

TRABAJO ESPECIAL DE GRADO

***ESTUDIO DEL EFECTO DE LA FORMA Y EL TAMAÑO DE LAS
PARTÍCULAS SOBRE LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN
GRAVITACIONAL DE SUSPENSIONES***

Tutora: Prof. Mary Luz Alonso

Presentado ante la Ilustre
Universidad Central de
Venezuela para optar al Título
de Ingeniero Químico
Por el Br. Sayago Peñaloza Johnny

Caracas, abril 2001

DEDICATORIA

A ti...

Porque has peleado la pelea excelente y has
salido victoriosa

A ti...

Porque has aguantado y has vencido

A ti...

Que tu galardón seguro te espera
Con todo mi corazón, a ti mi querida

Doris...

AGRADECIMIENTOS

Quiero para comenzar darle gracias a Jehová, mi Dios, por todas las bendiciones que he recibido de Él; es increíble todas las cosas maravillosas que has hecho para mí, gracias por darme la vida, por una familia amorosa, por amigos fieles y sinceros, por tu guía amorosa y por demostrarme que ese poder más allá de lo normal, proviene de ti y que está a nuestra disposición cuando lo necesitamos...

A mis padres Ángel y Miriam, por su apoyo continuo y por su confianza en mi, chamos *LO LOGRÉ!!*

A mi hermano Carlos por su apoyo en momentos críticos, gracias viejo.

A mi hermana Clara, gracias negrita por estar allí, el sólo hecho de tu existencia significa mucho para mí.

A mi hermanita Jessi por luchadora, por contagiarme su alegría.

A Sarita y Danielito, son increíbles...

A mi tía Albita y a Mari, por estar allí siempre que las necesito.

A mis hermanos y hermanas espirituales fuente de continuo estímulo, aguante y alegrías tan necesarias para sobrevivir en este sistema tan hostil. En especial a Marjorie, por ser además una excelente compañera de clases y amiga fiel.

A Tamara, Yadira, Jenny, Osman, Diana, Jaime, Enrique P., Raiza, Vicky, Rosi, Daya, Isabel, Eva, Josué, Brenda, Germán, Eulis, Abigail, Allen, Mayra, Enrique S., Bleidys, Celmira, Alberto, Anabel, Jhonny, Damaris y todos mis amigos, por su atención, su dedicación e Interés sincero.

Especialmente quiero agradecer a la profesora Mary Luz Alonso, por su apoyo incondicional, su trato agradable, su actitud positiva y su esfuerzo constante para que culmináramos este proyecto con éxito. Mary de verdad que ha valido la pena todos los trasnochos y el trabajo extra, de verdad que me sentí como un hijo más y eso no lo hace nadie, salvo alguien con un gran corazón, mil gracias y

mucho éxito...

Al profesor José Sorrentino, por dedicarse a mi trabajo para que se generase algo de calidad.

A Yumay Hernández por darme consejos útiles para salir adelante en este proyecto, gracias mi hermana...

A Harryson e Isaí, los mejores técnicos del mundo, por tener siempre una respuesta ante un inconveniente técnico, de verdad que trabajan con poco para generar resultados de muy alta calidad.

Al señor Armando por tener esa disposición a solucionar los problemas de la manera más práctica y sencilla. Señor Armando nunca serán suficientes los reconocimientos que se le hagan por tan excelente labor.

A mi amigo fiel Michele, (Cifa), por tener la paciencia para aguantarme desde el primer día que piso la Universidad y darme su valiosa amistad hasta el final.

A mi amigo David (Barto), por estar dispuesto a darme su ayuda en todo momento, gracias viejo de verdad que no lo olvidaré, cuenta conmigo para lo que venga...

A mi linda Elsitita (...) por mostrarme que ante las situaciones más difíciles se puede salir airoso.

A mis amigos de la Universidad, mis compañeros, mis profesores, mis amigos de ahora, mis amigos de antes y mis amigos de siempre, Syreima (Rayu), Darnel (Homer), José Francisco (Ing), Emilio, Paola, Eimer, Leandro, Salvatore, Samir, Berenice, Carla, Lerayne, Anndy, Iraida, Héctor, por esas palabras de aliento al tiempo apropiado.

A Jenny, por su entrega total y su amistad sincera, flaca eres lo máximo.

A mis compañeros del Laboratorio de Separaciones Mecánicas, por su apoyo incondicional y capacidad conciliadora muchas veces pese a las condiciones de trabajo, Anahís, Jorge, María Eugenia, Nancy, Alvaro, Españita, Freddy, Florimar, Indira, Marianella, Collete, María Guerra, todos gracias.

A María Meza y a Pilar, por sacarme de apuros, sin ustedes de verdad se me hubiese hecho esto mas cuesta arriba.

Al profesor Wadou Baré, por su colaboración desinteresada, sus claros consejos y su amistad sincera y sin prejuicios.

A Leudith, por iluminarnos cada día con su sonrisa y capacidad de dar sin recibir nada a cambio.

Y que más diré, estoy seguro de que alguien se me escapa en mi acostumbrado despiste, sin embargo quiero agradecerles a todos los que mi despistada memoria ahora no me permite recordar y que ni en mil hojas podría mencionar...

... por este, que no ha sido un proyecto de un día sino el trabajo de años. A todos, muchas gracias...

J. S.

Sayago P. Johnny A.
**ESTUDIO DEL EFECTO DE LA FORMA Y EL TAMAÑO DE LAS PARTÍCULAS SOBRE
LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN GRAVITACIONAL DE SUSPENSIONES**

Tutor académico: Mary Luz Alonso. Tesis. Caracas, U.C.V. Facultad de
Ingeniería. Escuela de Ingeniería Química. Año 2001, 145 p.

Palabras Claves: Velocidad de sedimentación, Esfericidad de Wadell,
Desviación estándar geométrica.

Resumen. La sedimentación, como proceso de separación sólido líquido reviste gran importancia cuando el objetivo planteado es la recuperación total o parcial de los componentes sólidos de una corriente, o cuando un líquido clarificado de alta pureza se convierte en el objetivo operacional de una sección de planta.

Se han llevado a cabo diversos estudios teóricos y/o experimentales que permiten, tomando como base la ecuación de Richardson Y Zaki, evaluar el proceso de sedimentación de un conjunto de partículas. En ellos se ha encontrado, que existe una influencia de la forma y el tamaño de las partículas en la velocidad de sedimentación de suspensiones, sugiriendo en algunos casos, el empleo de un ajuste de la ecuación de Richardson y Zaki, para representar no sólo las partículas esféricas, sino que también sería aplicable a la velocidad de caída de un conjunto de partículas no esféricas.

Para calcular la esfericidad de Wadell, ψ_w , uno de los factores de forma más empleados, en este trabajo se compararon los valores de ψ_w calculados usando las medianas, x_{50} , con ψ_w obtenidos a partir del diámetro medio volumétrico y medio superficial, calculados a partir de las integrales de las curvas de distribución de tamaño de partículas respectivas, generadas por los equipos electrozona y difracción láser, encontrándose que la diferencia entre ambos métodos estaba cercana al 10%.

Para estudiar la influencia de la forma y la desviación estándar en la velocidad de sedimentación de suspensiones, se prepararon una serie de mezclas, de esferas de vidrio y alúmina, dónde variando la desviación estándar, se procuró mantener el tamaño promedio de las partículas. Las suspensiones formadas con estas mezclas, fueron introducidas en un cilindro graduado de 2 litros, manteniendo la temperatura constante, para medir posteriormente la

variación de la interfase líquido claro-suspensión, que representaría la velocidad de sedimentación de la mezcla.

Con estos datos de la velocidad de sedimentación del conjunto de partículas, siguiendo el modelo de Richardson y Zaki modificado, se elaboraron gráficos de velocidad adimensional de sedimentación para diferentes desviaciones estándar, sin que se encontrase influencia significativa de la desviación estándar en ninguno de los dos casos.

Posteriormente, para determinar la función dependiente de la forma, se siguió también el modelo modificado de Richardson y Zaki, encontrándose una influencia significativa de la forma, representada por una función de la esfericidad de Wadell, $f(\psi_w)$, se observó que la velocidad de sedimentación disminuye cuando la esfericidad de Wadell decrece (partículas menos esféricas), para un mismo diámetro promedio.

Al hacer un gráfico de las funciones de forma obtenidos en función de la esfericidad de Wadell, ψ_w , se obtuvo una expresión que corrige la ecuación de Richardson y Zaki, que se puede expresar ahora de la

forma, $V_c = \frac{(\rho_s - \rho) * d_v^2}{18 * \mu} * (1 - F_v)^{n(\psi)} * 0,273e^{1,3\psi}$, para el rango $0,76 < \psi < 1$.

El valor $n(\psi_w)$, es representado por la ecuación: $n(\psi) = 4,65 * (22,48 * \psi^2 - 46,42 * \psi + 24,94)$, para valores de ψ entre 0,76 y 1 y para números de Reynolds entre 1,68 y 0,075, ecuación hallada tomando en cuenta el ajuste de Richardson y Zaki para partículas de diferentes formas.

Se recomienda para estudios posteriores de la influencia de la forma y el tamaño de las partículas en la velocidad de sedimentación de suspensiones, elaborar mezclas con mayores desviaciones estándar para verificar los resultados obtenidos en este estudio y trabajar con sustancias adicionales, que difieran en esfericidad con las estudiadas, por ejemplo vidrio molido, a fin de corroborar las ecuaciones propuestas en este trabajo. También se recomienda realizar estudios posteriores con parámetros adicionales, para encontrar ecuaciones generales de la velocidad de sedimentación de suspensiones.

ÍNDICE GENERAL

	Página
ÍNDICE DE GRÁFICOS	X
ÍNDICE DE TABLAS	XV
ÍNDICE DE FIGURAS	XVII
LISTA DE SÍMBOLOS	XVIII
1.-INTRODUCCIÓN	1
2.-OBJETIVOS	4
2.1.-OBJETIVO GENERAL	4
2.1.-OBJETIVOS ESPECÍFICOS	4
3.-ANTECEDENTES	6
4.-MARCO TEÓRICO	10
4.1.-SEDIMENTACIÓN	10
4.2.-SEDIMENTACIÓN INTERMITENTE O POR CARGAS	12
4.2.1.-SEDIMENTACIÓN ZONAL	14
4.3.-CARACTERÍSTICAS DE PARTÍCULAS SUSPENDIDAS EN LÍQUIDOS	16
4.3.1.-TAMAÑO DE PARTÍCULA	16
4.3.2.-DISTRIBUCIÓN DE TAMAÑO DE PARTÍCULA	17
4.3.2.1.-DENSIDAD DE DISTRIBUCIÓN	17

página

4.3.2.2.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑOS DE PARTÍCULA	18
4.3.3.-TIPOS DE DISTRIBUCIÓN DE TAMAÑO DE PARTÍCULA	19
4.3.4.-MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL	21
4.3.5.-MEDIDAS DE DISPERSIÓN	23
4.3.5.1.-DESVIACIÓN ESTÁNDAR	23
4.3.5.2.-COEFICIENTE DE VARIACIÓN	24
4.3.6.-TAMAÑOS DE PARTÍCULAS ASOCIADOS A CARACTERÍSTICAS FÍSICAS	24
4.3.6.1.-DIÁMETRO MEDIO VOLUMÉTRICO	24
4.3.6.2.-DIÁMETRO MEDIO SUPERFICIAL	25
4.4.- PROCESO DE SEDIMENTACIÓN DE UNA PARTÍCULA	25
4.5.-VELOCIDAD TERMINAL DE UNA PARTÍCULA	29
4.5.1.-FORMA DE LA PARTÍCULA	29
4.5.2.-PARTÍCULAS ESFÉRICAS	30
4.5.2.1.-NÚMEROS DE REYNOLDS PEQUEÑOS (PRIMER CASO)	31
4.5.2.2.-NÚMEROS DE REYNOLDS GRANDES (SEGUNDO CASO)	31
4.5.2.3.-NÚMEROS DE REYNOLDS INTERMEDIOS (TERCER CASO)	32
4.5.2.4.-TODO EL RANGO DEL NÚMERO DE REYNOLDS (CUARTO CASO)	32
4.5.3.-PARTÍCULAS NO ESFÉRICAS	33
4.5.3.1.-PARTÍCULAS ELIPSOIDALES	33
4.5.3.2.-PARTÍCULAS ISOMÉTRICAS	34
4.5.3.3.-PARTÍCULAS ORTOTRÓPICAS	35
4.5.3.4.-PARTÍCULAS IRREGULARES	35

página

4.5.3.4.1.-PARTÍCULAS IRREGULARES NATURALES	36
4.5.3.4.2.-PARTÍCULAS IRREGULARES MOLIDAS	36
4.5.4.-FACTORES Y COEFICIENTES DE FORMA	36
4.5.4.1.-COEFICIENTES DE FORMA	37
4.5.4.2.-FACTORES DE FORMA	38
4.5.5.-ESFERICIDAD DE WADELL	39
4.6.- FACTORES QUE AFECTAN LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN	40
4.6.1.-LA NATURALEZA DE LAS PARTÍCULAS	40
4.6.2.-EFECTO DE LA CONCENTRACIÓN	41
4.6.3.-PRETRATAMIENTO	42
4.6.3.1.-FLOCULACIÓN Y COAGULACIÓN	43
4.6.4.-TIPO DE SEDIMENTADOR	44
4.7.-VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN DE UNA SUSPENSIÓN	44
4.7.1.- TEORÍA DE RICHARDSON Y ZAKI	44
4.8.-TEORÍAS IMPLICADAS EN EL DIMENSIONAMIENTO DE SEDIMENTADORES	49
4.8.1.-TEORÍA DE LA ZONA DE COMPRESIÓN	49
4.8.1.1.-TEORÍA DE ROBERTS	50
4.8.2.-TEORÍA DE KYNCH	53
5.-DESCRIPCIÓN DE EQUIPOS	54
5.1.-TAMIZADOR	55
5.2.-DIVISOR DE MUESTRAS	56
5.3.-FOTOSEDIMENTADOR	57
5.3.1.-PIPETA DE ANDREASEN	58
5.4.- ELECTROZONA (COULTER MULTISIZER II)	59
5.5.- DIFRACCIÓN LÁSER (MASTERSIZER 2000)	60
5.6.-EQUIPOS PARA PRUEBAS DE SEDIMENTACIÓN	61

página

6.-METODOLOGÍA EXPERIMENTAL	62
6.1.-PROCEDIMIENTO PARA EL USO DEL TAMIZADOR	62
6.2.-CALIBRACIÓN DEL EQUIPO FOTOSEDIMENTADOR MEDIANTE LA PIPETA DE ANDREASEN	64
6.3.-PROCEDIMIENTO PARA LA PIPETA DE ANDREASEN	66
6.4.-PROCEDIMIENTO PARA PRUEBAS DE SEDIMENTACIÓN	67
6.5.-PARTÍCULAS PARA LA PREPARACIÓN DE MEZCLAS	68
7.-PLAN DE EXPERIENCIAS	69
7.1.-PRETRATAMIENTO	69
7.2.-PRUEBAS DE SEDIMENTACIÓN	70
7.4.-OBTENCIÓN DEL ÍNDICE DE ESFERICIDAD	71
8.-RESULTADOS Y SU ANÁLISIS	72
8.1.-ÍNDICE DE ESFERICIDAD	72
8.1.1.-DATOS GENERADOS POR EL MASTERSIZER 2000 PARA FRACCIONES ESTRECHAS	72
8.1.2.-DATOS GENERADOS POR EL COULTER-COUNTER (ELECTROZONA) PARA FRACCIONES ESTRECHAS	76
8.2.-MEZCLAS	82
8.2.1.-DATOS OBTENIDOS PARA MEZCLAS DE ESFERAS DE VIDRIO	83
8.2.2.- DATOS OBTENIDOS PARA MEZCLAS DE ALÚMINA	85
8.2.3.-PRUEBAS DE SEDIMENTACIÓN POR CARGA PARA MEZCLAS DE ESFERAS DE VIDRIO	88
8.2.4.- PRUEBAS DE SEDIMENTACIÓN POR CARGA PARA MEZCLAS DE ALÚMINA	89
	página
8.3.-RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN DE LA SUSPENSIÓN Y LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR	92
8.4.-RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN DE	93

LA SUSPENSIÓN Y LA FORMA	
8.6.-RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD EXPERIMENTAL Y AJUSTE SEMI-TEÓRICO	101
8.7.-DATOS GENERADOS POR EL FOTOSSEDIMENTADOR (LUMOSSED) PARA FRACCIONES ESTRECHAS	105
9.-CONCLUSIONES	107
10.-RECOMENDACIONES	109
11.-BIBLIOGRAFÍA	111
12.-ANEXOS	114
ANEXO A. NÚMEROS DE REYNOLDS	115
ANEXO B. RESULTADOS GENERADOS POR EL EQUIPO FOTOSSEDIMENTADOR (LUMOSSED) PARA FRACCIONES ESTRECHAS	117
ANEXO C. GRÁFICOS DE LA ALTURA DE LA INTERFASE EN FUNCIÓN DEL TIEMPO PARA MEZCLAS DE ESFERAS DE VIDRIO Y MEZCLAS DE ALÚMINA	122

ÍNDICE DE GRÁFICOS

	Página
GRÁFICO # 1.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE FRACCIONES ESTRECHAS DE ESFERAS MASTERSIZER 2000.	72
GRÁFICO # 2.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE FRACCIONES ESTRECHAS DE ALÚMINA MASTERSIZER 2000.	73
GRÁFICO # 3.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE FRACCIONES ESTRECHAS DE CARBONATO MASTERSIZER 2000.	74
GRÁFICO # 4.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE FRACCIONES ESTRECHAS DE MAGNESITA MASTERSIZER 2000.	75
GRÁFICO # 5.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE FRACCIONES ESTRECHAS DE ESFERAS COULTER COUNTER (ELECTROZONA)	76
GRÁFICO # 6.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE FRACCIONES ESTRECHAS DE ALÚMINA COULTER COUNTER (ELECTROZONA).	77
GRÁFICO # 7.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE FRACCIONES ESTRECHAS DE CARBONATO COULTER COUNTER (ELECTROZONA)	78
GRÁFICO # 8.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE FRACCIONES ESTRECHAS DE MAGNESITA COULTER COUNTER (ELECTROZONA)	79
	página
GRÁFICO # 9 .-PENDIENTE MODIFICADA DE LA ECUACIÓN DE RICHARDSON Y ZAKI EN FUNCIÓN DE LA FORMA DE LA PARTÍCULA	81
GRÁFICO # 10 REPRESENTACIÓN DE RICHARDSON Y ZAKI (ALÚMINA	83

FRACCIONES ESTRECHAS Y MEZCLAS)

GRÁFICO # 11.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE PARTÍCULAS PARA ESFERAS DE VIDRIO. MEZCLA CON BASE 53 MICRONES	84
GRÁFICO # 12.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE PARTÍCULAS PARA ESFERAS DE VIDRIO. MEZCLA CON BASE 75 MICRONES	84
GRÁFICO # 13.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE PARTÍCULAS PARA ESFERAS DE VIDRIO. MEZCLA CON BASE 106 MICRONES	85
GRÁFICO # 14.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE PARTÍCULAS PARA ALÚMINA. MEZCLA CON BASE 63 MICRONES	86
GRÁFICO # 15.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE PARTÍCULAS PARA ALÚMINA. MEZCLA CON BASE 75 MICRONES	86
GRÁFICO # 16.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE PARTÍCULAS PARA ALÚMINA. MEZCLA CON BASE 106 MICRONES	87
GRÁFICO # 17.-VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN DE ESFERAS DE VIDRIO. MEZCLA CON BASE 53 MICRONES	88
GRÁFICO # 18.-VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN DE ESFERAS DE VIDRIO. MEZCLA CON BASE 75 MICRONES	88
GRÁFICO # 19.-VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN DE ESFERAS DE VIDRIO. MEZCLA CON BASE 106 MICRONES	89
GRÁFICO # 20.-VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN DE ALÚMINA. MEZCLA CON BASE 63 MICRONES	90
	página
GRÁFICO # 21.-VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN DE ALÚMINA. MEZCLA CON BASE 75 MICRONES	90
GRÁFICO # 22.-VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN DE ALÚMINA. MEZCLA CON BASE 106 MICRONES	91

GRÁFICO # 23.-RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN Y LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR PARA ESFERAS DE VIDRIO	92
GRÁFICO # 24.-RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN Y LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR PARA ALÚMINA	92
GRÁFICO # 25.- FACTOR JM EN FUNCIÓN DEL DIÁMETRO VOLUMÉTRICO PARA ESFERAS DE VIDRIO	94
GRÁFICO # 26.- FACTOR JM EN FUNCIÓN DEL DIÁMETRO VOLUMÉTRICO A DISTINTAS CONCENTRACIONES PARA ESFERAS DE VIDRIO	95
GRÁFICO # 27.- FACTOR JM EN FUNCIÓN DEL DIÁMETRO VOLUMÉTRICO A DISTINTAS CONCENTRACIONES PARA ALÚMINA	96
GRÁFICO # 28.- FACTOR JM EN FUNCIÓN DEL DIÁMETRO VOLUMÉTRICO PARA ALÚMINA	97
GRÁFICO # 29.- FACTOR JM EN FUNCIÓN DEL DIÁMETRO VOLUMÉTRICO PARA CARBONATO DE CALCIO	98
GRÁFICO # 30.- FACTOR JM EN FUNCIÓN DEL DIÁMETRO VOLUMÉTRICO PARA MAGNESITA	98
GRÁFICO # 31.-FUNCIÓN DE LA FORMA	100
GRÁFICO # 32.-RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD EXPERIMENTAL Y EL AJUSTE PARA LAS ESFERAS	102
GRÁFICO # 33.-RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD EXPERIMENTAL Y EL AJUSTE PARA LA ALÚMINA	103
GRÁFICO # 34.-RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD EXPERIMENTAL Y EL AJUSTE PARA CARBONATO	103
	página
GRÁFICO # 35.-RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD EXPERIMENTAL Y EL AJUSTE PARA MAGNESITA	104
GRÁFICO # 36.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE PARTÍCULAS PARA CARBONATO 38 MICRONES 0,001 Pa*s	117
GRÁFICO # 37.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE	117

PARTÍCULAS PARA CARBONATO 45 MICRONES 0,001 Pa*s	
GRÁFICO # 38.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE	118
PARTÍCULAS PARA CARBONATO 53 MICRONES 0,001 Pa*s	
GRÁFICO # 39.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE	118
PARTÍCULAS PARA CARBONATO 63 MICRONES 0,001 Pa*s	
GRÁFICO # 40.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE	119
PARTÍCULAS PARA CARBONATO 90 MICRONES 0,001 Pa*s	
GRÁFICO # 41.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE	120
PARTÍCULAS PARA CARBONATO 38 MICRONES 0,00651 Pa*s	
GRÁFICO # 42.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE	120
PARTÍCULAS PARA CARBONATO 45 MICRONES 0,00651 Pa*s	
GRÁFICO # 43.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE	121
PARTÍCULAS PARA CARBONATO 53 MICRONES 0,00651 Pa*s	
GRÁFICO # 44.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑO DE	121
PARTÍCULAS PARA CARBONATO 75 MICRONES 0,0044 Pa*s	
GRÁFICO # 45.-ALTURA DE LA INTERFASE PARA ESFERAS DE VIDRIO.	122
MEZCLA CON BASE 53 MICRONES	
GRÁFICO # 46.-ALTURA DE LA INTERFASE PARA ESFERAS DE VIDRIO.	122
MEZCLA CON BASE 75 MICRONES	
GRÁFICO # 47.-ALTURA DE LA INTERFASE PARA ESFERAS DE VIDRIO.	123
MEZCLA CON BASE 106 MICRONES	
GRÁFICO # 48.-ALTURA DE LA INTERFASE PARA ALÚMINA. MEZCLA	123
CON BASE 63 MICRONES	
	página
GRÁFICO # 49.-ALTURA DE LA INTERFASE PARA ALÚMINA. MEZCLA	124
CON BASE 75 MICRONES	
GRÁFICO # 50.-ALTURA DE LA INTERFASE PARA ALÚMINA. MEZCLA	124
CON BASE 106 MICRONES	

ÍNDICE DE TABLAS

	Página
TABLA 1.-TIPOS DE DIÁMETROS MEDIOS	23
TABLA 2.-MASA EMPLEADA PARA EXPERIENCIAS DE LA PIPETA DE ANDREASEN	65
TABLA 3.-PROGRESIÓN DE TIEMPO PARA TOMAR MUESTRAS DE LA EXPERIENCIA DE LA PIPETA DE ANDREASEN	66
TABLA 4.-FRACCIONES ESTRECHAS PROVENIENTES DEL PRETRATAMIENTO	69
TABLA 5.-PARÁMETROS OBTENIDOS A PARTIR DE LOS DATOS DEL EQUIPO MASTERSIZER 2000 PARA ESFERAS DE VIDRIO	73
TABLA 6.-PARÁMETROS OBTENIDOS A PARTIR DE LOS DATOS DEL EQUIPO MASTERSIZER 2000 PARA ALÚMINA	73
TABLA 7.-PARÁMETROS OBTENIDOS A PARTIR DE LOS DATOS DEL EQUIPO MASTERSIZER 2000 PARA CARBONATO DE CALCIO	74
TABLA 8.-PARÁMETROS OBTENIDOS A PARTIR DE LOS DATOS DEL EQUIPO MASTERSIZER 2000 PARA MAGNESITA	75
TABLA 9.-PARÁMETROS OBTENIDOS A PARTIR DE LOS DATOS DEL EQUIPO COULTER COUNTER (ELECTROZONA) PARA ESFERAS DE VIDRIO	76
TABLA 10.-PARÁMETROS OBTENIDOS A PARTIR DE LOS DATOS DEL EQUIPO COULTER COUNTER (ELECTROZONA) PARA ALÚMINA	77
TABLA 11.-PARÁMETROS OBTENIDOS A PARTIR DE LOS DATOS DEL EQUIPO COULTER COUNTER (ELECTROZONA) PARA CARBONATO DE CALCIO	78

página

TABLA 12.-PARÁMETROS OBTENIDOS A PARTIR DE LOS DATOS DEL EQUIPO COULTER COUNTER (ELECTROZONA) PARA MAGNESITA	79
TABLA 13.-DIFERENCIA OBTENIDA EN EL CÁLCULO DE LAS ESFERICIDADES CONSIDERANDO EL VALOR DE x_{50} Y MEDIANTE LA INTEGRACIÓN DE LAS RESPECTIVAS CURVAS DE DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE PARTÍCULAS	80
TABLA 14.-PARÁMETROS OBTENIDOS PARA MEZCLAS DE ESFERAS CON BASE 53 MICRONES	84
TABLA 15.-PARÁMETROS OBTENIDOS PARA MEZCLAS DE ESFERAS CON BASE 75 MICRONES	85
TABLA 16.-PARÁMETROS OBTENIDOS PARA MEZCLAS DE ESFERAS CON BASE 106 MICRONES	85
TABLA 17.-PARÁMETROS OBTENIDOS PARA MEZCLAS DE ALÚMINA CON BASE 63 MICRONES	86
TABLA 18.-PARÁMETROS OBTENIDOS PARA MEZCLAS DE ALÚMINA CON BASE 75 MICRONES	87
TABLA 19.-PARÁMETROS OBTENIDOS PARA MEZCLAS DE ALÚMINA CON BASE 106 MICRONES	87
TABLA 20.-VALORES DE $f(\psi)$ PARA CADA SUSTANCIA	99
TABLA 21.-VALORES DE NÚMERO DE REYNOLDS PARA ESFERAS DE VIDRIO	115
TABLA 22.-VALORES DE NÚMERO DE REYNOLDS PARA ALÚMINA	115
TABLA 23.-VALORES DE NÚMERO DE REYNOLDS PARA CARBONATO DE CALCIO	115
TABLA 24.-VALORES DE NÚMERO DE REYNOLDS PARA MAGNESITA	116

ÍNDICE DE FIGURAS

	Página
FIGURA 1.-SEDIMENTACIÓN ZONAL POR CARGA O INTERMITENTE	13
FIGURA 2.-SEDIMENTACIÓN ZONAL	14
FIGURA 3.-DENSIDAD DE DISTRIBUCIÓN DE TAMAÑOS	18
FIGURA 4.- DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑOS	19
FIGURA 5.- DISTRIBUCIÓN DE TAMAÑOS DE PARTÍCULA	21
FIGURA 6.- FUERZAS QUE ACTÚAN SOBRE UNA PARTÍCULA	26
FIGURA 7.- EFECTO DE LA CONCENTRACIÓN EN LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN	42
FIGURA 8.- RESULTADOS DE RICHARDSON Y ZAKI EN SEDIMENTACIÓN	45
FIGURA 9.- GRÁFICO DE ROBERTS PARA UN LODO DE COMPRESIÓN	50
FIGURA 10.- BALANCE DE MASA DE UNA SUSPENSIÓN	51
FIGURA 11.- GRÁFICO DE ROBERTS PARA UN LODO DE COMPRESIÓN 2	50
FIGURA 12.- TAMIZADOR	55
FIGURA 13.- DIVISOR DE MUESTRAS	56
FIGURA 14.- FOTOSEDIMENTADOR (LUMOSSED)	57
FIGURA 15.- PIPETA DE ANDREASEN	58
FIGURA 16.- ELECTROZONA (COULTER MULTISIZER)	59
FIGURA 17.- MASTERSIZER 2000	60
FIGURA 18.- EQUIPOS PARA PRUEBAS DE SEDIMENTACIÓN	61
FIGURA 19.- RICHARDSON Y ZAKI (ALÚMINA FRACCIONES ESTRECHAS)	82

LISTA DE SÍMBOLOS

SÍMBOLO	DEFINICIÓN	DIMENSIONES
a_e	Aceleración de una partícula, resultante de la fuerza externa F_e	L/θ^2
A_e	Área superficial de la esfera equivalente	L^2
A_p	Área superficial de la partícula	L^2
A_{pro}	Área proyectada del sólido, normal al flujo	L^2
C	Concentración de sólidos asociada a la teoría de Kynch	M/L^3
C_D	Coefficiente de arrastre hidrodinámico	ADIM
C_{va}	Coefficiente de variación	L
D	Diámetro del cilindro donde se realiza la prueba de sedimentación por carga	L
d_a	Diámetro de arrastre	L
$d_{\bar{a}}$	Diámetro de área proyectada promedio	L
d_n	Diámetro nominal	L
D_p	Diámetro de la partícula	L
d_s	Diámetro de superficie	L
d_{st}	Diámetro de Stokes	L
d_v	Diámetro volumétrico	L
E	Altura de la interfase líquido claro suspensión en las pruebas de sedimentación por carga en el equilibrio	L
$f(\sigma)$	Función que depende de la desviación estándar	ADIM
$f(\psi)$	Función dependiente de la forma	ADIM
f_0	Densidad de distribución de tamaños por número	L^{-1}

F_0	Distribución acumulada de tamaño de partícula por número	ADIM
f_1	Densidad de distribución de tamaños por longitud	L^{-1}
F_1	Distribución acumulada de tamaño de partícula por longitud	ADIM
f_2	Densidad de distribución de tamaños por área o superficie	L^{-1}
F_2	Distribución acumulada de tamaño de partícula por área o superficie	ADIM
f_3	Densidad de distribución de tamaños por volumen o masa	L^{-1}
F_3	Distribución acumulada de tamaño de partícula por volumen o masa	ADIM
F_D	Resistencia de arrastre hidrodinámico	ML/θ^2
F_e	Fuerza externa que actúa sobre una partícula aislada durante el proceso de sedimentación	ML/θ^2
F_e	Empuje	ML/θ^2
F_H	Resistencia histórica	ML/θ^2
F_I	Resistencia inducida	ML/θ^2
F_t	Resistencia total	ML/θ^2
F_v	Fracción volumétrica de sólidos	ADIM
$g(x)$	Función del tamaño de partícula	L
g	Aceleración de la gravedad	L/θ^2
H	Altura de la interfase líquido claro suspensión en las pruebas de sedimentación por carga	L
I	Integral histórica	ADIM

J	Relación unidad de líquido por unidad de sólido de la teoría de Roberts	ADIM
-----	---	------

J_{∞}	J en el infinito	ADIM
JM	Parámetro de sedimentación	L^b
K_1	Factor de conversión de distribución de tamaño de partícula por número a distribución por longitud	ADIM
K_2	Factor de conversión de distribución de tamaño de partícula por número a distribución por área o superficie	ADIM
K_3	Factor de conversión de distribución de tamaño de partícula por número a distribución por masa o volumen	ADIM
m	Masa de una partícula	M
m_a	Masa adicional o inducida	M
m_e	Masa de partículas esféricas	M
m_{sol}	Masa de sólidos considerada en la experiencia de Andreasen	M
n	Valor de la pendiente de Richardson y Zaki	ADIM
r	Radio de la trayectoria, referido al campo centrífugo	
Re	Número de Reynolds terminal	ADIM
Re^*	Número de Reynolds adimensional	ADIM
S_p	Superficie de la partícula	L^2
U	Velocidad de sedimentación de las partículas en una capa de concentración constante, asociada a la teoría de Kynch	L/θ
V	Velocidad relativa de una partícula en relación al fluido	L/θ
V^*	Velocidad adimensional	ADIM
V_{adim}	Velocidad adimensional de sedimentación	L/θ
V_C	Velocidad de sedimentación de una suspensión	L/θ

V_H	Velocidad de sedimentación de un bloque de partículas a una altura H	L/θ
-------	--	------------

V_j	Velocidad ascendente de la capa de concentración C	L/θ
V_p	Volumen de la partícula	L^3
V_{sol}	Volumen de sólidos considerado en la experiencia de Andreasen	L^3
V_{susp}	Volumen de la suspensión considerado en la experiencia de Andreasen	L^3
V_t	Velocidad de sedimentación de una partícula	L/θ
V_{term}	Velocidad terminal	L/θ
w	Velocidad angular referida al campo centrífugo	θ^{-1}
x	Media o índice de localización medio	L
x_a	Media Aritmética	L
x_c	Media cúbica	L
x_h	Media armónica	L
x_N	Tamaño correspondiente al valor N en una curva de distribución	L
x_q	Media cuadrática	L

1 . – INTRODUCCIÓN

Desde que se plantea el problema de la separación de sólidos y líquidos, se han realizado estudios que proponen una solución para el mismo de diversas maneras, dependiendo de la naturaleza de los componentes, particularmente de los sólidos y de la proporción sólido a líquido existente que desea separarse.

Así, procesos como la sedimentación se hacen de importancia relevante en la separación sólido-líquido donde se plantea como objetivo la recuperación total o parcial de los componentes sólidos de una corriente o donde un líquido clarificado de alta pureza se convierte en el objetivo operacional de una sección de planta.

