

Fuzzy modelování a identifikace

Ing. Michal Polanský, Ph.D.

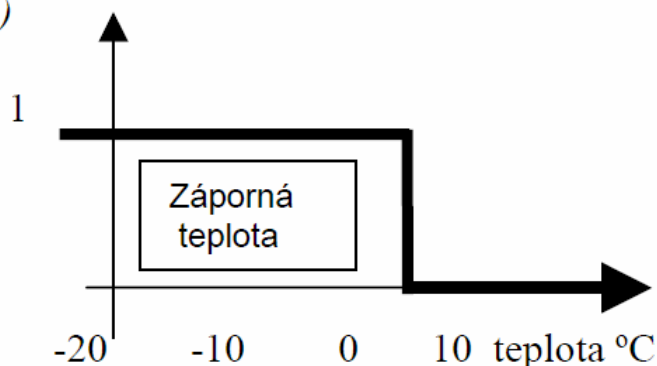
Klasické a fuzzy množiny

V klasické teorii množin je možno množinu popsat několika způsoby:

- a) výčtem prvků množiny $M = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$
- b) pravidlem, kterému musí prvky vyhovovat
- c) **charakteristickou funkcí** $m_M(x)$, pro kterou platí

$$m_M(x) \begin{cases} = 1, \text{ jestliže } x \in M \\ = 0, \text{ nepatří} \end{cases}$$

Obr.1



Příklad charakteristické funkce množiny **Záporná teplota** je na obr.1. Prvek x v klasické teorii množin do množiny buď patří, nebo nepatří, protože jeho charakteristická funkce nabývá hodnot 1 nebo 0. Hovoříme pak o **ostrých množinách** - ostrém rozlišení při rozhodování o příslušnosti.

Pokud charakteristická funkce charakterizuje stupeň, s jakým prvek do množiny patří, pak tyto množiny označujeme jako množiny **neostré - fuzzy množiny**.

V klasické teorii množin jsou definovány operace sjednocení, průnik a komplement.

Lingvistická proměnná

Chceme-li ale využít empirických zkušeností obsluh, personálu a expertů, neobejdeme se bez zavedení a používání *lingvistických proměnných*.

Lingvistická proměnná je taková proměnná, jejíž **hodnoty** jsou **výrazy nějakého jazyka**. **Hodnotu** lingvistické proměnné můžeme interpretovat jako fuzzy-neostré množiny.

Množina lingvistických hodnot se označuje jako množina **termů**. Termy jsou definovány na **univerzu**, které chápeme jako univerzální množinu.

Např. při regulaci teploty lázně můžeme teplotu lázně chápat jako *lingvistickou proměnnou* s názvem "teplota lázně". Jakou bude mít lingvistická proměnná hodnotu?

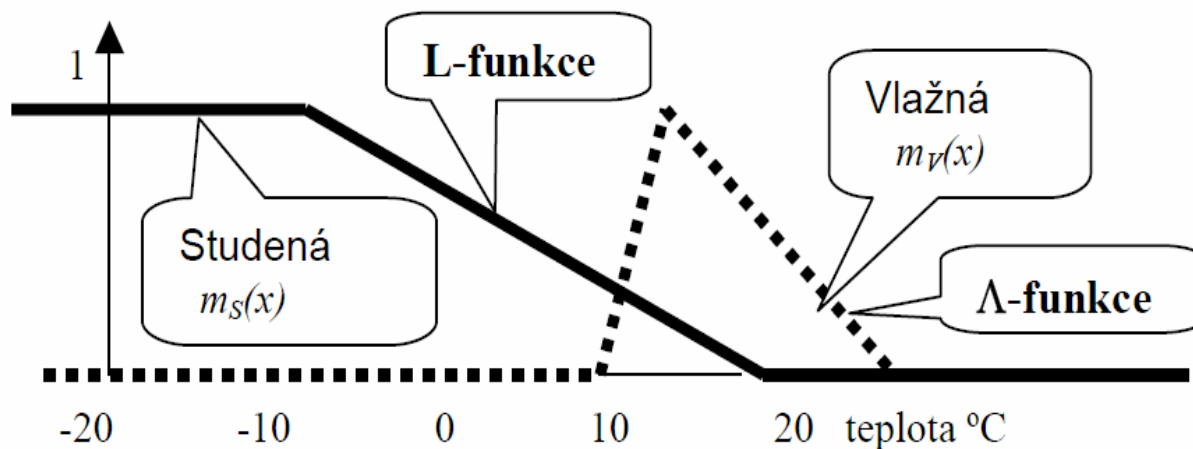
V technické praxi se v naší zemi měří teplota ve stupních Celsia. Měříme-li např. teplotu lázně, pak údaj o teplotě je ve stupních. Kvantitativní vyjádření teploty lázně v hovorovém jazyce však nemusí být vyjádřeno jen stupni, ale běžně jsou užívány pro označení teploty výrazy jako: lázeň je LEDOVÁ, STUDENÁ, VLAŽNÁ, TEPLÁ atd.

Jako *hodnotu lingvistické proměnné* "teplota lázně" pak můžeme označit prvek z množiny teplot { ledová(L), studená(S), vlažná(V), teplá(T), horká(H) }.

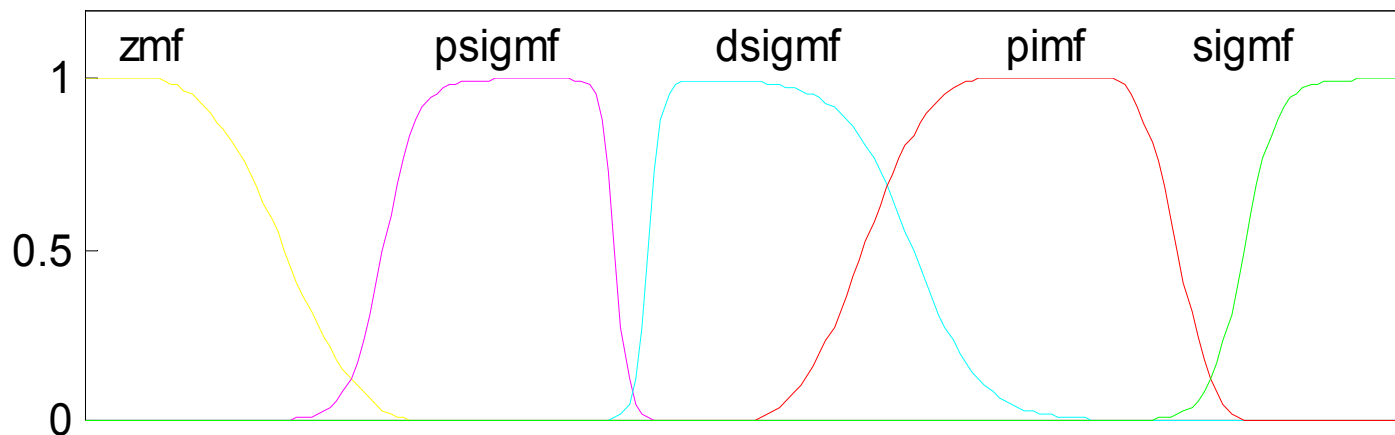
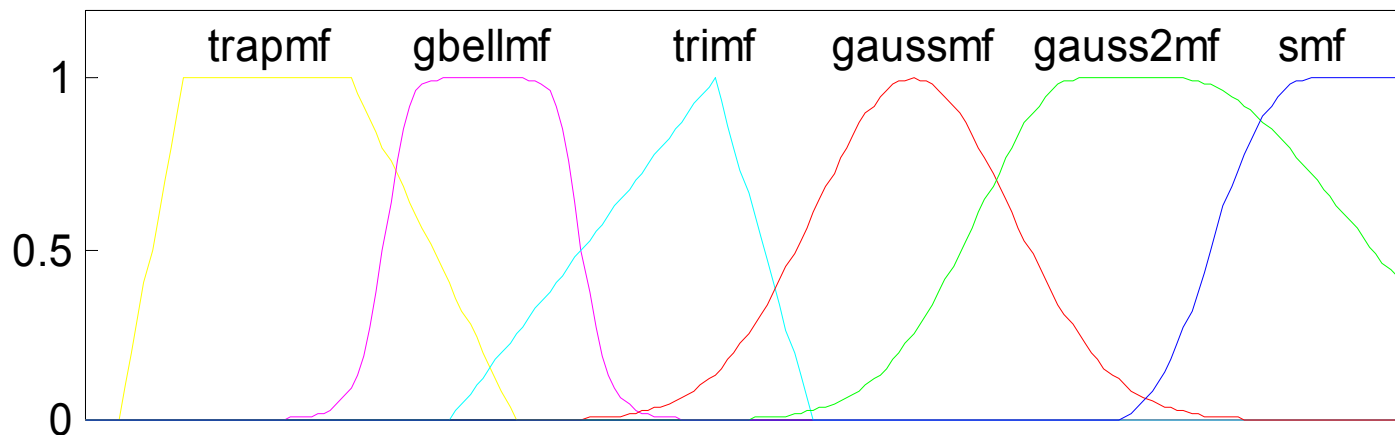
Funkce příslušnosti

