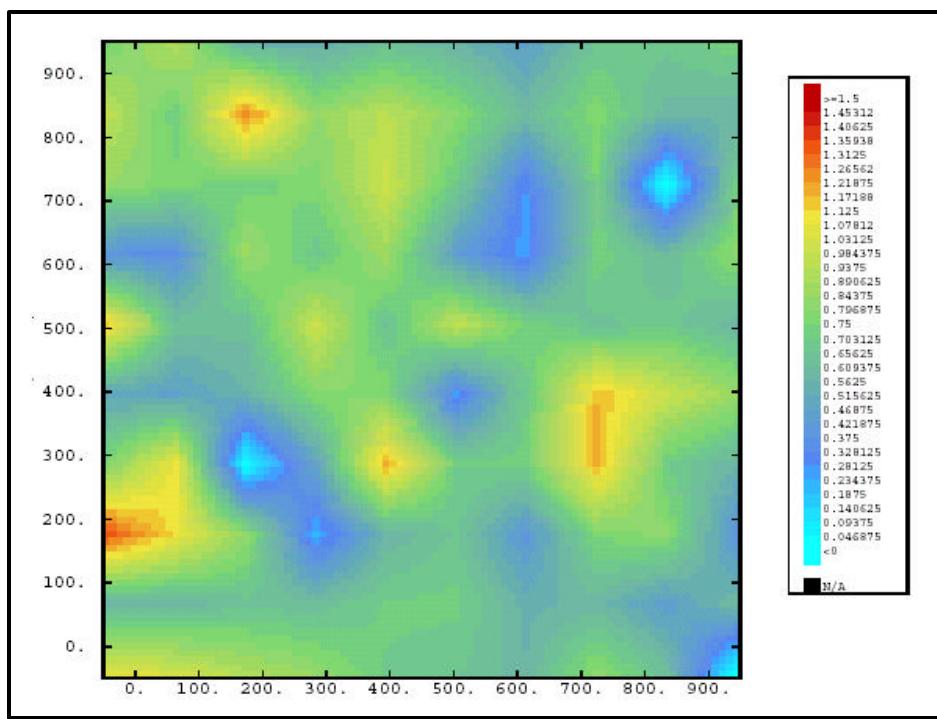


Figura 1. Mapa de la permeabilidad en dirección x para el Caso 1

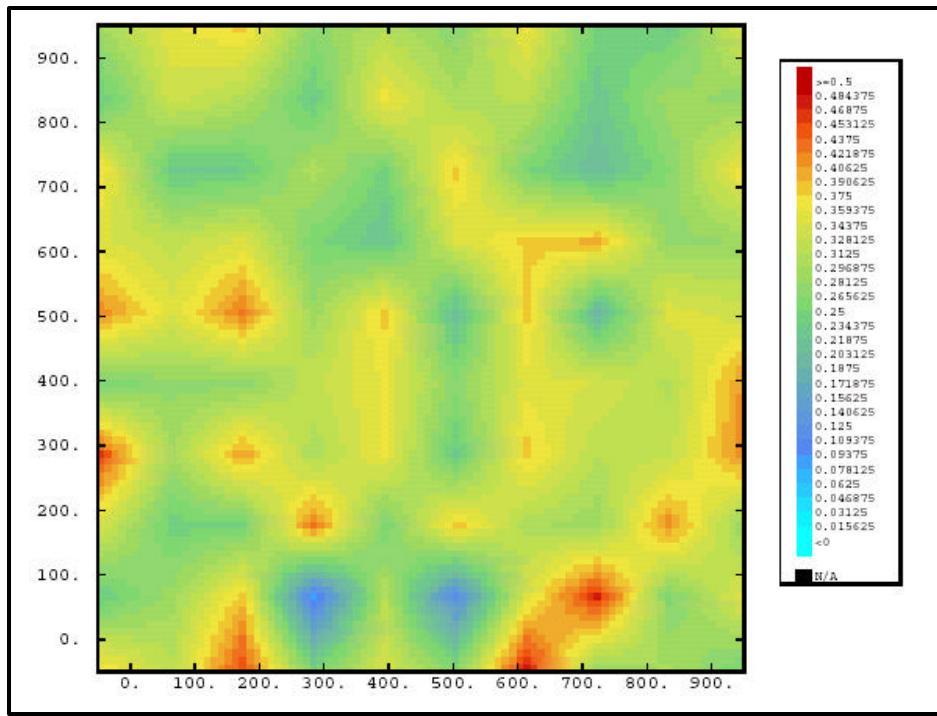


Figura 2. Mapa de la permeabilidad en dirección y para el Caso 1