Es importante entonces al considerar la sedimentación como proceso en estudio, conocer cuales son los factores que la afectan. Ahora bien, sabiendo que se considera la velocidad de sedimentación uno de los parámetros más representativos: ¿Influye de manera considerable el tamaño de la partícula?, O ¿es la forma de la partícula ese factor

fundamental que la afecta?. ¿Cómo se ve influenciada dicha velocidad ante cambios de temperatura en el ambiente?. ¿Es la concentración un factor fundamental?. Sólo se puede hallar respuestas a estas preguntas mediante estudios diligentes de la influencia de estos parámetros en el proceso de sedimentación.

Se han realizado diversos estudios de cómo afectan dichos parámetros en la velocidad de sedimentación, entre lo que destacan los realizados por Richardson y Zaki (1954) quienes analizaron el efecto de la concentración en la velocidad de sedimentación de suspensiones de partículas esféricas relacionándola con la velocidad de una partícula aislada, algunos llevados a cabo anteriormente en el Laboratorio de Separaciones Mecánicas (Afonso y Pombo, 1998; Santibañez, 1997; Márquez y Marval, 1999; Hernández, 2000).

Es así como en este trabajo se pretende evaluar el efecto de la forma y del tamaño de las partículas en la velocidad de sedimentación, considerando dicha velocidad en suspensiones con partículas entre 38 y 125 micrones, tomando como base resultados de trabajos anteriores, aunados a experiencias propias realizadas en el mismo Laboratorio.

Para cumplir con éstos objetivos (encontrar expresiones que relacionen la velocidad de sedimentación de suspensiones, con la forma y el tamaño de las partículas) se elaboraron mezclas de diferentes desviaciones estándar de partículas esféricas, en las que se pretende ver el efecto de la misma sobre la velocidad, posteriormente se hicieron mezclas con alúmina (para garantizar que la función

encontrada no fuese dependiente de la forma); luego se relacionaron éstos resultados con los de las fracciones estrechas para hallar la función de la forma.

Las sustancias que se estudian en este trabajo son magnesita, alúmina, carbonato de calcio y esferas de vidrio. Para realizar los análisis respectivos se utilizaron el equipo de difracción de rayos láser (Mastersizer 2000), el equipo de Electrozona (Coulter-Counter), el fotosedimentador (Lumosed), pertenecientes al Laboratorio de Separaciones Mecánicas. UCV.

2.-OBJETIVOS

Para llevar a cabo este trabajo de investigación se han planteado los siguientes objetivos:

2.1.- OBJETIVO GENERAL

- ✓ Estudiar la influencia de la forma y del tamaño de las partículas sobre la velocidad de sedimentación de suspensiones.

2.1.- OBJETIVOS ESPECÍFICOS

A fin de cumplir el objetivo antes planteado se establecen los objetivos específicos

- ✓ Profundizar conocimientos en el área de sedimentación de suspensiones identificando la influencia de la forma de las partículas sobre la rapidez de suspensiones.

✓ Analizar de manera comparativa la influencia de emplear como dato estadístico los valores de la mediana (x_{50}) respecto d_v (diámetro volumétrico calculado a partir de la integración de la distribución de tamaño de partículas).

✓ Estudiar diversas suspensiones (de diferentes sólidos) que posean una distribución de tamaño de partículas similar y analizar como se ve afectada la velocidad de sedimentación por la forma de las partículas.

✓ Establecer correlaciones que permitan corregir la velocidad característica de sedimentación determinada para partículas esféricas, mediante una función de la esfericidad de la partícula.

✓ Estudiar el efecto de la desviación estándar en la velocidad de sedimentación determinada para diferentes sustancias.

✓ Calcular el valor correspondiente a la esfericidad mediante la determinación del diámetro volumétrico y compararlos con los obtenidos al emplear la media aritmética

3. – ANTECEDENTES

Son diversos los trabajos que se han llevado a cabo en materia de sedimentación gravitacional, desde estudios que permiten determinar la velocidad de sedimentación de partículas aisladas (Alonso 1984, 1986) hasta investigaciones que permiten correlacionar estos resultados con los de partículas que sedimentan en bloques.

De esos estudios en los que se describen el paso de las partículas aisladas, destaca el de Alonso (1984) en el cual se determinaron fórmulas directas para estimar la velocidad de sedimentación para partículas regulares e irregulares (se logró la deducción de fórmulas para partículas elipsoidales, ortotrópicas, isométricas, irregulares naturales e irregulares molidas), empleando para ello términos de velocidad adimensional de sedimentación y un número de Reynolds asociado al tamaño de partículas y propiedades físicas de las partículas y del fluido.

Con el objetivo de examinar experimentalmente el efecto de la concentración de partículas suspendidas sobre la velocidad de sedimentación y encontrar un método satisfactorio para correlacionar los resultados, Richardson y

Zaki (1954) realizaron un estudio de la sedimentación y de la fluidización sólido-líquido con partículas esféricas, obteniendo una ecuación empírica que se emplea generalmente para relacionar la velocidad de una suspensión (V_c), con la velocidad de sedimentación de una partícula (V_t) y la porosidad del lecho (ϵ), denominada ecuación de Richardson y Zaki:

$$V_c = V_t * \epsilon^n \quad (1)$$

donde n: es el valor de la pendiente de la recta que obtuvieron Richardson y Zaki en sus investigaciones.

Por otra parte, Alayon (1996) estudió la influencia de la concentración en la velocidad de sedimentación y determinó que con un incremento de la misma en la suspensión, disminuye la velocidad de sedimentación.

Por otro lado, Santibañez (1997) en su trabajo pudo notar como la rugosidad que pueda poseer una partícula (en este caso su estudio se refirió únicamente a carbonato de calcio) influye de manera negativa en la sedimentación ya que la velocidad que se obtiene es menor que la predicha por la teoría cuando se consideran partículas esféricas. Además Santibañez observó que la velocidad de sedimentación del carbonato de calcio disminuyó a medida que la amplitud de la distribución de tamaño de partícula aumentaba notando la relación entre ellas, por lo que concluyó que la velocidad de sedimentación de una suspensión depende de la forma y el tamaño de las partículas, modificando la conocida expresión de Richardson y Zaki, expresándola de la forma:

$$V_c = V_t * (1 - F_v)^n * f(\sigma) \quad (2)$$

donde $f(\sigma)$ es una función que depende de la desviación estándar y $(1 - F_v)$ es la porosidad expresada en términos de fracción volumétrica de sólidos.

Teniendo esto presente, Afonso y Pombo (1998) estudiaron el efecto de la distribución de tamaño de partículas (DTP) en la velocidad de sedimentación incluyendo por primera vez en estudio en el Laboratorio de Separaciones Mecánicas de La Escuela de Ingeniería Química de la UCV (LSM), una sustancia adicional al carbonato de calcio (magnesita). En sus análisis, enfocando su estudio a comprobar el efecto de la concentración en la sedimentación, el efecto de la variación del diámetro promedio y la

amplitud de la DTP en la velocidad de asentamiento, corroboraron los datos de Santibañez (1997) de la relación inversa entre la concentración de la suspensión y la velocidad de sedimentación, explicando sus resultados a través de la sedimentación impedita ya que la sedimentación disminuyó a medida que ascendía la concentración. Ellos también estudiaron el efecto de la amplitud de la DTP demostrando la significativa influencia de ésta sobre la velocidad de sedimentación, y recomendaron para posteriores investigaciones, estudiar el efecto de la forma de la partícula sobre la velocidad de sedimentación.

Posteriormente Márquez y Marval (1999) evaluando la velocidad de sedimentación de suspensiones de carbonato de calcio, realizaron pruebas de sedimentación por carga correlacionando los datos por los modelos de Richardson y Zaki y Stenieur, encontrando resultados que discrepaban (en ambos casos) en menos del 5% (relación entre el ajuste y los datos experimentales) por lo que se ratificó el modelo de Richardson y Zaki como el más sencillo para correlacionar los datos de sedimentación por cargas. En este trabajo se verificó la influencia del tamaño en la velocidad de sedimentación, así como el efecto de la DTP, identificando la mediana como un buen dato estadístico para representar el tamaño promedio de las partículas, obteniéndola a partir de equipos de fotosedimentación y Difracción láser (pertenecientes al LSM). Además determinaron que si se utiliza la media armónica de la distribución de tamaño de partículas, ésta incluye el efecto de la desviación estándar geométrica.

Más recientemente en el año 2000 Hernández, verificó que la velocidad de sedimentación de partículas disminuye al aumentar la concentración, estudiando en su caso cuatro sustancias cuyas partículas diferían en forma. Además comprobó, utilizando para ello el microscopio ME600 y una lupa SMZ-U, que para los materiales estudiados, la forma de las partículas no cambiaba con el tamaño. Aunado a esto, en su trabajo concluyó que existía una relación entre el exponente n de la ecuación de Richardson y Zaki, con la esfericidad de Wadell, ψ_w , hallando además, una ecuación permitía calcular la función $f(\psi)$ propuesta por anteriores investigadores.

4.-MARCO TEÓRICO

En la industria moderna los procesos de separación han llegado a convertirse en factores fundamentales que llegan a marcar la pauta en lo que a desarrollo se refiere, por lo que el estudio de sus características principales se han hecho relevantes, entre ellos se destacan procesos como los de filtración, centrifugación y sedimentación de la cual se hablará ampliamente a continuación:

4.1.-SEDIMENTACIÓN

La sedimentación es un proceso mecánico de separación sólido-líquido que, bajo el efecto de una fuerza externa, separa una suspensión en una corriente de alta concentración de sólidos y otra corriente libre de sólidos.

En el proceso de sedimentación la fuerza externa que impulsa el movimiento de las partículas sólidas puede ser electromotriz, centrífuga, gravitacional o de otra

especie.

Los objetivos que generalmente se plantean en la sedimentación de sólidos en líquidos son (Kirk-Othmer, 1969):

- La producción de una fase líquida sustancialmente clara (clarificación),
- La concentración de los sólidos suspendidos a fin de formar un lodo más denso (espesamiento), o
- La separación de partículas de distintos tamaños, formas y gravedades específicas en fracciones (clasificación).

Para llevar a cabo los objetivos de separación antes planteados se realizan estudios cuya base es el movimiento de las partículas sólidas a través de fluidos.

Partiendo de lo anteriormente expuesto, una partícula que se encuentra originalmente en reposo que se vea afectada por la acción de una fuerza externa presenta como respuesta un movimiento que se podría dividir en dos etapas. La primera, de muy corta duración consiste en un período donde la partícula incrementa su velocidad partiendo del punto de reposo hasta alcanzar una velocidad límite constante donde la aceleración es nula. En este período donde se alcanza la velocidad límite comienza la segunda etapa llamada velocidad terminal, que se estudia en más detalle en secciones posteriores (Alonso, 1995; McCabe, 1996).

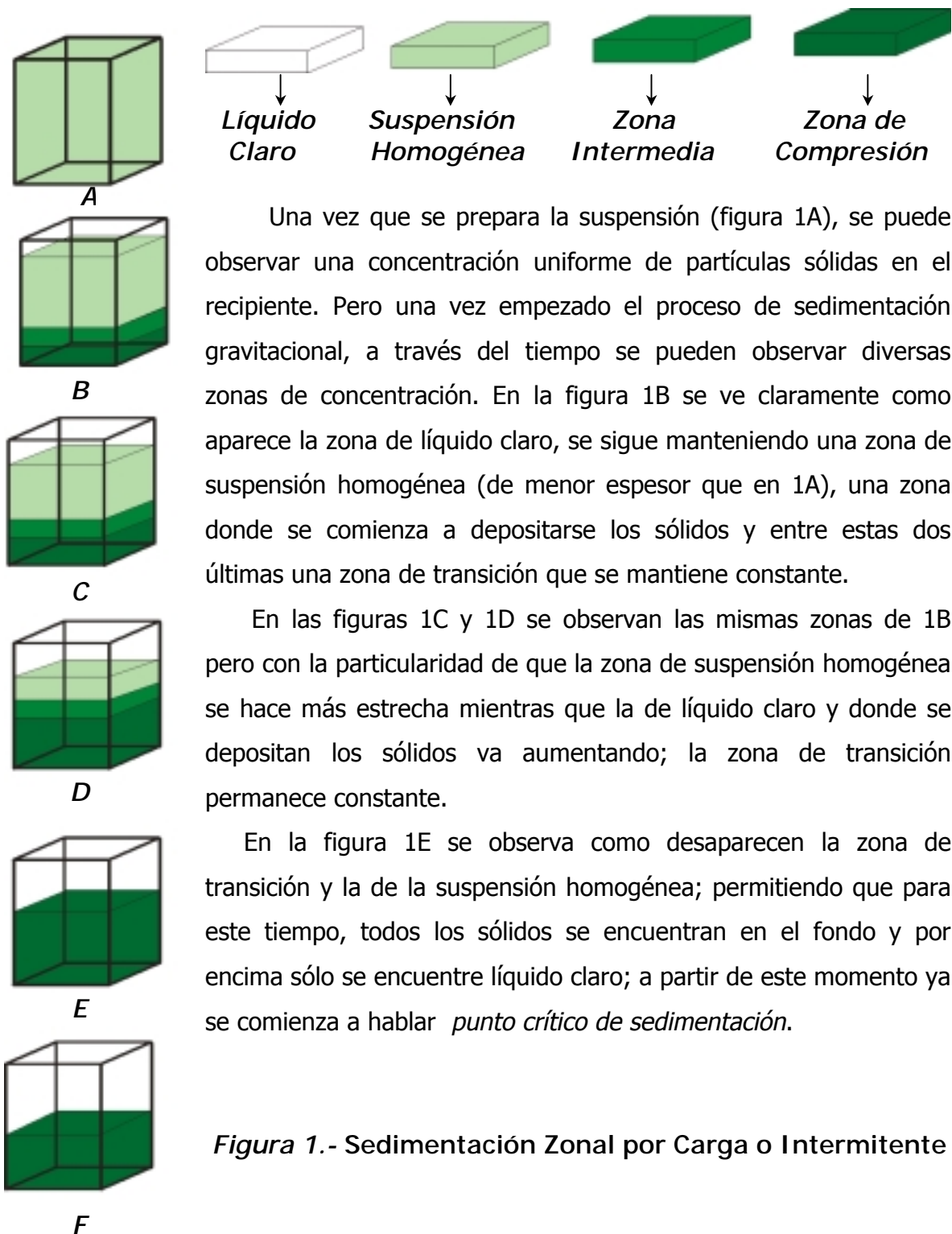
Aún en este período de sedimentación se puede realizar una clasificación adicional en la cual se considere la concentración de las partículas en el seno del recipiente donde sedimenten. En un proceso de sedimentación donde la fuerza externa aplicada es la gravitacional si las partículas se encuentran lo suficientemente separadas unas de otras como para que no exista una interacción tal que afecte su caída se puede hablar de *Sedimentación Libre*, por el contrario si las partículas se encuentran obstaculizadas unas por otras de modo que se vea afectada la caída de las mismas aunque no necesariamente implique contacto físico entre ellas se identifica el proceso como *Sedimentación Impedida* o *Sedimentación Zonal*, ya que en esta existen zonas de sedimentación bien diferenciadas.

En la sedimentación impedida o zonal, se observa una interfase líquido claro-suspensión, que no es más que una zona, que siendo tomada como referencia, permite apreciar sobre ella un líquido claro libre de partículas (prácticamente), y bajo ella la suspensión con la concentración original de la suspensión.

4.2.-SEDIMENTACIÓN INTERMITENTE O POR CARGA

Ahora bien durante el proceso de sedimentación zonal las partículas sedimentan de manera colectiva generando la interfase líquido claro-suspensión (mencionada anteriormente). Este proceso se puede describir tomando en cuenta diversas etapas que se observan al realizar una prueba de

sedimentación por cargas o intermitente, como se muestra a continuación en la figura 1 (Foust, 1979).



Una vez que se prepara la suspensión (figura 1A), se puede observar una concentración uniforme de partículas sólidas en el recipiente. Pero una vez empezado el proceso de sedimentación gravitacional, a través del tiempo se pueden observar diversas zonas de concentración. En la figura 1B se ve claramente como aparece la zona de líquido claro, se sigue manteniendo una zona de suspensión homogénea (de menor espesor que en 1A), una zona donde se comienza a depositarse los sólidos y entre estas dos últimas una zona de transición que se mantiene constante.

En las figuras 1C y 1D se observan las mismas zonas de 1B pero con la particularidad de que la zona de suspensión homogénea se hace más estrecha mientras que la de líquido claro y donde se depositan los sólidos va aumentando; la zona de transición permanece constante.

En la figura 1E se observa como desaparecen la zona de transición y la de la suspensión homogénea; permitiendo que para este tiempo, todos los sólidos se encuentran en el fondo y por encima sólo se encuentre líquido claro; a partir de este momento ya se comienza a hablar *punto crítico de sedimentación*.

Figura 1.- Sedimentación Zonal por Carga o Intermitente

En este *punto crítico* comienza a observarse otro fenómeno llamado *Compresión*, durante éste se observa una compresión lenta de los sólidos, lo que hace que el líquido sea forzado hacia arriba, hacia la zona clara, haciendo que la capa de sólidos que corresponde a esta zona disminuya (figura 1F).

4.2.1.-SEDIMENTACIÓN ZONAL

Si para la prueba por cargas considerada anteriormente se llevan a cabo mediciones de la altura de la interfase líquido claro-suspensión en función del tiempo, se obtiene el gráfico que representa la *sedimentación zonal* que se puede apreciar en la figura 2.

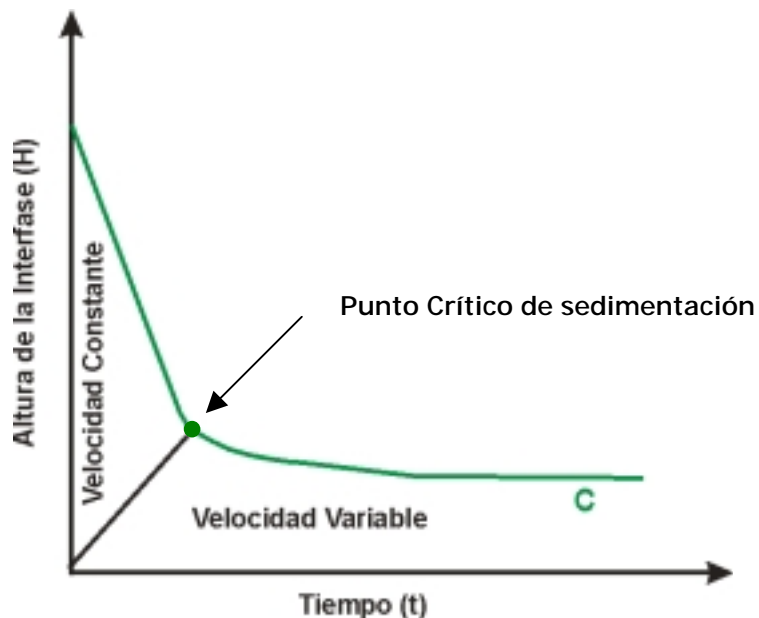


Figura 2. - Sedimentación zonal
(Foust, 1979)

Para el caso mostrado en la figura 2, se tiene originalmente una suspensión homogénea, en donde se puede apreciar la interfase entre el líquido claro y la suspensión (y se toman datos de la misma). Al llevarse a cabo la prueba se pueden observar de manera bien diferenciada dos etapas. En la primera, la suspensión sedimenta a una velocidad constante, la cual es característica de una suspensión que posee determinada concentración inicial. Dicha velocidad está sujeta a la geometría de las partículas y a la fracción volumétrica de sólidos. La segunda etapa comienza al desaparecer la solución homogénea y las partículas sólidas comienzan a comprimirse lentamente obligando a que el líquido existente entre ellas se desplace hacia arriba, hacia la zona clara (Foust, 1979); este punto (en el que deja de ser constante la velocidad y comienzan a comprimirse los sólidos en el fondo del recipiente) se conoce como *Punto Crítico* y es a partir de éste donde se da comienzo a la zona de velocidad variable mostrada en la figura anterior.

4.3.-CARACTERIZACIÓN DE PARTÍCULAS SUSPENDIDAS EN LÍQUIDOS

La caracterización de partículas, es decir, la descripción de las propiedades de las mismas para un sistema determinado constituyen la base para el estudio y trabajo en tecnología de partículas. El diseño y operación de equipos de separación sólido-líquido tiene como base fundamental el conocimiento de dicha caracterización.

Entre los componentes principales para la caracterización de las partículas destacan:

- Distribución de tamaños de partículas.
- Forma de la partícula.
- Densidad.
- Velocidades de asentamiento de las partículas.
- Permeabilidad de un lecho, entre otras.

4.3.1.- TAMAÑO DE PARTÍCULA

Una partícula irregular se describe mediante un número de tamaños dependiendo esencialmente de la dimensión o propiedad que se mida, existiendo básicamente como grupos de tamaño:

- Diámetros de esfera equivalente
- Diámetros de círculo equivalente
- Diámetros estadísticos

Respecto a los diámetros de esfera equivalente, corresponderían a los diámetros de una esfera que tendría las mismas propiedades de las partículas (mismo volumen, misma velocidad, etc.). Para el grupo de diámetros de círculo equivalente, son los diámetros de un círculo que posee las mismas propiedades que el contorno proyectado de las partículas. El tercer grupo se obtiene cuando una dimensión lineal se mide con el micrómetro óptico. Con este micrómetro se puede medir la dimensión más larga de la partícula, la más corta o un promedio

de ambas. En este proceso se acostumbra escoger una dimensión de medida y tomar la mayor distancia a través de la partícula en esta dirección.

Es importante mencionar que cada método de determinación de tamaño de partícula genera diferente medida de tamaño, por lo tanto debe tenerse cuidado al momento de seleccionar el método apropiado, el cual dependerá del proceso de separación sólido-líquido en estudio.

4.3.2.- DISTRIBUCION DE TAMAÑO DE PARTÍCULA

La información sobre la distribución de tamaño de partículas se presenta como la fracción del total de partículas que pertenecen a un determinado rango o intervalo de tamaños. En el intervalo de tamaños Δx , entre dos tamaños cualesquiera x_i y x_j , se encuentra una fracción de partículas denominada ΔF , mientras que la fracción de partículas de tamaño menor que x_j (que se encuentra entre cero y x_j) se denomina F .

4.3.2.1.- DENSIDAD DE DISTRIBUCIÓN, $f(x)$

La densidad de distribución, $f(x)$, es la fracción de partículas por unidad de tamaño y tiene dimensión de L^{-1} . Se obtiene dividiendo la fracción de partículas en el intervalo Δx entre el tamaño del intervalo:

$$f = \Delta F / \Delta x$$

(3)

Este valor de densidad de distribución se aplica al punto medio del intervalo. Representando f contra x en forma de histograma (representación simple de la cantidad relativa como función de los correspondientes intervalos de clase), el área del rectángulo, $f \cdot \Delta x$, representa ΔF , la fracción de partículas en el intervalo.

En virtud de ser el tamaño de partícula una variable continua, f puede representarse como una línea continua y el área bajo la curva corresponde a la fracción de partículas en el intervalo. Así, se obtiene la ecuación 4

$$\Delta F = \int_{x_1}^{x_2} f * dx$$

(4)

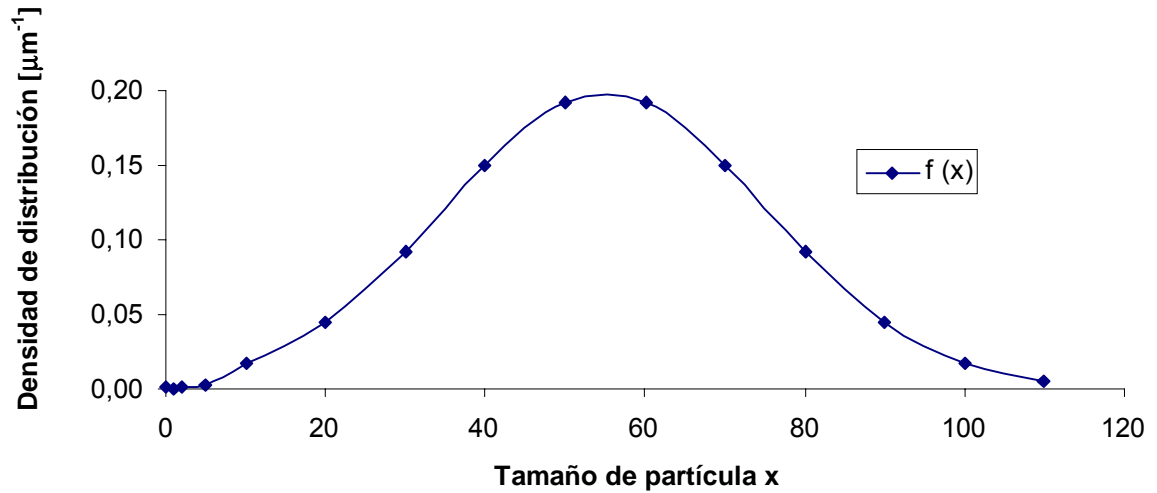


Figura 3.- Densidad de distribución de tamaños

4.3.2.2.-DISTRIBUCIÓN ACUMULADA DE TAMAÑOS DE PARTÍCULA

La distribución acumulada de tamaños de partícula, $F(x)$, representa la fracción o porcentaje de las partículas que poseen un tamaño menor que x . Esta curva acumulativa puede ser obtenida a partir de la integración de la curva de densidad de distribución $f(x)$ mencionada anteriormente. La figura 4 muestra la forma típica de esta distribución.

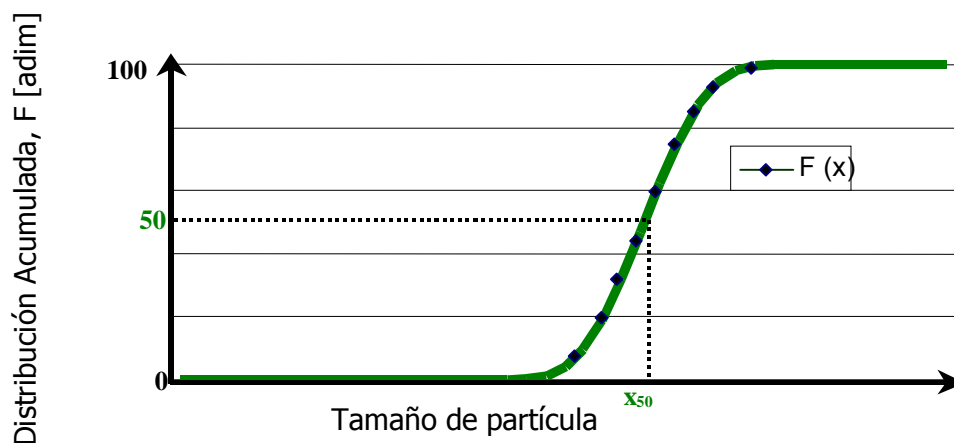


Figura 4.- Distribución acumulada de tamaños

En la curva de distribución acumulada puede identificarse con facilidad para que tamaño la distribución tiene un determinado valor. El tamaño que corresponde a $F=N$ (expresado en porcentaje) es representado por x_N . Así por ejemplo, x_{50} , es el tamaño que en la curva de distribución acumulada corresponde al valor acumulado $F=50$ y puede mostrar que el 50% de las medidas tomadas es menor que x (ver figura 4).

4.3.3.-TIPOS DE DISTRIBUCION DE TAMAÑO DE PARTÍCULA

Existen Cuatro tipos de distribución de tamaño de partícula (ver figura 5). (Svarovsky, 1988) estos son (para densidad de distribución de tamaños):

- Distribución de tamaño de partícula por número (f_0).
- Distribución de tamaño de partícula por longitud (f_1).
- Distribución de tamaño de partícula por área o superficie (f_2).
- Distribución de tamaño de partícula por masa o volumen (f_3).

Estas distribuciones están relacionadas entre sí, pero la conversión de una a otra es posible inicialmente cuando el factor de forma es constante, es decir cuando la forma de la partícula es independiente del tamaño. Las siguientes expresiones muestran dicha relación:

$$f_1 = K_1 * x * f_0 \quad (5)$$

$$f_2 = K_2 * x^2 * f_0 \quad (6)$$

$$f_3 = K_3 * x^3 * f_0 \quad (7)$$

donde: las constantes K_1 , K_2 y K_3 , contienen un factor de forma que generalmente es dependiente del tamaño de partícula lo que hace que sea prácticamente imposible una conversión exacta, sin un conocimiento cuantitativo de la dependencia del factor de forma sobre el tamaño de la partícula.

Si la forma de las partículas no varía con el tamaño, las constantes K_1 , K_2 y K_3 pueden ser encontradas fácilmente, debido a que por definición de la

frecuencia de distribución, las áreas bajo las curvas de frecuencia contra tamaño de partícula deben ser igual a uno.

$$\int_0^{\infty} f(x) dx = 1$$

(8)

Por ejemplo, el procedimiento para llevar la frecuencia de distribución de tamaño de partícula por número, f_0 a una distribución de masa, f_3 , consiste en la multiplicación de los valores de f_0 correspondientes a diferentes tamaños de x , por x^3 . La curva resultante de $x^3 f_0$ es reducida luego en escala mediante un factor:

$$K_3 = \frac{1}{\int_0^{\infty} x^3 f_0(x) dx}$$

(9)

Con el fin de dar f_3

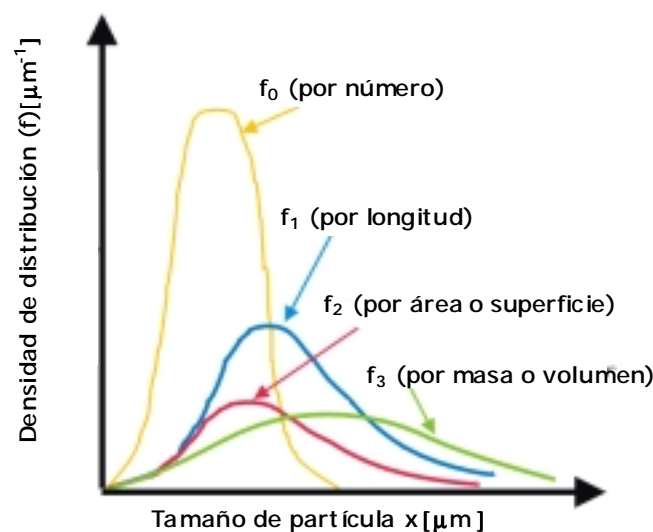


Figura 5.- Distribución de tamaños de partícula (distribuciones de frecuencia). (Svarovsky, 1988)

4.3.4.-MEDIDAS DE TENDENCIA CENTRAL

Para utilizar la información proveniente de un análisis de distribución de tamaños de partícula, se han definido ciertos parámetros, que permiten tener una idea sobre las características de la distribución. Se conciben estos parámetros para tratar de sustituir la información de la curva de distribución de tamaños con algunos números que resumen de cierto modo la curva y que posibilitan la realización de cálculos donde se tome en cuenta esa información.

Entre los parámetros antes mencionados están los parámetros de tamaño, que son una medida de la tendencia central de los datos y que suelen ser referidos como tamaño promedio. Existen diferentes definiciones de tamaño promedio o tendencia central. Muchos de ellos se calculan empleando toda la información de la distribución y son llamados promedios computados, entre ellas se pueden mencionar tres medidas de tendencia central para una distribución de tamaño dada: la moda, la mediana y la media.

La moda es la mas común y representa el tamaño correspondiente al pico en la curva de densidad de distribución de tamaño.

La mediana también llamada tamaño 50%, es el tamaño tal que la mitad de las partículas son grandes y la otra mitad son pequeñas, es decir, el tamaño que divide a la curva de densidad en dos mitades

La *media* se define como un índice de localización medio empleado en la descripción de la distribución de frecuencia. Así, existen muchos tamaños medios o promedios que pueden ser definidos para una distribución de partícula dada; su definición es, en general, de la forma (Svarovsky, 1990):

$$\bar{x} = \int_0^{\infty} g(x)f(x)dx$$

(10)

donde: $f(x)$ es la densidad de distribución de tamaño de partícula (que a su vez puede ser por número, por longitud, área o masa).

$g(x)$ es una función del tamaño de partícula.

Dependiendo de la forma de la función $g(x)$ se obtienen distintos tipos de diámetros medios, \bar{x} , como se observa en la tabla 1.

Tabla 1.- Tipos de diámetros medios x

Forma de $g(x)$	Diámetro medio x
x	Media aritmética, x_a
x^2	Media cuadrática, x_q
x^3	media cúbica, x_c
$\text{Log}x$	Media geométrica, x_g
$1/x$	Media armónica, x_h

4.3.5.-MEDIDAS DE DISPERSIÓN

Las medidas de dispersión son útiles para obtener una descripción más completa de las características principales de una distribución o hacer posible una efectiva comparación entre dos o más distribuciones

4.3.5.1.- DESVIACIÓN ESTÁNDAR

La desviación estándar es la desviación de los datos respecto a la media por lo que es considerada uno de los datos estadísticos más importantes entre todas las medidas de variación, y es a la que se hará referencia en este trabajo.

Al estar referida respecto a la media, la desviación estándar (σ) se denomina según la medida con la que es calculada, pudiendo ser aritmética, geométrica, cuadrática, etc. (Sorrentino J, 1999). A continuación se muestran las dos desviaciones más utilizadas:

$$\sigma_a = \sqrt{\int (x - \bar{x}_a)^2 * f(x) * dx}$$

(11)

donde

σ_a : desviación estándar aritmética

\bar{x}_a : media aritmética

$$\ln(\sigma_g) = \sqrt{\int \ln(x / \bar{x}_g) * f(x) * dx}$$

(12)

donde

σ_g : desviación estándar geométrica

\bar{x} : media geométrica

4.3.5.2.- COEFICIENTE DE VARIACIÓN

La desviación estándar es una variable que posee dimensiones (salvo el caso de la desviación estándar geométrica) por lo que se acostumbra utilizar el coeficiente de dispersión o coeficiente de variación, C_{va} (adimensional) definido como una medida de variabilidad, que es simplemente el cociente entre la desviación estándar y la media:

$$C_{va} = \frac{\sigma}{\bar{x}}$$

(13)

4.3.6.-TAMAÑOS DE PARTÍCULA ASOCIADOS A CARACTERÍSTICAS FÍSICAS

Al combinar la forma de definir el tamaño de la partícula individual (definición asociada al tamaño de medición) con una manera específica de calcular el promedio ponderado, pueden obtenerse tamaños promedio cuyo significado físico puede ser de gran utilidad

4.3.6.1.DIÁMETRO MEDIO VOLUMÉTRICO

Si el aparato de medición determina el tamaño de una partícula como el diámetro de la esfera de igual volumen, x_v , cada partícula tiene un volumen igual a $\pi * x_v^3 / 6$. Si se sustituye el total de partículas por el mismo número de partículas de igual tamaño, de modo que el volumen total sea el mismo, el tamaño de partícula es (Sorrentino, 1999):

$$\frac{1}{\bar{x}_V} = \int_0^{\infty} \frac{1}{x_V^3} * f_3(x_V) * dx_V$$

(14)

El diámetro medio volumétrico equivale al diámetro de aquella partícula cuyo volumen multiplicado por el número de partículas equivale al volumen de la muestra. En otras palabras, representa sustituir el conglomerado de partículas por el mismo número de partículas pero todas de tamaño x_V .

