Cvičení MMID č. 7 - Průběžná MNČ

V předchozích cvičeních jsme odvodili, že pro identifikaci se používá vztah výpočtu metody nejmenších čtverců dle následujícího vzorce. Pokud hodnotu kovarianční matice v ***k***-tém kroku označíme jako P(k) :

$$\theta(k)=\left(\sum_{i=1}^{k}\varphi(i)\varphi(i)^T\right)^{-1}\sum_{i=1}^{k}\varphi(i)y(i)=P(k)\sum_{i=1}^{k}\varphi(i)y(i)$$

Dále pokud se pokusíme předchozí vztah vyjádřit v přírůstkovém tvaru, tedy $\boldsymbol{\theta}$(k)=$\boldsymbol{\theta}$(k-1)+$\boldsymbol{\Delta}$, pak po delších úpravách vyjde:

$$\begin{aligned}K(k)&=P(k)\varphi(k)\\ \epsilon(k)&=y(k)-\varphi(k)^T\theta(k-1)\\ \theta(k)&=\theta(k-1)+K(k)\epsilon(k)\end{aligned}$$

Nyní je potřeba aplikovat lemmu o inverzi matice P:

$$P(k)=P(k-1)-\frac{P(k-1)\varphi(k)\varphi(k)^T P(k-1)}{1+\varphi(k)^T P(k-1)\varphi(k)}$$

Pokud zkompletujeme všechny získané vzorce, do jedné sady rovnic, kterou následně upravíme za pomocí standardních maticových násobení, dostaneme:

$$\begin{aligned}&\epsilon(k)=y(k)-\varphi(k)^T\theta(k-1)\\ &K(k)=\frac{P(k-1)\varphi(k)}{1+\varphi(k)^T P(k-1)\varphi(k)}\\ &P(k)=P(k-1)-K(k)\varphi(k)^T P(k-1)\\ &\theta(k)=\theta(k-1)+K(k)\epsilon(k)\end{aligned}$$

Pozor na pořadí jednotlivých výpočtů !!!!

Na počátku volíme matici ***P*** diagonální, s velmi vysokými hodnotami na diagonále (1e4 - 1e6), Počáteční nastavení vektoru odhadovaných parametrů $\boldsymbol{\theta}$ = (1 0 0 0 ...)T

Úkol 1: Naprogramujte MNČ jako funkci v matlabu, jejímž vstupem budou vektory vstupů a výstupů, počáteční hodnoty matic ***P*** a ***θ,*** a výstupem bude matice, obsahující jednotlivé vektory odhadnutých parametrů v čase. (nutný for-cyklus přes všechny hodnoty vstupů a výstupů).

Úkol 2: Zobrazte v grafu průběh hodnot jednotlivých identifikovaných parametrů a diskutujte průběhy.

Koeficient zapomínání

Vzhledem k tomu, že se v matici uchovávají všechny hodnoty od počátku měření, dochází k tomu, že nové hodnoty jsou ukládány s menší vahou, a případné změny v soustavě nereflektují změny v identifikovaných parametrech. Proto se zavádí tzv. Koeficient zapomínání, který umožňuje zapomínat starší hodnoty, a nové hodnoty upřednostňuje. Nevýhodou je, že soustava pak nemusí konvergovat. Koeficient zapomínání λ se volí v rozsahu 0.95 – 0.99. Výhodou je, že při koeficientu 0.99 hodnoty v matici P nerostou do nekonečna a ustálí se na vysoké hodnotě. Upravené vzorce tedy jsou:

$$\epsilon(k)=y(k)-\varphi(k)^T\theta(k-1)$$
$$K(k)=\frac{P(k-1)\varphi(k)}{\lambda(k)+\varphi(k)^T P(k-1)\varphi(k)}$$
$$P(k)=\frac{1}{\lambda(k)}\left(P(k-1)-K(k)\varphi(k)^T P(k-1)\right)$$
$$\theta(k)=\theta(k-1)+K(k)\epsilon(k)$$

Úkol 3: Upravte předchozí funkci tak, aby její výpočet odpovídal výpočtu se statickým koeficientem zapomínání.

Úkol 4: opět zobrazte průběh identifikovaných hodnot a diskutujte zjištěné odlišnosti v grafech.

Proměnný koeficient zapomínání

Další úpravou předchozího algoritmu je možné docílit „přeidentifikování“ soustavy v oblastech, kde se hojně projeví dynamické parametry soustavy (skok na vstupu soustavy). Tudíž koeficient zapomínání se volí jako dynamický, s následující rovnicí:

$$\lambda(k)=0.99\,\lambda(k-1)+(1-0.99)$$
$$\lambda(0)=0.95$$

V okamžiku, pokud na vstupu soustavy se objeví vhodný signál, který bude lépe vybuzovat danou soustavu, programem (natvrdo) se sníží hodnota λ na nejnižší úroveň 0.95 – tím se docílí toho, že identifikace bude více citlivá na nové parametry soustavy a lépe tak zachytí změny jejich parametrů.

Úkol 5: Upravte předchozí funkci tak, aby prováděla dynamickou změnu parametrů na základě zjištěných vhodných vlastností ve vstupním signálu. Opět zobrazte jednotlivé průběhy identifikovaných parametrů v čase.