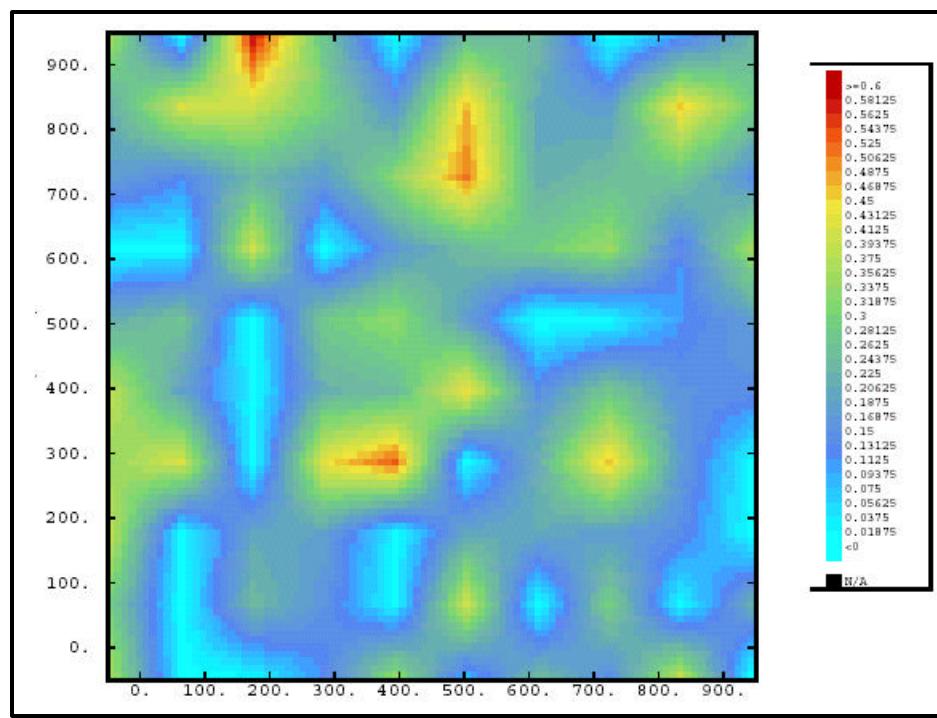


Figura 3. Mapa de la permeabilidad en dirección x para el Caso 3

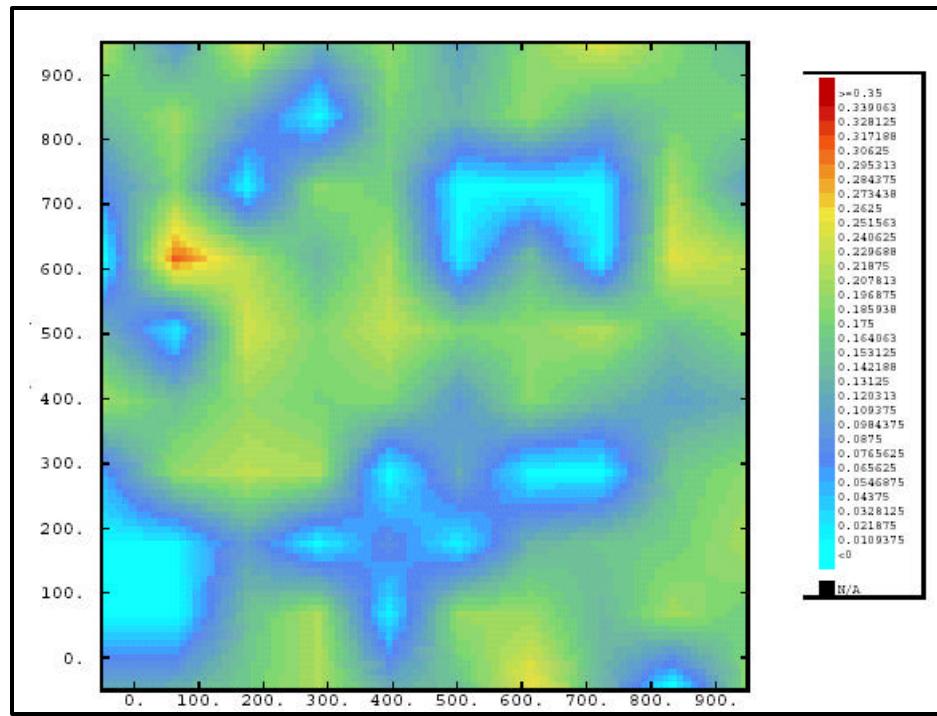


Figura 4. Mapa de la permeabilidad en dirección y para el Caso 3