4.3.6.2.-DIÁMETRO MEDIO SUPERFICIAL

Si el equipo de medición determina el tamaño de una partícula como el diámetro de la esfera de igual superficie, x_S , cada partícula tiene una superficie igual a $\pi * x_S^2$. Si se sustituye el colectivo de partículas por el mismo número de partículas de igual tamaño, de modo que la superficie total sea la misma, el tamaño de esas partículas es (Sorrentino, 1999):

$$\frac{1}{\bar{x}_S} = \int_0^{\infty} \frac{1}{x_S^2} * f_2(x_S) * dx_S$$

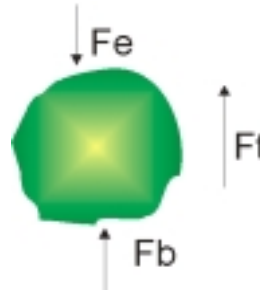
(15)

El diámetro medio superficial equivale al diámetro de aquella partícula cuya superficie multiplicada por el número de partículas equivale a la superficie total de la muestra. Esto quiere decir que este diámetro representa sustituir el conglomerado de partículas por el mismo número de partículas, pero todas de tamaño x_S .

4.4.-PROCESO DE SEDIMENTACIÓN DE UNA PARTÍCULA

Existen principios básicos del proceso de sedimentación que se apoyan en el concepto, de movimiento libre de los cuerpos y está regido por las leyes que gobiernan el movimiento de las partículas sólidas en un líquido, bajo la acción de una fuerza externa, que aunque pudiera ser centrífuga, electromotriz

o de algún otro tipo, se considerará gravitacional para este trabajo (Foust,



1979; Kirk-Othmer, 1969).

Figura 6.- Fuerzas que actúan sobre una partícula

Al considerar el movimiento de una partícula a través de un fluido en una sola dimensión bajo la influencia de una fuerza externa (como muestra la figura 6), se tiene que:

Existe una fuerza resultante (F), que actúa sobre cualquier cuerpo de masa m (que posee una aceleración dv/dt). Para dicho cuerpo según la Segunda Ley de Newton:

$$F = m \cdot dv/dt$$

(16)

donde los componentes que influyen en la fuerza resultante F son (ver figura 5):

F_e : fuerza externa

F_b : empuje

F_t : fuerza de resistencia.

De ahí que la ecuación 16 se pueda expresar como:

$$F_e - F_t - F_b = m \cdot dV/dt$$

(17)

F_e : puede ser expresada por la ley de Newton como:

$$F_e = m * a_e$$

(18)

donde a_e es la aceleración de la partícula, resultante de la fuerza externa

F_e .

La resistencia total F_t , comprende distintos términos (Alonso, 1995). Los cuales se explican a continuación:

- Una resistencia inducida (F_I) la cual proviene del hecho que la partícula para moverse, debe poner en movimiento al fluido que la rodea, el cual se encuentra originalmente en reposo.
- Una resistencia histórica (F_H). La cual tiene como base el hecho de que el movimiento en un instante dado t depende del estado del movimiento en todos los instantes τ que preceden a t .
- Una resistencia de arrastre hidrodinámico (F_D), que no es mas que el resultado de las tensiones tangenciales viscosas y de la distribución de presiones.

Estas consideraciones permiten entonces expresar la resistencia total como:

$$F_t = F_I + F_H + F_D$$

(19)

donde la resistencia inducida (F_i) se expresa como:

$$F_I = m_a * dV/dt$$

(20)

donde

m_a : masa adicional o inducida (esta depende del movimiento y de la forma de la partícula).

Para la resistencia histórica se tiene que:

$$F_H = \frac{3}{2} * D_p^2 \sqrt{\pi * \rho * \mu * I}$$

(21)

donde: D_p : diámetro de la partícula.

El termino I corresponde a una integral denominada histórica:

$$I = \int_0^t \frac{dV/dt}{\sqrt{(t-\tau)}} d\tau$$

(22)

Las expresiones anteriores para la resistencia histórica son válidas únicamente cuando los números de Reynolds son pequeños en comparación a la unidad, es decir, para los primeros instantes de movimiento. Para casos más generales, en los cuales el número de Reynolds toma cualquier valor, la expresión de la resistencia histórica es desconocida y para predecirla es necesario hacerlo por vía experimental.

La resistencia de arrastre hidrodinámico, se expresa como:

$$F_D = (C_D * V^2 * \rho * A_{pro})/2$$

(23)

donde C_D : coeficiente de arrastre hidrodinámico.

V : velocidad relativa de la partícula en relación al fluido.

ρ : densidad del fluido.

A_{pro} : Área proyectada del sólido, normal al flujo.

El empuje hacia arriba (F_b) se determina según el principio de Arquímedes:

$$F_b = (m/\rho_s) * \rho * a_e$$

(24)

donde: $(m/\rho_s) * \rho$: masa del fluido desplazado por el sólido.

ρ_s : densidad del sólido.

Si se sustituye las ecuaciones 20, 21 y 23 en la ecuación 19 se obtiene una expresión para la resistencia total, siendo ésta:

$$F_t = m_a * \frac{dV}{dt} + \frac{3}{2} D_p^2 \sqrt{\pi * \rho * \mu * I} + \frac{C_D * V^2 * \rho * A_{pro}}{2}$$

(25)

Sustituyendo las ecuaciones 25, 24 y 18 en la ecuación 17 se tiene:

$$\frac{dV}{dt} = \left(\frac{m}{m + m_a} \right) * a_e * \left(1 - \frac{\rho}{\rho_s} \right) - \frac{3 * D_p^2 * \sqrt{\pi * \rho * \mu * I}}{2 * (m + m_a)} - \frac{C_D * V^2 * \rho * A_{pro}}{2 * (m + m_a)}$$

(26)

Si fuese necesario las siguientes simplificaciones son válidas:

➤ Si F_e es la gravedad, entonces a_e es igual a la aceleración de la gravedad g .

➤ Si F_e se refiere al campo centrífugo, entonces

$$a_e = r * w^2$$

(27)

donde r es el radio de la trayectoria y w es la velocidad angular, expresada en radianes por segundo.

4.5.-VELOCIDAD TERMINAL DE UNA PARTÍCULA

Ahora bien si se considera un tiempo de sedimentación infinito, la resistencia se equilibrará con el término del peso sumergido y se alcanzará la velocidad límite para el sistema, esta velocidad constante para la cual la aceleración es nula se denomina *Velocidad Terminal*. Desde otra óptica si se considera que la partícula que sedimenta, cayendo en un campo gravitacional, de tal manera que otras partículas que pudieran estar presentes no interfieran su caída, conforme ésta cae, la velocidad aumenta y continua aumentando hasta que las fuerzas acelerantes y de resistencia se igualan. Cuando se alcanza este punto, la velocidad de la partícula permanece constante durante el resto de la caída, hasta que las fuerzas se desvanecen.

4.5.1.-FORMA DE LA PARTÍCULA

La forma de la partícula afecta notablemente la velocidad de sedimentación, ya que es ésta la que determinará la influencia de la fricción superficial o arrastre de la partícula en el proceso.

Al poner en contacto cualquier superficie con un fluido y existe un movimiento relativo entre ellos, se desarrollará una fuerza de fricción entre el sólido y el fluido, aunada a lo cual se genera otra fuerza debido a la aceleración o desaceleración del fluido. Estos efectos se pueden presentar cuando se cambia la trayectoria del fluido o *cuando el fluido rodea un cuerpo sólido colocado en su trayectoria*. Este fenómeno es llamado *arrastre debido a la forma*.

Es así como la mayoría de los trabajos dirigidos al estudio de la velocidad de sedimentación de partículas, conociendo la influencia de la forma, enfocan básicamente su investigación considerando dos grandes grupos de estudio: las partículas esféricas y las que no lo son.

4.5.2.-PARTÍCULAS ESFÉRICAS

Para partículas esféricas, el área proyectada normal al flujo, A_{pro} , es $(\pi * D_p^2 / 4)$ y la masa, m_e es $(\pi * D_p^3 / 6) * \rho_s$.

Como se puede observar en la ecuación 26 al alcanzarse la velocidad terminal (V_t), tanto el término histórico como el inducido son despreciables, entonces si se considera el caso de una partícula esférica teniendo presente que $dV/dt=0$, se tiene:

$$V_t = \sqrt{\frac{4 * (\rho_s - \rho) * g * D_p}{3 * \rho * C_D}}$$

(28)

con:

$$C_D = f(R_e)$$

(29)

$$R_e = V_t * D_p / \nu$$

(30)

donde:

R_e : Número de Reynolds terminal

ν : Viscosidad cinemática

Como se puede apreciar si se desea a partir de estas ecuaciones calcular la velocidad de terminal de sedimentación, se debe realizar un proceso iterativo (debido a la relación existente entre las ecuaciones), lo que además de complicado puede resultar en que se obtengan resultados inexactos. De ahí que al respecto se han llevado a cabo investigaciones que introducen variables adimensionales (Alonso, 1995)

Además, es evidente la relación existente entre el número de Reynolds y el coeficiente de arrastre C_D para cada caso de número de Reynolds por lo que se generan los siguientes casos (Alonso, 1995):

- Números de Reynolds Pequeños ($Re < 0,1$).-Primer caso
- Números de Reynolds Grandes ($10^3 < Re < 2,6.10^5$).-Segundo caso
- Números de Reynolds Intermedios ($0,1 < Re < 10^3$).-Tercer caso

- Todo el rango del número de Reynolds.- Cuarto caso

4.5.2.1.-PRIMER CASO (Número de Reynolds pequeños)

Stokes en 1851 desarrolló para este caso una solución exacta, derivando primero una ecuación para la resistencia de una partícula que se mueve en una cantidad infinita de fluido (Bird, Stewart y Lightfoot, 1996):

$$F_D = 3 * \pi * \mu * V_t * D_p$$

(31)

donde: V_t : Velocidad de la esfera relativa al fluido (velocidad terminal)

D_p : diámetro de la partícula

A continuación luego de igualar la expresión 31 con la ecuación que resulta del balance de fuerza sobre una partícula esférica (ecuación 17, para el caso estacionario), obtuvo la velocidad terminal de la partícula en régimen viscoso, conocida como la ecuación de Stokes:

$$V_t = \frac{1}{18} * \frac{(\rho_s - \rho) * g * D_p^2}{\mu}$$

(32)

El coeficiente de arrastre hidrodinámico se obtiene igualando la expresión anterior con la obtenida en 26, siendo éste:

$$C_D = \frac{24}{Re}$$

(33)

4.5.2.2.-SEGUNDO CASO (Número de Reynolds grandes)

Para este caso se considera, que el número de Reynolds se encuentra entre un valor crítico (correspondiente a la aparición de turbulencia en la capa límite) y 1000, por lo que el coeficiente de arrastre C_D varía lentamente con el número de Reynolds, manteniendo un valor constante comprendido entre 0,39 y 0,51. La expresión de la velocidad terminal se obtiene introduciendo un valor constante $C_D = C_0^* = 0,44$ en la ecuación 28 (caso similar al anterior, es decir estacionario), la cual entonces queda:

$$V_t = \sqrt{\frac{4 * (\rho_s - \rho) * g * D_p}{3 * \rho * C_o^*}}$$

(34)

4.5.2.3.-TERCER CASO (Número de Reynolds intermedios)

En este caso, se pueden utilizar expresiones obtenidas anteriormente por algunos autores como la de Concha y Almendra que predice el valor del coeficiente C_D , como función del número de Reynolds, (Alonso, 1984):

$$C_D = C_\infty * \left(1 + \frac{9.06}{\sqrt{R_e}}\right)^2$$

(35)

donde: $C_\infty = 0,28$

Al sustituir la ecuación 35 en la 26 no se obtiene una expresión directa para calcular la velocidad terminal V_t (El número de Reynolds depende de V_t) por lo que sería necesario realizar un método iterativo empleando las expresiones 28, 30 y 35.

4.5.2.4.-CUARTO CASO (Todo el rango del número de Reynolds)

Cuando el número de Reynolds es mayor que 1000, la ecuación de la velocidad genera discrepancias ya que el coeficiente C_∞ no es constante sino que varía sensiblemente con el número de Reynolds (Alonso, 1984; 1986). Pero retomando el planteamiento inicial de Concha y Almendra se puede modificar la expresión 35 de modo que ésta sea válida también para $R_e > 1000$ y hasta el punto crítico, de modo que se genera una corrección que se ha desarrollado sobre la base de valores experimentales estándar del coeficiente de arrastre C_D , y se puede expresar como:

$$C_D = C_o(R_e) * \left(1 + \frac{9.06}{\sqrt{R_e}}\right)^2$$

(36)

$$C_o = C_{\infty} * (1 + m_1 * \tanh(m_2 * R_e))$$

(37)

donde: $C_{\infty} = 0,28$; $m_1 = 0,75$ $m_2 = 0,000026$

Esta expresión posee la ventaja de ser válida para todo el rango de números de Reynolds terminales ($R_e < 2,6 * 10^5$). Para calcular la velocidad terminal se combinan mediante un proceso iterativo (similar al del caso anterior) las ecuaciones 28, 30, 36 y 37.

4.5.3.-PARTICULAS NO ESFÉRICAS

Se han determinado fórmulas directas para predecir la velocidad de sedimentación de partículas regulares (caso de las esferas) e irregulares (Alonso, 1984). La predicción de dicha velocidad contempla el uso de una velocidad adimensional y un número de Reynolds adimensionales, asociados al tamaño de las partículas y a las propiedades físicas de las partículas y del fluido. De esta manera se ha logrado la deducción de fórmulas precisas para predecir la velocidad de sedimentación de partículas elipsoidales, isométricas, ortotrópicas, irregulares naturales e irregulares molidas.

Las partículas isométricas son aquellas que poseen sus dimensiones lineales iguales tales como esferas, cubos, octaedros regulares, entre otros. Por ser partículas geométricamente bien definidas, interesan tanto desde el punto de vista académico como práctico, ya que varias partículas industriales se les asemejan.

Las partículas ortotrópicas son aquellas que poseen tres planos de simetría mutuamente perpendiculares.

Las partículas irregulares son un problema que exige mayor atención ya que es difícil o casi imposible definir su forma mediante un número pequeño de parámetros simples. Su movimiento, aun para números de Reynolds pequeños no es de fácil predicción. Para el caso de números de Reynolds elevados, la sedimentación de las partículas se complica ya que ellas caen girando y oscilando. De esta manera se hace difícil predecir en forma precisa la velocidad de caída de sedimentos irregulares.

De esta manera la forma de una partícula juega un papel muy importante en la velocidad de sedimentación de la misma. Dependiendo de la forma de la partícula y de la orientación que adopta al caer, la resistencia al movimiento será mayor o menor, dependiendo de la superficie que esté expuesta de manera perpendicular a la dirección del flujo.

4.5.3.1.-PARTÍCULAS ELIPSOIDALES

Para este caso particular Alonso (1984) desarrolló una expresión general a fin de obtener la velocidad de sedimentación de un elipsoide cualquiera de semiejes "a", "b" y "c" (para números de Reynolds pequeños), introduciendo para ello las variables adimensionales V^* y Re^* y empleando como dimensión característica el diámetro nominal d_n o diámetro equivalente esférico (diámetro de una esfera que tendría el mismo volumen de la partícula); las expresiones de estas variables son:

$$V^* = \frac{V_t}{\sqrt{g^* \Delta^* d_n}} \quad (38)$$

$$d_n = 2 * \sqrt[3]{a * b * c} \quad (39)$$

$$Re^* = \frac{d_n * \sqrt{g^* \Delta^* d_n}}{\nu} \quad (40)$$

donde:

$$\Delta = (\rho_s - \rho) / \rho \quad (41)$$

Así haciendo uso de las expresiones anteriores, obtuvo la siguiente expresión:

$$\Phi = \frac{18 * V^*}{R_e^*} = \frac{3}{4} * (b^* * c^*)^{\frac{1}{3}} \int_0^1 \frac{(1+x^2) dx}{\sqrt{\left(1 + \left(b^{*2} - 1\right) * x^2\right) * \left(1 + \left(c^{*2} - 1\right) * x^2\right)}}$$

(42)

donde: Φ : Parámetro de sedimentación

$$c^* = c/a$$

$$b^* = b/a$$

4.5.3.2.-PARTÍCULAS ISOMÉTRICAS

Para este tipo de partículas Alonso (1984) efectuó un análisis que involucró todo el rango de número de Reynolds estudiados por Pettyjohn y Christiansen en 1948, obteniendo la siguiente expresión:

$$V^* = \left(\sqrt{\frac{\delta_0^2(\Psi_w)}{4 * R_e^*} + \frac{4}{3 * C_1(R_e^*, \Psi_w)}} - \frac{\delta_0(\Psi_w)}{2 * \sqrt{R_e^*}} \right)^2$$

(43)

donde: Ψ_w es un factor que depende esencialmente de la forma llamado esfericidad (del cual se hablará extensamente en secciones posteriores).

δ_0 es una función que depende de la esfericidad.

C_1 es una función de la esfericidad y del número de Reynolds (R_e^*) que se puede expresar como:

$$C_1 = C_0(\Psi_w) + \left((C_{00}(\Psi_w) - C_0(\Psi_w)) * \tanh(\alpha(\Psi_w) * R_e^*) \right)$$

(44)

donde: C_0 , C_{00} y α son funciones que dependen de la esfericidad Ψ_w

4.5.3.3.- PARTÍCULAS ORTOTRÓPICAS

Al estudiar específicamente este tipo de partículas (partículas que tienen tres planos de simetría mutuamente perpendiculares) Alonso (1984), basándose en un estudio experimental realizado por Malaika (donde se experimentó con doce formas de partículas con distintas razones de ejes), demostró que para

números de Reynolds menores que 100, los datos se ajustaban bien al modelo teórico utilizado para partículas isométricas.

4.5.3.4.-PARTÍCULAS IRREGULARES

No resulta fácil la predicción de forma precisa de la velocidad de la caída de este tipo de partículas sobre todo si éstas provienen de un lecho fluvial o de una planta de molienda ya que pueden presentar en su forma aristas vivas (sea que la sedimentación se realice a bajos números de Reynolds o a números de Reynolds elevados), aumentando la complejidad del modelo al incrementarse el número de Reynolds. Sin embargo, Alonso (1984) demostró que los conceptos y ecuaciones empleados para partículas isométricas se adaptaban de manera razonable (para fines prácticos) proporcionando una buena predicción de la velocidad de sedimentación. Así sus resultados se pueden expresar para dos grupos separados las partículas irregulares naturales (provenientes de lechos de ríos) y las partículas irregulares molidas (provenientes de plantas).

4.5.3.4.1.-PARTÍCULAS IRREGULARES NATURALES

Para este tipo de partículas se presenta la siguiente ecuación:

$$V^* = \left(\sqrt{\frac{\delta_0^2}{4 * R_e^*} + \sqrt{\frac{4}{3 * C_1}}} - \frac{\delta_0}{2 * \sqrt{R_e^*}} \right)^2 \quad (45)$$

donde: δ_0 es un factor que depende de la forma llamado *Factor de forma de Corey* Ψ_c .

$$\Psi_c = \frac{c}{\sqrt{a * b}} \quad (46)$$

C_1 (llamado término correctivo viscoso) es una función del número de Reynolds (Re^*) y del factor de forma de Corey que se puede expresar como:

$$C_1 = C_0 * \left(1 + 0.533 * \tanh(0.002 * Re^*)\right)$$

(47)

donde: C_0 es una función del factor de forma de Corey.

4.5.3.4.2.- PARTÍCULAS IRREGULARES MOLIDAS

Para este caso Alonso (1984) empleó las mismas expresiones utilizadas para las partículas irregulares naturales, introduciendo una modificación en el término correctivo viscoso (para ello utilizó un análisis gráfico que resultó distinto al de partículas naturales), quedando de la forma:

$$C_1 = C_0 * \left(1 + 0.812 * \tanh(0.002 * Re^*)\right)$$

(48)

4.5.4.-FACTORES Y COEFICIENTES DE FORMA

Uno de los parámetros que ha recibido atención en la sedimentación, ha sido la influencia de la fuerza de arrastre sobre la velocidad de la misma para distintas formas de partículas, ya que la forma de los sólidos involucrados en un proceso quizá no sea siempre esférica. Esto hace necesario involucrar un factor que de manera adecuada permita su incorporación como parámetro, dentro de ecuaciones referentes a propiedades de partículas lo cual es necesario para obtener la medida y definición cuantitativa de la forma.

La definición de factor de forma depende esencialmente de cual es la dimensión de importancia en la partícula: la superficie, el volumen o la dimensión lineal, para la aplicación que está siendo considerada. Así si se dice que la relación numérica entre los tamaños de una partícula depende de la forma de la partícula, y combinaciones dimensionales de los tamaños se hace referencia a *Factores de Forma*. Por el contrario las relaciones entre las medidas de tamaños y el volumen o superficie de una partícula son llamados

Coeficientes de Forma (Foust, 1979). Estos cálculo de estos parámetros se basa en la suposición de que para dado material los coeficientes y/o factores de forma son prácticamente constantes para la gama de tamaños considerada, es decir que la forma de las partículas no depende de su tamaño (Ferreira, 1995).

4.5.4.1.-COEFICIENTES DE FORMA

Los Coeficientes de forma, también designados factores de forma geométricos, cuantifican la influencia de la forma de las partículas en sus propiedades físicas tales como volumen, área proyectada o superficie específica a través de relaciones de éstas con una dimensión lineal medida, normalmente un diámetro característico o equivalente (Ferreira, 1995).

Así para partículas con un diámetro equivalente d_{eq} , basado en una propiedad característica C , es posible calcular un valor de la propiedad P a través de la relación:

$$P = \alpha_{p, C} * d_C^n$$

(49)

donde: $\alpha_{p, C}$ es el coeficiente de forma y n es un número entero que depende de P (por ejemplo $n=1$ para longitud, $n=2$ para área, $n=3$ para volumen o $n=-1$ para superficie específica).

Entre las propiedades de una partícula que se pueden considerar importantes, sobresalen especialmente la superficie y el volumen, proporcionales al cuadrado y cubo del tamaño respectivamente. Éstas poseen constantes de proporcionalidad que dependen a su vez de las dimensiones escogidas para caracterizar la partícula. Si se utiliza el diámetro de área proyectada (el cual no es más que el diámetro de un círculo que tiene la misma área, que el área proyectada de la partícula descansando en una posición estable, $d_a = (4 * A_p / \pi)^{1/2}$), se tiene entonces:

$$\text{Superficie de la partícula} \quad S_p = \pi * d_s^2 = \alpha_{s,2} * d_a^2$$

(50)

$$\text{Volumen de la partícula } V_p = (\pi/6) * d_v^3 = \alpha_{v,3} * d_a^3 \quad (51)$$

donde:

$\alpha_{s,2}$ y $\alpha_{v,3}$: son los coeficientes de forma de superficie y de volumen respectivamente.

d_s : Diámetro de superficie.

d_v : Diámetro de esfera equivalente (diámetro volumétrico)

4.5.4.2.-FACTORES DE FORMA

Los factores de forma caracterizan de manera morfológica y matemática la forma de las partículas, cuantificando sus diferencias relativas (por ejemplo la esfericidad, es decir cuan parecida es la partícula a una esfera) siendo definidos a través de relaciones adimensionales entre diferentes tamaños que se pueden atribuir a éstas.

Anteriormente los métodos empleados para la determinación de la forma de las partículas se basaban en la observación directa de las mismas por métodos como la microscopía (obviamente complicados y lentos). Sin embargo, gracias al incremento de las técnicas de análisis de la imagen y su casi total automatización actual, atribuida principalmente al nivel de procesamiento de la información, se ha observado como los estudios se han hecho más rápidos y profundos, permitiendo una visión absoluta de las mismas y una mejor definición de los factores de forma asociados (Ferreira, 1995).

Así, Heywood fue uno de los primeros en definir un factor de forma para las partículas (Ferreira, 1995), considerando el espesor, profundidad y longitud de las mismas. Sin embargo el factor de forma mas utilizado actualmente es un factor de forma conocido como esfericidad de Wadell (Foust, 1979), que se explicará a continuación.

4.5.5.-ESFERICIDAD DE WADELL

La esfericidad de Wadell es un factor de forma superficie-volumen que se define como la relación entre el área superficial de una esfera de un volumen igual al de la partícula, y el área superficial de la partícula. Así pues,

$$\Psi_w = A_e/A_p = \pi \cdot d_v^2 / A_p = \pi \cdot ((6 \cdot V_p) / \pi)^{2/3} / A_p$$

(52)

donde: A_e : área superficial de la esfera equivalente

A_p : área superficial de la partícula

V_p : volumen de la partícula

Este factor de forma también se puede expresar como una función del volumen de la esfera circunscrita V_{cs} (Wadell, 1932, citado por Hernández, 2000), de lo cual se obtiene:

$$\Psi_w = (V_p/V_{cs})^{1/3}$$

(53)

Si se expresa este factor como función de los diámetros d_v y d_s , mencionados anteriormente, se obtiene además, la expresión:

$$\Psi_w = (d_v/d_s)^2$$

(54)

Si se tienen números de Reynolds bajos y las partículas en estudio son convexas, el diámetro de arrastre d_a (diámetro de una esfera que tendría la misma resistencia al movimiento F_D que la partícula, en un fluido con la misma viscosidad y velocidad V_t en régimen estacionario), se aproxima al diámetro de superficie d_s , por lo que el diámetro de Stokes, d_{st} , (diámetro de esfera que con la misma densidad de la partícula sedimenta a la misma velocidad terminal en un líquido de igual densidad y viscosidad, ver ecuación 27) puede expresarse como (Allen, 1990):

$$d_{st} = (d_v^3/d_s)^{1/2} = \Psi_w^{1/4} \cdot d_v$$

(55)

Esta expresión se puede emplear para determinar el factor de forma de Wadell, en esas condiciones (Barreiros; Ferreira; Figueiredo, 1996):

$$\Psi_w = d_{st}^4/d_v^4$$

(56)

El diámetro de Stokes puede ser medido experimentalmente por medio de un equipo de fotosedimentación, mientras que el diámetro volumétrico puede obtenerse por medio de un equipo electrozona.

Otra forma de obtener la esfericidad de Wadell es utilizar el diámetro de superficie (d_s) por medio de un equipo de difracción láser. Esta técnica permite obtener un diámetro de área proyectada promedio ($d_{\frac{-}{a}}$), debido a que realiza una medición de diámetros en toda orientación posible. Así de acuerdo con el teorema de Cauchy, para partículas sin concavidades, d_s es igual a $d_{\frac{-}{a}}$, lo que conlleva a que la ecuación 49 se pueda expresar de la forma (Barreiros; Ferreira; Figueiredo, 1996):

$$\Psi_w = \frac{d_v^2}{d_{\frac{-}{a}}^2}$$

(57)

De manera similar a la anterior el diámetro volumétrico puede obtenerse por medio de un equipo electrozona, y el diámetro de área proyectada promedio se puede obtener mediante el equipo de difracción láser.

4.6.-FACTORES QUE AFECTAN LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN

Los factores determinantes en la velocidad y modo de sedimentación de suspensiones acuosas son (Svarovsky, 1988):

- a.-La naturaleza de las partículas: distribución de tamaños, gravedad específica, propiedades químicas y minerales, etc.
- b.- Los efectos de concentración, proporción de sólidos a líquidos que conforman la suspensión.
- c.- El tipo de pretratamiento, acondicionamiento químico, floculación, calentamiento/enfriamiento, etc.
- d.- El tipo de sedimentador, tamaño, forma, efectos de pared, etc.

4.6.1.-LA NATURALEZA DE LAS PARTÍCULAS:

Las partículas esféricas, sedimentan mucho más rápido que las que no lo son (Svarovsky, 1988), excepto para números de Reynolds muy pequeños (Alonso, 1984). La floculación juega un papel muy importante en este aspecto, ya que puede convertir a un grupo de partículas de tamaño y forma irregular, en un agregado de partículas de forma esférica, lo que mejora notablemente las características de sedimentación de la suspensión.

4.6.2.-EFECTO DE LA CONCENTRACIÓN:

Incrementar el número de partículas en un fluido, disminuye la velocidad de descenso de cada partícula por separado, por lo que las suspensiones que poseen una alta concentración, presentan grandes disminuciones en la velocidad de sedimentación de las partículas, lo que ocurre a raíz de un fenómeno usualmente referido como *impedimento del proceso de sedimentación*; éste hace que la velocidad de sedimentación de la masa de las partículas ocurra a una velocidad casi uniforme (ver figura 7).

En suspensiones de concentración diluida, las partículas descienden libremente en el fluido, que es desplazado hacia arriba por las partículas que llegan al fondo, las suspensiones de concentración intermedia sedimentan en canales, dichos canales son aproximadamente de la medida del diámetro de las partículas y se desarrollan durante la sedimentación, aumentando debido a la fuerza del fluido que se desplaza hacia arriba a través de la masa de sólidos.

Este hecho (el que la velocidad de sedimentación de una suspensión se vea afectada grandemente por la concentración) se puede apreciar en la figura 6, que muestra una prueba de sedimentación por cargas a distintas concentraciones C_1 y C_2 donde la pendiente de la zona recta representa la velocidad de sedimentación de la suspensión.

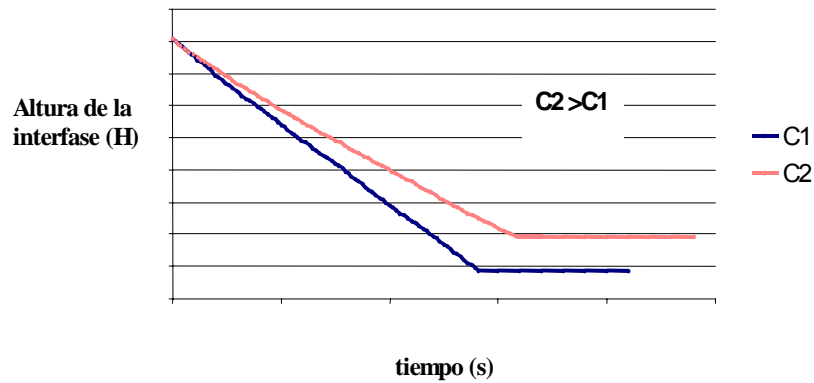


Figura 7.- Efecto de la Concentración en la Velocidad de Sedimentación (Alayón, 1996)

El que ocurra la disminución de la velocidad de sedimentación, se debe a que en suspensiones de concentraciones elevadas, es imposible la formación de canales de retorno de fluido debido a la falta de altura en esta zona y a la pequeña cantidad de fluido remanente en el fondo del sedimentador. En esta región, la velocidad de descenso (compactación) se hace muy lenta (Santibañez, 1997).

El punto correspondiente a la sedimentación crítica en los tres tipos de suspensiones, se visualiza por un repentino descenso en la velocidad de sedimentación y la formación de “volcanes o cráteres” en la superficie de la interfase sólido-líquido (Alayón, 1996).

4.6.3.-PRETRATAMIENTO

El pretratamiento es base fundamental para garantizar una sedimentación efectiva, ya que permite según sea el caso (aglomerar, separar partículas u otro tratamiento previo al proceso), facilitar no sólo el estudio de la sedimentación sino permitir además que se efectúe el proceso de manera óptima.

4.6.3.1.-FLOCULACIÓN Y COAGULACIÓN

La coagulación es el aglomeramiento de partículas coloidales mediante fuerzas químicas. El proceso ocurre segundos después de la aplicación del químico coagulante al agua. Un mezclado intenso es necesario en este punto para asegurar la uniformidad en la distribución del químico antes de que la reacción de coagulación concluya.

La floculación es la coalescencia de partículas coaguladas en partículas más grandes. Idealmente la compactación también ocurre. Este proceso es una reacción mucho mas lenta que la anterior y mucho más dependiente del tiempo y de la cantidad de agitación.

La práctica en diseño ha revelado que se requieren alrededor de 30 segundos a 5 minutos para una coagulación con un mezclado rápido, usando instrumentos de mezclado de alta potencia.

El agente floculante o coagulante (generalmente una sal hidrolizante tal como sulfato de aluminio), es dispersado mediante movimientos turbulentos a través del fluido que esta siendo tratado. El tiempo requerido para la floculación, generalmente se encuentra entre los 30 y 60 minutos. La formación de flóculos de tamaño apreciable, puede ser evitada mediante un mezclado directo durante la adición del coagulante.

Es importante tener presente que el tiempo total de sedimentación depende mucho del tipo de agente floculante que se use y obviamente de la cantidad que se dosifique del mismo.

En partículas floculadas, un número de partículas pequeñas se agrupan entre sí. Los flóculos pueden contener apreciables cantidades de líquidos dentro de los espacios vacíos de las partículas. La forma y la densidad guardan muy poca relación con las características naturales de las partículas originales. Por estas razones, la determinación de la velocidad de sedimentación en partículas floculadas es muy empírica (Svarovsky, 1988).

4.6.4.-TIPO DE SEDIMENTADOR

La presencia de paredes fijas o la cercanía a las mismas modifica por completo la sedimentación de las partículas. Si la relación entre el diámetro del envase y el diámetro de la partícula es mayor que 100, las paredes del sedimentador no representan un efecto sobre la velocidad de sedimentación de las partículas. La altura de la suspensión dentro del envase no afecta la velocidad de sedimentación, sin embargo si la concentración de sólidos es alta, se debe considerar un tiempo que es el aportado por la sedimentación libre.

Siempre que las paredes del recipiente sean verticales y el área de circulación no varíe con la profundidad, la forma del envase afecta poco la velocidad de sedimentación. Sin embargo, si se cambia el área de circulación a medida que se desciende del envase, los efectos sobre el proceso de sedimentación son considerables (Alayón, 1996).

