Identifikace nelineárních dynamických systémů

doc. Ing. Petr Blaha, PhD.

Komplexní inovace studijních programů a zvyšování kvality výuky na FEKT VUT v Brně
OP VK CZ.1.07/2.2.00/28.0193

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Polynomiální přístupy

Motivace

Často se v praxi používají polynomiální modely, ikdyž trpí známými necnostmi

- již pro nízký stupeň polynomu a řád systému vedou na velký počet neznámých koeficientů
- polynomy mají při interpolaci a extrapolaci tendenci vykazovat kmitavé chování (při vyšších stupních polynomů)
- následující popis se bude týkat SISO systémů, zobecnění na MIMO není složité, ale vede na další výrazné zvýšení počtu neznámých parametrů
- při extrapolaci odchází zesílení do nekonečna, proto se vždy stávají nestabilními, na což se vždy musí dát pozor

Modely s vazbou z výstupu (NARX, NOE, NARMAX, ...)

$$y(k) = f(u(k-1), \cdots, u(k-m), y(k-1), \cdots, y(k-m))$$

Pro model druhého řádu ($m = 2$) a polynom stupně $l = 2$ lze psát

$$\begin{aligned} y(k) &= \theta_1 + \theta_2 u(k-1) + \theta_3 u(k-2) + \theta_4 y(k-1) + \\ &+ \theta_5 y(k-2) + \theta_6 u^2(k-1) + \theta_7 u^2(k-2) + \theta_8 y^2(k-1) + \\ &+ \theta_9 y^2(k-2) + \theta_{10} u(k-1)u(k-2) + \theta_{11} u(k-1)y(k-1) + \\ &+ \theta_{12} u(k-1)y(k-2) + \theta_{13} u(k-2)y(k-1) + \theta_{14} u(k-2)y(k-2) + \\ &+ \theta_{15} y(k-1)y(k-2) \end{aligned}$$

Již pro malé m a l získáváme velké množství neznámých koeficientů.

Nelineární modely bez zpětných vazeb (NFIR)

$$y(k) = f(u(k-1), \cdots, u(k-m))$$

Pro model druhého řádu $(m = 2)$ a polynom stupně $l = 2$ lze psát

$$\begin{aligned} y(k) &= \theta_1 + \theta_2 u(k-1) + \theta_3 u(k-2) + \\ &+ \theta_6 u^2(k-1) + \theta_7 u^2(k-2) + \\ &+ \theta_{10} u(k-1) u(k-2) \end{aligned}$$

V tomto tvaru s tímto modelem nepopíšeme žádný reálný systém. Podobně jako u FIR systému potřebujeme vyšší řád, což vede na velký počet neznámých koeficientů.

Modely postavené na parametrických Volterrových řadách

Zpětnovazební koeficienty jsou brány jako lineární, přímovazební jsou nelineární.

$$y(k) = f(u(k-1), \cdots, u(k-m)) - a_1 y(k-1) - \cdots - a_m y(k-m))$$

Pro model druhého řádu ($m = 2$) a polynom stupně $l = 2$ lze psát

$$\begin{aligned} y(k) &= \theta_1 + \theta_2 u(k-1) + \theta_3 u(k-2) + \\ &+ \theta_4 y(k-1) + \theta_5 y(k-2) + \theta_6 u^2(k-1) + \\ &+ \theta_7 u^2(k-2) + \theta_{10} u(k-1) u(k-2) \end{aligned}$$

Je snížen počet regresorů. Snadno lze určit stabilita. Je omezena obecnost, nefunguje pro systémy s nelinearitami ve zpětných vazbách.

Modely se strukturou nelineárních diferenciálních rovnic

Jedná se o jakýsi protějšek modelů s parametrickými Volterrovými řadami, protože lineárně zde figurují vstupy a nelineárně výstupy

$$y(k) = b_1u(k-1)+\cdots+b_mu(k-m))+f(y(k-1),\cdots,y(k-m))$$

Pro model druhého řádu ($m = 2$) a polynom stupně $l = 2$ lze psát

$$\begin{aligned} y(k) &= \theta_1 + \theta_2u(k-1) + \theta_3u(k-2) + \\ &+ \theta_4y(k-1) + \theta_5y(k-2) + \theta_8y^2(k-1) + \\ &+ \theta_9y^2(k-2) + \theta_{15}y(k-1)y(k-2) \end{aligned}$$