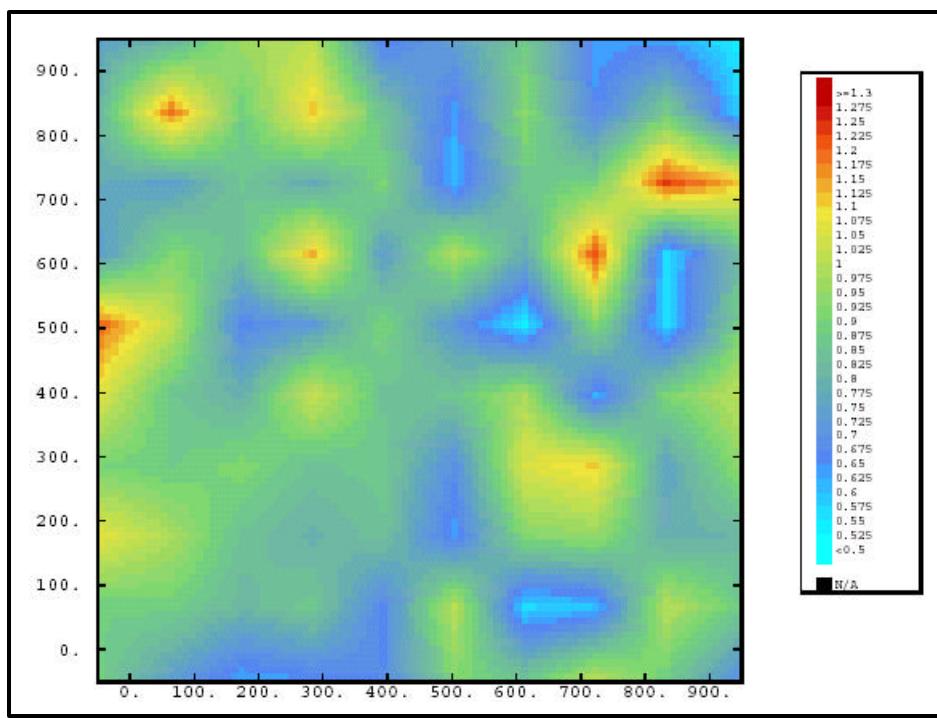


Figura 5. Mapa de la permeabilidad en dirección x para el Caso 4

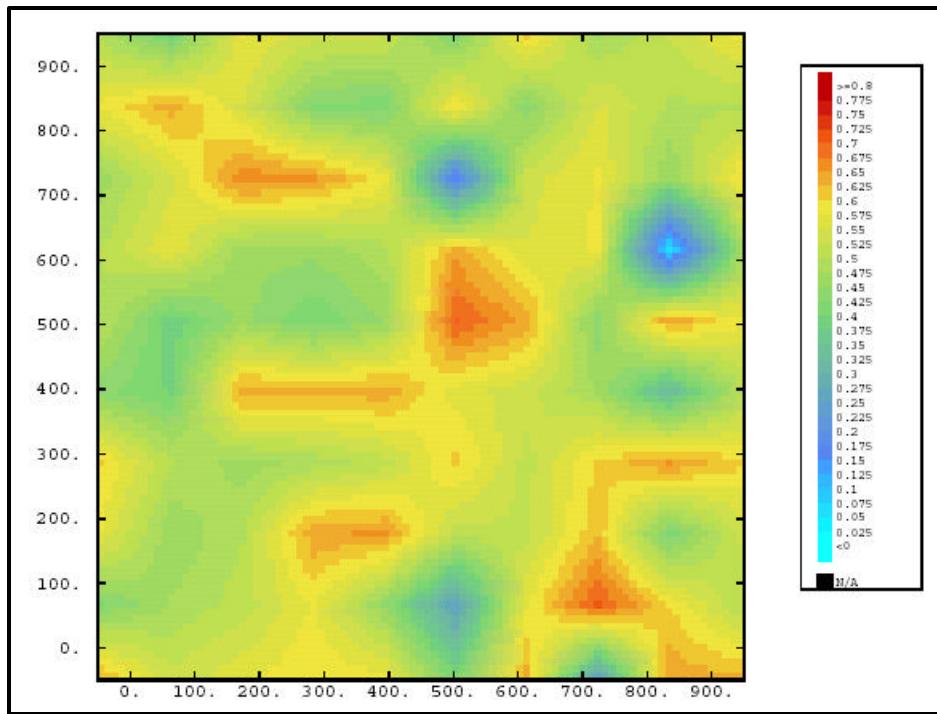


Figura 6. Mapa de la permeabilidad en dirección y para el Caso 4

