

Praktické poznámky k identifikaci

doc. Ing. Petr Blaha, PhD.

Komplexní inovace studijních programů a zvyšování kvality výuky na FEKT VUT v Brně
OP VK CZ.1.07/2.2.00/28.0193



evropský
sociální
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE

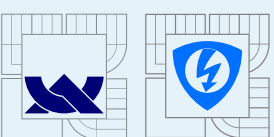


MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ



Způsob získávání vstup - výstupních dat

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

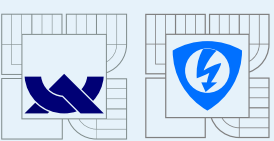
Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Pro zajištění správného odhadu statického zesílení systému je třeba, aby doba trvání nejdelšího pulsu PRBS bylo delší než doba náběhu systému.

Identifikace v otevřené smyčce - nejjednodušší, nejčastěji používané, v/v data se nějakým způsobem přenesou do počítače (v/v karta s převodníky, použijí se převodníky v programovatelném automatu, osciloskop se sondami, ...). Identifikační experiment se provádí v okolí nějakého pracovního bodu, vychází se z ustáleného stavu.

Identifikace v uzavřené smyčce - zde je situace podstatně složitější.



Vstupní signál

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

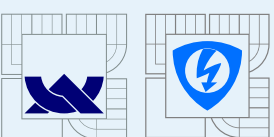
Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

- výběr vstupního signálu
 - ◆ výběr typu vstupního signálu
 - ◆ výběr amplitudy
 - technologické omezení z ekonomických případně bezpečnostních
 - linearita systému v okolí pracovního bodu
 - obecně platí, že čím větší amplituda vstupního signálu, tím lépe - poměr signál šum
- výběr vzorkovací periody - obecně by měla být nastavena na 10% doby náběhu, bývá horší příliš dlouhá perioda vzorkování, příliš krátká perioda vzorkování vede k praktickým problémům (póly jsou blízké 1, citlivé na zaokrouhlování) - řízení, porucha.

Modelování a identifikace

Praktické poznámky k identifikaci – strana 3 / 25



Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Filtrace proti
aliazingu

Filtrace proti
aliazingu -
pokračování

Předfiltrace
Odstranění
stejnoseměrné složky

Nestacionární ss

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

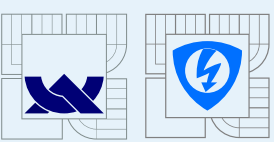
Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Filtrace

Modelování a identifikace

Praktické poznámky k identifikaci – strana 4 / 25



Filtrace proti aliazingu

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Filtrace proti
aliazingu

Filtrace proti
aliazingu -
pokračování

Předfiltrace

Odstranění
stejnosměrné složky

Nestacionární ss

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Identifikace
dopravního zpoždění

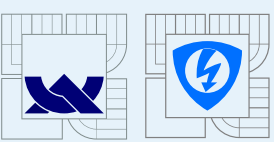
Segmentace dat

Musíme zajistit, abychom vzorkovali signál, který bude obsahovat frekvenční složky maximálně do poloviny periody vzorkování. Používá se dolnofrekvenční analogový filtr. Nerespektování této podmínky vede k výrazným chybám při identifikaci. Odhadnutý model potom neodpovídá skutečnosti.

V případě pomalých systémů s periodou vzorkování $T_{vz} > 1s$ je analogová filtrace obtížně realizovatelná, proto se provádí kombinace filtrace analogové a číslicové.

$$f_{a/d} = n f_{vz}$$

kde $f_{a/d}$ je frekvence získávání dat, f_{vz} je frekvence se kterou se provádí řízení a n je celé číslo.



Filtrace proti aliazingu - pokračování

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Filtrace proti
aliazingu

Filtrace proti
aliazingu -
pokračování

Předfiltrace
Odstranění
stejnoseměrné složky
Nestacionární ss

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Je-li n dostatečně velké ($n \geq 4$), může se použít jednoduchý filtr FIR (vážený průměr)

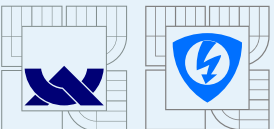
$$y_f(k) = \frac{y(k) + y(k-1) + \dots + y(k-n+1)}{n}$$

V případě převzorkování se musí dávat pozor na správnou volbu frekvence PRBS. Musí platit, že

$$f_{PRBS} = \frac{1}{p} f_{a/d}$$

Dělič kmitočtu p musí být zároveň celistvý násobek n

$$f_{vz} = \frac{1}{n} f_{a/d} = \frac{p}{n} f_{PRBS} \quad \frac{p}{n} \text{ je celé číslo}$$



Předfiltrace

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Filtrace proti
aliasingu

Filtrace proti
aliasingu -
pokračování

Předfiltrace

Odstranění
stejnoseměrné složky

Nestacionární ss

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

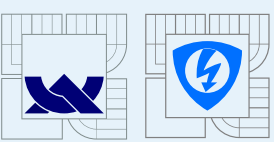
Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Předfiltrace jak vstupních tak výstupních hodnot stejným filtrem nemění vstup výstupní chování systému.