Charakteristická funkce $m_S(x)$ u neostrých fuzzy-množin se nazývá **funkcí příslušnosti** $m_S(x)$. Charakterizuje stupeň, s jakým daný prvek patří do příslušné množiny, a to od hodnoty 0, kdy prvek do množiny určitě nepatří, až do hodnoty 1, kdy prvek do množiny zcela určitě patří.

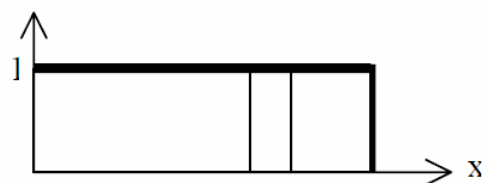
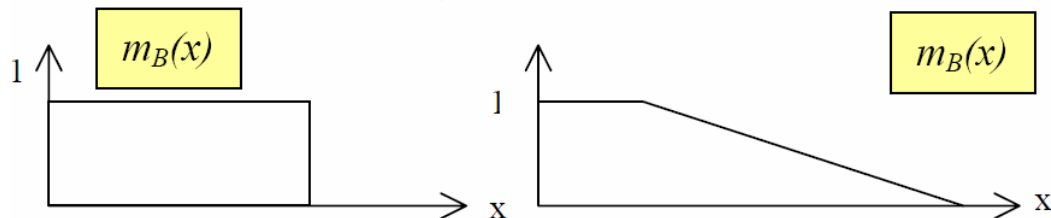
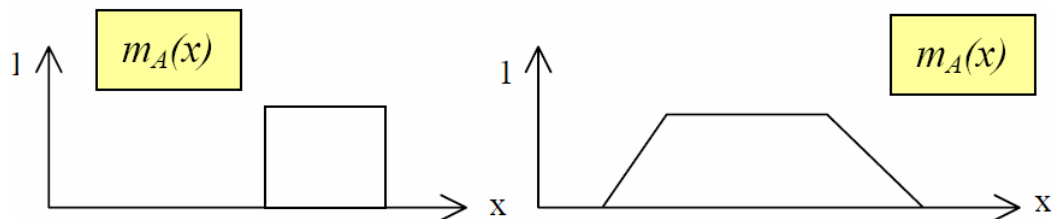
Jako příklad funkcí příslušnosti uvádíme neostré množiny studená a vlažná a jejich funkce příslušnosti $m_S(x)$ a $m_V(x)$ na obr.2. Každý z termů studená a vlažná je definován funkcí příslušnosti na určitém intervalu teplot (univerza) ve stupních Celsia.



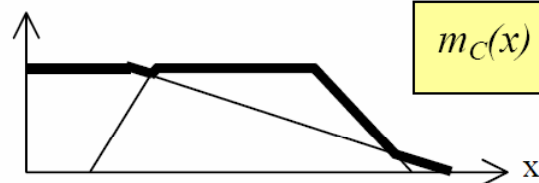
Typy funkcí příslušnosti v Matlabu



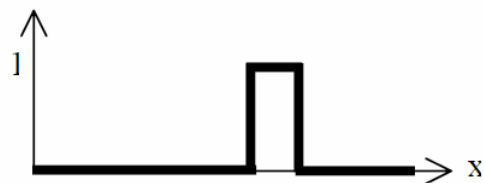
Operace s fuzzy množinami



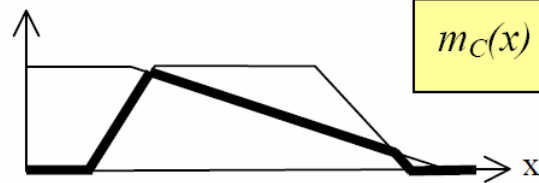
logický součet



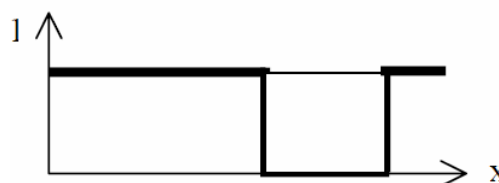
$$m_C(x) = \max\{m_A(x), m_B(x)\}$$



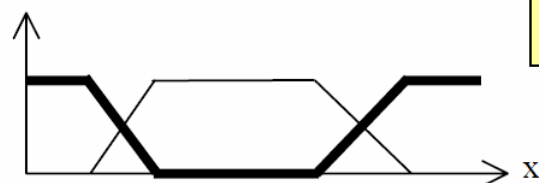
logický součin



$$m_C(x) = \min\{m_A(x), m_B(x)\}$$



komplement (doplňěk)



$$m_C(x) = 1 - m_A(x)$$

Mamdaniho fuzzy modely

Pro Mamdaniho fuzzy modelování je podmínka vyjádřena formou **implikace** dvou fuzzy výroků, většinou jako

JESTLIŽE <fuzzy výrok> **PAK** <fuzzy výrok>

v anglické verzi pak

IF <fuzzy výrok> **THEN** <fuzzy výrok>.