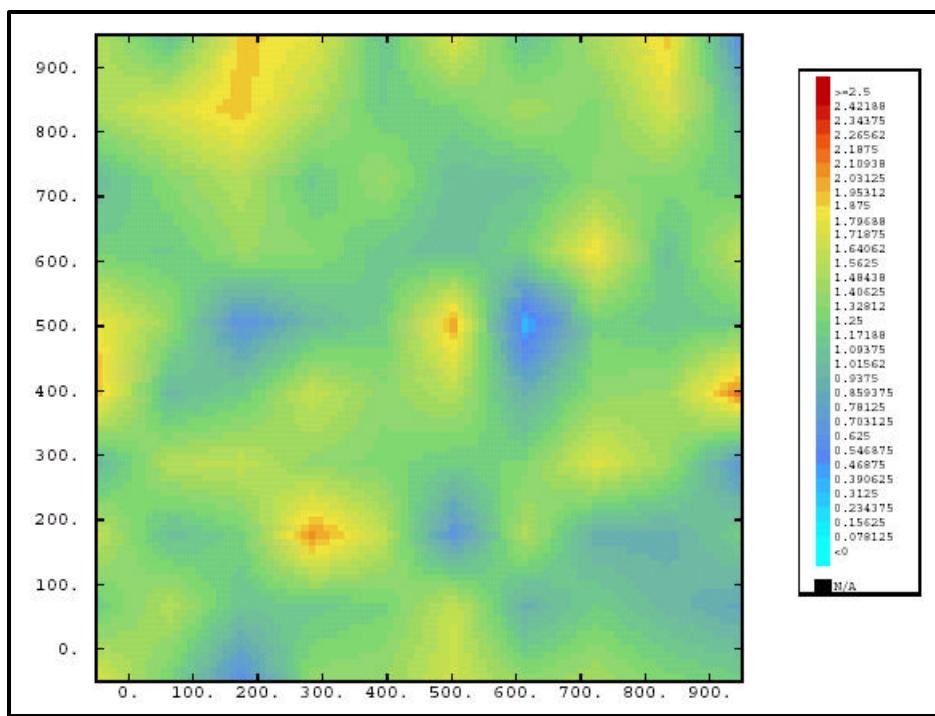


Figura 7. Mapa de la permeabilidad en dirección x para el Caso 5

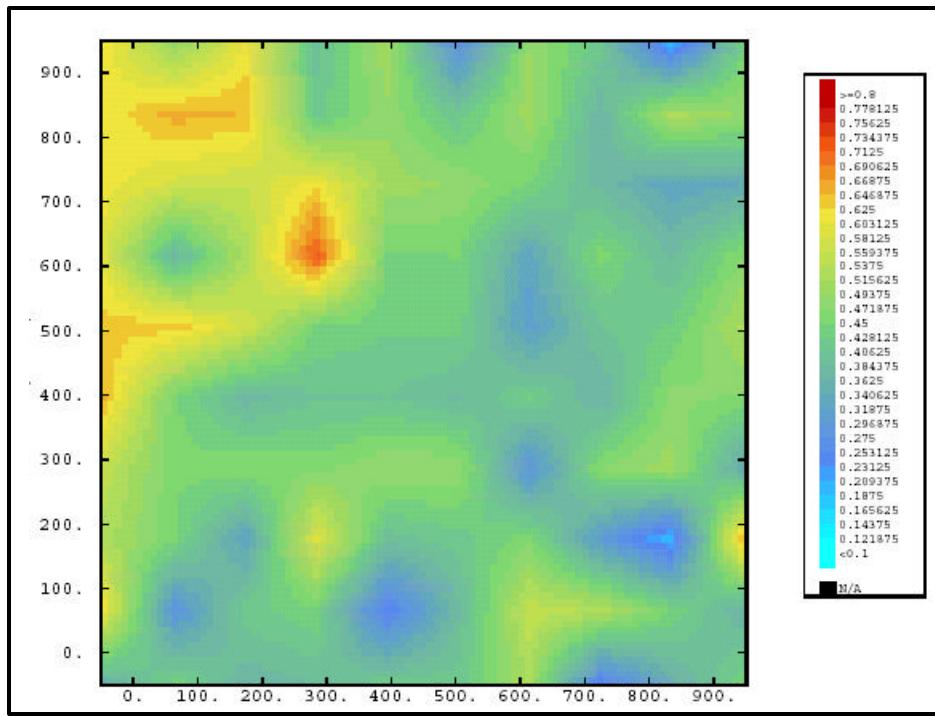


Figura 8. Mapa de la permeabilidad en dirección y para el Caso 5