4.7.-VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN DE UNA SUSPENSIÓN

Pese a lo fructíferos que puedan ser los estudios llevados a cabo para la sedimentación de partículas aisladas, sin una correlación entre este hecho y la realidad, (que las partículas se encuentran en una suspensión) no se puede observar realmente lo satisfactorios o productivos que pueden ser los mismos, de allí que se hallan realizado estudios que permiten adicionalmente conocer la relación que existe entre la sedimentación de una partícula y la sedimentación de una suspensión.

A este respecto se destaca el estudio realizado por Richardson y Zaki en 1954.

4.7.1.-TEORIA DE RICHARDSON Y ZAKI

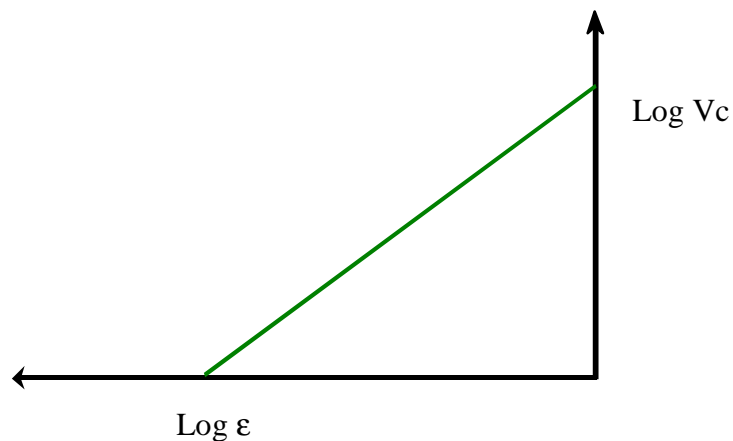
Richardson y Zaki (1954) basaron su trabajo en el estudio de la sedimentación y la fluidización líquido-sólido. El objetivo principal estaba dirigido hacia examinar experimentalmente el efecto de la concentración de

partículas suspendidas en la velocidad de la sedimentación y encontrar un método satisfactorio para correlacionar los resultados. Ellos realizaron sus estudios con partículas esféricas, de diámetro mayor a 100 micras.

Richardson y Zaki reseñan el trabajo de muchos autores otorgándole importancia principal al trabajo de Stokes y al estudio de la velocidad de sedimentación de una partícula. La ecuación de Richardson y Zaki se caracteriza básicamente por relacionar la velocidad de sedimentación de una suspensión, con la velocidad de sedimentación de una partícula.

En las pruebas de sedimentación llevadas a cabo Richardson y Zaki, midieron la velocidad terminal de una suspensión y para el sistema líquido-sólido estudiado, realizaron representaciones gráficas de la velocidad de sedimentación de la suspensión (V_c) y de la porosidad del lecho (ϵ).

La intersección con el eje del $\text{Log } V_c$ correspondiente a $\epsilon = 1$ (dilución infinita) fue comparada con la velocidad de sedimentación terminal de una partícula. Una curva típica se puede ver en la figura 8:



**Figura 8.- Resultados de Richardson y Zaki en sedimentación
(Richardson y Zaki, 1954)**

Richardson y Zaki realizaron estos experimentos con el fin de establecer una relación entre la velocidad de sedimentación de un conjunto de partículas y la velocidad de sedimentación de una partícula.

La ecuación de la curva obtenida mediante la relación de la velocidad de sedimentación de la suspensión V_c y la porosidad ε , es entonces:

$$\text{Log } V_c = n \cdot \text{Log } \varepsilon + \text{Log } V_t \quad (58)$$

donde: n : pendiente de la recta.

V_t : velocidad de sedimentación de una partícula simple.

ε : porosidad de la suspensión a una concentración determinada

La ecuación anterior también puede expresarse como:

$$V_c/V_t = \varepsilon^n \quad (59)$$

La pendiente de la recta (n), es una función de la relación D_p/D ,

donde: D_p : diámetro de la partícula.

D : diámetro del recipiente donde se realiza la prueba.

Para distintos números de Reynolds Calculados para la velocidad terminal de la partícula individual se obtuvieron distintas ecuaciones de n , así: (Richardson y Zaki, 1954):

> $R_e < 0.2$:

$$n = 4.65 + 19.5(D_p/D) \quad (60)$$

> $0.2 < R_e < 1$

$$n = [4.35 + 17.5(D_p/D)] * R_e^{-0.03} \quad (61)$$

> $1 < R_e < 200$

$$n = [4.45 + 18(D_p/D)] * R_e^{-0.1} \quad (62)$$

> $200 < R_e < 500$

$$n = 4.45 * R_e^{-0.1}$$

(63)

➤ $R_e > 500$

$$n = 2.39$$

(64)

Cuando el diámetro del recipiente es mucho mayor al de la partícula, la velocidad de sedimentación puede ser expresada como:

$$V_c = V_t * \varepsilon^{4.65}$$

(65)

La porosidad ε puede ser calculada por la relación de:

$$\varepsilon = (1 - F_v)$$

(66)

donde: F_v : fracción volumétrica (volumen de sólido/volumen de suspensión).

Así sustituyendo V_t por la expresión de la velocidad de la partícula aislada (ecuación 34), se relaciona la velocidad de la suspensión con la concentración de una partícula esférica, obteniéndose la ecuación:

$$V_c = \sqrt{\frac{4 * (\rho_s - \rho) * g * D_p}{3 * \rho * C_D}} * (1 - F_v)^n$$

(67)

que para el caso de número de Reynolds terminal $< 0,2$ (régimen de Stokes), reemplazando la ecuación 33 en la 67 se obtiene:

$$V_c = \frac{(\rho_s - \rho) * g * D_p^2}{18 * \mu} * (1 - F_v)^{4.65}$$

(68)

En la ecuación 68, el término que acompaña al valor $(1 - F_v)^{4.65}$, puede interpretarse como una "velocidad característica de sedimentación", es decir corresponde a la velocidad de sedimentación de una partícula que desciende

con la misma velocidad con que sedimenta el conjunto de partículas cuando la concentración tiende a cero.

Sin embargo para realizar un análisis más completo, es necesario estudiar las expresiones anteriores para partículas no esféricas. Por lo que sí se considera la ecuación general del balance de fuerza de una partícula (ecuación 26), en régimen estacionario (en los cuales tanto el término de resistencia histórica e inducida son despreciables) se obtiene la expresión:

$$0 = \left(\frac{m^* g}{m + m_a} \right) * \left(1 + \frac{\rho}{\rho_s} \right) = \frac{F_D}{m + m_a} \quad (69)$$

De ahí que:

$$F_D = m^* g * \frac{(\rho_s - \rho)}{\rho_s} \quad (70)$$

Además si se iguala este término al de la expresión (31) para partículas sedimentando en régimen de Stokes, se tiene:

$$m^* g * \frac{(\rho_s - \rho)}{\rho_s} = 3 * \pi * \mu * D_p * V_t \quad (71)$$

En la cual m/ρ_s representará el volumen de la partícula y se puede expresar como: $\pi * D_v^3/6$, y D_p será ahora el diámetro de arrastre, d_a ; de lo cual se obtiene la expresión general:

$$V_t = \frac{(\rho_s - \rho) * g * d^3}{18 * \mu * d_a} \quad (72)$$

Además si se considera que el diámetro de Stokes, d_{st} , se puede expresar como $d_{st} = \sqrt{d_v^3/d_s}$ (ecuación 55), aproximando d_s al diámetro de arrastre (Allen, 1990), la ecuación 72 queda:

$$V_t = \frac{(\rho_s - \rho) * g * d_{st}^2}{18 * \mu}$$

(73)

o como, según la ecuación 55, $d_{st} = \psi^{1/4} * d_v$, la ecuación puede expresarse también:

$$V_t = \frac{(\rho_s - \rho) * g * d_v^2 * \psi^{1/2}}{18 * \mu}$$

(74)

Así, la ecuación 68 de Richardson y Zaki, en régimen de Stokes, podría expresarse como:

$$V_c = \frac{(\rho_s - \rho) * g * d_v^2 * \psi^{1/2}}{18 * \mu} * (1 - F_V)^{4,65}$$

(75)

De la ecuación 75 puede verse que, considerando las suposiciones hechas anteriormente, la velocidad de sedimentación de una partícula no esférica es similar al de las partículas esféricas, pero corregidas con un factor que depende de la esfericidad ψ . Alonso (1984) demostró que para partículas no esféricas, el factor de corrección es más complejo que $\psi^{1/2}$ y dependiendo de la forma de las partículas existe una función de forma diferente.

Por otra parte, Santibáñez (1997), Afonso y Pombo (1998), Márquez y Marval (1999), y Hernández (2000), también se dieron cuenta que además de la influencia de la forma, aparentemente había también un efecto de la desviación estándar en la sedimentación del conjunto de partículas.

Por lo tanto, para un conjunto de partículas, modificando la ecuación de Richardson y Zaki, y tomando en cuenta la forma y la desviación estándar, la ecuación 76 se puede expresar como:

$$V_c = \frac{(\rho_s - \rho) * g * d_v^m}{18 * \mu} * (1 - F_V)^n * f(\Psi) * f(\sigma)$$

(76)

en la que n , para partículas esféricas es 4,65, d_v será el diámetro calculado por la ecuación 14 y m representa el exponente que para régimen de Stokes es 2.

4.8.- TEORÍAS IMPLICADAS EN EL DIMENSIONAMIENTO DE SEDIMENTADORES

Existen diversas teorías implicadas en el dimensionamiento de sedimentadores, por lo que entre las que se destacan:

4.8.1.-TEORIA DE LA ZONA DE COMPRESIÓN

La mayoría de las teorías y métodos para determinar la capacidad y área de sedimentadores son aplicables a suspensiones ideales es decir que obedecen a la suposición de que la velocidad de sedimentación es sólo una función de la concentración local (aproximación de Coe-Clevenger, Santibáñez; 1997). Para suspensiones que no se comportan idealmente y para quienes si lo hacen Roberts y otros investigadores realizaron trabajos referentes a la zona de compresión.

La zona de compresión es referida como la primera porción del período de descenso de la velocidad de sedimentación, y es la que con frecuencia limita el área requerida en el diseño de un sedimentador. Esta disminución de la velocidad de sedimentación, es debida a la resistencia que ofrece el flujo de líquido que pasa a través de los capilares en la interfase sólido-líquido. Debido a la presencia de estos capilares, el líquido es considerado como una fase discreta. El lodo puede ser considerado como la fase continua.

4.8.1.1.-TEORÍA DE ROBERTS (1949)

Roberts se fundamenta en que la velocidad a la que se elimina el líquido que está en los intersticios del sedimento es proporcional a la cantidad de líquido presente.

$$dJ/dt = -K (J-J_{\infty})$$

(77)

donde: J : unidad de líquido por unidad de sólido.

J_{∞} : J en el tiempo infinito.

Para la zona de compresión en una curva de sedimentación por carga:

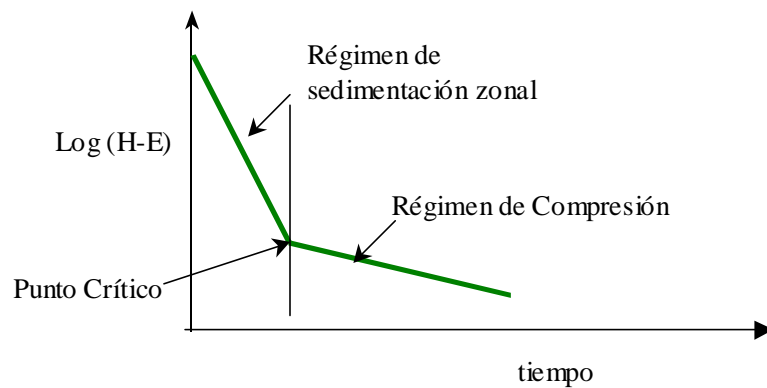
$$dH/dt = -K (H-E)$$

(78)

donde: H: altura de la interfase.

E: altura de la interfase en equilibrio

Roberts demostró que si dibuja un gráfico $\text{Log}(H-E)$ vs tiempo se observa usualmente un cambio de pendiente brusca en el punto de entrada a la zona de compresión (punto crítico) (ver figura 9).



**Figura 9.- Gráfico de Roberts para un lodo de compresión
(Alayón, 1996)**

4.8.2.-TEORÍA DE KYNCH

La aproximación de Coe-Clevenger para la obtención del flujo por unidad de área o el área del sedimentador, es sólo aplicada a la concentración específica de una prueba de carga, por lo que se haría necesario realizar varias pruebas para un rango de concentraciones. La necesidad de evitar este conjunto de experiencias llevó a Kynch a desarrollar una teoría donde se disminuyese el número de las mismas (Alayón, 1996).

Es así como Kynch demuestra que la relación existente entre la concentración y la velocidad de sedimentación puede ser obtenida por una sola prueba de sedimentación de carga; además encontró que una zona de concentración constante, ha de ascender desde la base del sedimentador con una velocidad fija y que sólo es función de la concentración de sólidos. Para esto realizó un balance de masa para un área de concentración constante como se muestra en la figura 10

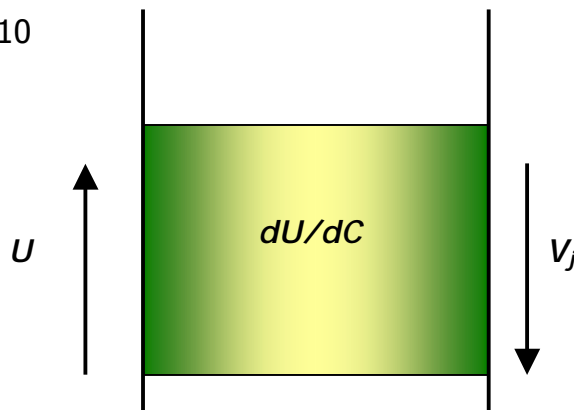


Figura 10.- Balance de masa de una suspensión (Alayón, 1996)

Del balance de masa se obtiene:

$$V_j = C * \frac{dU}{dC} - U \quad (79)$$

donde:

C: concentración de sólidos

V_j : velocidad ascendente de la capa de concentración C

U: Velocidad de sedimentación de las partículas en una capa de concentración constante

Se ha supuesto que la velocidad es función sólo de la concentración (es decir siguiendo el modelo establecido por Kynch: $U = f(C)$), por lo que:

$$\frac{dU}{dC} = f'(C)$$

(80)

lo que convierte a la expresión 76 en:

$$V_j = C * f'(C) - f(C)$$

(81)

Puesto que C es una constante para esta capa, $f(C)$ y $f'(C)$, son constantes por lo que V_j también es una constante.

La concentración debajo de la línea que separa la interfase líquido claro-suspensión, en una prueba de sedimentación por carga, puede ser determinada construyendo una gráfica de altura de interfase en función de tiempo (ver sección 4.2.1) quedando como se muestra en la figura 11.

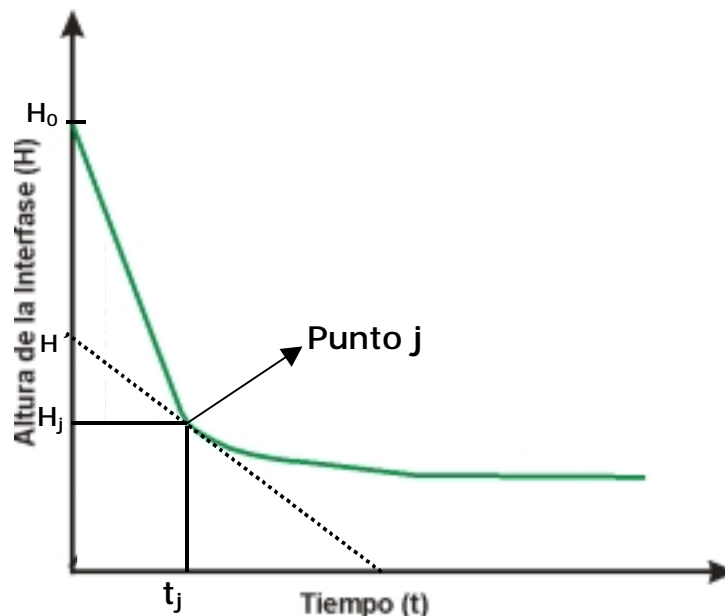


Figura 11.- Gráfico de Roberts para un lodo de compresión 2

(Alayón, 1996)

Al punto (j) le corresponde la concentración C_j ; la pendiente de la línea que une (0) con (j), $0j$, representa la velocidad de ascenso desde la zona de concentración constante C_j . La inclinación de la tangente que pasa por el punto (j) representa la velocidad de sedimentación V_H :

$$V_H = \frac{dH}{dt}$$

(82)

En el tiempo cero la concentración C_j comienza a ascender desde el fondo del envase con una velocidad constante e igual a:

$$V_H = \frac{H_j}{t_j}$$

(83)

Cuando ésta alcanza la línea de interfase líquido claro-suspensión en el punto j, la velocidad de sedimentación para esta interfase es la correspondiente a la velocidad de sedimentación para la concentración C_j .

Si en el gráfico se traza una tangente en la zona de concentración variable (por ejemplo en el punto j), ésta representa la velocidad de sedimentación de la suspensión a la concentración de dicho punto. Así:

$$V_H = \frac{(H' - H)}{t_j}$$

(84)

Para determinar la concentración correspondiente a este punto se utiliza la ecuación:

$$C_j = \frac{C_0 \cdot H_0}{H'}$$

(85)

El método de Kynch ofrece una manera de obtener, mediante una curva de sedimentación por carga, las velocidades de sedimentación (V_H) correspondientes a distintas concentraciones de suspensión C_j .

5.-DESCRIPCIÓN DE EQUIPOS

A fin de realizar las pruebas de sedimentación por cargas, descritas anteriormente en este trabajo, se requieren los siguientes equipos y/o herramientas: cilindros graduados de dos litros de capacidad, agitador, viscosímetro de Oswald, picnómetro, balanza digital, tamizador, tamices de distintas aberturas para obtener diferentes fracciones, muestras de carbonato de calcio, magnesita, alúmina y esferas de vidrio, de distintas granulometrías; hoja de cálculo realizada en Excel, elaborada en el Laboratorio de Separaciones Mecánicas-UCV (LSM), para determinar las velocidades de sedimentación de una suspensión (tomando en cuenta datos de volumen, y altura respecto al tiempo de las pruebas correspondientes, equipo fotosedimentador (LUMOSSED), además para la calibración del fotosedimentador se dispondrá de la pipeta de Andreasen; equipo electrozona (COULTER MULTISIZER II) y de difracción láser (MASTERSIZER 2000). Para la elaboración de las mezclas se dispone del divisor de muestras.

A continuación se describe cada uno de los equipos a emplear:

5.1.-TAMIZADOR

Para obtener las fracciones estrechas necesarias para llevar a cabo las pruebas de sedimentación es necesario realizar un tamizado de la materia prima original (Carbonato, Magnesita, Alúmina o Esferas de vidrio, según sea el caso). El tamizador (ver figura 12) no es más que un separador, que permite clasificar las muestras de acuerdo a su tamaño, obteniéndose de él las fracciones: $> 125\mu\text{m}$, $(125-106)\mu\text{m}$, $(106-90)\mu\text{m}$, $(90-75)\mu\text{m}$, $(75-63)\mu\text{m}$, $(63-53)\mu\text{m}$, $(53-45)\mu\text{m}$ y $(45-38)\mu\text{m}$.

El equipo consta básicamente de un soporte metálico (A) que sostiene al motor y al soporte de los tamices, el movimiento oscilatorio que hace posible el tamizado se genera por unas correas que se encuentran conectadas al motor (B). El equipo posee incorporado un cronómetro (C) que permite fijar el tiempo del tamizado. El tamizado se lleva a cabo en una serie de 8 platos (D) que deben ser colocados de mayor a menor abertura, a fin de obtener las fracciones deseadas; al final de los mismos se coloca una bandeja para obtener los sólidos menores al tamaño deseado (en caso del que el tamizado sea vía seca) o un sistema de desagüe (E) que permite el drenaje de aguas del proceso (en caso de que tamice vía húmeda).

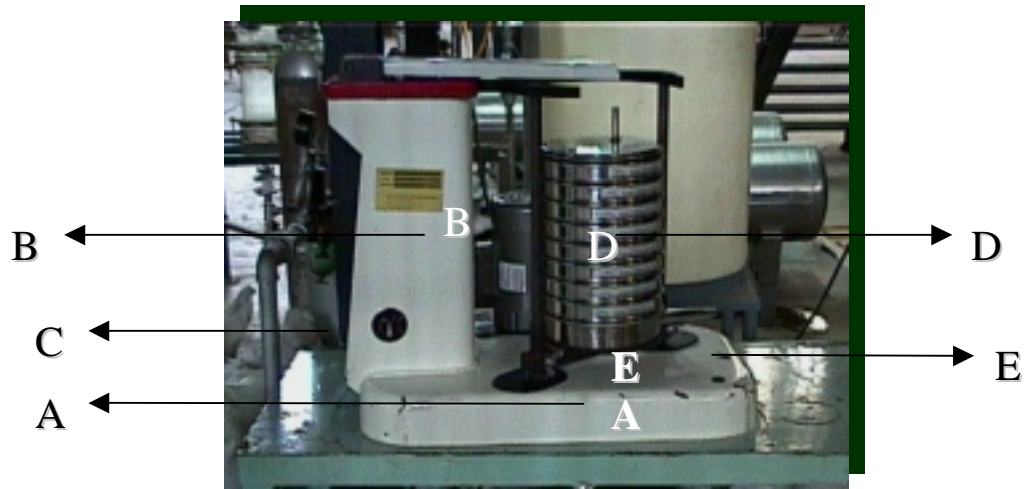


Figura 12.- Tamizador

5.2.- DIVISOR DE MUESTRAS

El divisor de muestras (mostrado en la figura 13), es un equipo que se utiliza para obtener mezclas más homogéneas, ante el riesgo de aglomeración en las mismas. De fácil manejo consta básicamente de una unidad vibratoria en el extremo superior (A), que permite el desplazamiento de las muestras hacia los frascos receptores (B), y una unidad giratoria (C), que posee 8 frascos de vidrio, para que la muestra se distribuya uniformemente en cada frasco y garantizar así que se obtienen las cantidades exactas de cada fracción. Este equipo se emplea a fin de garantizar que las mezclas que se prepararon a partir del programa de mezclas, fuesen las mismas que registrara el equipo de distribución de tamaño de partícula.

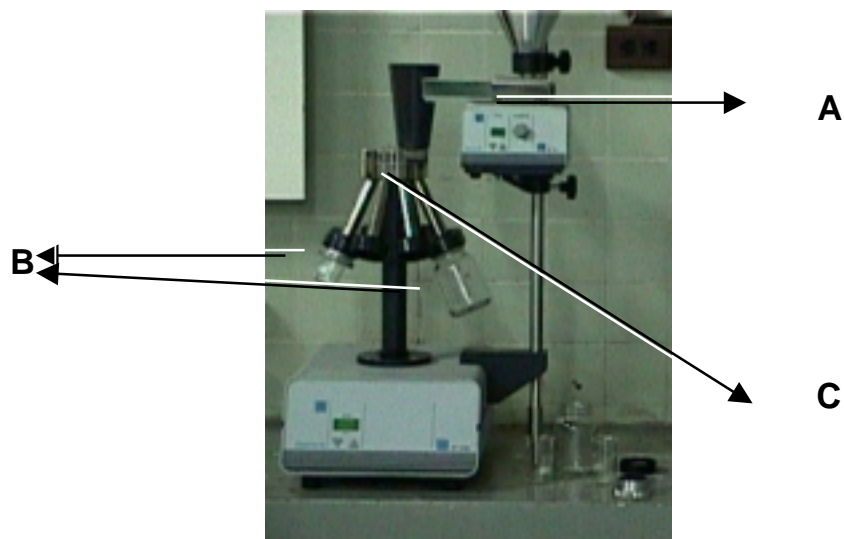


Figura 13.- Divisor de Muestras

5.3.-FOTOSEDIMENTADOR (Lumosed)

El fotosedimentador (mostrado en la figura 14) es un equipo que se emplea para medir distribuciones de tamaños de partícula en el rango comprendido entre 1 y 250 μm (dependiendo de la viscosidad del líquido que se emplee) mediante la técnica de sedimentación gravimétrica (proporcionando el diámetro de stokes). Este consta de una unidad de medición (A), en ella se encuentran tres sensores, cada uno de los cuales capta la señal generada por un haz de luz situado justo al frente; además para garantizar que la suspensión sea homogénea al comienzo de la medición el equipo consta de una varilla de agitación (B). Al medir en el equipo, es esencial tener controlada la temperatura en todo momento, motivo por lo cual el equipo posee una unidad térmica (C) que permite tener un flujo continuo de agua para mantener la temperatura constante en el sistema. El equipo tiene una salida digital, que envía la información desde la unidad de medición hacia un computador (D) que posee un software especial, cuya función es controlar y chequear el proceso de sedimentación, almacenar los datos de la medición y calcular la distribución del tamaño de partículas de la muestra en un ambiente de Windows.

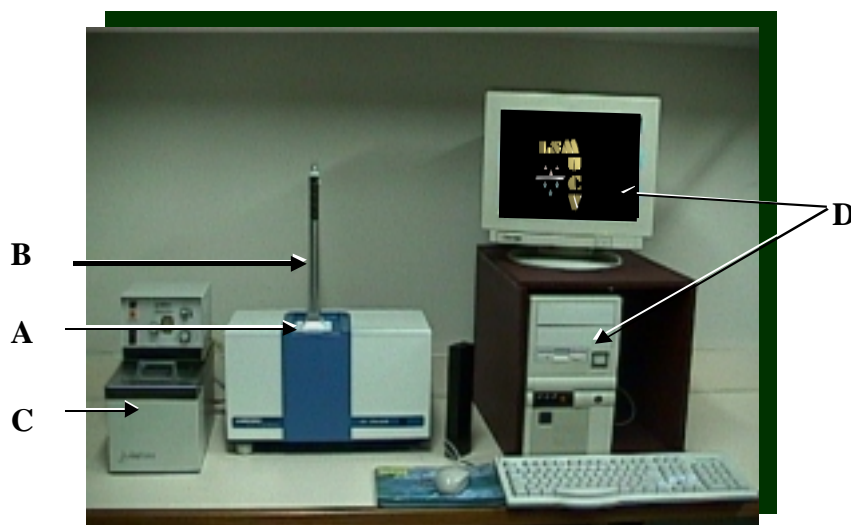


Figura 14.- Fotosedimentador (LUMOSSED)

5.3.1.-PIPETA DE ANDREASEN

El experimento de la Pipeta de Andreasen (ver figura 15), se lleva a cabo a fin de realizar la calibración del equipo de fotosedimentación (*LUMOSSED*). Para realizarlo se dispone de un cilindro graduado (A) que contiene un sistema de captación de muestras (B) donde por succión son tomadas alícuotas de la suspensión homogénea en una altura h ; a esta varilla está conectado un embudo (C) donde es colocada la muestra. Este embudo se une a su vez por un sistema de mangueras a una válvula (D) que conectado a un sistema de vacío hace posible que se succione la muestra del cilindro.

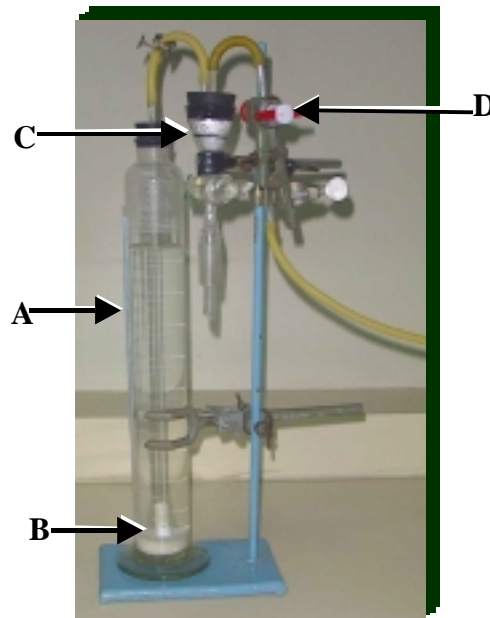


Figura 15.- Pipeta de Andreasen

5.4.-ELECTROZONA (Coulter Multisizer)

El Electrozona o Coulter-Counter (figura 16) es un equipo que mide el número y tamaño de la partícula empleando el principio de resistencia (se obtiene el diámetro volumétrico mediante la activación de campos magnéticos). Éste realiza distribuciones de tamaño de partícula en un rango de 0.4 a 1200 μm , donde cada abertura trabaja en un rango de 2 a 60% del diámetro del orificio. Éste posee una unidad de medición (A) que consta de una copa (B) donde se suspende la muestra a la cual desea realizar la medición, también posee un agitador (C) que permite mantener la muestra homogénea. Su principal sistema consta de una apertura o tubo de orificio (D), por donde las partículas son captadas para su análisis; asociada a éste se encuentra una pantalla (E) que muestra el diámetro del orificio de captación para verificar que dicho diámetro no se obstruya, mostrando resultados erróneos. El equipo posee también una unidad transductora (F) que permite el monitoreo de los datos y la obtención de resultados a través de un pequeño monitor (G) que muestra los pulsos derivados del paso de las partículas por del orificio de abertura en la unidad de muestra, además este equipo tiene una unidad de vacío (H) en donde las partículas son desechadas después de ser analizadas eléctricamente y contadas.

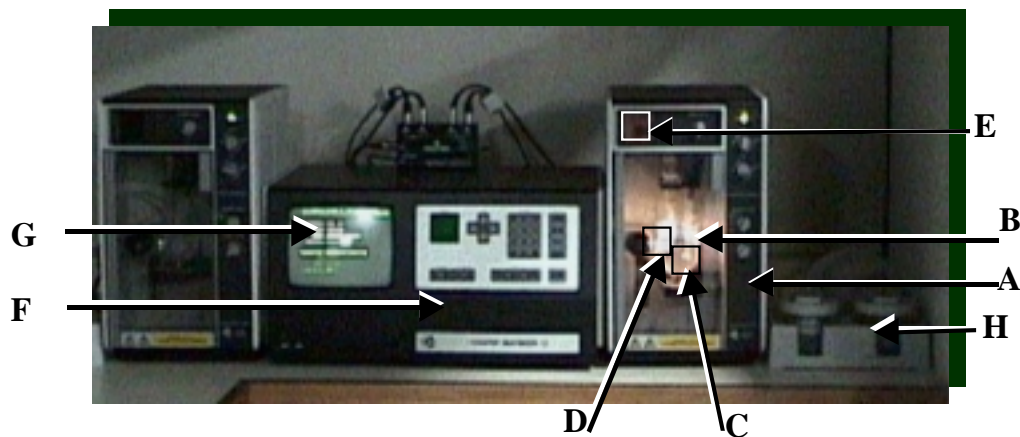


Figura 16.- Coulter Multisizer o Electrozona

5.5.-DIFRACCIÓN LÁSER (MASTERSIZER 2000)

El mastersizer 2000 es un equipo analizador de partículas, que se encuentran en el rango comprendido entre 0.2 y 2000 μm , basado en la técnica de difracción láser. El equipo consta básicamente de tres partes que se observan en la figura 17: una unidad óptica (A), que tiene como función recolectar la información que va a ser usada para medir el tamaño de las partículas que se encuentran en la muestra; un accesorio para la dispersión de muestra (B) para preparar la muestra y posteriormente llevarla a la unidad óptica para ser medida; y un computador (C) con un software especial instalado que tiene dos funciones principales: controlar el sistema durante la medición y procesar la información para producir la distribución de tamaño de partículas. La unidad óptica es la parte fundamental del equipo. Esta unidad posee un protector para el área de la celda, que se usa para prevenir que partículas de polvo o sucio contaminen la celda; una ventana de protección que impide que se deterioren los detectores internos, un desagüe que permite que cualquier líquido derramado dentro de la celda sea drenado; la celda, que corresponde a la interfase entre el accesorio de dispersión de mezcla y la unidad óptica, un indicador de poder; y la terminación del panel que contiene todas las salidas digitales de la unidad óptica.



Figura 17.- Mastersizer 2000

5.6.- EQUIPOS PARA PRUEBAS DE SEDIMENTACIÓN

Para llevar a cabo una prueba de sedimentación es necesario tener un cilindro graduado (A), una lámpara de neón para facilitar la visualización de la interfase (B), agitadores para homogeneizar la suspensión (C) y se necesita además que el cilindro está en un baño térmico para garantizar temperatura constante del líquido de sedimentación (ver figura 18).

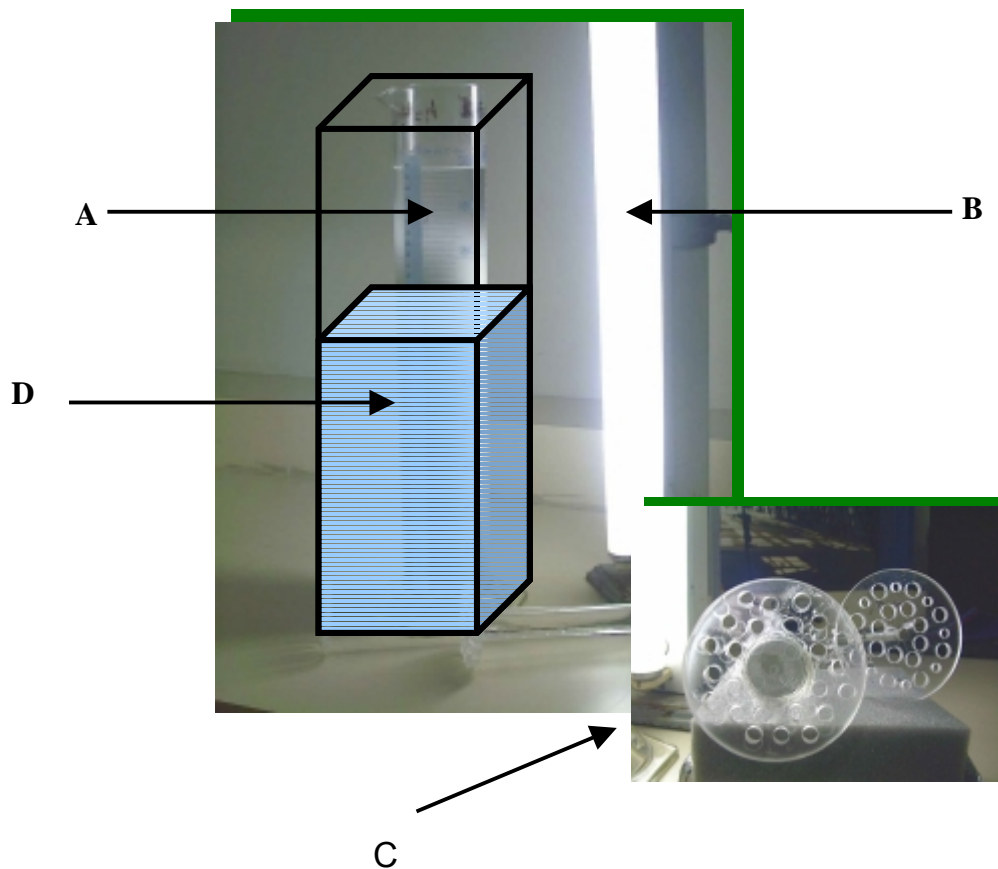


Figura 18.- Equipo de sedimentación

6. – METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

A fin de cumplir con los objetivos propuestos en este trabajo fue necesario llevar a cabo diferentes experiencias, por lo que esta sección expone los procedimientos empleados en el manejo de cada equipo:

6.1.-PROCEDIMIENTO PARA EL USO DEL TAMIZADOR

Para obtener las fracciones estrechas deseadas es necesario realizar un tamizado en seco y posteriormente un tamizado húmedo.