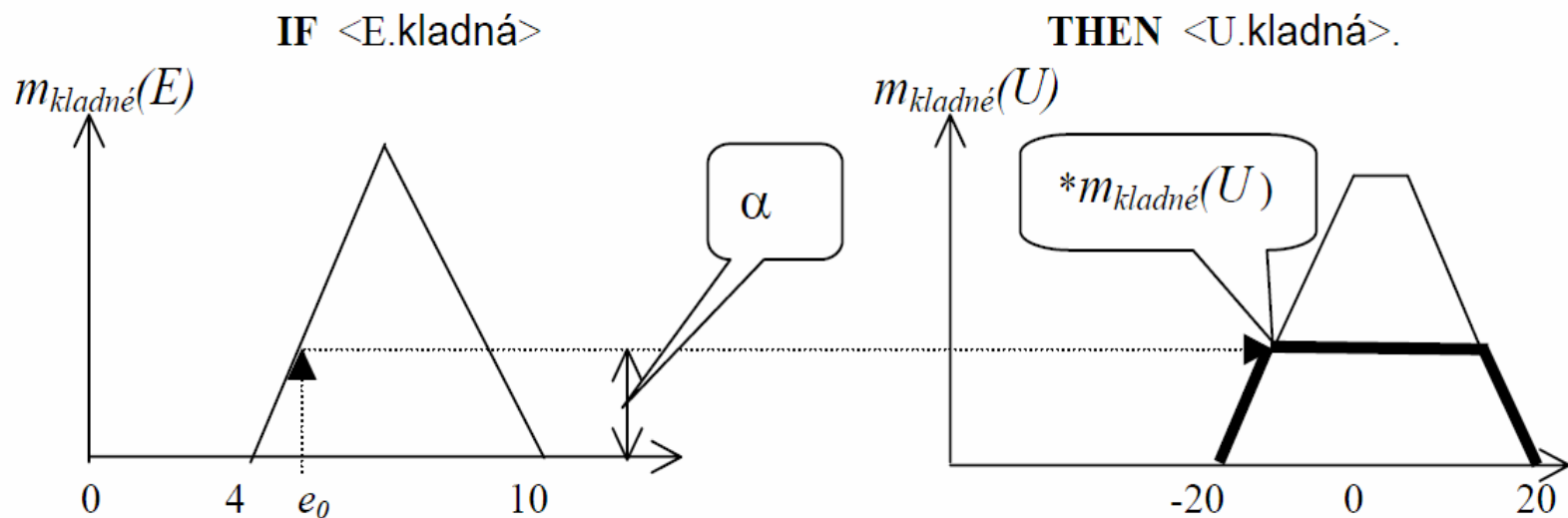
Tato podmínka je označována jako “produkční pravidlo, jestliže-pak”. První fuzzy výroková množina, kterou je často složený výrok, se nazývá **ancedent**, kde jednotlivé části výroku jsou vázány logickými spojkami. Druhý fuzzy výrok je **konsekvent**.

Fuzzy implikace

Diskutujme následující příklad. Uvažujme jednoduchý fuzzy výrok

IF <E. kladná> THEN <U. kladná>.

V rozhodovacím pravidle je v antecedentu lingvistická proměnná E (regulační odchylka), jejíž hodnota je "kladná" a má funkci příslušnosti $m_{kladné}(E)$. Konsekvent obsahuje lingvistickou proměnnou U (akční veličinu) s hodnotou "kladná", jejíž funkce příslušnosti je $m_{kladné}(U)$, viz obr.5.



IMPLIKACE DVOUROZMĚRNÉ ZÁVISLOSTI S JEDNÍM PRAVIDLEM

JESTLIŽE (x je kladné malé) **AND** (y kladné střední) **PAK** (u je záporné střední),

v anglické verzi

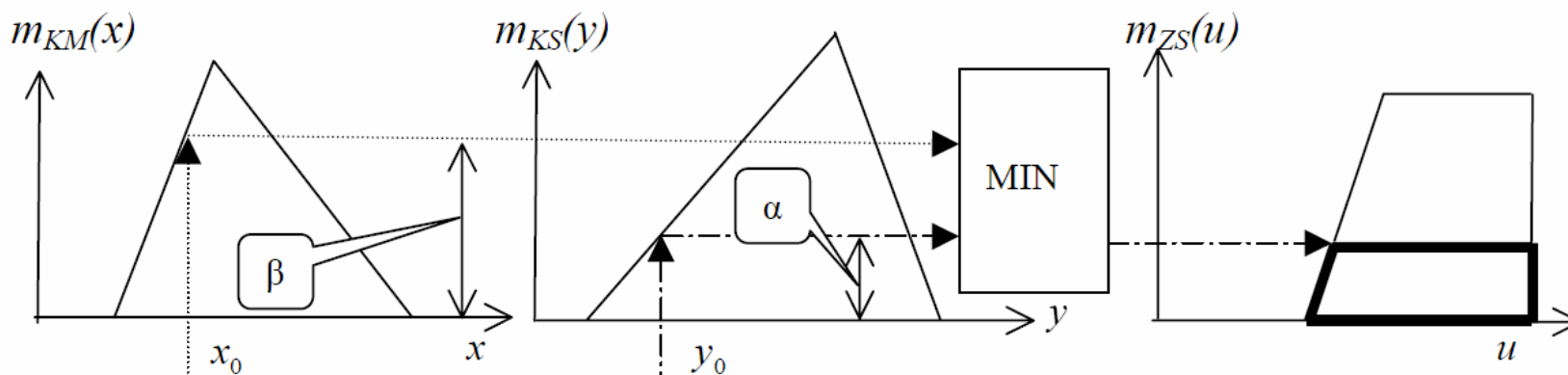
IF <x.PS> **AND** <y.PM> **THEN** <u.NM>

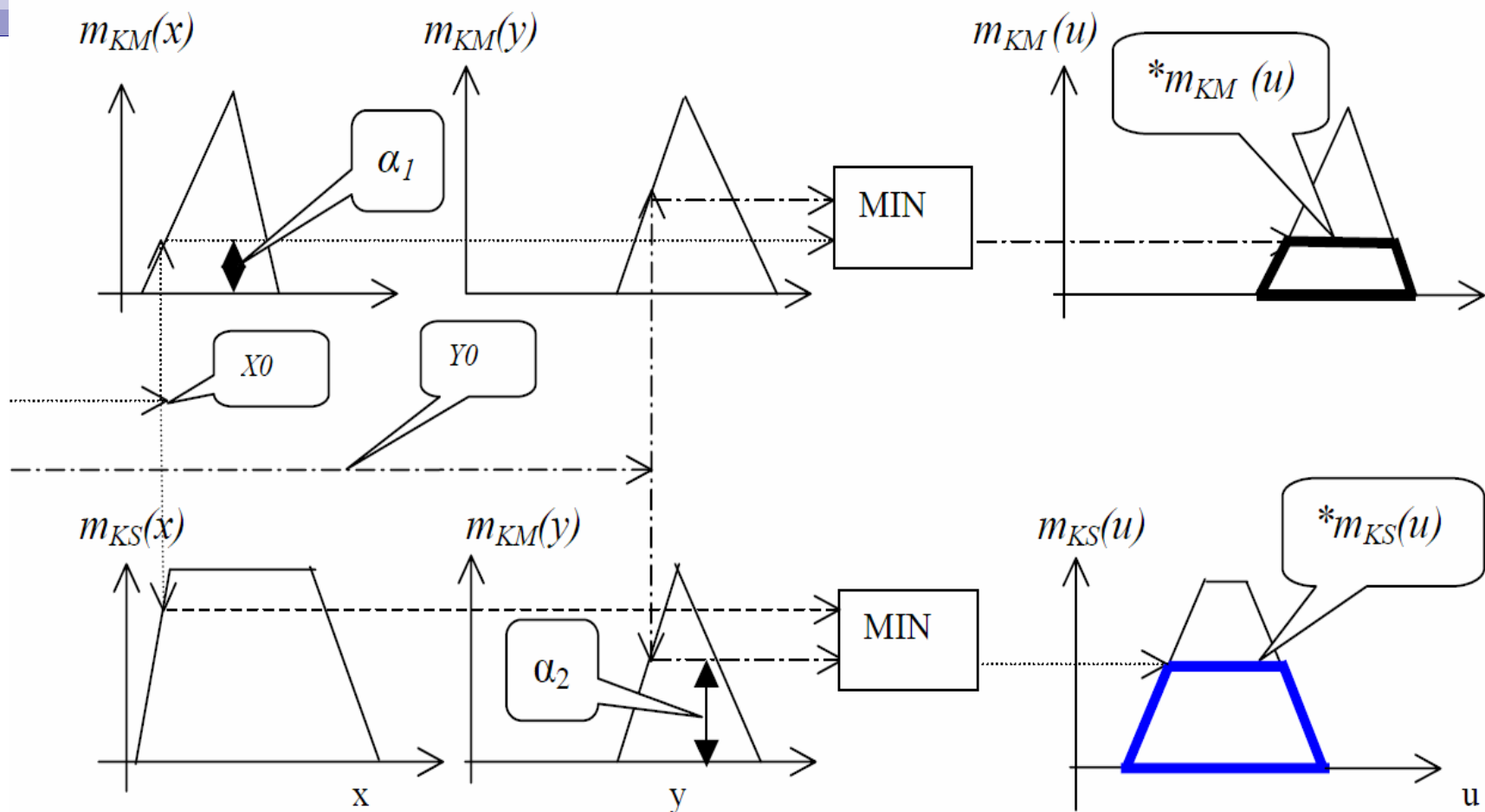
Nalezení výstupní množiny pro jedno pravidlo a dvourozměrnou závislost je na obr.6. Použitím Mamdaniho implikace obdržíme funkci příslušnosti konsekventu jako minimum z antecedentu a projekce Mamdaniho relace do osy m . Což znamená oříznutí funkce příslušnosti konsekventu na hladině α , která odpovídá minimu ze stupňů příslušnosti pro obě vstupní ostré hodnoty x_0 a y_0 .