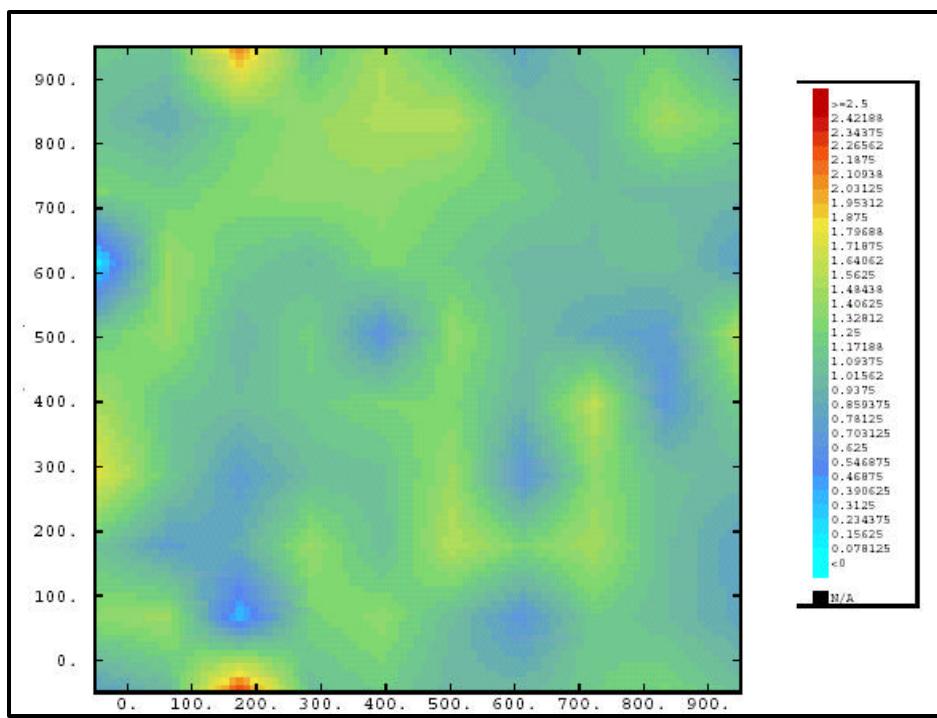


Figura 9. Mapa de la permeabilidad en dirección x para el Caso 6

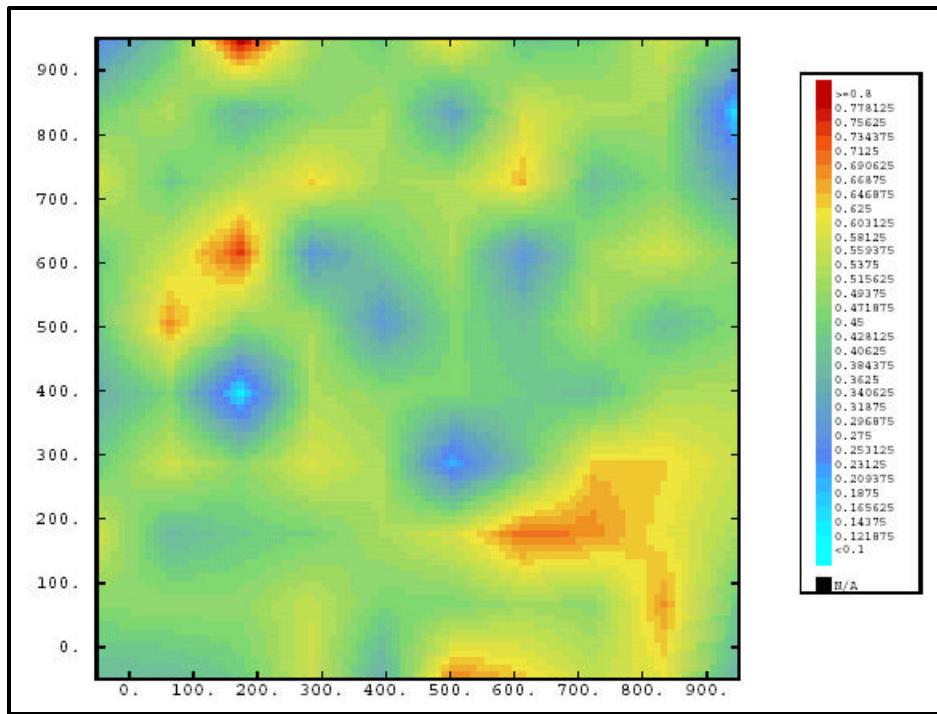


Figura 10. Mapa de la permeabilidad en dirección y para el Caso 6