♦ *Tamizado en Seco:*

1. Ordenar los tamices en forma decreciente de tamaño de partículas, en μm .
2. Tomar una muestra del saco de la sustancia que se desea tamizar aproximadamente y colocar la muestra en el tamiz superior.
3. Colocar la bandeja de fondo .
4. Ajustar los tamices utilizando para ello los tornillos fijadores.

5. Encender el equipo.
6. Fijar un tiempo de 10 minutos.
7. Al detenerse la vibración, desajustar los tornillos y retirar la muestra de las partículas menores a 38 μm que quedaron en el fondo de los tamices.

◆ *Tamizado Húmedo:*

1. Colocar en el fondo la bandeja de desagüe de agua a la fila de tamices, en lugar de la bandeja de fondo.
2. En la parte superior de los tamices, colocar la manguera que servirá como dispersadora de agua para el proceso.
3. Ajustar nuevamente los tamices por medio de los tornillos fijadores.
4. Encender el equipo.
5. Fijar un tiempo de 10 minutos.
6. Abrir la llave de suministro de agua cuidando que el caudal no inunde los tamices.
7. Al finalizar la vibración desajustar los tornillos, retirar la manguera, y los tamices.
8. Lavar las fracciones obtenidas de cada uno de los tamices y colocarlas en recipientes debidamente identificados.
9. Colocar los recipientes con las muestras en la estufa a fin de tener las fracciones secas, para ser utilizadas posteriormente.
10. Lavar los tamices en el equipo ultrasonido y luego colocarlos en la estufa.

6.2.-CALIBRACIÓN DEL EQUIPO FOTOSSEDIMENTADOR MEDIANTE LA PIPETA DE ANDREASEN

Para este caso particular es necesario realizar un procedimiento previo (incluyendo cálculos) que se muestra a continuación:

- Cálculo de la masa de sólidos para la suspensión:

$$\% \frac{V_{sol}}{V} = \frac{V_{sol}}{V_{sup}} * 100$$

(86)

donde:

V_{sol} : Volumen de sólidos [m^3]

V_{susp} : Volumen de la suspensión [m^3]

Como el porcentaje en volumen no puede ser mayor de 1%, se fija este límite para obtener la masa de sólidos, así:

$$0,01 = \frac{m_{sol} / \rho_s}{V_{susp}}$$

(87)

donde:

m_{sol} : Masa de sólidos [Kg]

ρ_s : Densidad del sólido [Kg/m^3]

De la expresión anterior (ecuación 87) se deduce que para obtener el porcentaje deseado de sólidos en la suspensión deberá agregarse una cantidad de masa dada por la expresión:

$$m_{\text{sol}} = 0,01 * \rho_s * V_{\text{susp}}$$

(88)

A partir de la ecuación 86 conociendo el volumen deseado y para cada sustancia se obtuvieron los resultados expresado tabla 2.

Tabla 2:- Masa empleada para experiencias de la Pipeta de Andreasen

Sustancia	Densidad (gr/cm ³)	Masa (gr)
Carbonato de Calcio	2,78	28,3
Alúmina	2,45	39,7
Magnesita	2,56	32,1
Esferas de vidrio	2,56	25,0

- Cálculo del tiempo

Es necesario conocer el tiempo que tarda la partícula más pequeña en sedimentar para lo cual se emplea la ecuación de Stokes (ecuación 32), de donde se obtiene un tiempo igual a:

$$t = \frac{18 * \mu * h}{d_{\text{st}}^2 / * g * (\rho_s - \rho)}$$

(89)

Así para cada caso variando la densidad del sólido se generan los tiempos máximos para cada sustancia (tiempo que tarda en caer la partícula más pequeña de las fracciones mezcladas).

Conociendo el tiempo que tarda la partícula más pequeña en estudio en hacer el recorrido de la altura fijada, se realiza la progresión correspondiente (cuadrática para este caso) a fin de conocer el tiempo al que se debe tomar cada muestra, así para todos los casos se tomaron valores estándar, generándose la tabla siguiente:

Tabla 3.- Progresión de tiempo para tomar las muestras de la experiencia de la Pipeta de Andreasen

Número de muestra	Tiempo (s)
1	16
2	32
3	64
4	128
5	256
6	512

6.3.-PROCEDIMIENTO PARA LA PIPETA DE ANDREASEN

Una vez conocidos los datos el procedimiento para tomar las muestras (para cada uno de los diferentes compuestos) es como sigue:

1. Preparar la suspensión diluida al 1% V/V (para ello se agrega la cantidad de sólidos correspondiente en agua saturada de la sustancia, en todos los casos excepto las esferas de vidrio, obviamente).
2. Pesar las cápsulas de petri secas y limpias, y rotularlas a fin de conocer donde se colocará cada alícuota.
3. Verificar que las conexiones (tanto la de la válvula que conecta al vacío, como la que une el embudo al cilindro graduado) estén bien colocadas.
4. Agitar de manera manual a fin de tener una suspensión homogénea.
5. Al cesar la agitación tomar nota del tiempo.
6. 16 segundos después, tomar la primera muestra abriendo la válvula que permite la succión mediante la bomba de vacío para que caiga en embudo.
7. Abrir la válvula al final del embudo y dejar caer la alícuota en un cilindro graduado.
8. Medir el volumen de la alícuota e inmediatamente trasvasarlo a una cápsula de petri. Registrar los valores.
9. Repetir el procedimiento para la toma de muestras (pasos 5 al 7).
10. Introducir las cápsulas con el contenido de la alícuota en la estufa a fin de obtener la masa seca.
11. Una vez que se tiene la masa seca pesar nuevamente las cápsulas y restarle la masa de las cápsulas vacías a fin de obtener el peso total de la muestra.

Con estos datos (la concentración de la alícuota a partir de los registros de masa y volumen de la misma) y los datos de la concentración original de la

suspensión se construye una curva Porcentaje acumulado vs. Diámetro de Stokes y se tiene la curva modelo para la calibración del Fotosedimentador.

6.4.-PROCEDIMIENTO PARA LAS PRUEBAS DE SEDIMENTACIÓN

Una vez que se tienen las muestras (sea fracciones estrechas o mezclas), a fin de llevar a cabo las pruebas de sedimentación es necesario seguir el siguiente procedimiento:

1. Preparar el agua saturada para cada sustancia (excepto esferas) agregando a una cantidad determinada de agua saturada sólidos de la materia prima a estudiar.
2. Preparar la suspensión a una concentración dada (100 a 250 g/L) agregando los sólidos en un cilindro graduado de 2000 ml llenando con agua saturada de la sustancia hasta la marca de 2000 ml.
3. Agitar la mezcla (utilizando para ello el agitador con varilla de plástico) a fin de tener una suspensión homogénea de partículas en el recipiente.
4. Tomar nota de la variación de la altura de la interfase en función del tiempo empleando para ello el programa *KRONOS* del Laboratorio de Separaciones Mecánicas de la UCV.

6.5.-PROCEDIMIENTO PARA LA PREPARACIÓN DE MEZCLAS

1. Elegir la fracción estrecha que se considerará como base para la mezcla.
2. Haciendo uso de las hojas *Definición de Mezcla* y *Definición de Mezcla 2* y con los datos de distribución de tamaño de partículas (DTP) generados por el equipo Mastersizer 2000 de cada fracción estrecha, elaborar la curva de la mezcla deseada, teniendo en cuenta factores importantes como desviación estándar y tamaño de partícula.
3. Pesar en una balanza analítica las cantidades necesarias de cada fracción estrecha para obtener la mezcla.

4. Emplear el equipo divisor de muestras a fin de preparar la mezcla y garantizar que sea cada parte de ésta representativa al llevar a cabo el posterior análisis de DTP.

7.- PLAN DE EXPERIENCIAS

A fin de cumplir lo objetivos propuestos para este trabajo de investigación fue necesario llevar a cabo diferentes experiencias, sin embargo antes de ello, llevaron a cabo pruebas exploratorias en el tamizador y el resto de los equipos empleados.

7.1.-PRETRATAMIENTO

Antes de llevar a cabo las pruebas exploratorias, se prepararon las muestras de los diferentes compuestos utilizados (alúmina, esferas de vidrio, magnesita y carbonato), esto se hace mediante el tamizado por vía seca, seguido del tamizado por vía húmeda; después es necesario lavar las muestras. Así se obtienen las fracciones estrechas que se muestran en la tabla 4:

Tabla 4.- Fracciones estrechas provenientes del pretratamiento

Rango (micrómetros)
38-45
45-53
53-63
63-75
75-90
90-106
106-125
> 125

7.2.- PRUEBAS DE SEDIMENTACIÓN

Cómo se llevaron a cabo pruebas de sedimentación por carga, fue necesario realizar pruebas exploratorias, para que los resultados finales no se vieran influenciados por errores de visualización de la interfase líquido claro suspensión. Para ello, con cada suspensión preparada (a partir de cada mezcla elaborada), haciendo uso del programa KRONOS (elaborado en el Laboratorio de Separaciones Mecánicas, bajo ambiente Excel), se obtuvieron datos de altura en función del tiempo. Este programa registra el tiempo que tarda la interfase en pasar por un punto de referencia (en este caso la marca del cilindro graduado) y es activado al pulsar la barra espaciadora del teclado. Para cada caso se generaron gráficos cómo el de la figura 19.

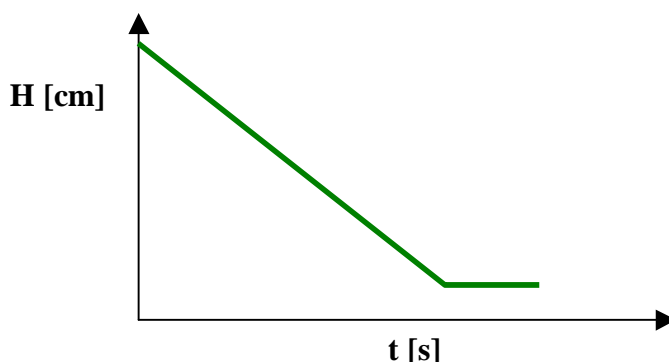


Figura # 19.- Datos de altura en función del tiempo

Después se hicieron las pruebas correspondientes de sedimentación por carga para las mezclas.

7.3.-OBTENCIÓN DEL DIÁMETRO VOLUMÉTRICO Y DIÁMETRO DE SUPERFICIE

Una vez realizadas las pruebas en el equipo electrozona y el de difracción láser, a fin de obtener los diámetros característicos correspondientes fue necesario elaborar un programa bajo ambiente Excel el cual calculó las integrales de las curvas de distribución de tamaño de partículas para cada caso (ecuaciones 13 y 14), generando así los diámetros volumétricos y de área proyectada promedio, según fue el caso.

7.4.-OBTENCIÓN DEL ÍNDICE DE ESFERICIDAD

Una vez obtenidos los diámetros respectivos, se procedió a calcular el índice de esfericidad de Wadell, mediante las ecuaciones correspondientes al empleo del diámetro volumétrico y el diámetro de superficie.

8.- RESULTADOS Y SU DISCUSIÓN

A continuación se presentan los resultados y la discusión de los mismos para este trabajo:

8.1-ÍNDICE DE ESFERICIDAD

Uno de los objetivos principales en este trabajo de investigación consistió en calcular los índices de esfericidad para cada una de las sustancias estudiadas, por lo que se presentan a continuación los gráficos obtenidos para cada fracción estrecha de cada sustancia analizada por los distintos equipos:

8.1.1 DATOS GENERADOS POR EL MASTERSIZER 2000 PARA FRACCIONES ESTRECHAS

Gráfico # 1.- Distribución Acumulada de fracciones estrechas de Esferas Mastersizer 2000

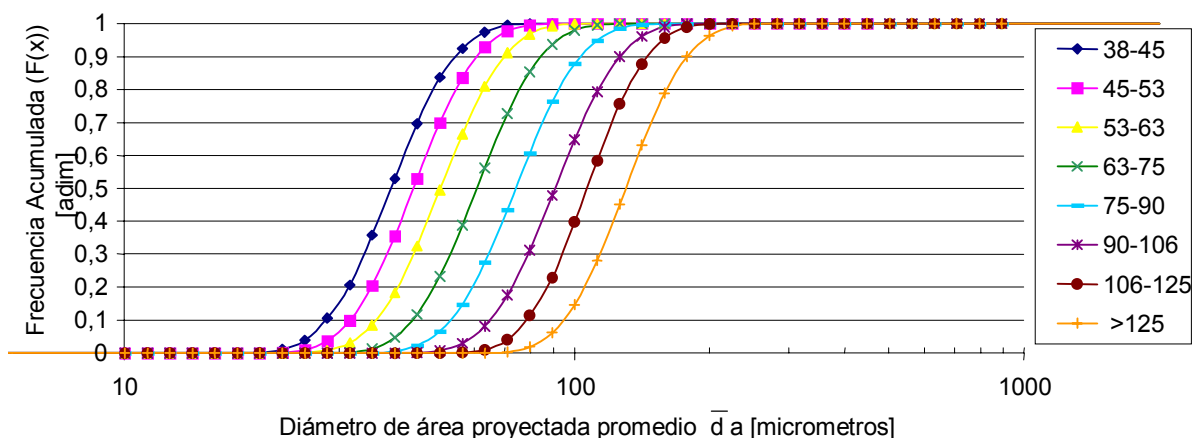


Tabla 5.- Parámetros obtenidos a partir de los datos del equipo Mastersizer 2000 para esferas de vidrio

Fracción μm	Desviación Estándar Geométrica (σ_g)	Mediana (X_{50})	Diámetro de Superficie (d_s)
38-45	1,30	39,2	42,1
45-53	1,29	44,0	49,7
53-63	1,28	50,4	56,0
63-75	1,29	60,8	68,9
75-90	1,30	74,2	79,2
90-106	1,30	90,7	97,3
106-125	1,28	107,0	114,8
> 125	1,28	130,4	140,9

Gráfico # 2.- Distribución Acumulada de fracciones estrechas de Alúmina Mastersizer 2000

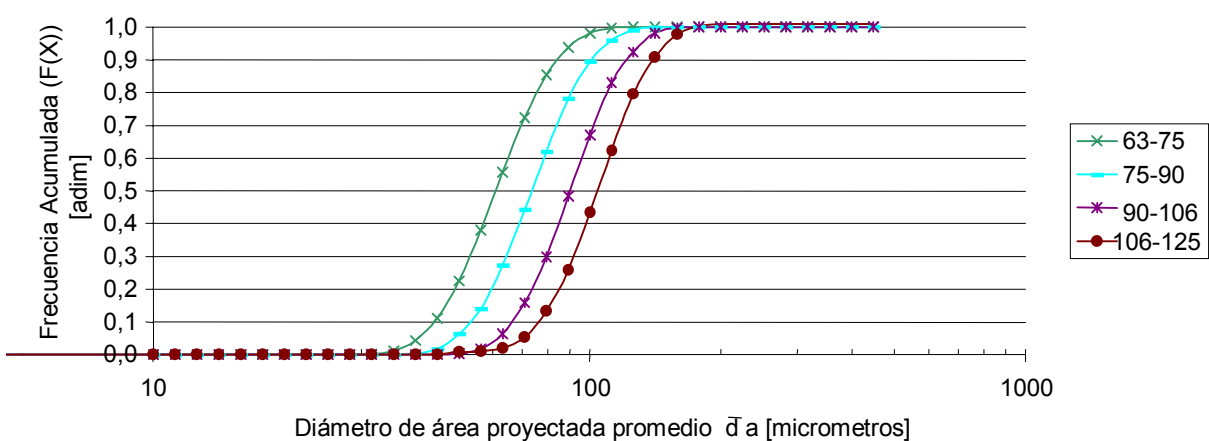


Tabla 6.- Parámetros obtenidos a partir de los datos del equipo Mastersizer 2000 para Alúmina

Fracción μm	Desviación Estándar Geométrica (σ_g)	Mediana (X_{50})	Diámetro de Superficie (d_s)
63-75	1,29	61,4	64,2
75-90	1,28	73,8	75,7
90-106	1,27	90,3	96,0
106-125	1,29	104,5	109,0

Gráfico # 3.- Distribución Acumulada de fracciones estrechas de Carbonato Mastersizer 2000

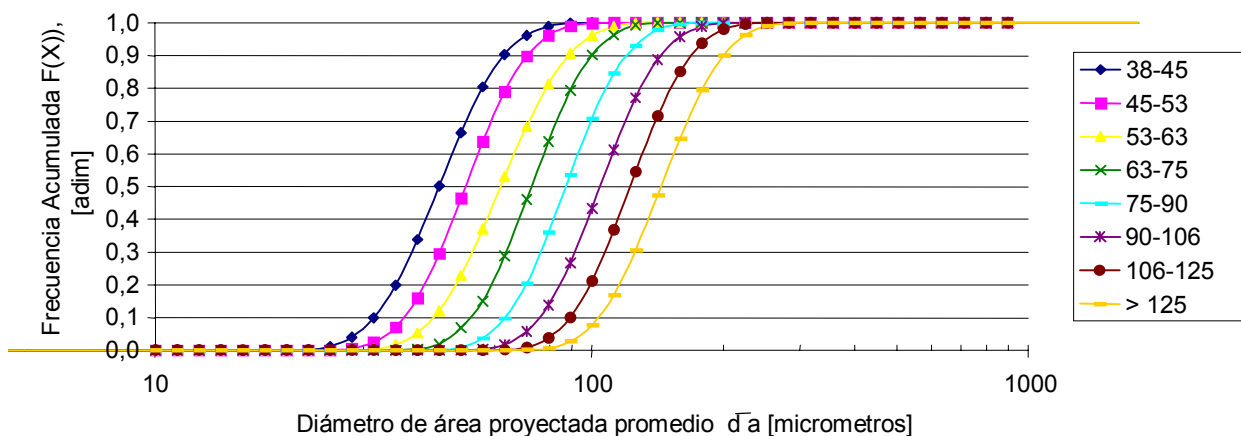


Tabla 7.- Parámetros obtenidos a partir de los datos del equipo Mastersizer 2000 para Carbonato de Calcio

Fracción μm	Desviación Estándar Geométrica (σ_g)	Mediana (X_{50})	Diámetro de Superficie (d_s)
38-45	1,31	44,7	48,1
45-53	1,29	51,5	55,6
53-63	1,32	62,0	63,0
63-75	1,29	72,9	74,7
75-90	1,29	87,3	89,0
90-106	1,29	104,8	105,3
106-125	1,29	122,7	123,6
> 125	1,29	144,3	145,4

Gráfico # 4.- Distribución Acumulada de fracciones estrechas de Magnesita Mastersizer 2000

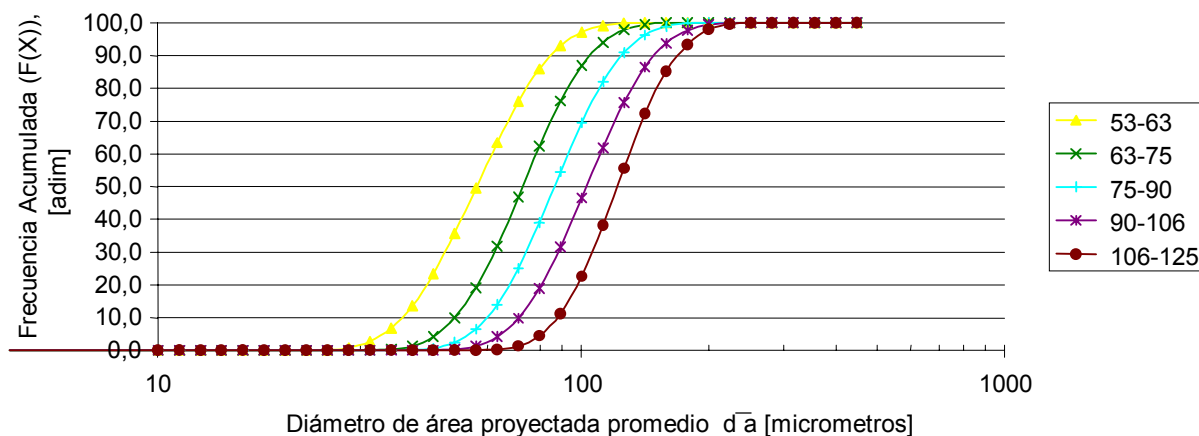


Tabla 8.- Parámetros obtenidos a partir de los datos del equipo Mastersizer 2000 para Magnesita

Fracció n μm	Desviación Estándar Geométrica (σ_g)	Mediana (X_{50})	Diámetro de Superficie (ds)
53-63	1,37	56,6	59,02
63-75	1,33	72,8	74,61
75-90	1,33	86,5	90,15
90-106	1,33	103,1	107,05
106-125	1,29	121,9	123,87

En general los datos presentados por este equipo son razonables, si se considera que las curvas que se observan son paralelas (no se cruzan entre si), este hecho se ve corroborado por el que las desviaciones estándar sean prácticamente iguales salvo algunos casos aislados, donde sin embargo la variación no supera el 7%.

8.1.2.- DATOS GENERADOS POR EL COULTER-COUNTER (ELECTROZONA) PARA FRACCIONES ESTRECHAS

A continuación se presentan los gráficos obtenidos a partir de los resultados generados por el equipo Coulter Counter:

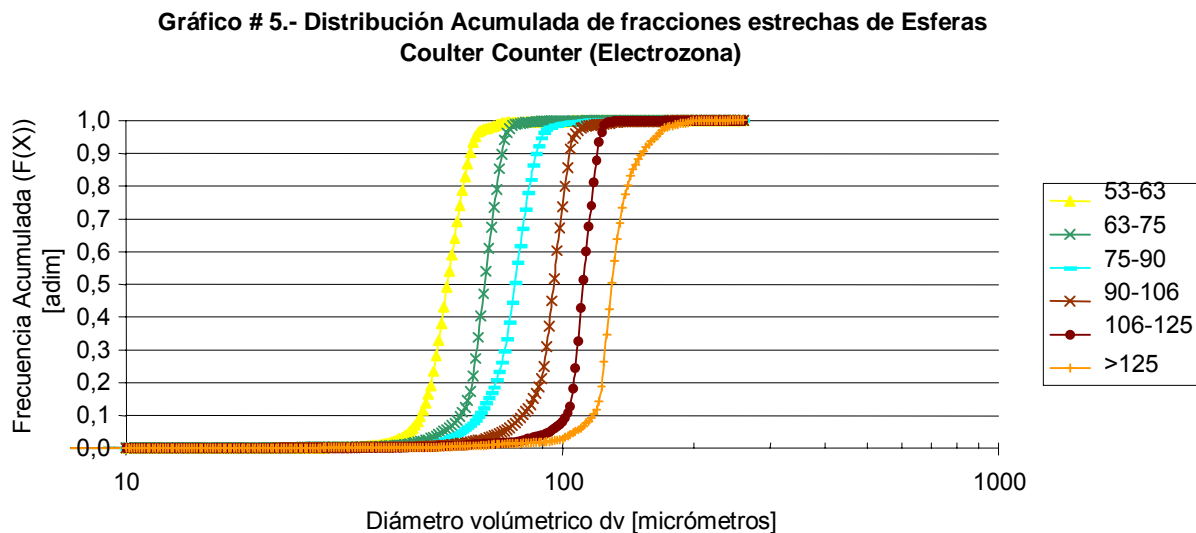
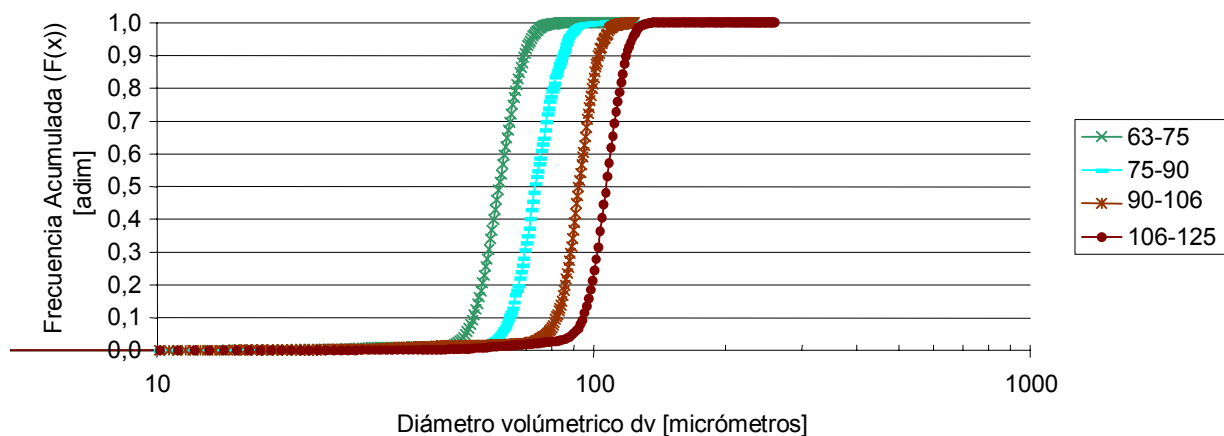


Tabla 9.- Parámetros obtenidos a partir de los datos del equipo Coulter-Counter (Electrozona) para Esferas de vidrio

Fracción μm	Desviación Estándar Geométrica (σ_g)	Mediana (X_{50})	Diámetro Volumétrico (d_v)
53-63	1,13	54,4	56,0
63-75	1,14	66,3	69,3
75-90	1,15	78,8	79,1
90-106	1,16	96,8	97,3
106-125	1,14	112,9	114,8
>125	1,17	131,7	139,4

**Gráfico # 6.- Distribución Acumulada de fracciones estrechas de Alúmina
Coulter Counter (Electrozona)**



*Tabla 10.- Parámetros obtenidos a partir de los datos del equipo Coulter-Counter (Electrozona)
para Alúmina*

Fracción μm	Desviación Estándar Geométrica (σ_g)	Mediana (X_{50})	Diámetro Volumétrico (d_v)
63-75	1,15	60,7	64,2
75-90	1,18	73,4	75,7
90-106	1,18	92,5	95,1
106-125	1,14	107,0	109,6

Gráfico # 7.- Distribución Acumulada de fracciones estrechas de Carbonato Coulter Counter (Electrozona)

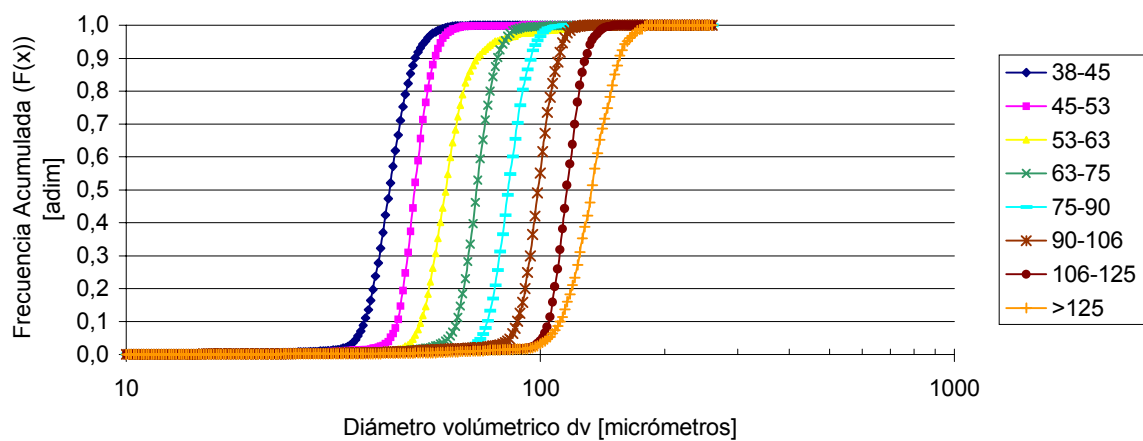


Tabla 11.- Parámetros obtenidos a partir de los datos del equipo Coulter-Counter (Electrozona) para Carbonato de Calcio

Fracción μm	Desviación Estándar Geométrica (σ_g)	Mediana (X_{50})	Diámetro Volumétrico (d_v)
38-45	1,15	43,2	47,0
45-53	1,13	49,7	52,8
53-63	1,18	59,1	61,6
63-75	1,14	70,2	73,9
75-90	1,15	83,7	87,0
90-106	1,17	98,7	100,2
106-125	1,15	116,0	120,0
>125	1,18	133,1	137,1

Gráfico # 8.- Distribución Acumulada de fracciones estrechas de Magnesita Coulter Counter (Electrozona)

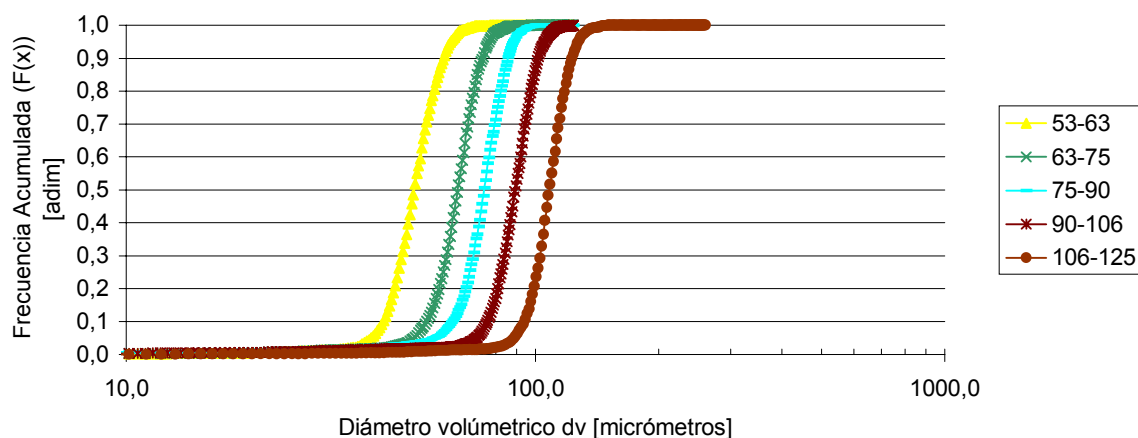


Tabla 12.- Parámetros obtenidos a partir de los datos del equipo Coulter-Counter (Electrozona) para Magnesita

Fracción μm	Desviación Estándar Geométrica (σ_g)	Mediana (X_{50})	Diámetro Volumétrico (d_v)
53-63	1,20	50,6	52,0
63-75	1,22	64,5	66,6
75-90	1,33	74,9	75,9
90-106	1,27	89,2	91,0
106-125	1,18	108,2	108,6

Los datos obtenidos del equipo Coulter Counter son bastante buenos, si se los compara con los generados por el Mastersizer 2000 para las esferas de vidrio (para el caso de las esferas el diámetro generado por cualquier equipo debe ser el mismo ya que no depende del equipo con que se mida), en el caso más extremo el porcentaje de diferencia no superó el 3%.

Es interesante notar que si comparan las desviaciones estándar para ambos equipos (en las esferas de vidrio) se encontrará que son bastante diferentes entre sí, llegando la diferencia en unos casos hasta 10%, esto se debe básicamente a que los principios de medición son distintos en ambos casos, para el Mastersizer 2000, el principio se basa en la técnica de difracción láser y para el

Coulter Counter se emplea el principio de resistencia (se obtiene el diámetro mediante la activación de campos magnéticos), además el valor del diámetro obtenido no difiere considerablemente.

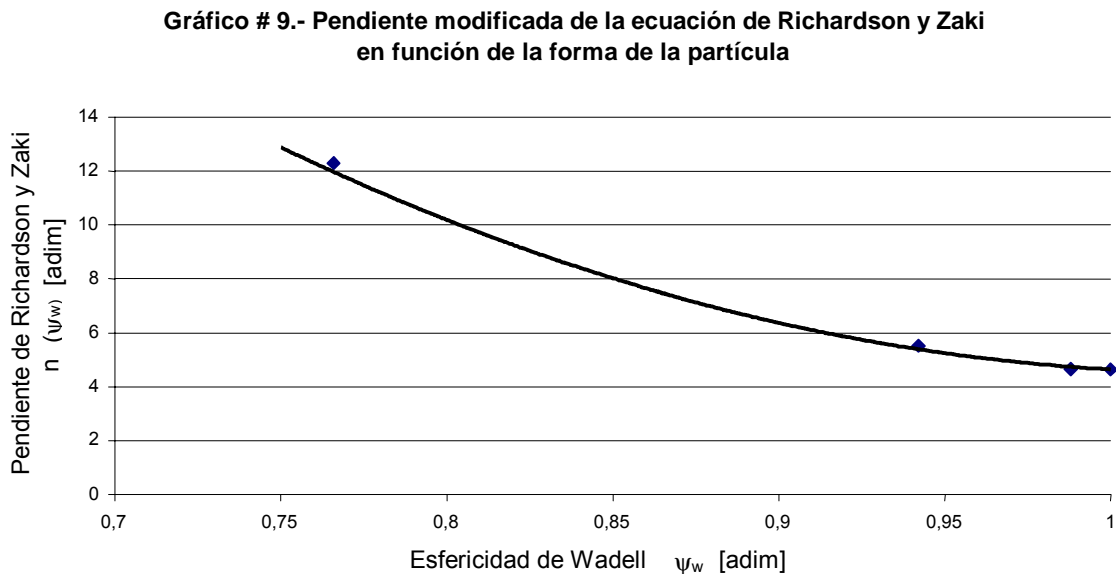
En estudios anteriores (Hernández, 2000) para calcular la esfericidad se tomaba en cuenta los valores de la mediana (X_{50}), suministrados por equipo Electrozona (Coulter-Counter) y los dados por el equipo de difracción láser (Mastersizer 2000). En este estudio se realizó de manera diferente; teniendo presente que el verdadero valor (correspondiente al diámetro volumétrico o diámetro de superficie, según sea el caso) es el generado a partir del cálculo de la integral de las respectivas curvas de distribución acumulada de partículas, se obtuvo la siguiente tabla:

Tabla 13.- Diferencia obtenida en el cálculo de las esfericidades considerando el valor de X_{50} y mediante la integración de las respectivas curvas de distribución acumulada de partículas

Material	Esfericidad con X_{50} (Hernández, 2000)	Esfericidad con X_{reales}	% diferencia
Esferas	1,050	1,01	4
Alúmina	0,956	0,988	3
Carbonato	0,857	0,942	9
Magnesita	0,700	0,766	9

En la tabla 13 también se observa, que para la mayoría de los casos, la esfericidad está muy cercana a 1. Los errores que puede haber en el cálculo de la esfericidad por el método descrito (ecuación 57), puede ser atribuido a la no aplicabilidad de la aproximación $d_s = d_a$, planteada en el teorema de Cauchy. Esta ecuación, $\psi_w = d_v^2 / d_a^2$, es sólo una aproximación de la definición de la esfericidad de Wadell. Daría mejores resultados calcular la esfericidad tomando en cuenta la superficie específica de las partículas (Barreiros, Ferreira y Figueiredo, 1996).