Platí pro ně omezení opačná k těm co u parametrických Volterrových řad. Nevýhody spojené s nelineárními vazbami od výstupu zůstávají. Měly by se proto používat pouze tam, kde se shodují s vnitřní strukturou modelovaného systému.

evropský sociální fond v ČR
EVROPSKÁ UNIE
MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ, MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY
OP Vzdělávání pro konkurenceschopnost
INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Hammersteinovy modely

Pravděpodobně nejznámější a nejčastěji používaný model pro modelování nelineárních dynamických systémů. Předpokládá rozdělení systému na nelineární statickou část následovanou lineární dynamickou částí. Lze jej popsat rovnicemi

$$
\begin{aligned}
x(k) &= g(u(k)) \\
y(k) &= b_1 x(k-1) + \cdots + b_m x(k-m) - \\
&- a_1 y(k-1) - \cdots - a_m y(k-m)
\end{aligned}
$$

Z důvodu jednoznačnosti řešení se většinou zavádí jednotkové statické zesílení lineární dynamické části.

$$
\frac{\sum_{i=1}^{m} b_i}{1 + \sum_{i=1}^{m} a_i} = 1
$$

Hammersteinovy modely - pokračování

Vhodné pro systémy, kde je nelinearita aktuátoru dominantní a ostatní nelinearity se mohou zanedbat.
V praxi výhodné, protože se inverze statické nelinearity $g^{-1}(.)$ dá vložit do regulátoru a tím ji vlastně kompenzovat.
Stabilita je určena čistě lineární částí, není ji problém otestovat.
Omezení na strukturu systému umožňuje použití tohoto modelu pouze na omezenou třídu systémů.
V případě systému s více vstupy se ze statické nelinearity stává vícedimenzionální funkce.

V případě polynomu řádu $l = 2$ získáváme

$$x(k) = c_0 + c_1 u(k) + c_2 u^2(k)$$

Dosazením do rovnice lineárního systému druhého řádu $(m = 2)$ dostáváme

$$\begin{aligned} y(k) &= b_1 c_0 + b_1 c_1 u(k-1) + b_1 c_2 u^2(k-1) + b_2 c_0 + b_2 c_1 u(k-2) + \\ &+ b_2 c_2 u^2(k-2) - a_1 y(k-1) - a_2 y(k-2) \end{aligned}$$

Vyskytují se zde násobky koeficientů, navíc jsou zde dva členy definující absolutní člen. Proto se idnetifikace neprovádí přímo, ale pomocí zobecněného Hammersteinova modelu

$$y(k) = \theta_1 + \theta_2 u(k-1) + \theta_3 u(k-2) + \theta_4 u^2(k-1) + \theta_5 u^2(k-2) - \theta_6 y(k-1) - \theta_7 y(k-2)$$

nebo‹ tyto parametry mohou být určeny lineární optimalizací.

Wienerovy modely

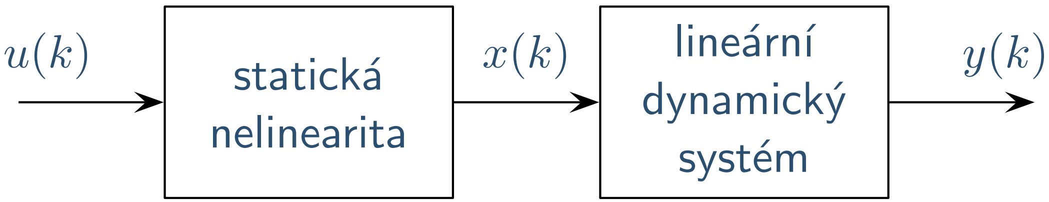
Wienerovy modely jsou převrácenou verzí Hammersteinovým modelům, kdy je lineární dynamický systém následován nelineární statickou funkcí. Je jen malé množství systémů, které mají tuto strukturu.

$$\begin{aligned} x(k) &= b_1 u(k-1) + \cdots + b_m u(k-m) - \\ &- a_1 x(k-1) + \cdots + a_m x(k-m) \\ y(k) &= g(x(k)) \end{aligned}$$

Pokusíme-li se provést odstranění proměnné x, uspějeme pouze v případě, kdy je nelineární statická funkce $g(.)$ invertovatelná. Většinou proto vede na použití nelineárních optimalizačních technik.

Bloková schémata Hammersteinova a Wienerova modelu

Hammersteinův model



Wienerův model