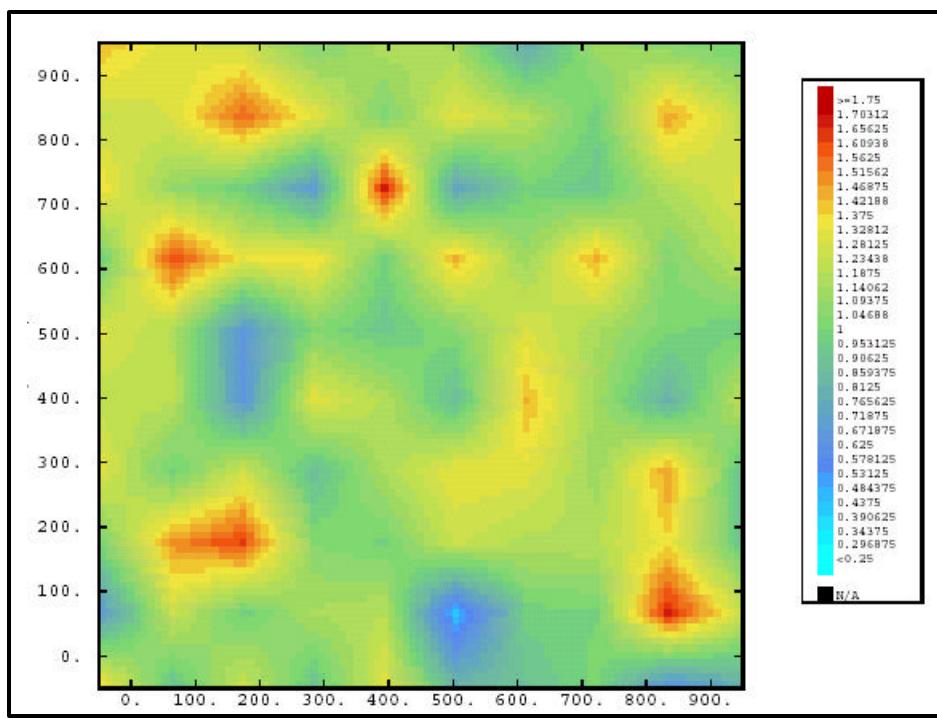


Figura 11. Mapa de la permeabilidad en dirección x para el Caso 7

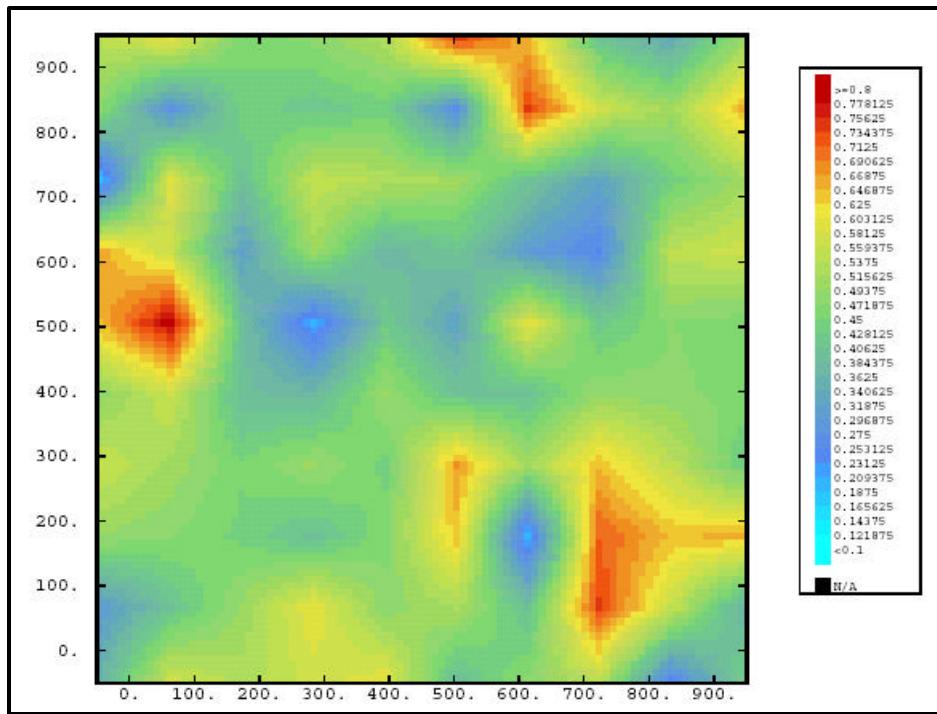


Figura 12. Mapa de la permeabilidad en dirección y para el Caso 7