Teniendo presente la variación de las esfericidades presentadas en la tabla 13 y considerando que en el trabajo de Hernández, se obtuvieron valores del exponente n de la ecuación de Richardson y Zaki con la esfericidad de Wadell (n , 4,20 para esferas; 4,66 para la alúmina; 5,52 para carbonato de calcio y 12,3 para la alúmina), se pasó a corregir esos datos obteniéndose el siguiente gráfico:



En el gráfico # 9 se observa que a medida que la esfericidad de Wadell aumenta, disminuye la pendiente n de la ecuación de Richardson y Zaki (Resultado también encontrado por Hernández). Esta tendencia fue encontrada por Alonso (1984) para partículas aisladas de diferente forma, donde se observa una disminución de la velocidad al decrecer el valor de la esfericidad. Realizando un ajuste de los puntos experimentales y considerando, para la esfera $n=4,65$, se obtiene la expresión: $n(\psi) = 4,65 * (22,48 * \psi^2 - 46,42 * \psi + 24,94)$. El valor experimental de n para las esferas difiere en 9% del determinado por Richardson y Zaki, esta diferencia puede ser atribuible a errores experimentales, debido a la dificultad para leer la interfase líquido claro suspensión para este material.

8.2.-MEZCLAS

Otra parte importante para la realización de este proyecto fue la elaboración de mezclas de diferentes desviaciones estándar, con la finalidad de ver la influencia de la misma sobre la velocidad de sedimentación, considerando el diámetro volumétrico integrado (en estudios anteriores se encontró su influencia al emplear valores de la mediana). Hernández, (2000) elaboró un gráfico que relaciona el logaritmo de la velocidad de la suspensión, en función del logaritmo de $1-F_v$, (en el que F_v es la relación volumétrica de sólidos); si los puntos experimentales cumplen con la ecuación de Richardson y Zaki debe obtenerse una recta de pendiente n (exponente de la ecuación) y un corte con el eje que representa la velocidad característica de sedimentación. Esta gráfica se muestra en la figura 19 .

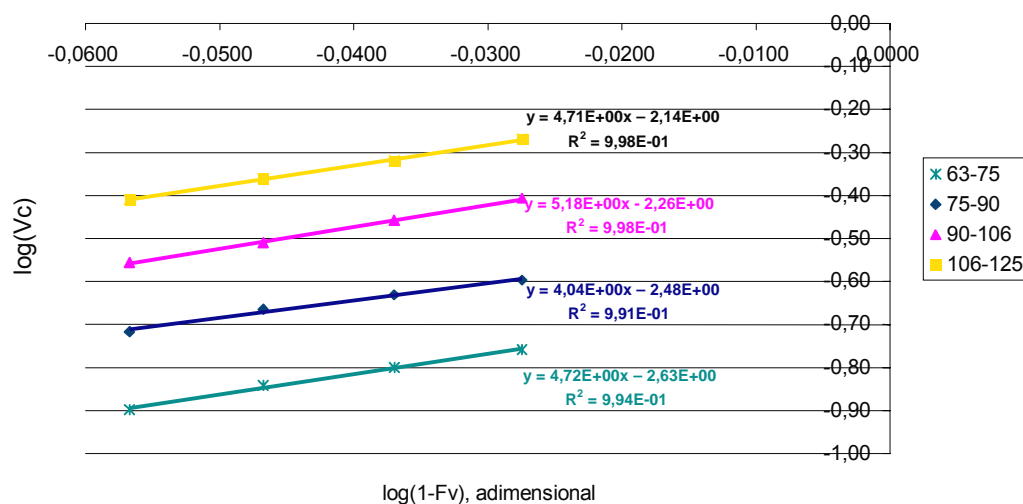
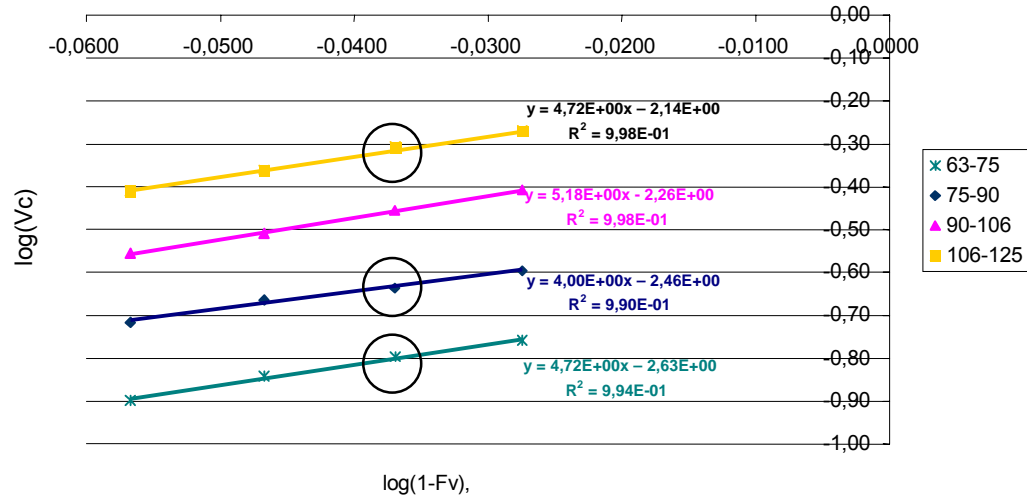


Figura 19 .- Richardson y Zaki (Alúmina: Fracciones Estrechas) (Hernández, 2000)

Sin embargo al trabajar con una sola concentración fue necesario verificar que ésta era representativa o que al menos no modificaba considerablemente la pendiente y la correlación de las rectas explicadas anteriormente. Así que se sustituyeron los valores de la velocidad de sedimentación y de la concentración medida (200Kg/m^3) en la figura 19. En el gráfico 10 se ve que los puntos experimentales para las mezclas no difieren en más del 2% que el calculado por Hernández para fracciones estrechas. Por lo anteriormente expuesto se consideró que el error generado al trabajar a una sola concentración no fue significativo para

este estudio, sin embargo se recomienda para sucesivas pruebas de mezclas trabajar al menos con 2 concentraciones adicionales.

Gráfico 10.- Representación de Richardson y Zaki (Alúmina: Fracciones Estrechas y Mezclas)



8.2.1-DATOS OBTENIDOS PARA MEZCLAS DE ESFERAS DE VIDRIO

En esta parte del trabajo se pretende estudiar el efecto de la desviación estándar sobre la velocidad de sedimentación de suspensiones, por lo que se elaboraron mezclas de distintas desviaciones estándar, tratando de mantener el tamaño promedio, para esferas y alúmina (considerando la alúmina prácticamente esférica).

Gráfico # 11.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Esferas de vidrio. Mezcla con base 53 micrones

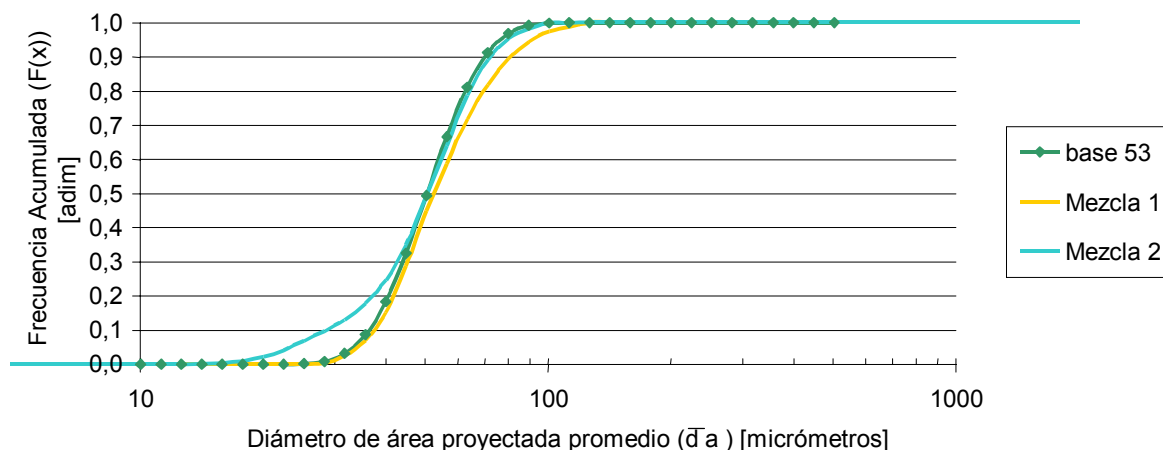


Tabla 14.- Parámetros obtenidos para mezclas de esferas con base 53 micrones

Fracción	Desviación Estándar Geométrica (σ_g)	Diámetro volumétrico (d_v)
53 μm (base)	1,28	56,02
Mezcla 1	1,35	59,02
Mezcla 2	1,44	55,89

Gráfico # 12.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Esferas de vidrio. Mezcla con base 75 micrones

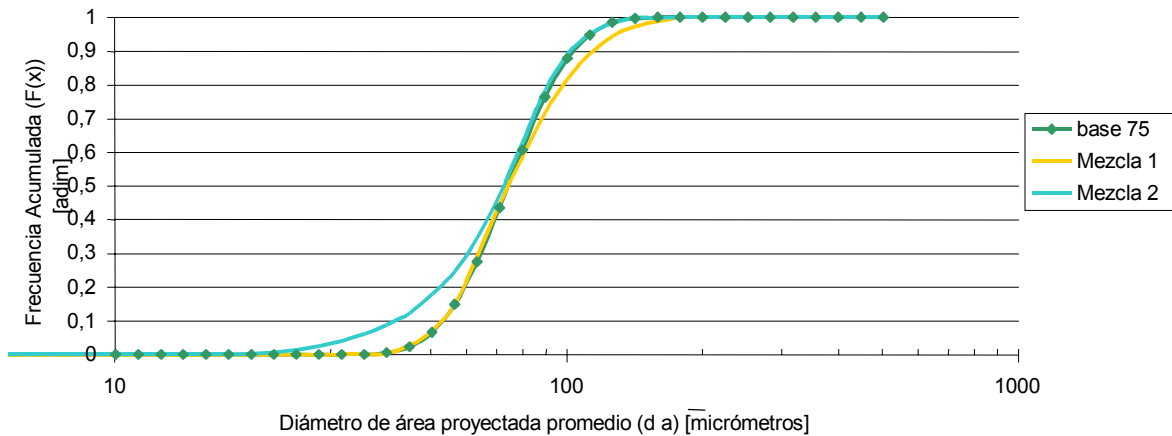


Tabla 15.- Parámetros obtenidos para mezclas de esferas con base 75 micrones

Fracción	Desviación Estándar Geométrica (σ_g)	Diámetro volumétrico (d_v)
75 μm (base)	1,30	79,15
Mezcla 1	1,35	80,34
Mezcla 2	1,44	77,79

Gráfico # 13.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Esferas de vidrio. Mezcla con base 106 micrones

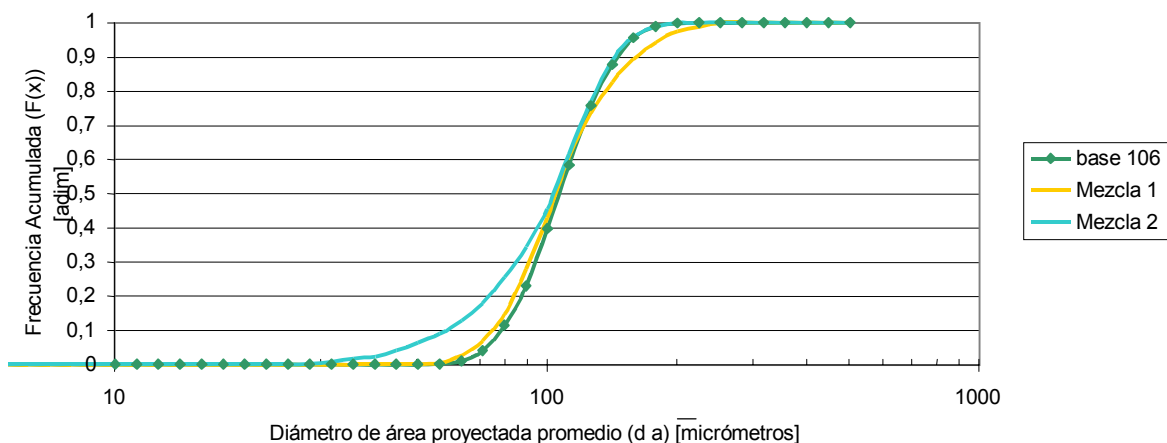


Tabla 16.- Parámetros obtenidos para mezclas de esferas con base 106 micrones

Fracción	Desviación Estándar Geométrica (σ_g)	Diámetro volumétrico (d_v)
106 μm (base)	1,28	114,84
Mezcla 1	1,35	113,03
Mezcla 2	1,44	110,55

En las mezclas obtenidas se observa que las desviaciones estándar para cada mezcla (llamadas base, M1 y M2) variaban entre sí en menos del 2%, diferencia máxima sólo observada entre las bases, que constituyen las fracciones estrechas, por lo que se consideraron representativas para el estudio.

8.2.2.- DATOS OBTENIDOS PARA MEZCLAS DE ALÚMINA

Ahora bien, teniendo presente que en caso de hallarse una función dependiente de la desviación estándar fuese sólo representativa de las esferas, se procedió a preparar mezclas con otra sustancia (alúmina), obteniéndose los gráficos que se presentan a continuación:

Gráfico # 14.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Alúmina. Mezcla con base 63 micrones

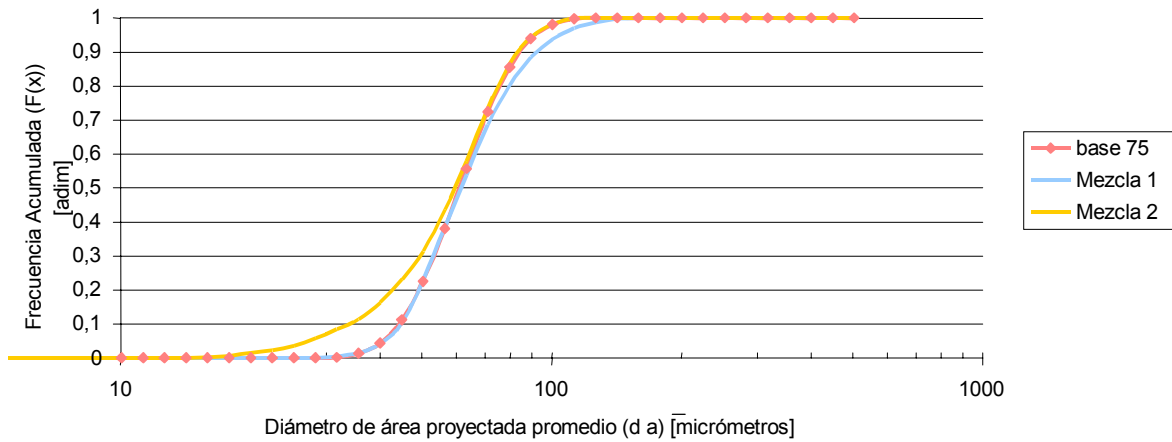


Tabla 17.- Parámetros obtenidos para mezclas de alúmina con base 63 micrones

Fracción	Desviación Estándar Geométrica (σ_g)	Diámetro volumétrico (d_v)
63 μ m (base)	1,29	64,16
Mezcla 1	1,34	65,46
Mezcla 2	1,44	62,99

Gráfico # 15.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Alúmina. Mezcla con base 75 micrones

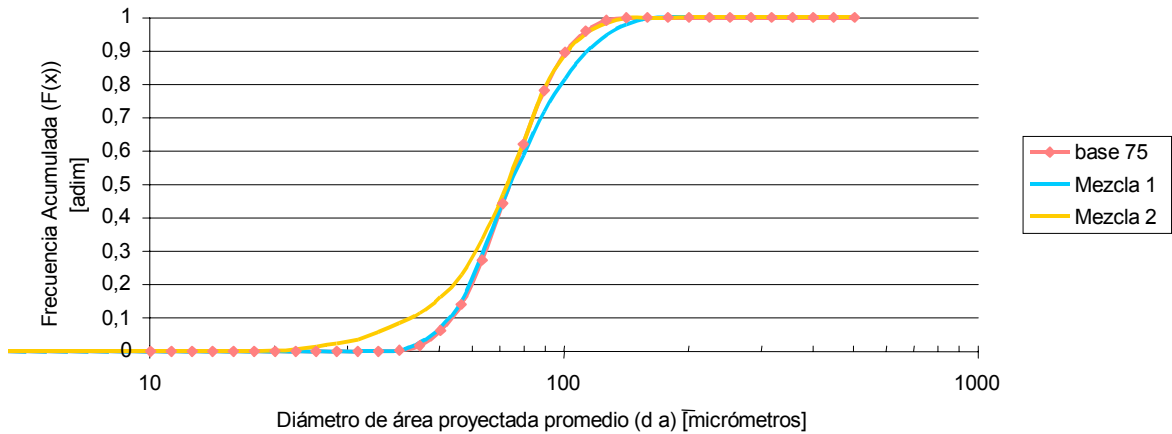


Tabla 18.- Parámetros obtenidos para mezclas de alúmina con base 75 micrones

Fracción	Desviación Estándar Geométrica (σ_g)	Diámetro volumétrico (d_v)
75 μ m (base)	1,28	75,70
Mezcla 1	1,35	75,9
Mezcla 2	1,43	73,6

Gráfico # 16.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Alúmina. Mezcla con base 106 micrones

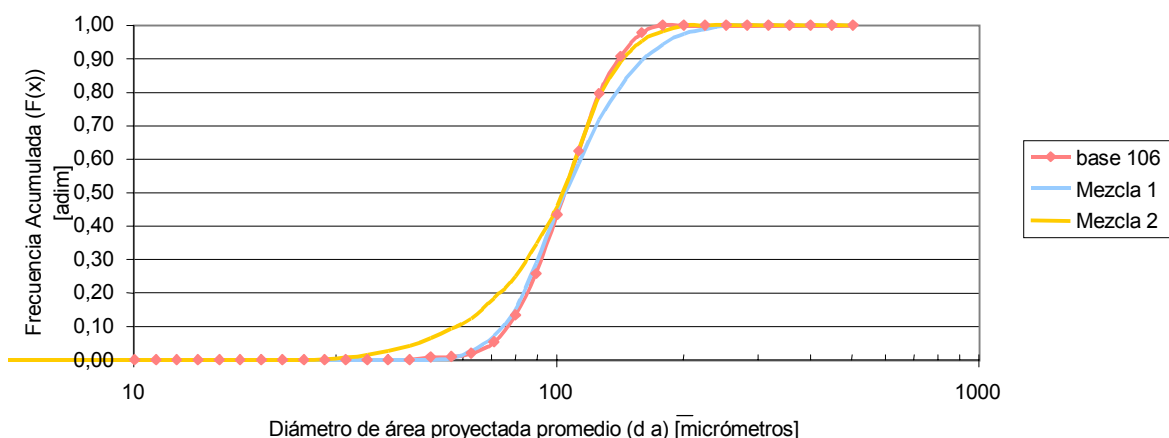


Tabla 19.- Parámetros obtenidos para mezclas de alúmina con base 106 micrones

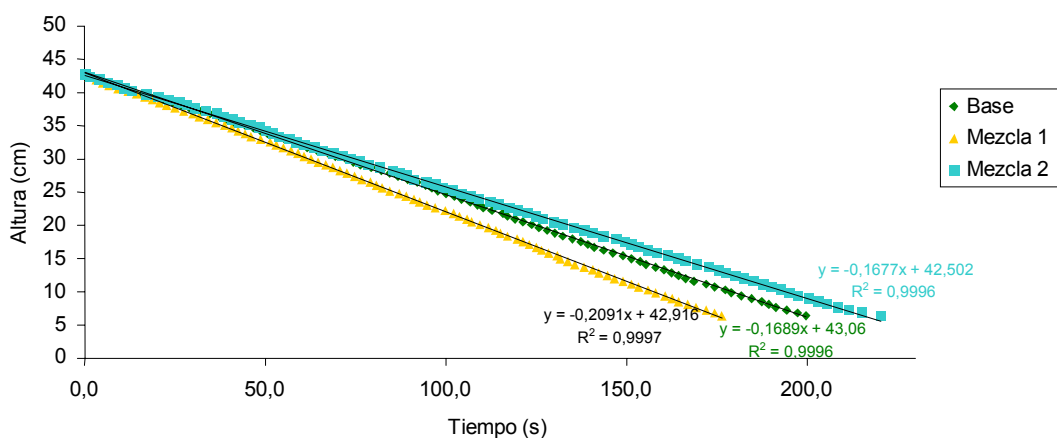
Fracción	Desviación Estándar Geométrica (σ_g)	Diámetro volumétrico (d_v)
106 μ m (base)	1,28	109,6
Mezcla 1	1,35	110,2
Mezcla 2	1,44	107,2

Al igual que las mezclas de esferas estos datos se consideran confiables teniendo presente que no superan el 2% en comparación con las esferas y entre sí son inferiores al 1% (la base de comparación sigue siendo la misma, se compara las que deberían tener igual desviación estándar).

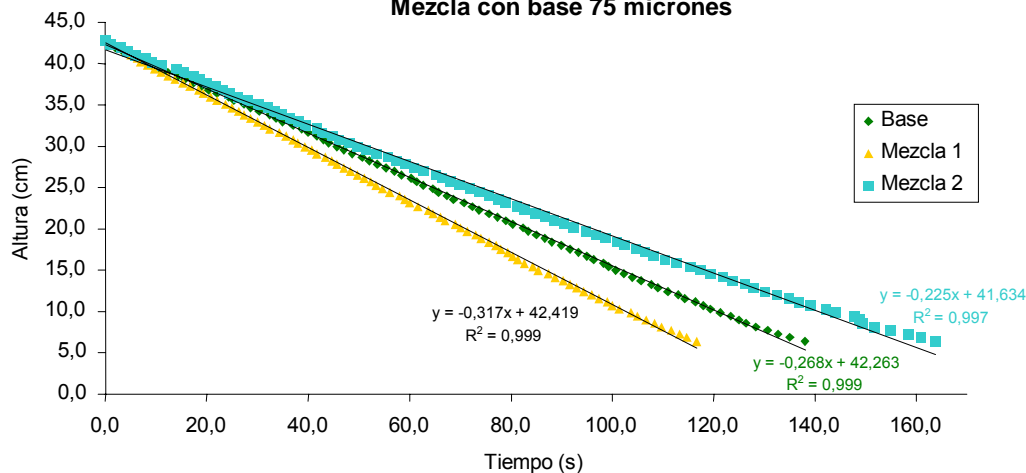
8.2.3.- PRUEBAS DE SEDIMENTACIÓN POR CARGA PARA MEZCLAS DE ESFERAS DE VIDRIO

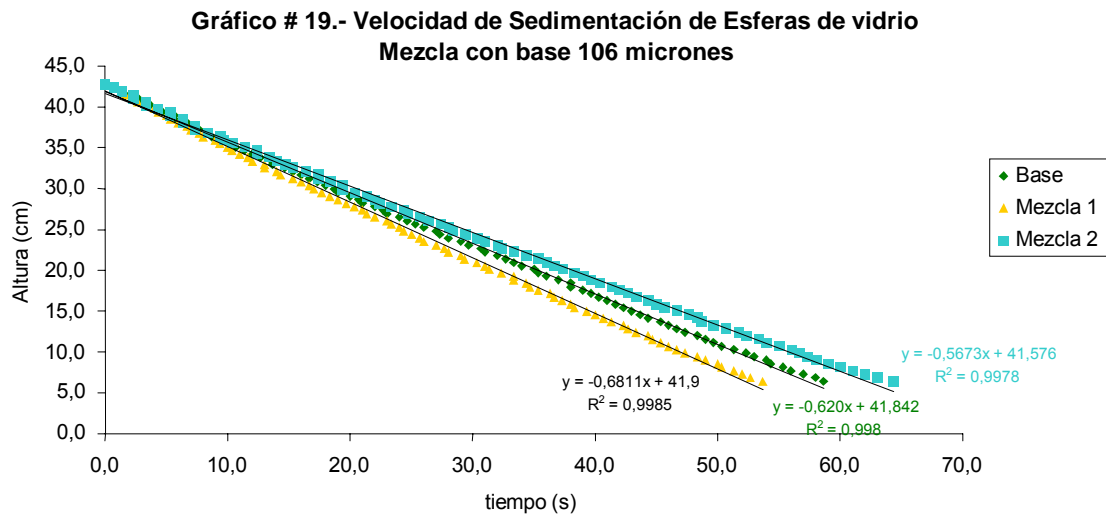
A fin de obtener la velocidad de sedimentación para las mezclas planteadas fue necesario llevar a cabo pruebas de sedimentación por carga (pruebas completas incluída la zona después del punto crítico, vease Anexos C). En los gráficos siguientes se representa la altura de la interfase en función del tiempo; la pendiente de cada recta permitirá calcular la velocidad de caída de la mezcla.

**Gráfico # 17.- Velocidad de Sedimentación de Esferas de vidrio
Mezcla con base 53 micrones**



**Gráfico # 18.- Velocidad de Sedimentación de Esferas
Mezcla con base 75 micrones**





De manera general para estas pruebas de sedimentación se observa una buena correlación de datos, en el caso más desfavorable R^2 es 0,997. En ellas no se observa una influencia marcada de la desviación estándar (cuyo orden de mayor a menor es base>M1>M2), ni una tendencia característica a disminuir o aumentar la velocidad ante las variaciones de la misma. Lo que si se percibe en el gráfico es la influencia del que se agregasen más finos o más gruesos a la mezcla base (M1 que posee más gruesos que la base sedimenta más rápido y M2 por su parte que tiene más finos que la base sedimenta a una velocidad menor).

8.2.4.-PRUEBAS DE SEDIMENTACIÓN POR CARGA PARA MEZCLAS DE ALÚMINA

Con el objetivo de cumplir lo mencionado anteriormente para las esferas (es decir identificar una función de la desviación estándar independiente de la forma), fue necesario llevar a cabo de la misma manera pruebas de sedimentación por carga para la alúmina (sólo se muestra en esta sección la zona de velocidad constante, para ver toda la prueba remitirse al Anexo C):

Gráfico # 20.- Velocidad de Sedimentación de Alúmina
Mezcla con base 63 micrones

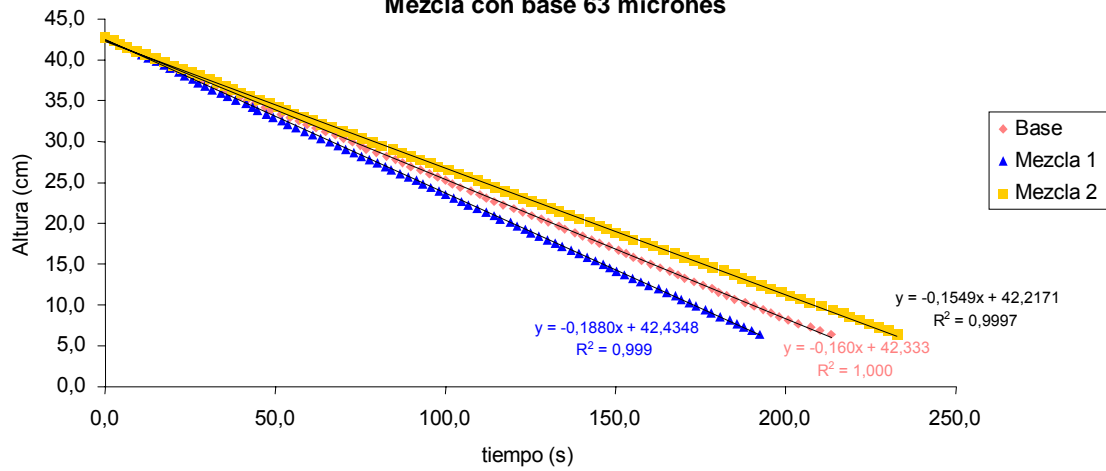
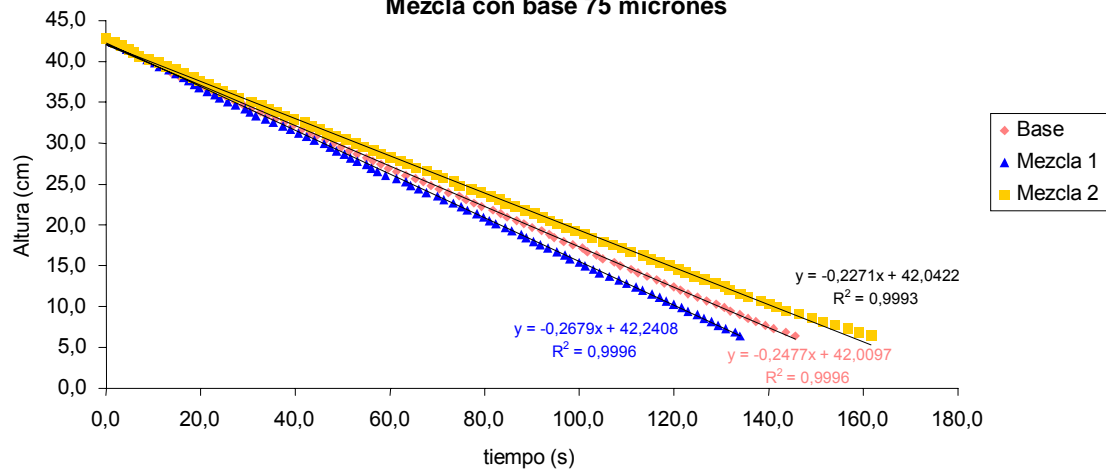
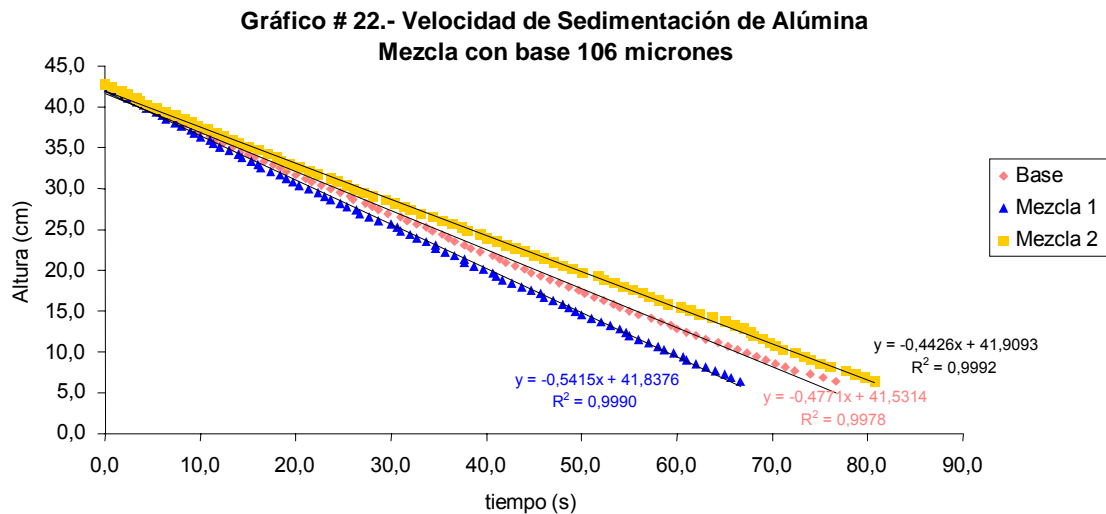


Gráfico # 21.- Velocidad de Sedimentación de Alúmina
Mezcla con base 75 micrones





Llevando a cabo un razonamiento similar que para las esferas se tiene una mejor correlación para las pruebas de sedimentación por carga para la alúmina, esto se debe a que en la alúmina se puede apreciar mejor la interfase, la correlación R^2 llega incluso a valores de 1 y todos superan el valor de 0,999. Al igual que en las esferas no se observa una tendencia definida respecto de la desviación estándar (cuyo orden de mayor a menor es igual al de las esferas). Similar al caso de las esferas se observa la influencia de las partículas finas o gruesas en las mezclas en la velocidad de sedimentación del bloque, mezclas con partículas más gruesas sedimentan más rápido.