$$\alpha = m_{KM}(x) \wedge m_{KS}(y) = \min \{ m_{KM}(x), m_{KS}(y) \}$$

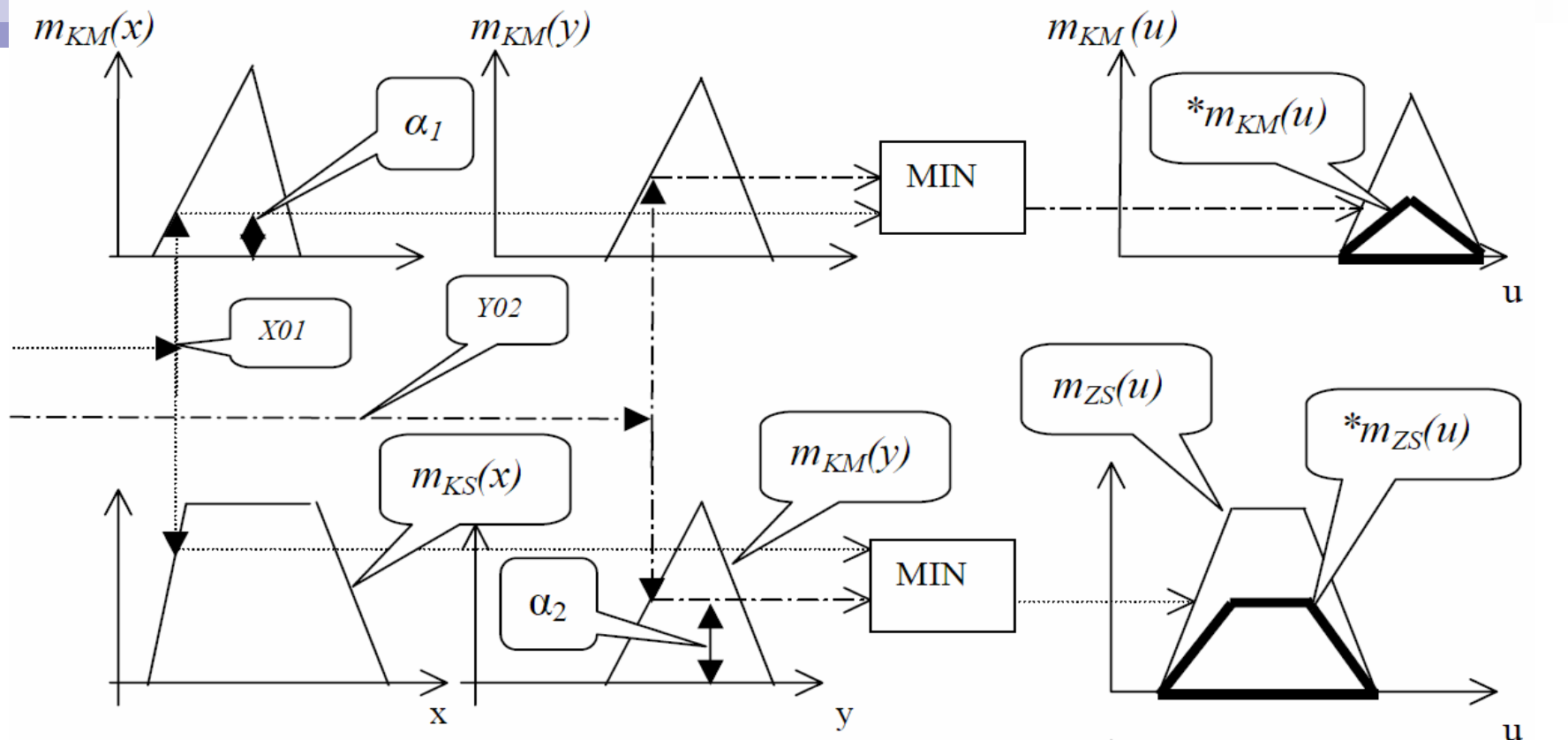
Pro funkci příslušnosti konsekventu obdržíme