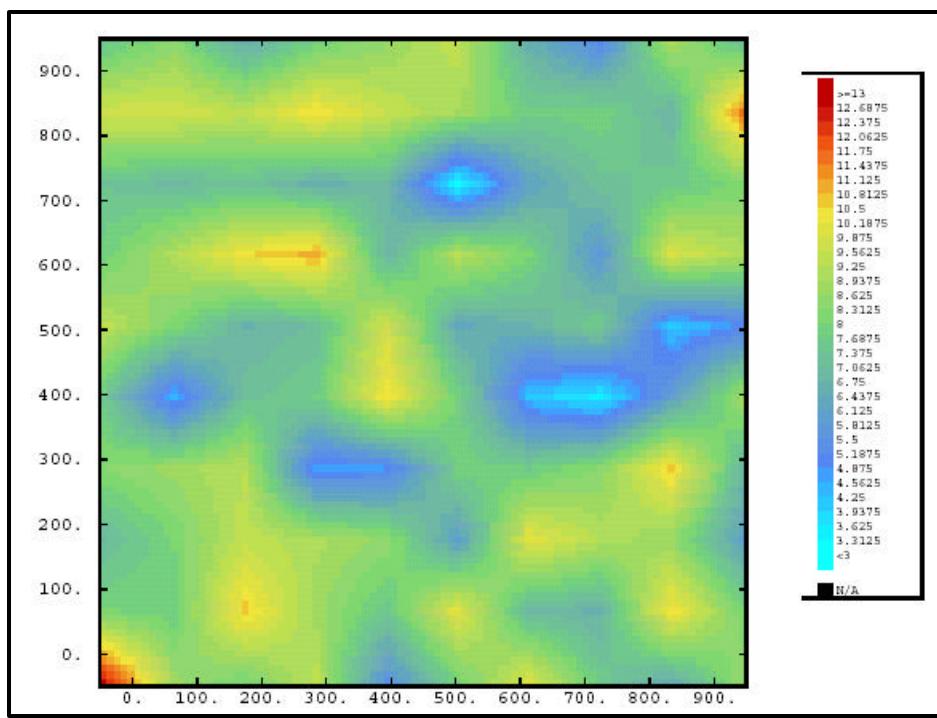


Figura 13. Mapa de la permeabilidad en dirección x para el Caso 8

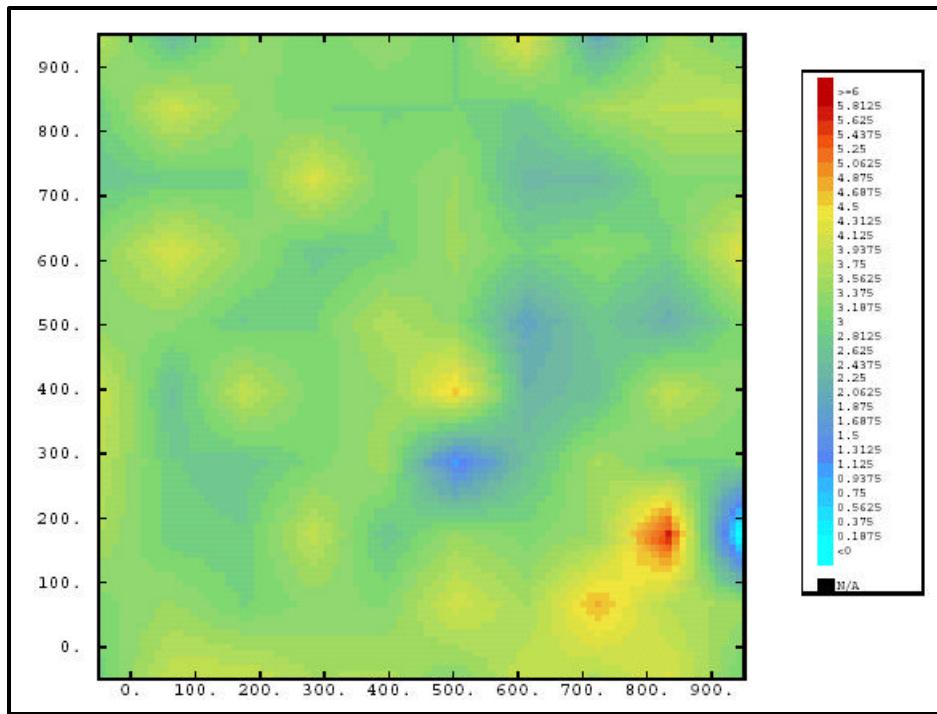


Figura 14. Mapa de la permeabilidad en dirección y para el Caso 8