8.3.-RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN DE LA SUSPENSIÓN Y LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR

Para el caso de las mezclas se realizaron gráficos de una relación que se

llamó velocidad adimensional, V_{adim} , ($V_{adim} = \frac{V_c}{\frac{(\rho_s - \rho) * g * d_v^2 * (1 - F_v)^n}{18 * \mu}}$) en función

de la desviación estándar obteniéndose los siguientes gráficos:

Gráfico # 23.- Relación entre la velocidad de sedimentación y la desviación estándar para esferas de vidrio

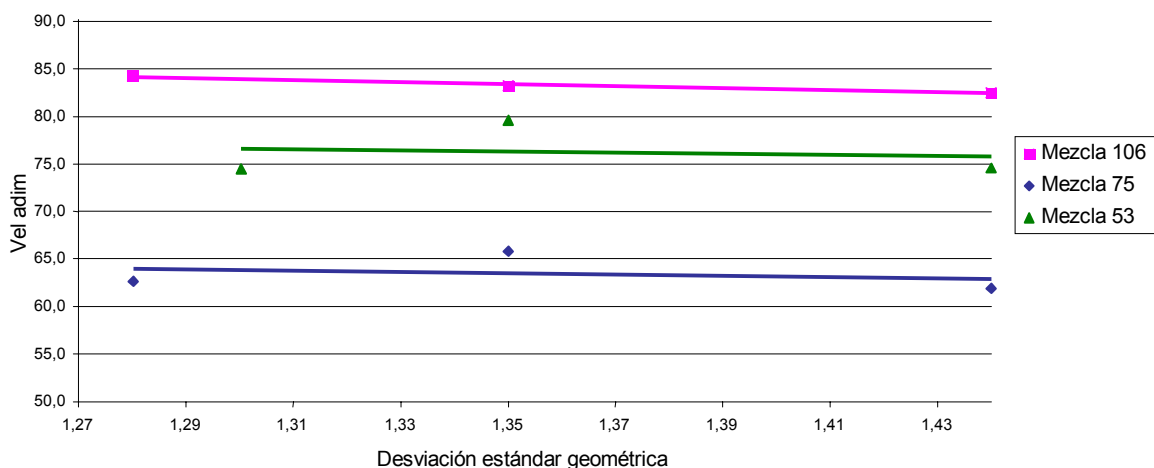
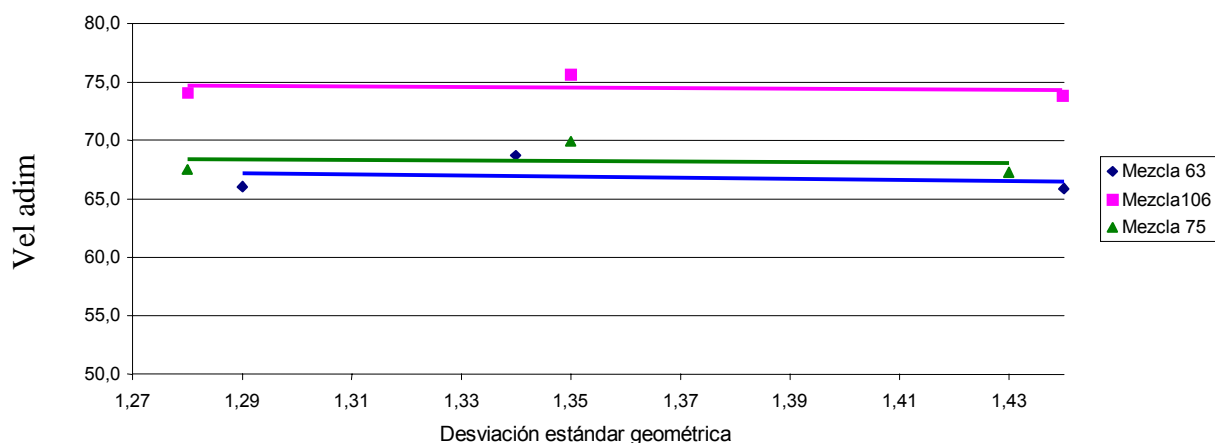


Gráfico # 24.- Relación entre la velocidad de sedimentación y la desviación estándar para Alúmina



En los gráficos 26 y 27 se ve que al emplear el diámetro volumétrico no se observa influencia de la desviación estándar sobre la velocidad de sedimentación, ya que prácticamente permanece constante salvo el caso de las mezclas de 75 micrones para las esferas y 63 micrones para la alúmina dónde sin embargo la variación no supera el 6%, atribuible fácilmente a errores experimentales, por lo que se puede decir que la función que representa la velocidad de sedimentación de suspensiones no depende de la desviación estándar, si el diámetro que se emplea es el diámetro volumétrico integrado, al menos para el rango de desviación estándar estudiado. Sin embargo no se observa que las curvas se superpongan para los diámetros volumétricos estudiados, por lo que se sugiere una investigación más profunda para dilucidar la interrogante suscitada por este fenómeno.

8.4.-RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD DE SEDIMENTACIÓN DE LA SUSPENSIÓN Y LA FORMA

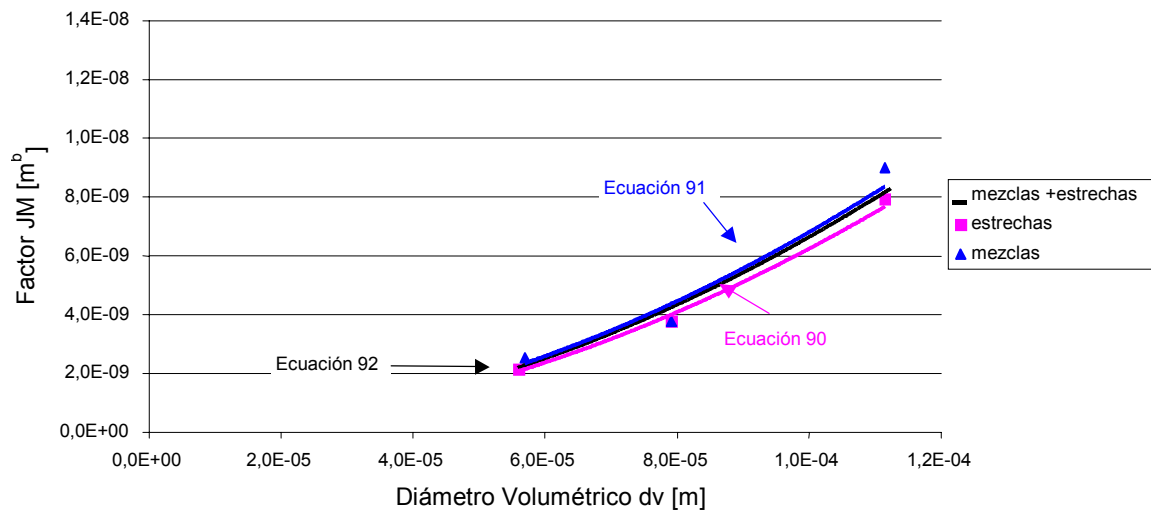
Teniendo presente que el diámetro volumétrico integrado representa físicamente el diámetro volumétrico del conjunto de partículas, se elaboraron gráficos utilizando este diámetro como variable independiente, para obtener una expresión que relacionase la velocidad de sedimentación de las partículas con la esfericidad de Wadell, ψ_w .

Para ello, tomando en cuenta la ecuación de Richardson y Zaki modificada (ecuación 77), se construyeron gráficas de la forma $Y = a * X^b$, donde Y

representaría un parámetro llamado JM, $JM = \frac{V_c}{\frac{(\rho_s - \rho) * g * (1 - F_v)^n}{18 * \mu}}$, b sería el

valor del exponente del diámetro volumétrico (2 en régimen de Stokes), X el diámetro volumétrico y a representaría la función de la forma del conjunto de partículas, $f(\psi)$.

Gráfico # 25.- Factor JM en función del diámetro volumétrico para esferas de vidrio



En el gráfico 25 se representa el factor JM en función del diámetro volumétrico para las mezclas y las fracciones estrechas de esferas de vidrio. El ajuste de los puntos experimentales para las fracciones estrechas está dado por la ecuación:

$$JM = 0,945 * d_v^{1,90} \quad (90)$$

y para las mezclas:

$$JM = 0,982 * d_v^{2,03} \quad (91)$$

Comparando las ecuaciones 90 y 91, se puede ver que la función de la forma $f(\psi)$ varía en un 3% y el exponente 7%. Dados los errores experimentales, esta variación no parece significativa, por lo que se decidió trazar una curva que considerara todos los puntos, lo que dio la siguiente ecuación de ajuste:

$$JM = 0,963 * d_v^{1,96} \quad (92)$$

Esta ecuación de ajuste muestra que la función $f(\psi)$ para esferas es 0,963. El valor teórico debería ser uno, por lo que se genera una diferencia del 4%, error aceptable tomando en cuenta las consideraciones anteriores respecto a las pruebas experimentales.

Sin embargo, las experiencias para fracciones estrechas se llevaron a cabo a distintas concentraciones, por lo que fue necesario representar gráficamente el parámetro JM, en función del diámetro volumétrico, para ver como se vería afectado al variar la concentración de la suspensión; al hacerlo se obtuvieron los gráficos 26 y 27

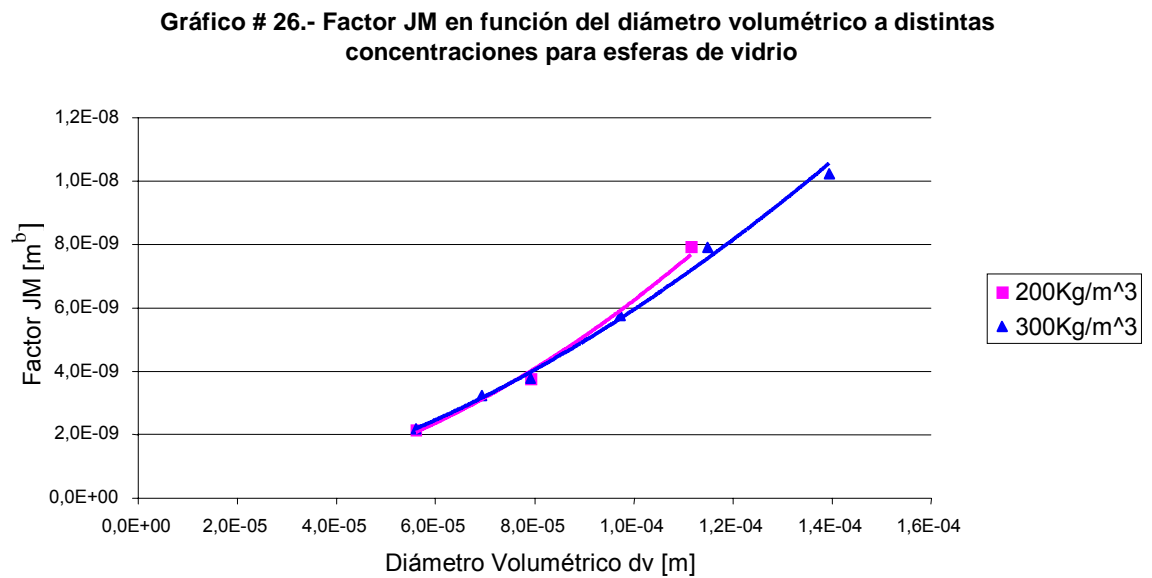
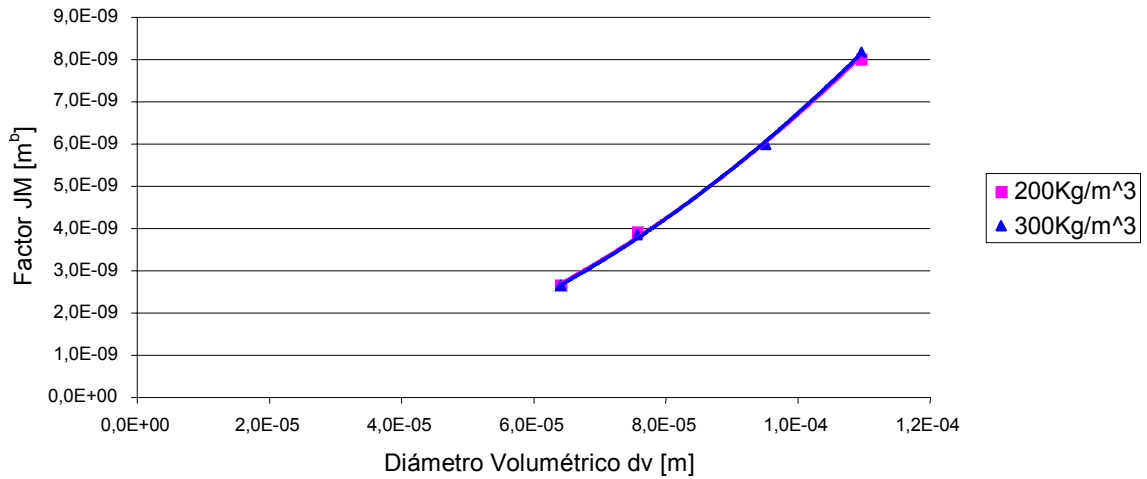


Gráfico # 27.- Factor JM en función del diámetro volumétrico a distintas concentraciones para alúmina

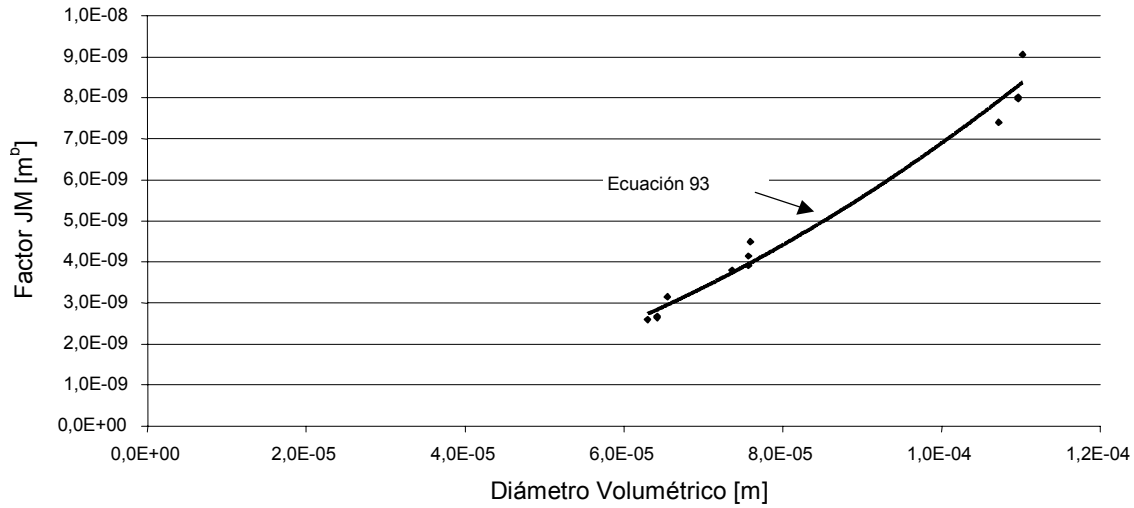


En las gráficas 26 y 27 se observa una variación del 2% para las esferas y para el caso de la alúmina las curvas prácticamente coinciden, por lo que se verifica que el parámetro JM no depende de la concentración de la suspensión, hecho lógico si se considera el modelo de Richardson y Zaki modificado (ver sección velocidad de sedimentación)

En la gráfica 28, haciendo las mismas consideraciones anteriores para las esferas, se obtiene para la alúmina la ecuación de ajuste siguiente:

$$JM = 0,960 * d_v^2 \quad (93)$$

Gráfico # 28.- Factor JM en función del diámetro volumétrico para alúmina



Ya que para el carbonato y la magnesita no se hicieron mezclas, se tomará el valor correspondiente a las fracciones estrechas para representar las funciones de la forma para carbonato de calcio y magnesita (ver gráficos 29 y 30), así se obtienen las expresiones:

$$JM = 0,854 * d_v^{1,88} \quad (94)$$

$$JM = 0,756 * d_v^{2,2} \quad (95)$$

Gráfico # 29.- Factor JM en función del diámetro volumétrico para carbonato de calcio

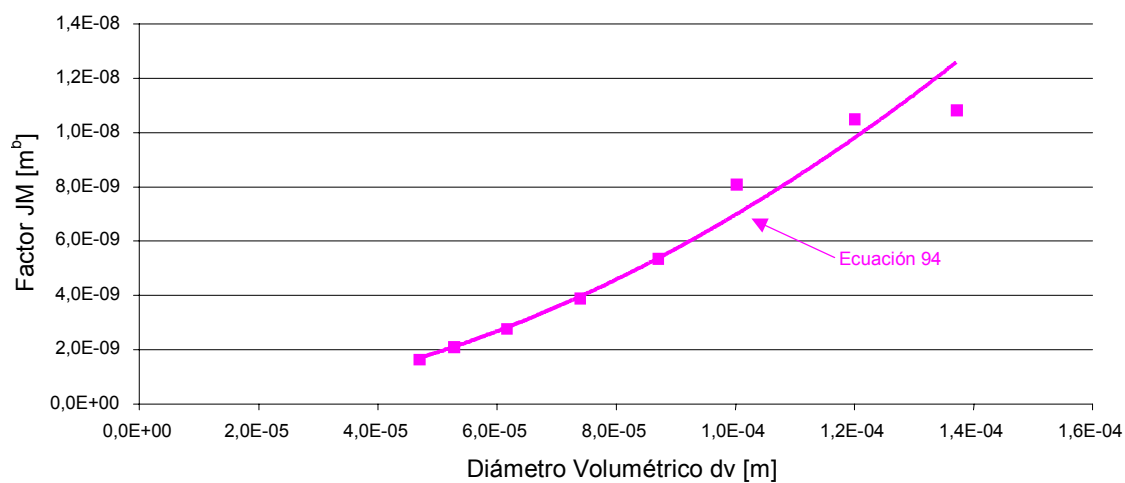
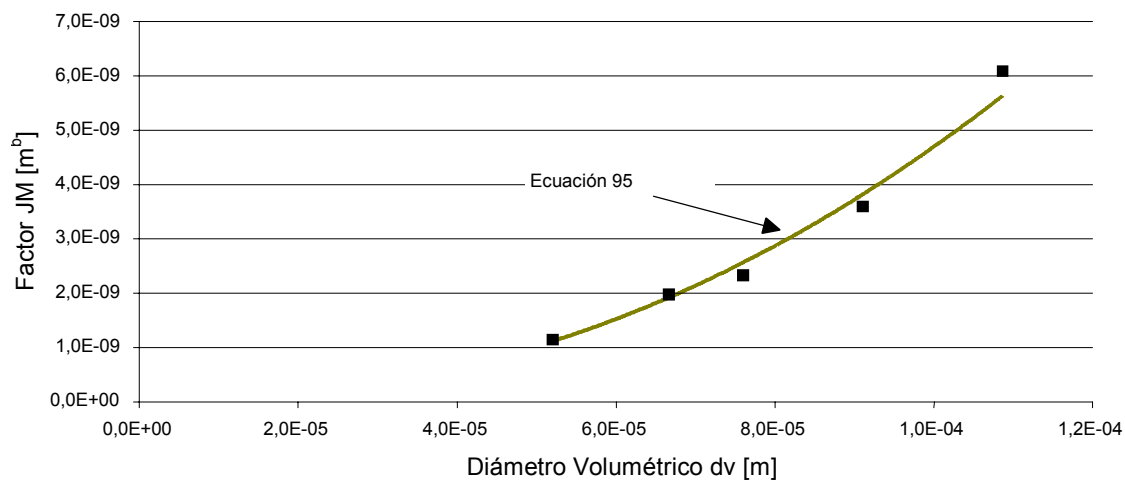


Gráfico # 30.- Factor JM en función del diámetro volumétrico para Magnesita



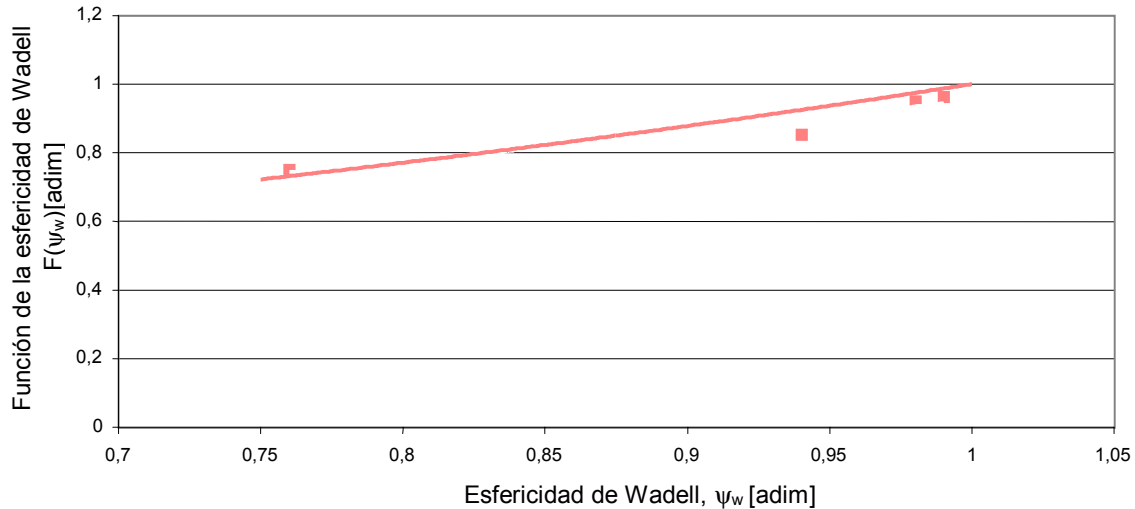
Tomando en cuenta que al emplear los valores del diámetro volumétrico integrado la velocidad de sedimentación no se ve afectada por la desviación estándar, se procedió a elaborar un gráfico que relaciona la función de la forma y la esfericidad de Wadell. Para ello se consideró los valores de los gráficos anteriores, gráficos del parámetro JM en función del diámetro volumétrico para cada sustancia. La tabla 20, presentada a continuación, muestra los valores de $f(\psi_w)$ para cada sustancia.

Tabla 20.- Valores de $f(\psi_w)$ para cada sustancia

Sustanci a	$f(\psi_w)$	(ψ_w)
Esferas	0,964	1,01
Alúmina	0,950	0,988
Carbonato	0,850	0,942
Magnesita	0,750	0,766

A partir de la tabla anterior se generó el siguiente gráfico:

Gráfico # 31.- Función de la forma



La función obtenida, $f(\psi) = 0,273e^{1,3\psi}$, difiere considerablemente con la encontrada por Hernández (2000), esto debido a que se está empleando los valores del diámetro volumétrico integrado, y no los de la mediana x_{50} , además Hernández supuso una influencia de la desviación estándar geométrica, por lo que no consideró los datos obtenidos con magnesita (σ_g es diferente, ver tablas 5 a 12).

Explicando la tendencia contraria a los datos aquí generados, Hernández (2000) admite que sus resultados difieren a los esperados tomando en cuenta lo obtenido para partículas aisladas de las investigaciones de Alonso (1984), lo atribuye al pequeño rango de esfericidades estudiadas y a un posible efecto contrario sólo observado para conjunto de partículas y no de una partícula sola. Este problema no se presenta en este estudio (por lo mencionado anteriormente respecto a la influencia de la desviación estándar) por lo que se considera que la expresión obtenida tiene una tendencia más confiable.

A diferencia de los estudios mencionados anteriormente, en este trabajo se nota que en la expresión obtenida, la función de la esfericidad disminuye al disminuir la esfericidad de la partícula, hecho lógico si se considera el que las partículas de esfericidad más cercanas a 1 deberían sedimentar más rápido (Alonso 1984). Sin embargo, se recomienda un estudio con otras sustancias de esfericidades distintas que complementen los experimentos aquí realizados, para obtener una ecuación más confiable.

8.6.- RELACIÓN ENTRE LA VELOCIDAD EXPERIMENTAL Y AJUSTE SEMI TEÓRICO

Sobre la base de lo anteriormente expuesto, se puede relacionar la velocidad de sedimentación de la suspensión, utilizando la ecuación de Richardson y Zaki modificada, tomando en cuenta la influencia del tamaño y la forma de las partículas. Esta ecuación para las formas estudiadas ($0,76 < \psi < 1$) se expresa como:

$$V_c = V_o * (1 - F_v)^{n(\psi)} * 0,273e^{1,3\psi} \quad (96)$$

$$\text{Con } n(\psi) = 4,65 * (22,48 * \psi^2 - 46,42 * \psi + 24,94) \quad (97)$$

A fin de comprobar los datos experimentales con la ecuación propuesta se elaboraron gráficos que representasen la velocidad obtenida de manera experimental con la expresada de manera teórico-empírica (velocidad ajuste). Los gráficos se muestran a continuación:

Gráfico # 32.- Relación entre la velocidad experimental y el ajuste para Esferas

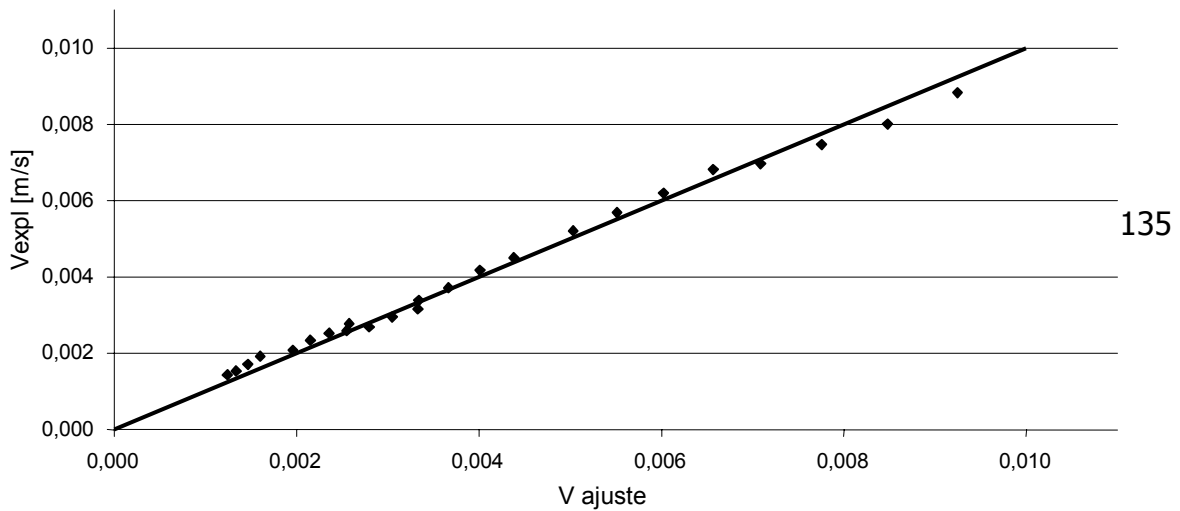


Gráfico 33.- Relación entre la velocidad experimental y el ajuste para Alúmina

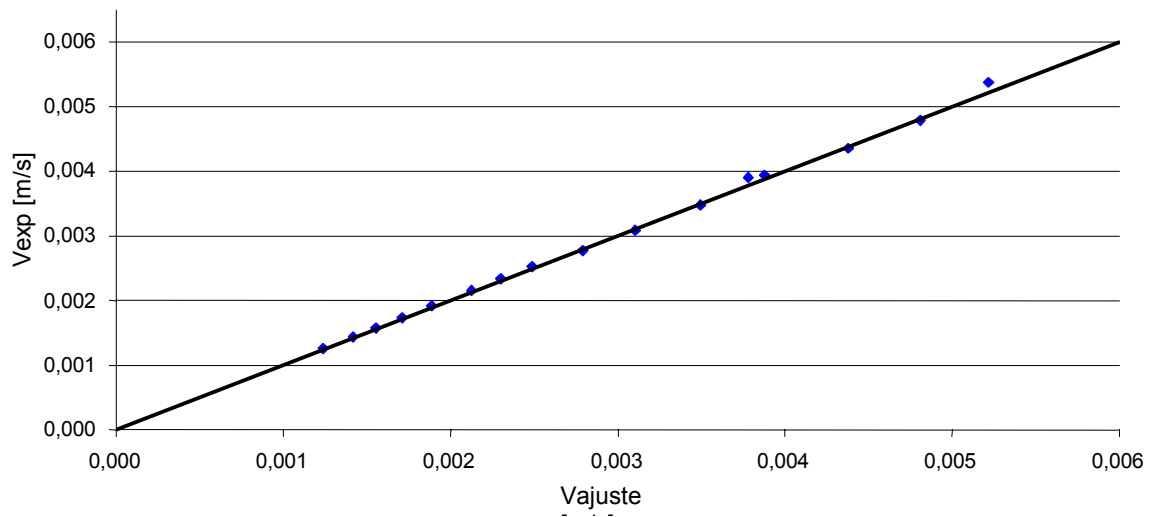


Gráfico 34.- Relación entre la velocidad experimental y el ajuste para Carbonato

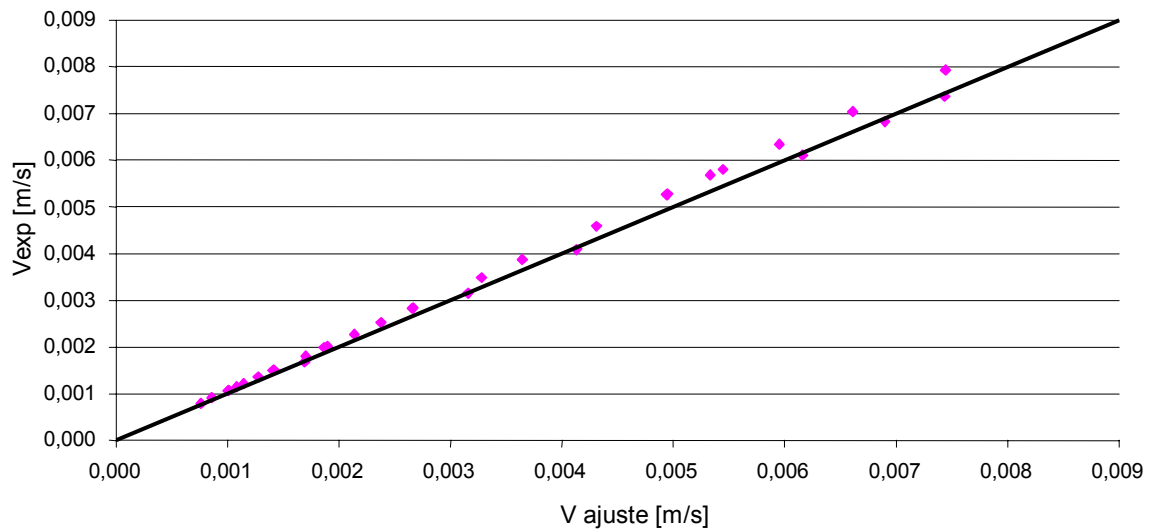
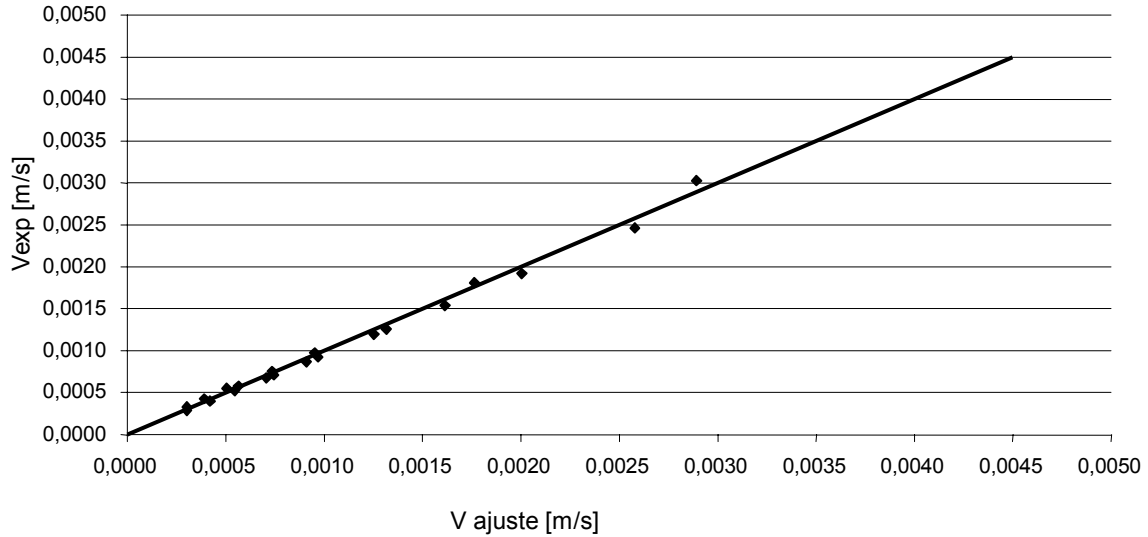


Gráfico 35.- Relación entre la velocidad experimental y el ajuste para Magnesita



En estos gráficos se observa un ajuste con diferencias máximas del 7%, de los datos experimentales respecto a la recta de la Velocidad experimental igual a la Velocidad semi-empírica o de ajuste ($Y=X$), excepto en algunos casos donde se ven puntos dispersos, esta tendencia se ve marcada para velocidades mayores, debido posiblemente al que las partículas más alejadas no se encuentran en el régimen de Stokes, $Re < 0,2$, (ver anexos A), hecho explicado anteriormente. Para velocidades menores se ve que los puntos se ajustan bien a la recta, excepto para el carbonato, donde parece existir dispersión en la mayor parte de los datos, esto se justifica debido a que el valor de la función $f(\psi)$ para el carbonato está más alejada del ajuste y por ende es la que genera mayor error.

8.7.-DATOS GENERADOS POR EL FOTOSEDIMENTADOR (LUMOSSED) PARA FRACCIONES ESTRECHAS

Al observar los datos generados por este equipo (ver anexos B), se puede llegar a la conclusión equivocada de no son correctos o que existe un error considerable en ellos, pero llevando a cabo un análisis profundo de los mismos se pueden llegar a resultados interesantes.

Primero es importante considerar bajo cual principio se rige el equipo para llevar a cabo el análisis de los datos, a fin de construir la curva acumulada de distribución de tamaño de partículas; el diámetro generado por el equipo es el diámetro de Stokes, debido a que se toma como base el principio de sedimentación bajo este régimen a fin de presentar los resultados, hecho interesante ya que permite arrojar luz sobre estas curvas. Es importante considerar que en este equipo que trabaja mediante la técnica de sedimentación gravimétrica, cómo ya se mencionó en secciones anteriores (ver sección 5 descripción de equipos) la medición se lleva a cabo mediante 3 sensores internos que registran los datos recibidos al pasar las partículas por un haz de luz situado justo al frente de cada sensor.

Si se observan los gráficos 36 al 40 teniendo en cuenta lo considerado anteriormente, se puede percibir que a medida que el tamaño de la partícula se hace mayor la curva generada es de menor calidad, imposibilitándose la reproducibilidad de los resultados, así que para el caso del carbonato (sustancia estudiada en este caso), se nota que el líquido de sedimentación no es apto debido a su baja viscosidad, las partículas de mayor tamaño sedimentaron muy rápido en este medio para generar unos datos confiables, este hecho particular se observa en el gráfico 40, en el cual pese a llevarse a cabo un par mediciones, fue imposible obtener un gráfico de calidad, las partículas sedimentaban demasiado rápido para ser captadas por los sensores de equipo. Este hecho se comprueba

observando los gráficos 41 a 43, donde a una viscosidad de 0,00651 Pa*s (obtenida de una mezcla glicerina-agua) se observa la misma tendencia.