$$*m_{ZS}(u) = \alpha \wedge m_{ZS}(u) = \min \{ \alpha, m_{ZS}(u) \}$$

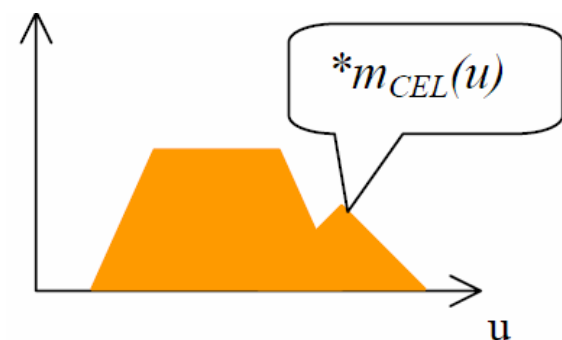




*Nalezení výstupní množiny pro dvě pravidla
a dvourozměrnou závislost*

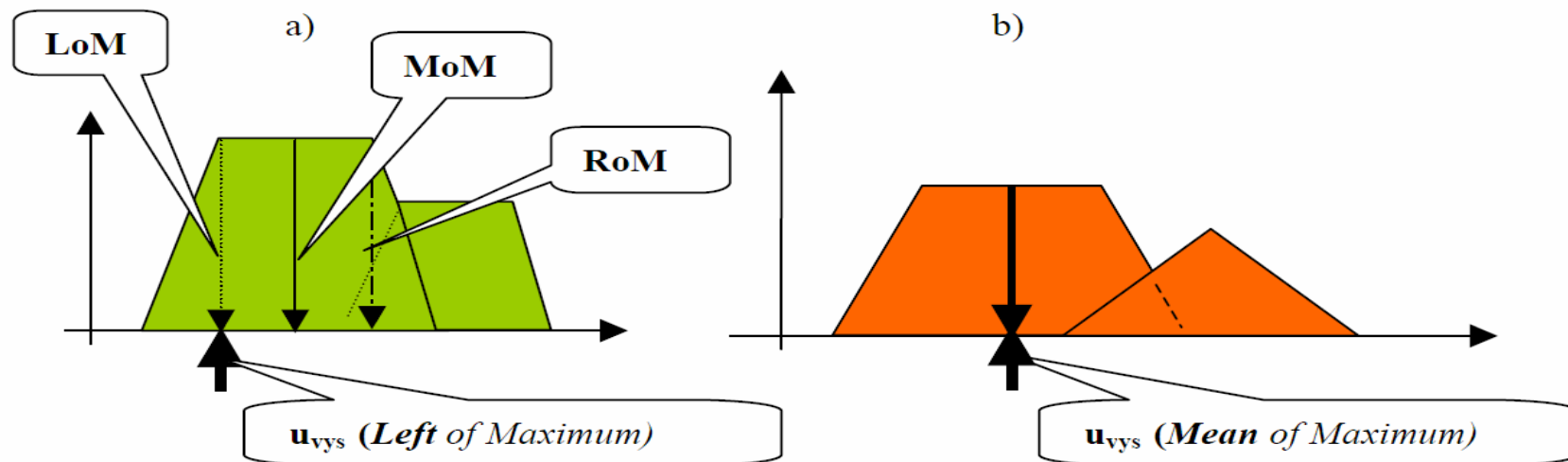


Inference s použitím Larsenovy implikace



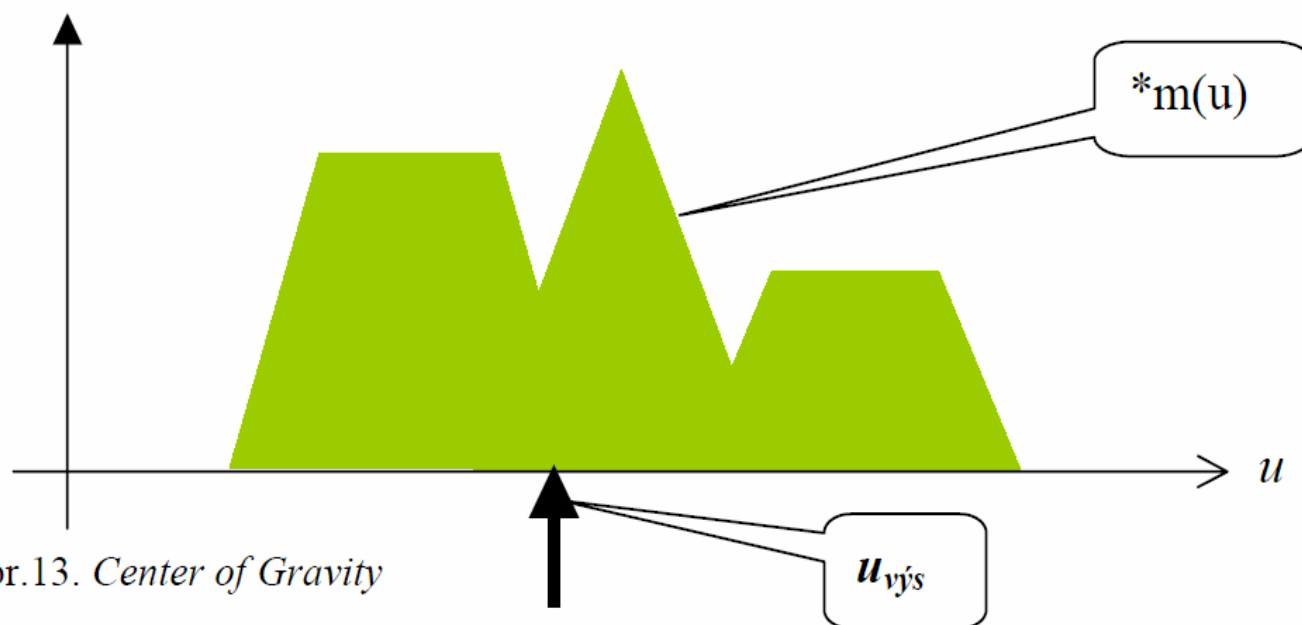
Defuzzyfikace

Výsledkem činnosti bloku rozhodovacích pravidel je soubor funkcí příslušnosti pro jednotlivé termy výstupních lingvistických proměnných. Funkce příslušnosti výstupní množiny je dána sjednocením oříznutých (Mamdaniho implikace) nebo zmenšených funkcí příslušnosti (Larsenova implikace), viz. obr. 8,9. Pro praktické provedení akčních zásahů je třeba přiřadit výstupním lingvistickým proměnným ostrou hodnotu akční veličiny v přípustném rozsahu. Tento proces „aproximace neostrých termů“ ostrou hodnotou akční veličiny se nazývá **defuzzyfikace**. Existuje celá řada metod defuzzyfikace, které vycházejí z empirického ověření až po heuristické přístupy.



Metoda těžiště

Výslednou hodnotu akční veličiny určíme jako souřadnici těžiště plochy vzniklé sjednocením dílčích ploch, které jsou určeny ohrazením funkcí výstupních termů s nenulovými hodnotami funkce příslušnosti, viz obr.13.



Obr.13. Center of Gravity

Takagi-Sugeno fuzzy modely

- Na rozdíl od Mamdaniho fuzzy modelů se zde nepoužívá jako konsekvant fuzzy výrok, ale analytický výraz. Ten lze také chápat, jako lokální model, který vyjadřuje chování systému v určité oblasti.
- Pravidla pak mají tvar

IF <fuzzy výrok> **THEN** <ostrá funkce>

- typický Sugenovský výrok pak může vypadat

IF x_1 is big **AND** x_2 is small **THEN** $y = ax_1 + bx_2 + c$

Výstupní hodnota y je pak dána váženým průměrem příspěvků z jednotlivých lokálních modelů. Tvar T-S modelu po defuzzyfikaci je možné vyjádřit následujícím vztahem:

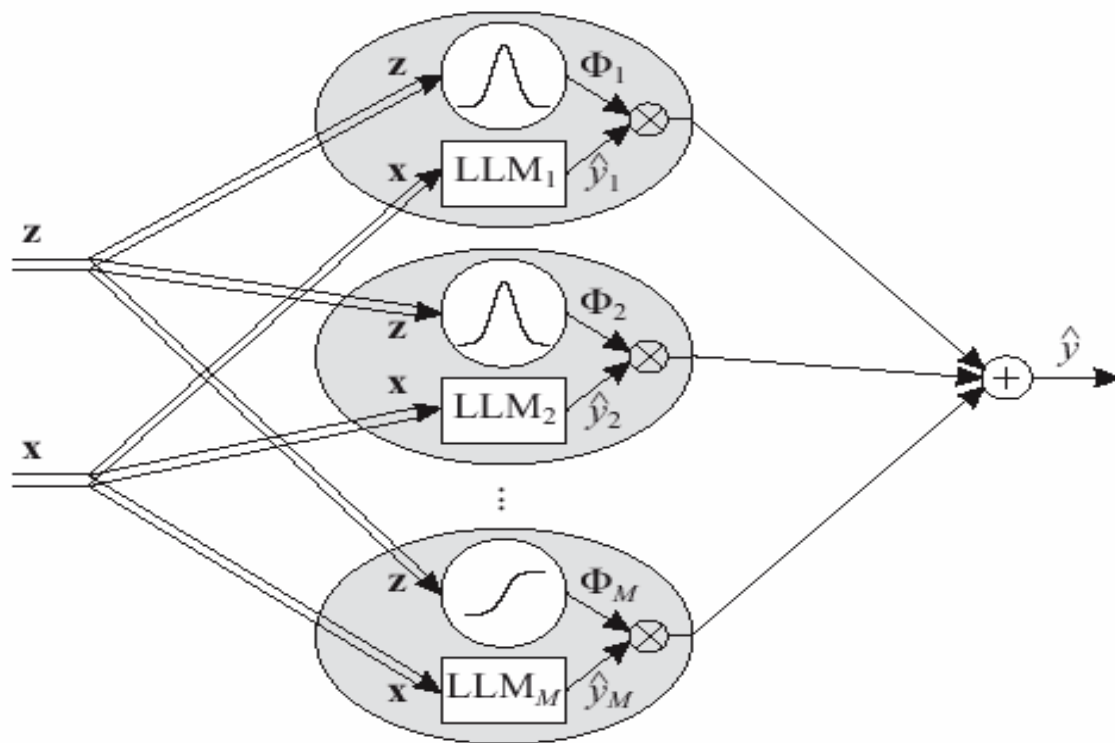
$$y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(t)(a_i x_1(t) + b_i x_2(t) + c_i)$$

Váhové funkce jednotlivých modelů $h_i(t)$ získáme normalizací funkcí příslušnosti μ_i :

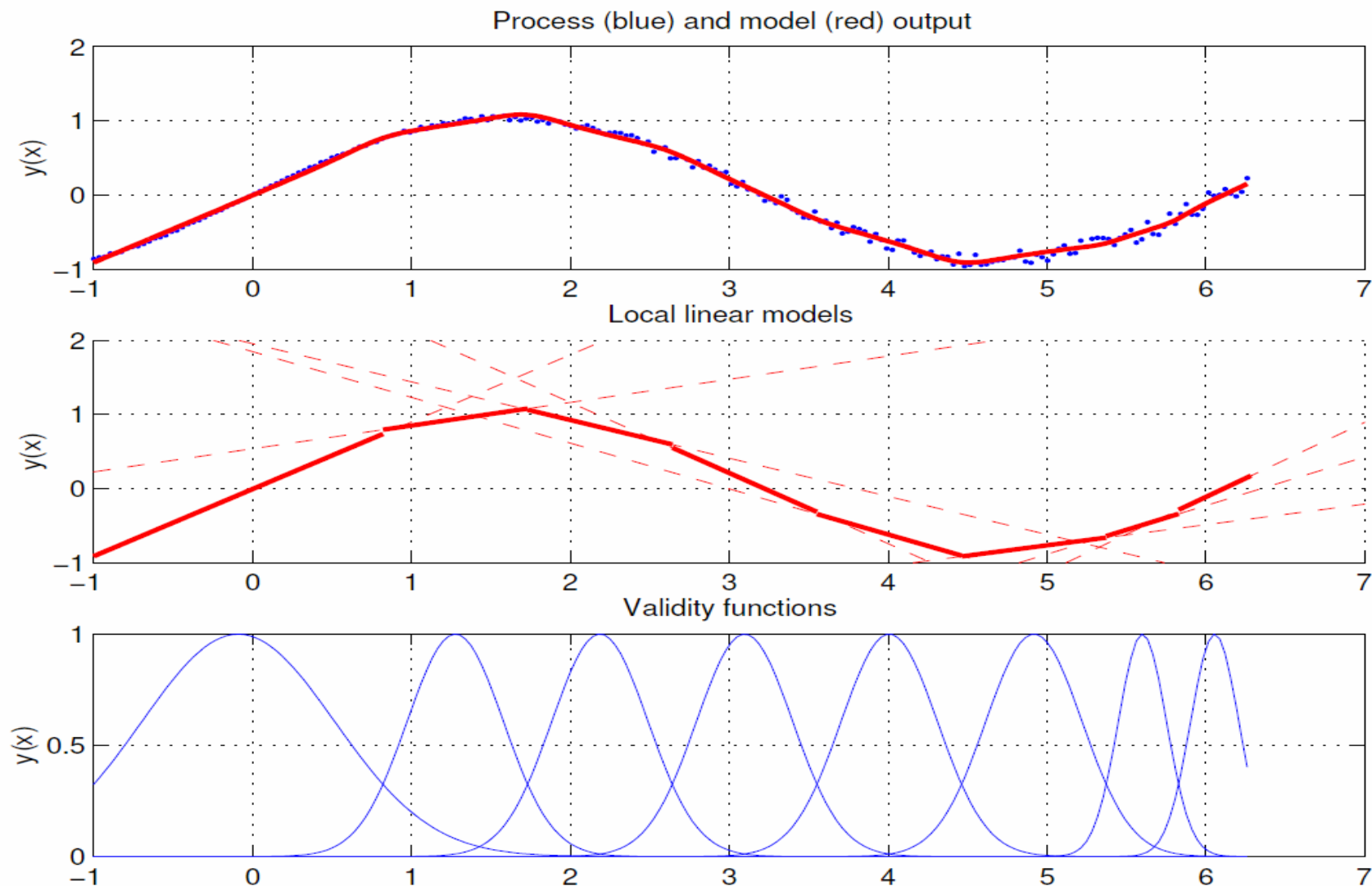
$$h_i(t) = \frac{\mu_i(t)}{\sum_{i=1}^q \mu_i(t)}$$

Potom $h_i(t)$ vyjadřuje míru použití i -tého lokálního modelu a vždy platí, že $\sum_{i=1}^r h_i(\mathbf{z}(t)) = 1$.