Modelování a identifikace

Praktické poznámky k identifikaci – strana 7 / 25



Odstranění stejnosměrné složky

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Filtrace proti
aliasingu

Filtrace proti
aliasingu -
pokračování

Předfiltrace

Odstranění
stejnosměrné složky

Nestacionární ss

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

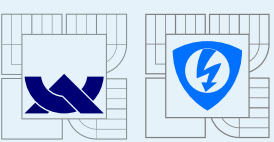
Určení řádu modelu

Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Při identifikaci se většinou snažíme používat malou amplitudu budícího signálu. Ten potom může být zanedbatelný ve srovnání s pracovním bodem, kolem kterého provádíme identifikaci.

- Odstranění stacionární stejnosměrné složky
 - ◆ vypočítá se střední hodnota v/v dat m_u a m_y
 - ◆ určí se nové hodnoty $y'(k) = y(k) - m_y$ a $u'(k) = u(k) - m_u$
- Odstranění nestacionární stejnosměrné složky



Odstranění nestacionární stejnosměrné složky

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Filtrace proti
aliasingu

Filtrace proti
aliasingu -
pokračování

Předfiltrace

Odstranění
stejnosměrné složky

Nestacionární ss

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Identifikace
dopravního zpoždění

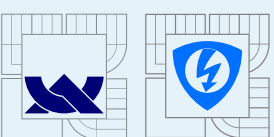
Segmentace dat

Naměřené hodnoty se nahradí jejich vyfiltrovanými ekvivalenty

$$y'(k) = \frac{y(k) - y(k-1)}{1 + f_1 q^{-1}}$$

$$u'(k) = \frac{u(k) - u(k-1)}{1 + f_1 q^{-1}}$$

kde $-0.5 \leq f_1 \leq 0$



Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

**Identifikace systémů
s integrační složkou**

Systémy s integrační
složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

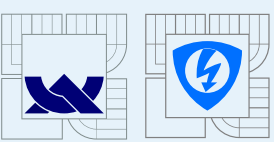
Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Identifikace systémů s integrační složkou

Modelování a identifikace

Praktické poznámky k identifikaci – strana 10 / 25



Systémy s integrační složkou

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Systémy s integrační
složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Můžeme použít známé algoritmy.

Pokud je v systému integrátor, můžeme tuto informaci použít k získání jednoduššího modelu

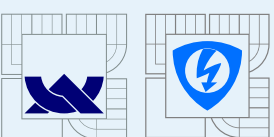
1. Vstup se nahradí svým integrálem a výstup zůstane stejný

$$u'(k) = \frac{u(k)}{1 - q^{-1}} \quad y'(k) = y(k)$$

2. Výstup se nahradí jeho derivací a vstup zůstane stejný

$$u'(k) = u(k) \quad y'(k) = y(k) - y(k - 1)$$

Těmito úpravami se o jedničku sníží řád identifikovaného modelu.



Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

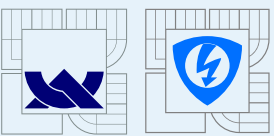
Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Nevyvážená data



Nevyvážená data

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Do vektoru pozorování se ukládají zpožděné hodnoty vstupů $u(k - i)$ a výstupů $y(k - i)$

$$\varphi^T(k) = (-y(k) \quad -y(k - 1) \quad \cdots \quad u(k) \quad u(k - 1))$$

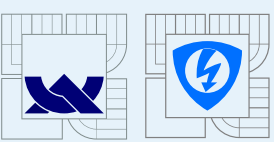
Vektory pozorování vytvářejí matici pozorování

$$\Phi^T = (\cdots \quad \varphi(k) \quad \varphi(k + 1) \quad \cdots)$$

V této matici jsou potom řádky které obsahují velká čísla a řádky obsahující malá čísla. Matice je proto nevyvážená.

V tomto případě je třeba vstupy nebo výstupy násobit či dělit nějakou konstantou tak, aby hodnoty byly ve stejném rozsahu. Následně se po identifikaci musí upravit statické zesílení získaného modelu (násobení nebo dělení získaných parametrů \hat{b}_i).