Ahora bien, otro factor parece afectar los resultados que se ofrecen mediante este equipo, si observamos por ejemplo gráficos como el 44 en el que aparentemente los sensores no tienen inconvenientes para registrar la sedimentación de las partículas, las curvas parecen estar separadas unas de otras a una distancia perceptible, constante; esto se observa a medida que se avanza en el número de mediciones, es el caso que en este ejemplo (gráfico 44) la prueba 75m-2 llevada a cabo de segunda no parece tener mucha diferencia con 75m-1 realizada primero, pero después de realizar una tercera prueba (75m-3) aproximadamente unos 45 minutos después de la primera, el equipo ya tiene alrededor de 3 horas de funcionamiento (incluidas varias pruebas anteriores) la cubeta está caliente, debido a que el baño térmico no es 100% efectivo, así, se observa gran diferencia entre esta curva y la primera; este desplazamiento puede ser ocasionado por la viscosidad del líquido de sedimentación, que no es la misma a consecuencia del aumento de la temperatura, como explica el manual de este equipo “en las curvas se reflejará todos los cambios ocurridos en la cubeta durante la medición (por ejemplo corrientes de convección debido a aumentos de temperatura, aglomeración de partículas, vibración, etc.)” (Restch, 1996).

9. – CONCLUSIONES

Una vez finalizado este trabajo se llegaron a las siguientes conclusiones:

➤ La velocidad de sedimentación de las suspensiones disminuye cuando la esfericidad de Wadell decrece (partículas menos esféricas), para un mismo diámetro promedio.

➤ Al usar el diámetro volumétrico integrado como diámetro característico de la mezcla, se corroboran los resultados presentados en estudios anteriores, respecto a la dependencia del número n (de la ecuación de Richardson y Zaki), con la esfericidad de Wadell, por lo que para valores de esfericidades entre 0,76 y 0,99, para números de Reynolds entre 1,68 y 0,075 se presenta la expresión:

$$n(\psi) = 4,65 * (22,48 * \psi^2 - 46,42 * \psi + 24,94)$$

➤ La función que representa la velocidad de sedimentación de suspensiones, no depende de la desviación estándar si se emplean los valores del diámetro volumétrico integrado, para el rango de la desviación estándar estudiado.

➤ Se determinó, utilizando partículas de diferentes formas, una función de la esfericidad de Wadell que corrige la ecuación de Richardson y Zaki.

➤ La diferencia de emplear como dato estadístico los valores de la mediana x_{50} respecto al diámetro volumétrico integrado genera errores de hasta el 10% en el cálculo de la esfericidad, para las fracciones estrechas de las distintas sustancias estudiadas.

➤ Se puede relacionar la velocidad de sedimentación de suspensiones, empleando la ecuación modificada de Richardson y Zaki, tomando en cuenta, la influencia de la forma, para $0,76 < \psi < 1$), expresándose como sigue:

$$V_c = \frac{(\rho_s - \rho) * d_v^2}{18 * \mu} * (1 - F_v)^{n(\psi)} * 0,273e^{1,3\psi}$$

$$\text{con } n(\psi) = 4,65 * (22,48 * \psi^2 - 46,42 * \psi + 24,94)$$

10.- RECOMENDACIONES

Al finalizar este trabajo, y a fin de continuar avanzando en el área de medición de tamaño de partículas y sedimentación de suspensiones se recomienda:

- Realizar pruebas con el equipo fotosedimentador (Lumosed) con un baño térmico exclusivo para el equipo, que funcione como enfriador (o que al menos tenga flujo continuo de agua a temperatura ambiente), a fin de minimizar el efecto de la temperatura en la determinación de la distribución de tamaño de partícula.
- Llevar a cabo un estudio del equipo fotosedimentador, orientado a identificar la viscosidad óptima, para obtener resultados confiables, en un determinado rango de partículas.

- Elaborar mezclas con mayores desviaciones estándar, a fin de verificar los resultados obtenidos en este estudio, para un rango mayor de desviación estándar.
- Realizar estudios con mayores y menores números de Reynolds a fin de ver el comportamiento de la ecuación modificada de Richardson y Zaki propuesta.
- Trabajar con sustancias adicionales en las cuales las esfericidades difieran de las estudiadas, menores a 0,76, por ejemplo vidrio molido, a fin de verificar las ecuaciones propuestas en este trabajo.
- Realizar los estudios con parámetros adimensionales, para encontrar ecuaciones generales de la velocidad de sedimentación de suspensiones, tomando en cuenta la influencia la forma de la partícula en la velocidad de sedimentación de suspensiones.

11.-BIBLIOGRAFÍA

- **Afonso, J. A.; Pombo, M.** “Efecto de la distribución de tamaño de las partículas sobre la velocidad de sedimentación”. Trabajo Especial de Grado. Universidad Central de Venezuela. Caracas. 1998.
- **Alayón, M.J.** “Obtención y manejo de datos del proceso de sedimentación gravitacional”. Trabajo Especial de Grado. Universidad Central de Venezuela. Caracas. 1996.
- **Alonso, M. L.** “Fórmulas directas para la velocidad de sedimentación de partículas regulares e irregulares”. Trabajo de ascenso para profesor agregado. Universidad Central de Venezuela. Caracas. 1984.
- **Alonso, M. L.** “Una fórmula explícita para la velocidad de sedimentación de esferas, válida en todo el rango del número de Reynolds”.XII Congreso Latinoamericano de Hidráulica. San Paulo, Brasil. 1986.
- **Alonso, M. L.** “Estudio del movimiento acelerado de una partícula esférica en un medio fluido”. Trabajo de Ascenso. Universidad Central de Venezuela. Caracas. 1995.
- **Anton, P.** “User Manual Lumosed Photo-Sedimentometer”. Austria, 1998.
- **Barreiros, F.; Ferreira, P.; Figueiredo, M..** “Calculating shape factors from particle sizing data”.Part. Syst. Charact. 1996.
- **Bird, R. B.; Stewart, W. E.; Lighthfoot, E. N.** “Fenómenos de transporte”. 3^{ra} edición. Editorial Reverté. México. 1996.

- **Coulter Electronics Limited.** “Reference Manual”. Coulter® Multisizer™ II. 1998.
- **Fabiani, A.; Del Hierro, T..** “Efecto del tamaño de las partículas en las características del revoque”. Trabajo Especial de Grado. Universidad Central de Venezuela. Caracas. 1999.
- **Ferreira, P..** “Factores de Forma”. Coimbra. 1995.
- **Foust, A..** “Principios de Operaciones Unitarias”. Compañía Editorial Continental. México. 1997.
- **Hernández, Y.** “Influencia de la Forma y el Tamaño de las partículas sobre la velocidad de Sedimentación de una Suspensión”. Trabajo Especial de Grado. Universidad Central de Venezuela. Caracas. 2000.
- **Kirk, R; Othmer, D.** “Encyclopedia of Chemical Technology”. Interscience Encyclopedia Inc. New York. Vol. XII. 1960.
- **Malvern Instruments Ltd.** “Operator Guide”. Mastersizer 2000. Inglaterra. 1998.
- **Márquez, J.; Marval, A.** “Evaluación de la velocidad de sedimentación de suspensiones de carbonato de calcio con partículas entre 5 y 200 micrones”. Trabajo Especial de Grado. Universidad Central de Venezuela. Caracas. 1999.
- **Mc Cabe, R.** “Operaciones Básicas de Ingeniería Química”. Vol II. Editorial Reverté. 1968.
- **Richardson, J. F.; Zaki, W. N.** “Sedimentation and Fluiditation. Part I”. Chemical Engineering. Vol. 32. 1954.
- **Santibañez, D.** “Influencia de la temperatura y granulometría en la sedimentación gravitacional de Carbonato de Calcio”. Trabajo Especial de Grado. Universidad Central de Venezuela. Caracas. 1997.
- **Sorrentino, J. A.** “Caracterización de Sistemas Particulados”. Monografía interna Laboratorio de Separaciones Mecánicas. Universidad Central de Venezuela. Caracas. 1999.

- **Svarovsky, L.** “Solid Liquid Separations”. 2^{da} edición. Editorial Butterworths. Londres. 1988.



12. – ANEXOS

ANEXO A. NÚMEROS DE REYNOLDS

Tabla 21.- Valores de Número de Reynolds para Esferas de vidrio

Fracción	Reynolds
53-63	0,150
63-75	0,268
75-90	0,339
90-106	0,671
106-125	1,055
>125	1,630

Tabla 22.- Valores de Número de Reynolds para Alúmina

Fracción	Reynolds
63-75	0,166
75-90	0,271
90-106	0,565
106-125	0,864

Tabla 23.- Valores de Número de Reynolds para Carbonato

Fracción	Reynolds
38-45	0,084
45-53	0,113
53-63	0,176
63-75	0,307
75-90	0,475
90-106	0,826
106-125	1,293
>125	1,668

Tabla 24.- Valores de Número de Reynolds para Magnesita

Fracción	Reynolds
53-63	0,075
63-75	0,133
75-90	0,172
90-106	0,336
106-125	0,564

ANEXO B.- RESULTADOS GENERADOS POR EL EQUIPO FOTOSEDIMENTADOR (LUMOSSED) PARA FRACCIONES ESTRECHAS

En esta sección se muestran los gráficos obtenidos a partir de la medición del equipo fotosedimentador (Lumosed):

Gráfico # 36.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Carbonato 38 micrones 0,001 Pa*s

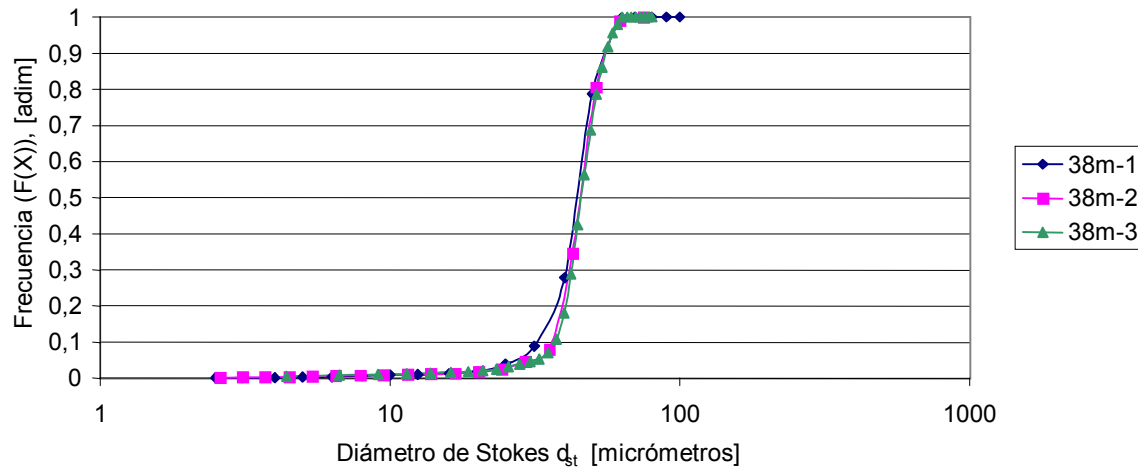


Gráfico # 37.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Carbonato 45 micrones 0,001 Pa*s

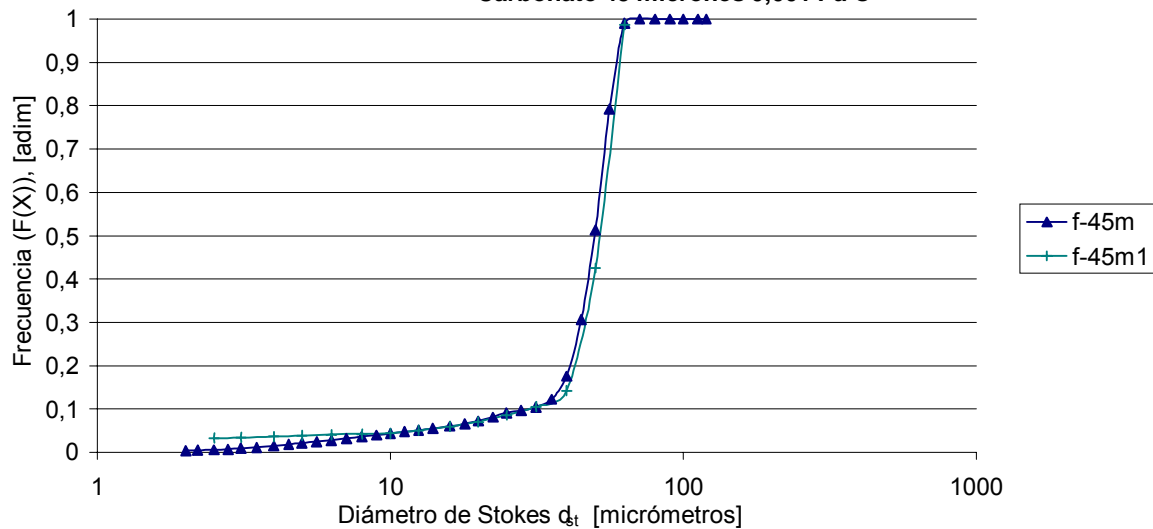


Gráfico # 38.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Carbonato 53 micrones 0,001 Pa s

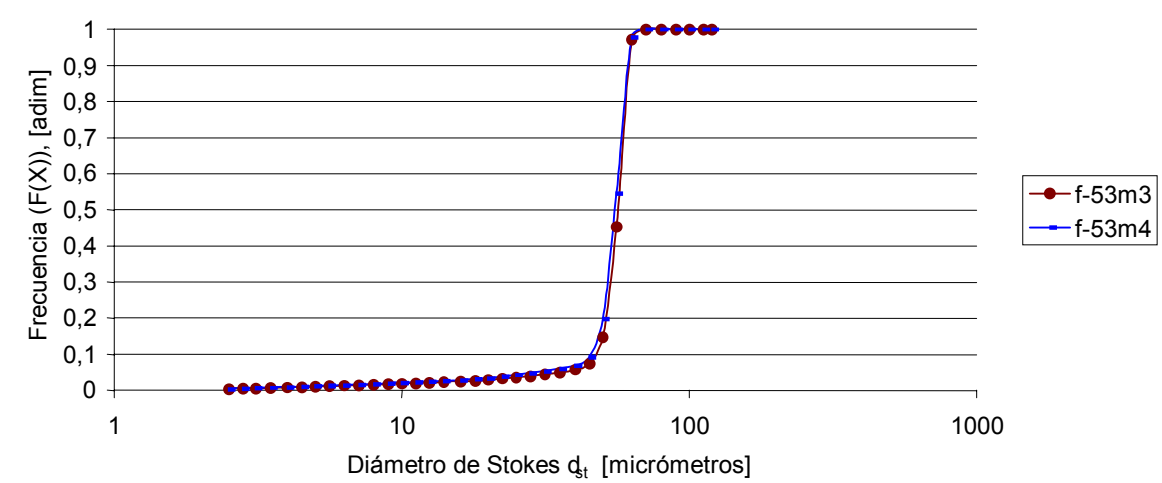


Gráfico # 39.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Carbonato 63 micrones 0,001 Pa*s

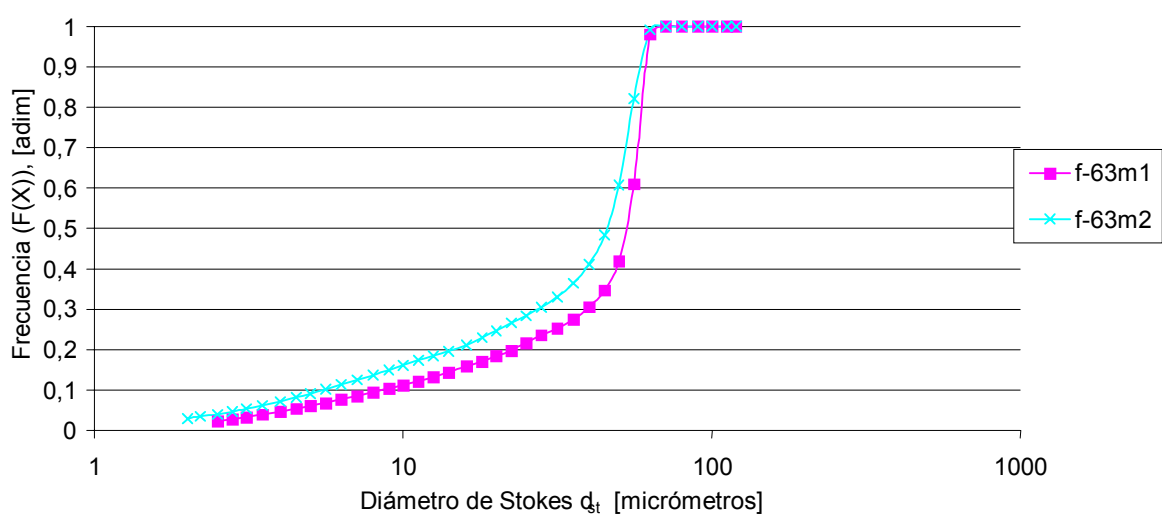


Gráfico # 40.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Carbonato 90 micrones 0,001Pa*s

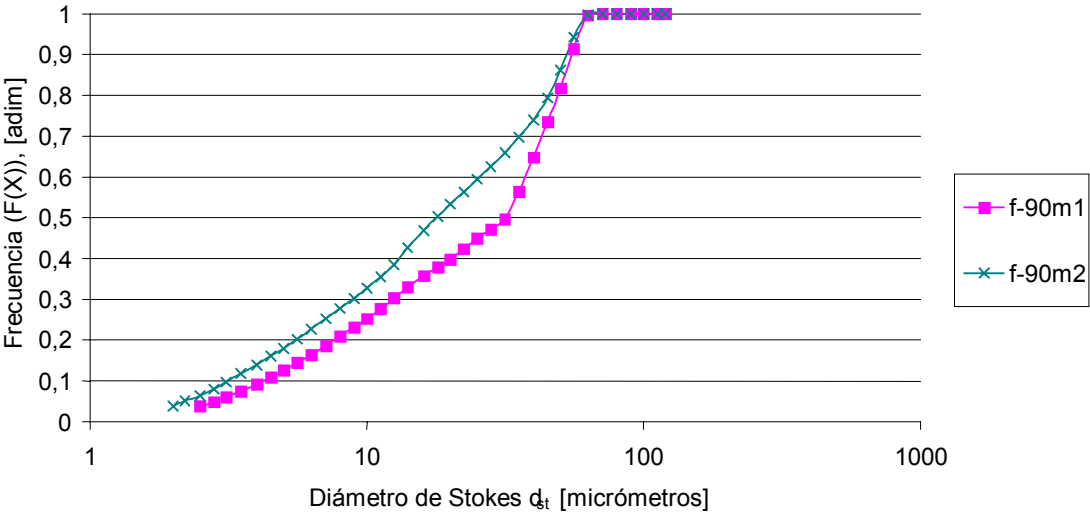


Gráfico # 41.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Carbonato 38 micrones 0,00651Pa*s

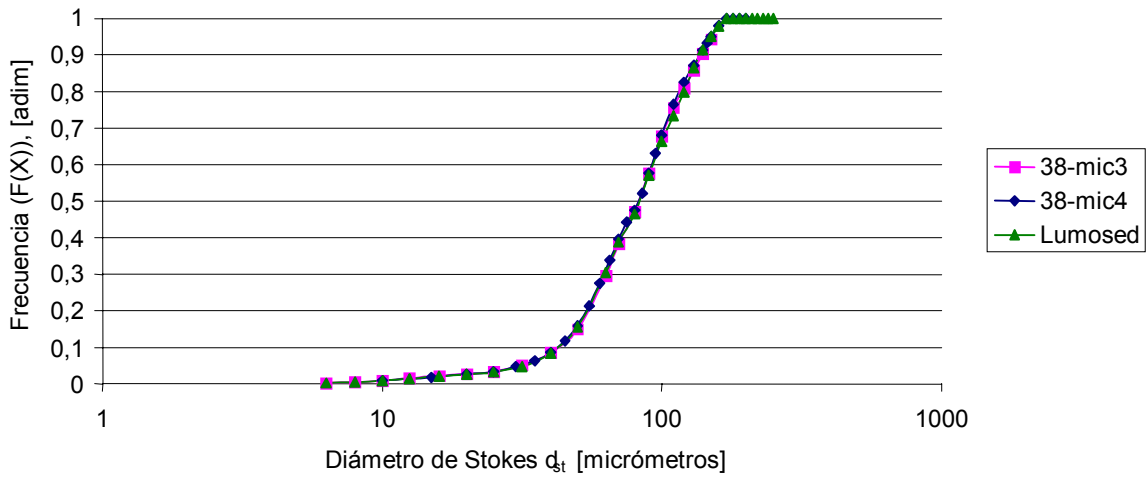


Gráfico # 42.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Carbonato 45 micrones 0,00651 Pa*s

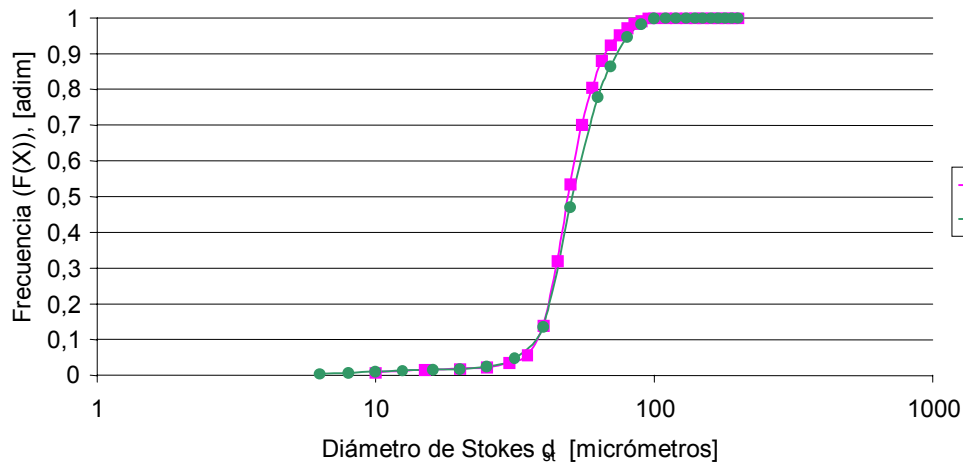


Gráfico # 43.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Carbonato 53 micrones 0,00651 Pa*s

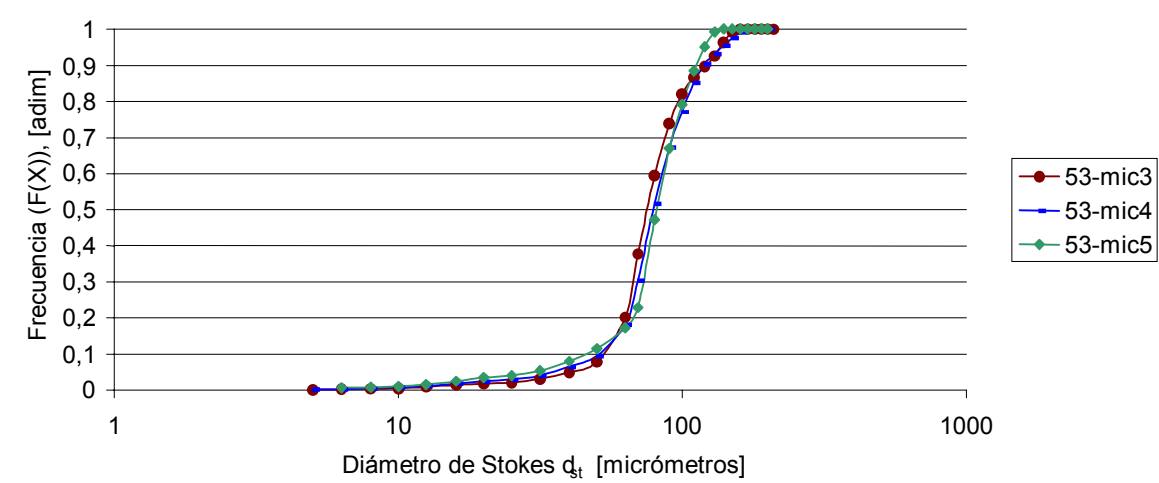
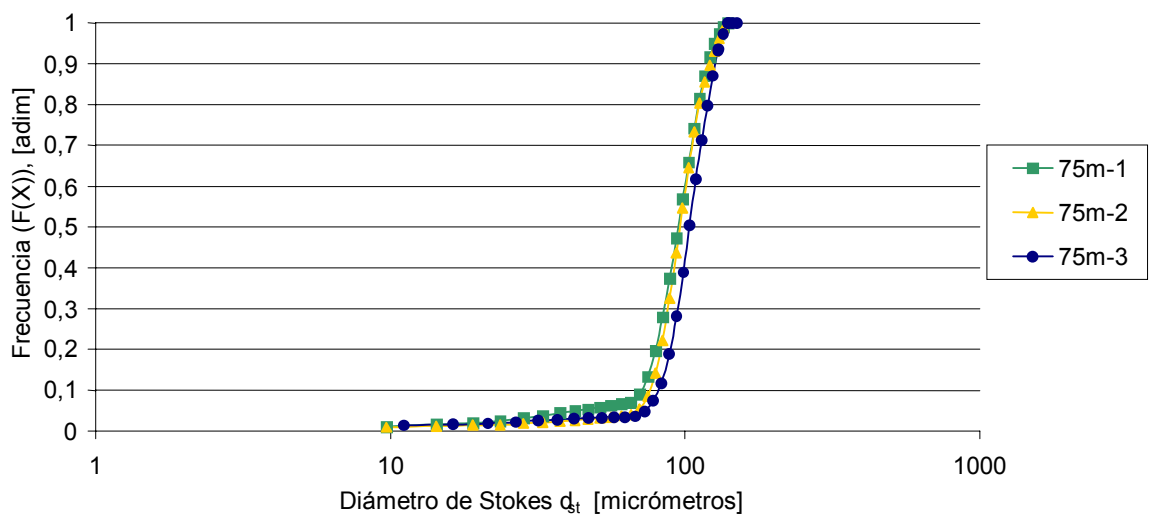
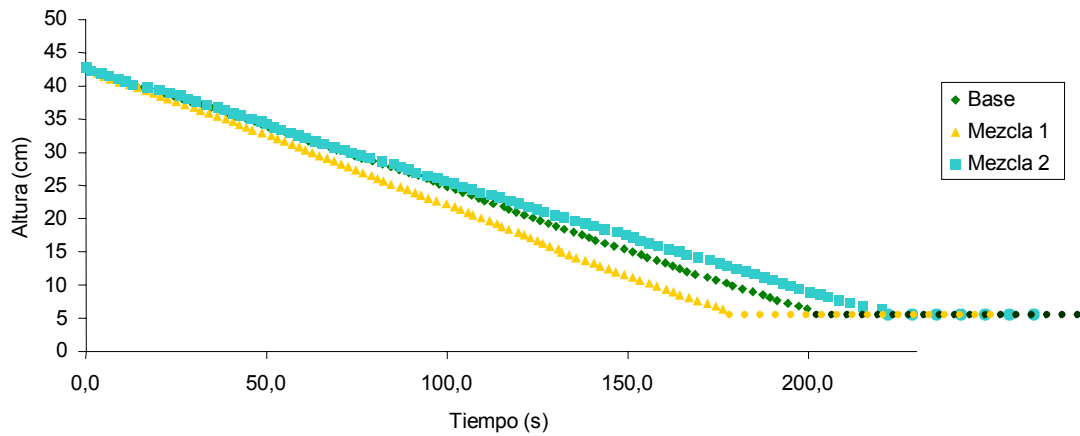


Gráfico # 44.- Distribución Acumulada de tamaño de partículas para Carbonato 75 micrones 0,0044 Pa*s



ANEXOS C. GRÁFICOS DE LA ALTURA DE LA INTERFASE EN FUNCIÓN DEL TIEMPO PARA MEZCLAS DE ESFERAS DE VIDRIO Y MEZCLAS DE ALUMINA

**Gráfico # 45.- Altura de la interfase para Esferas de vidrio
Mezcla con base 53 micrones**



**Gráfico # 46.- Altura de la interfase para Esferas de vidrio
Mezcla con base 75 micrones**

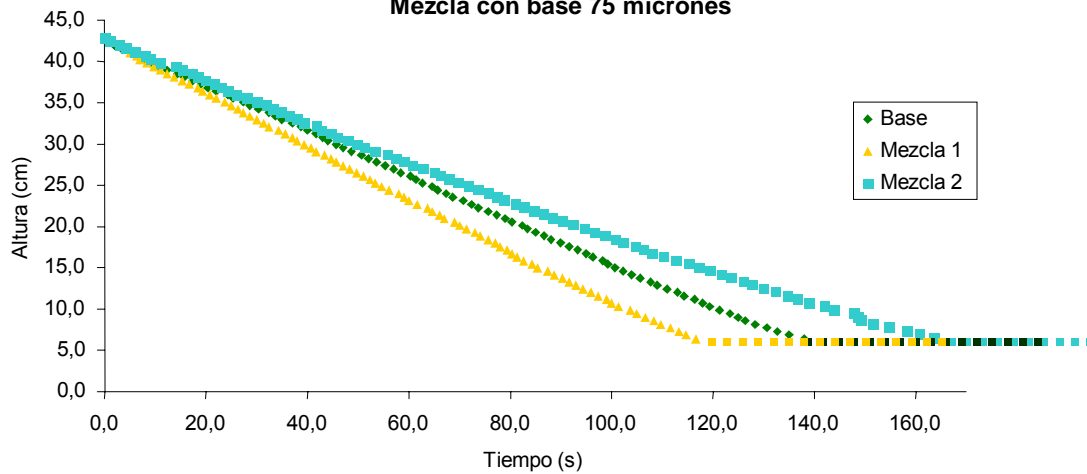


Gráfico # 47.- Altura de la interfase para Esferas de vidrio
Mezcla con base 106 micrones

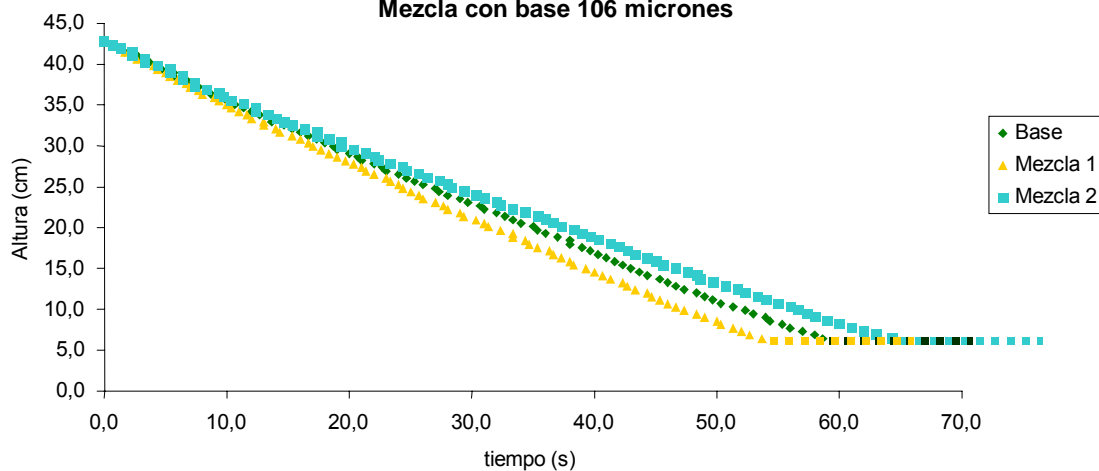
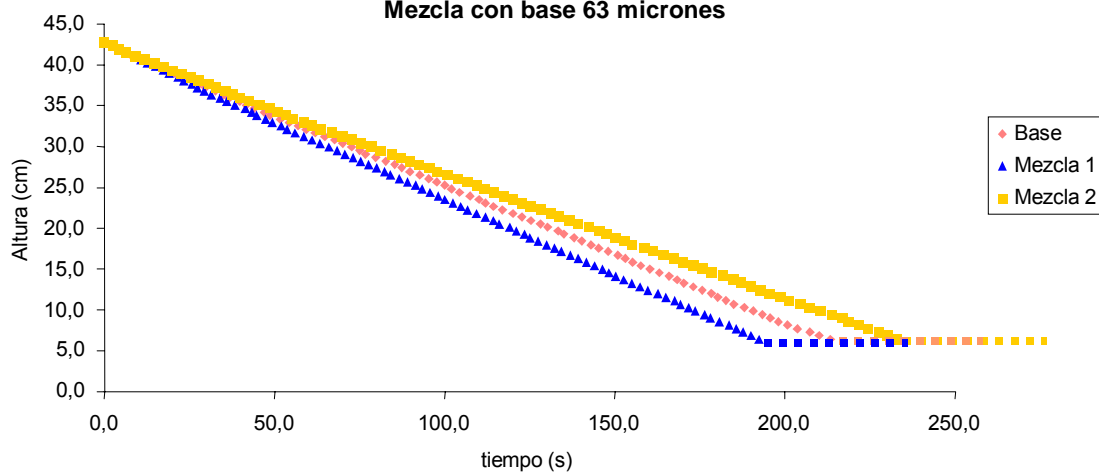
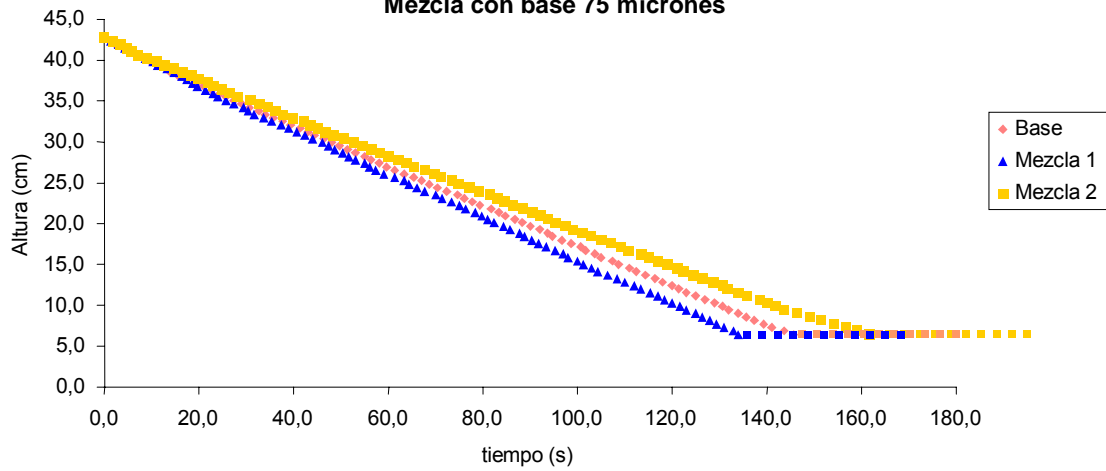


Gráfico # 48.- Altura de la interfase para Alúmina
Mezcla con base 63 micrones



**Gráfico # 49.- Altura de la interfase para Alúmina
Mezcla con base 75 micrones**



**Gráfico # 50.- Altura de la interfase para Alúmina
Mezcla con base 106 micrones**