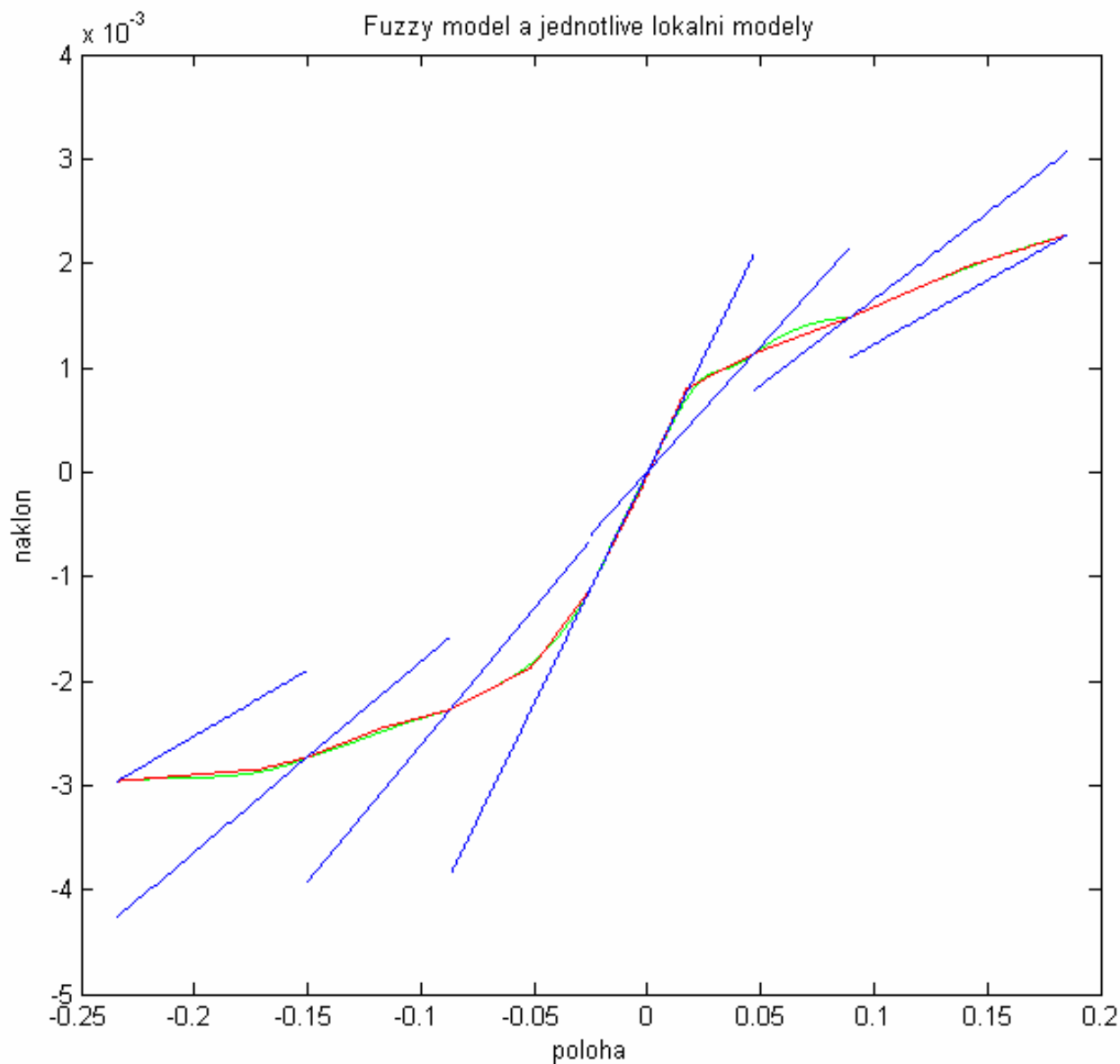
Ilustrační schéma T-S modelu



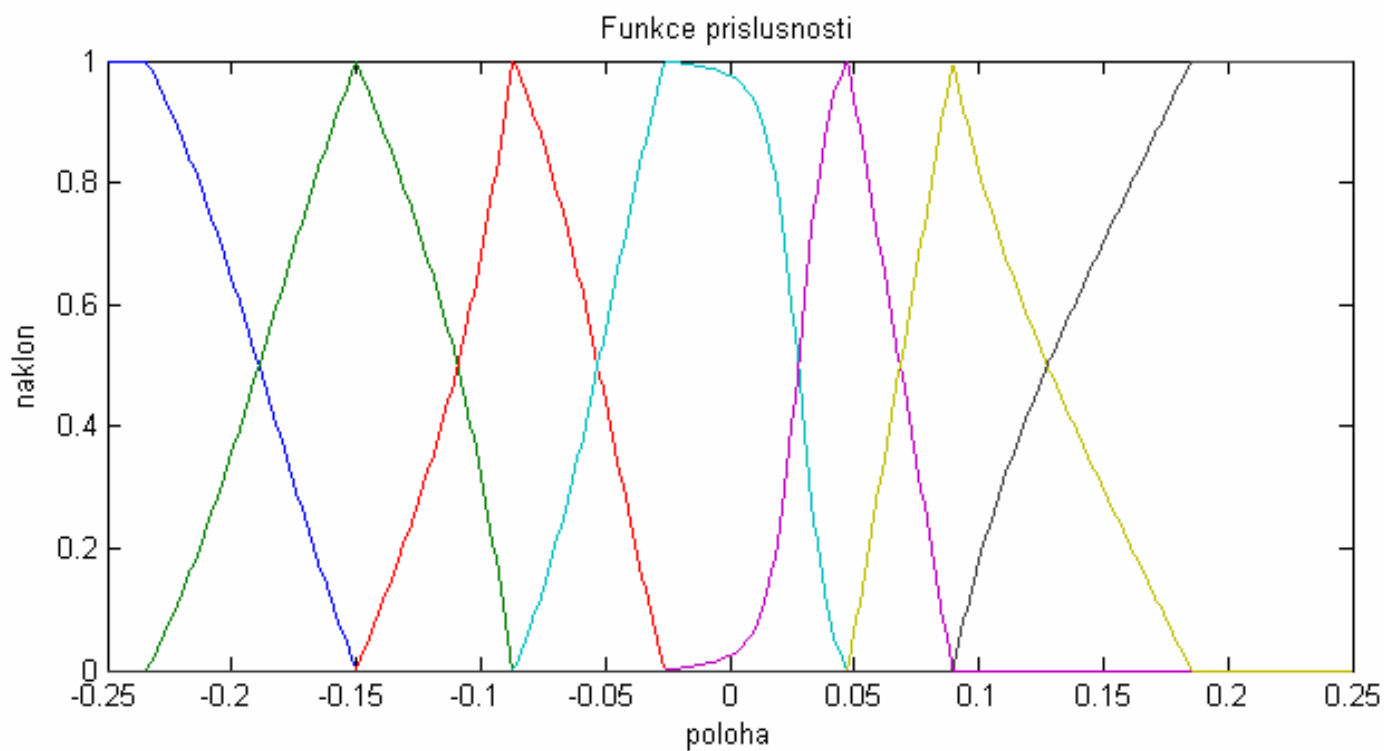
Aproximace nelineární funkce



Aproximace nelineární funkce



Aproximace nelineární funkce



Porovnání Takagi-Sugeno a Mamdaniho modelů

Výhody Takagi-Sugeno modelů

- Jsou výpočetně efektivnější a matematicky snadno uchopitelné
- Umožňují použití lineárních přístupů, jako například PID nebo stavovou regulaci
- U lineárních systémů je možná analýza stability
- Existují velmi efektivní metody návrhu regulátorů pro soustavy popsané T-S modely
- Jsou vhodné pro použití s adaptivními a optimalizačními technikami
- Mají výrazně nižší počet pravidel oproti Mamdaniho modelům