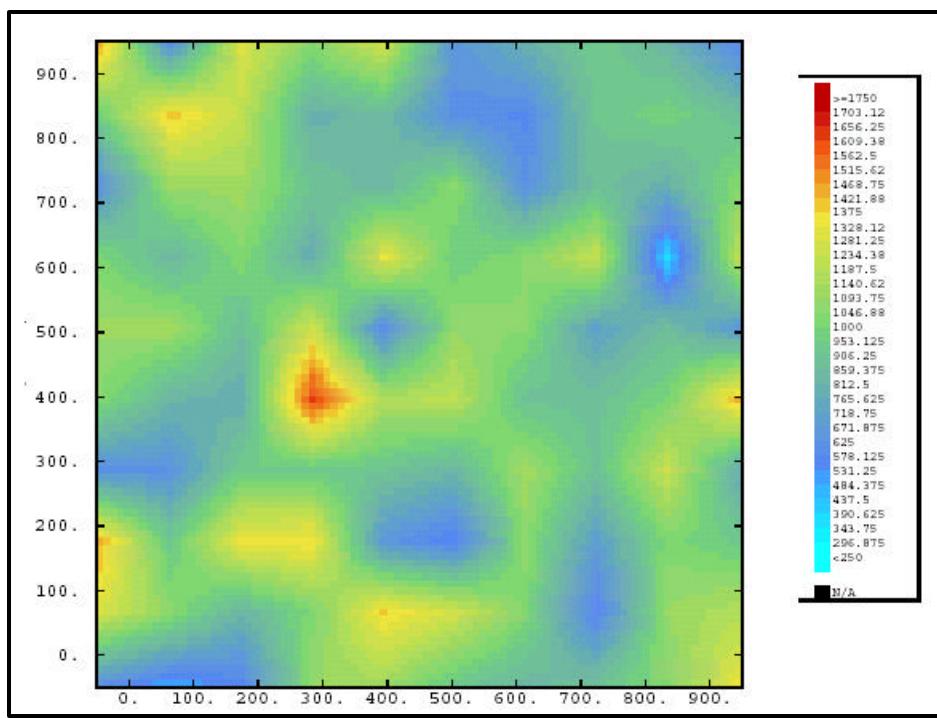


Figura 15. Mapa de la permeabilidad en dirección x para el Caso 9

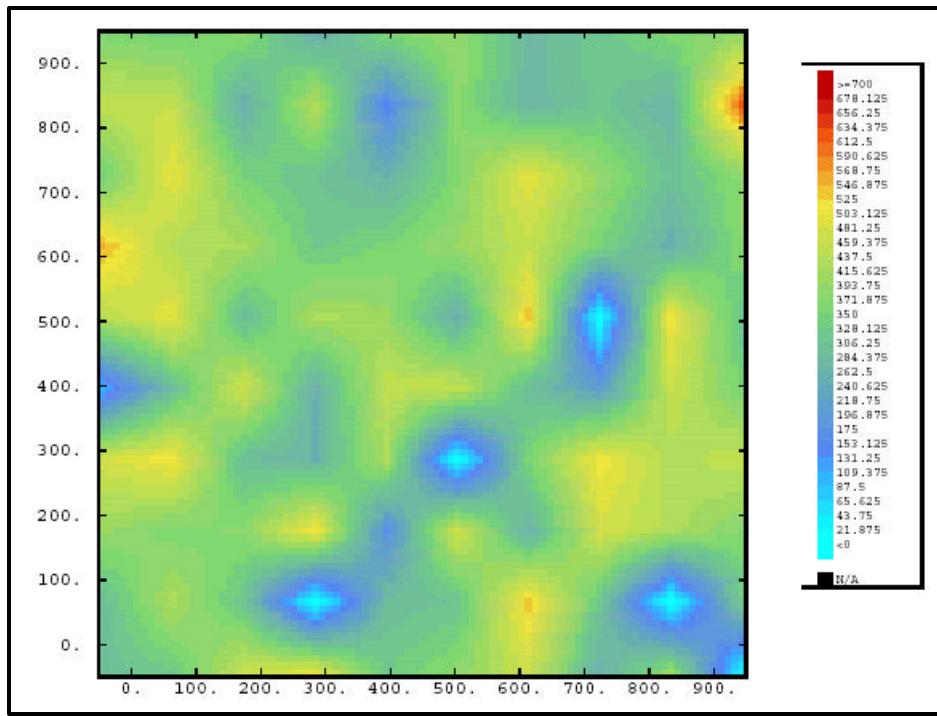


Figura 16. Mapa de la permeabilidad en dirección y para el Caso 9