Modelování a identifikace



Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Určení řádu modelu

Pokračování

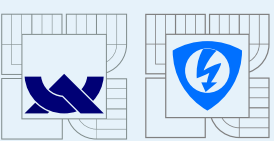
Určení hranic

$n_{a_{max}}$ a $n_{b_{max}}$

Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Určení řádu modelu



Určení řádu modelu

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Určení řádu modelu

Pokračování

Určení hranic

n_{amax} a n_{bmax}

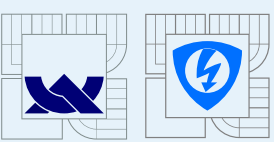
Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Při identifikaci je třeba určit počet neznámých členů polynomů $A(q^{-1})$, $B(q^{-1})$ (případně $C(q^{-1})$) a dopravního zpoždění d .

Podle typu poruchy se určuje použitý model a s tím i metoda identifikace.

Volba n_a - volí se s ohledem na typ procesu. Ve většině procesů z průmyslu postačuje volba $n_a \leq 3$. Často se jako první nástřel volí $n = 2$. U mechanických systémů závisí na počtu rezonančních kmitočtů. Pokud jsou tam třeba dva, je třeba zvolit $n_a = 4$ (dvě dvojice komplexně sdružených pólů).



Pokračování

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Určení řádu modelu

Pokračování

Určení hranic

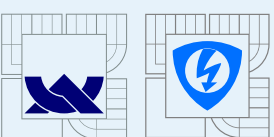
n_{amax} a n_{bmax}

Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Volba n_b a d - volí se s ohledem na n_a a na dopravní zpoždění. Pokud o dopravním zpoždění nic nevíme, volí se $d = 0$. Pokud známe jeho minimální hodnotu d_{min} , volí se $d = d_{min}$. Pokud jsme tuto hodnotu zvolili příliš malou, projeví se to na prvních koeficientech polynomu $B(q^{-1})$. n_b se proto na začátku volí delší, aby zde bylo dopravní zpoždění vidět.

Volba n_c - volí se obecně $n_c = n_a$



Určení hranic $n_{a_{max}}$ a $n_{b_{max}}$

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Určení řádu modelu

Pokračování

Určení hranic
 $n_{a_{max}}$ a $n_{b_{max}}$

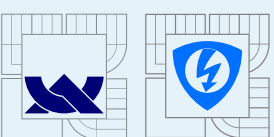
Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Cílem identifikace je získat co možná nejjednodušší model, který dává dobré výsledky. Pro určení kvality regulace se dá použít korelace chyby predikce

$$R(0) = E\{\varepsilon^2(k)\} = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon^2(k)$$

Pokud si zobrazíme závislost na $n_a + n_b$ dostaneme křivku, která zpočátku rychle klesá, ale od jisté hodnoty klesá velmi pozvolně (teoreticky se nemění) - správná volba $n_a + n_b$. Pro praktické použití se používá následující algoritmus n_a a n_b odpovídají $R(0)$. Pokud zvýšíme n_a na $n'_a = n_a + 1$ a ponecháme n_b , spočítáme $R'(0)$. Pokud $R'(0) \geq 0.8R(0)$ není třeba dále zvyšovat řád (stejně s $n'_b = n_b + 1$)



Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Identifikace
dopravního zpoždění

Identifikace
dopravního zpoždění

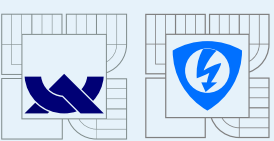
Identifikace
dopravního zpoždění
- pokr

Segmentace dat

Identifikace dopravního zpoždění

Modelování a identifikace

Praktické poznámky k identifikaci – strana 18 / 25



Identifikace dopravního zpoždění

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Identifikace
dopravního zpoždění

Identifikace
dopravního zpoždění

Identifikace
dopravního zpoždění
- pokr

Segmentace dat

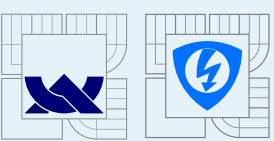
První algoritmus

Rekurzivní metodou nejmenších čtverců určíme číselný polynom

$$\hat{B}(q^{-1}) = \hat{b}_1 q^{-1} + \hat{b}_2 q^{-2} + \hat{b}_3 q^{-3} + \dots$$

Pokud vyjde $|\hat{b}_1| < 0.15|\hat{b}_2|$, uvažujeme $\hat{b}_1 = 0$ a zvýšíme hodnotu dopravního zpoždění $d = d_{in} + 1$.

Pokud vyjde $|\hat{b}_1| < 0.15|\hat{b}_{d_i+1}|$ ($i = 1, 2, \dots, d_i$), zvýšíme hodnotu dopravního zpoždění o $d = d_{in} + d_i$. Po těchto modifikacích se provede nový identifikační experiment.