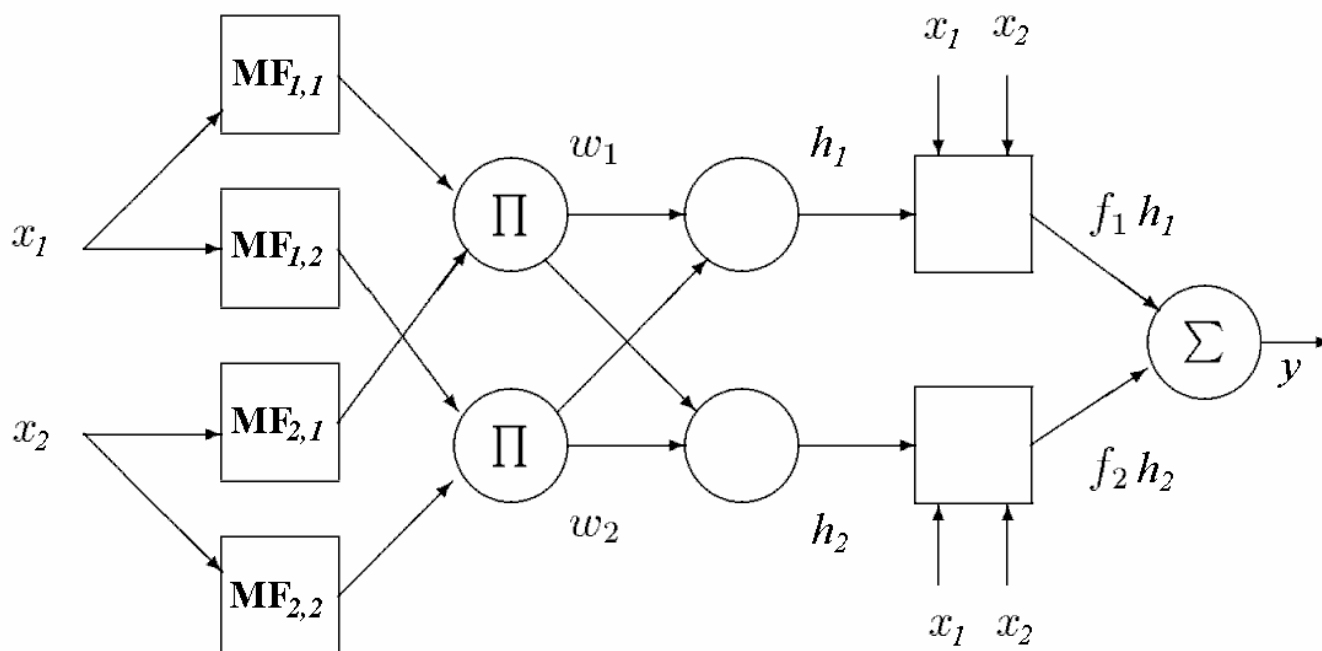
Výhody Mamdaniho modelů

- Jsou intuitivní
- Umožňují snadno zpracovávat kvalitativní informace od obsluhy

Neuro-fuzzy modely

- Neuronové sítě jsou ideálním nástrojem pro realizaci fuzzy systémů.
- Mají schopnost učení a lze je využít pro nastavení parametrů fuzzy modelu.
- Neuronová síť ekvivalentní T-S fuzzy modelu má 5 vrstev:

vstupy vrstva1 vrstva2 vrstva3 vrstva4 vrstva5



Konstrukce fuzzy modelů

- na základě kvalitativních znalostí systému (vhodné především pro Mamdaniho modely)
- podle matematického modelu (ideálním prostředkem jsou T-S modely)
- ze změřených dat (nejlépe pomocí neuro-fuzzy metod)

Fuzzy clustering

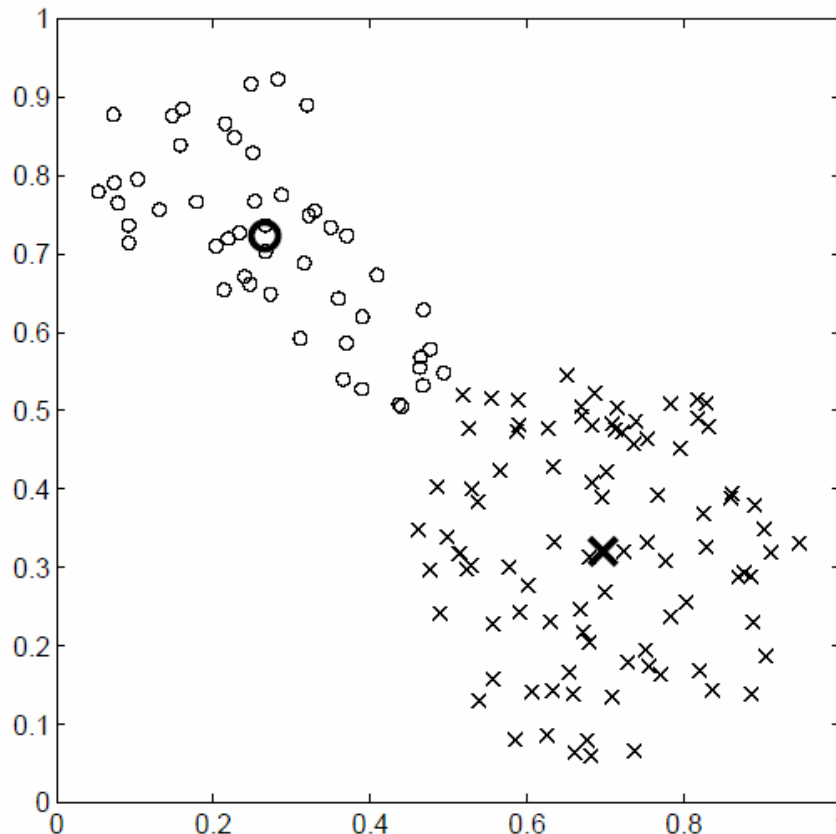
= rozdělení trénovacích dvojic do skupin (clusterů) podle blízkosti

1. Fuzzy C-means clustering

- najde středy zadaného počtu clustrů
- minimalizuje chybu danou vzdáleností od středů

2. Subtractive clustering

- najde nejvyšší hustotu
- smaže body přidružené do clustru
- postup opakuje
- možnost dalších parametrů





Fuzzy Logic Toolbox Matlabu

- Obsahuje nástroje pro testování i vytváření fuzzy systémů typu Mamdani i Takagi-Sugeno.
- Přehledné prostředí GUI pro práci s modely
- Umožňuje vkládání fuzzy modelů do Simulinkových schémat.
- Funkce pro přehledné zobrazení všech vlastností fuzzy modelu.
- Adaptivní Neuro-Fuzzy Inference System (ANFIS) pro trénování a zpřesňování fuzzy modelu.



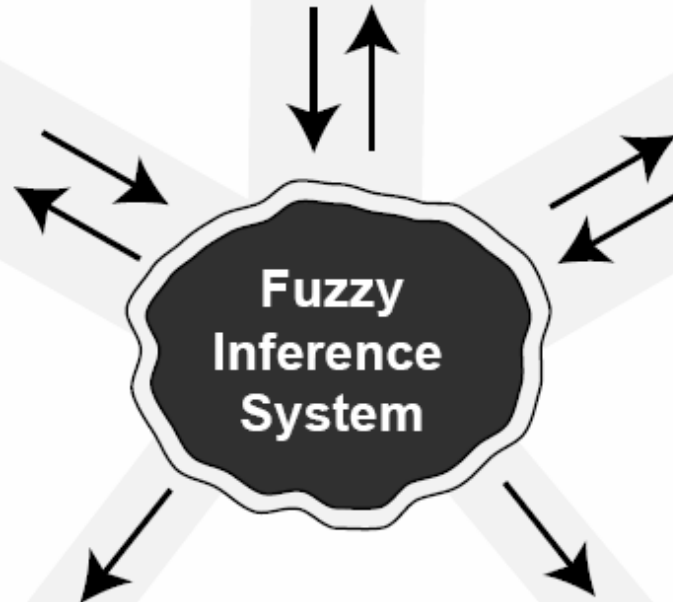
FIS Editor



Membership Function Editor



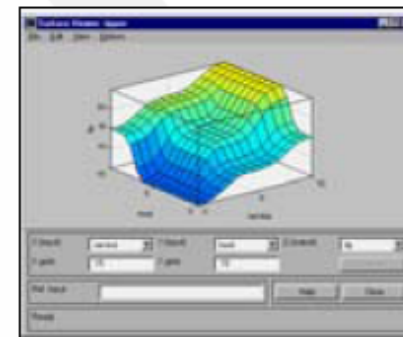
Rule Editor



Read-only tools



Rule Viewer



Surface Viewer