Identifikace dopravního zpoždění - pokr

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Identifikace
dopravního zpoždění

Identifikace
dopravního zpoždění

Identifikace
dopravního zpoždění
- pokr

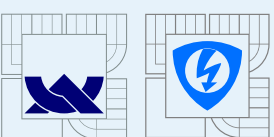
Segmentace dat

Druhý algoritmus

Identifikuje se impulsní charakteristika (model FIR) použitím rekurzivní metody nejmenších čtverců, kdy se n_b volí velké (20,...) a $n_a = 0$ a $d = 0$

$$|\hat{b}_i| < 0.15|\hat{b}_{d+1}| \quad i = 1, 2, \dots, d$$

S tímto počátečním odhadem zpoždění se znovu provede identifikace, tentokrát s modelem, který obsahuje také póly.



Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Výběr segmentů dat

Zpracování dat z
více segmentů

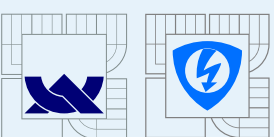
Odhad v každém
segmentu

Periodická data

Segmentace dat

Modelování a identifikace

Praktické poznámky k identifikaci – strana 21 / 25



Výběr segmentů dat

Způsob získávání vstup - výstupních dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Identifikace dopravního zpoždění

Segmentace dat

Výběr segmentů dat

Zpracování dat z více segmentů

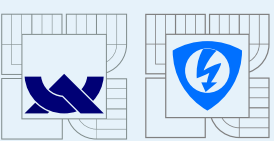
Odhad v každém segmentu

Periodická data

Naměřená data nemusí tvořit jeden celek

- výpadek měřicího systému
- mohou se vyskytovat poruchy, které nejsou reprezentativní
- některé poruchy mohou způsobit vychýlení od pracovního bodu, kde je systém nelineární
- v procesu se neděje nic, co by přinášelo užitečnou informaci
- naměřená data pochází z několika nezávislých experimentů

V těchto případech je třeba provést segmentaci dat.



Zpracování dat z více segmentů

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Výběr segmentů dat

Zpracování dat z
více segmentů

Odhad v každém
segmentu

Periodická data

Není možné jednoduše sloučit data z více segmentů - počáteční podmínky.

Postup:

Pro i -tý segment se provede odhad $\hat{\theta}^{(i)}$, čímž získáme také kovarianční matici $P^{(i)}$. Dále se předpokládá, že jsou jednotlivé experimenty nezávislé. Optimální odhad z S segmentů je dán vzorcem

$$\hat{\theta} = P \sum_{i=1}^S [P^{(i)}]^{-1} \hat{\theta}^{(i)} \quad \text{kde } P = \left[\sum_{i=1}^S [P^{(i)}]^{-1} \right]^{-1} \quad (1)$$

Pro zajištění správných počátečních podmínek vycházíme v každém segmentu od $m = \max(n_a, n_b)$. Vynecháváme ty vektory $\varphi(k)$, které nejsou zcela známy.

Odhad v každém segmentu

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Výběr segmentů dat

Zpracování dat z
více segmentů

**Odhad v každém
segmentu**

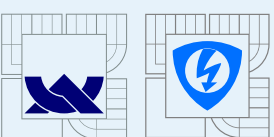
Periodická data

$$\hat{\theta}^{(i)} = \left[\sum_{k=m}^{N^{(i)}} \varphi(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \sum_{k=m}^{N^{(i)}} \varphi(k) y(k) \quad (2)$$

$$P^{(i)} = \hat{\sigma}^{(i)} \left[\sum_{k=m}^{N^{(i)}} \varphi(k) \varphi^T(k) \right]^{-1} \quad (3)$$

$$\hat{\sigma}^{(i)} = \frac{1}{N^{(i)} - m} \sum_{k=m}^{N^{(i)}} \left(y(k) - \varphi^T(k) \hat{\theta}^{(i)} \right)^2 \quad (4)$$

Ve většině případů vychází rozptyl σ nezávislý na $^{(i)}$.



Periodická data

Způsob získávání
vstup - výstupních
dat

Vstupní signál

Filtrace

Identifikace systémů
s integrační složkou

Nevyvážená data

Určení řádu modelu

Identifikace
dopravního zpoždění

Segmentace dat

Výběr segmentů dat

Zpracování dat z
více segmentů

Odhad v každém
segmentu

Periodická data

V případě periodického vstupního signálu je výhodné provést zprůměrování výstupních hodnot přes několik period a následný odhad provádět pouze z jedné periody vstup výstupních dat.

Modelování a identifikace

Praktické poznámky k identifikaci – strana 25 / 25