5. Vstupní signály pro identifikace a metoda nejmenších čtverců

1. Vstupní signály pro identifikace

Bílý šum

Spektrálně velmi bohatý signál, výhodný pro použití s metodou nejmenších čtverců. Obtížně realizovatelný. V případě připojení do technologie mohou nastat problémy s opotřebením akčního členu. Hojně používán např. v audiotechnice - "vyšumění" sálů, kin ap. Teoreticky lze za pomocí tohoto signálu identifikovat soustavu i bez jeho apriorní znalosti (známe pouze velikost a rozptyl, šum generuje sám systém).

Pseudonáhodná sekvence – PRBS

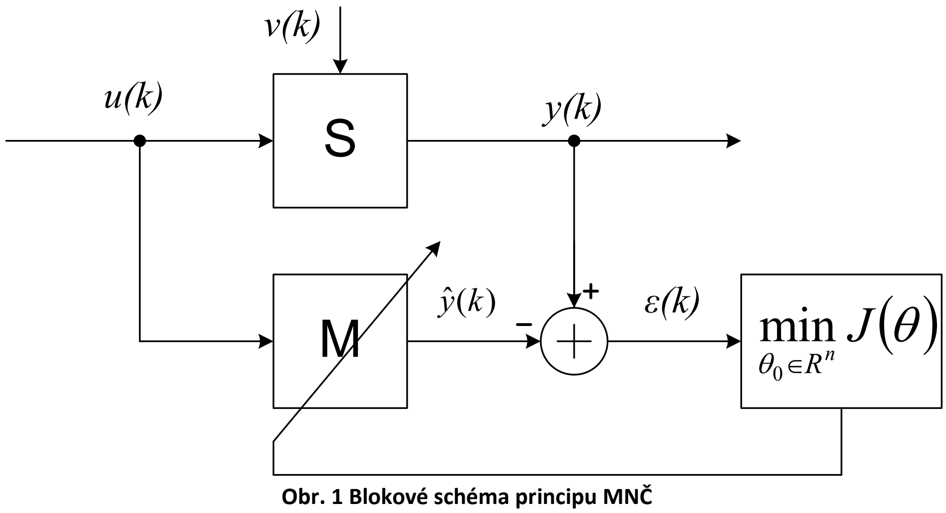
$$\mathrm{y}(k) = \left(\sum_{i=1}^{N} a_i y(k-i) \right) mod2$$

Vynikající signál s extrémně bohatým spektrem blížící se k bílému šumu. Hodnoty jsou v rozsahu 0/1, a změny z jednoho stavu do opačného přicházejí v náhodných časech. Zkratka PRBS vychází z názvu „Pseudo Random Binary Sequence“. Tato sekvence signálů se vytváří za pomocí LFSR registru „Linear Feedback Shift Register“.

2. Metoda nejmenších čtverců

Tato metoda vychází z použití matematické metody s názvem lineární regrese. Tato metoda se snaží o jednoduchou aproximaci parametrů modelu za použití předložených zdrojových dat.

Z matematického hlediska je možné říci, že daná metoda minimalizuje velikost odchylky mezi výstupem soustavy $y(k)$ a výstupem modelu $\hat{y}(k)$. To je názorně vidět na blokovém schématu zobrazeném na obrázku níže. Pro správnou aplikaci této metody je nutné pochopit, jakým způsobem pracuje.



Obr. 1 Blokové schéma principu MNČ

Modelem v pojetí identifikace pomocí MNČ budeme rozumět rovnici, která za pomocí znalosti o zpožděných hodnotách vstupů a výstupů, a za pomocí **parametrů** příslušejících jedné konkrétní realizaci modelu dá výstupní hodnotu na výstupu dané soustavy.

$$\hat{y}(k) = \sum_{i=0}^{M} b_i u(k-i) - \sum_{j=0}^{N} a_j y(k-j)$$

Pro aplikaci metody nejmenších čtverců je vhodné volit jako model rovnici, zadanou ve tvaru:

$$\hat{y}(k) = [b_0 \quad b_1 \quad \cdots \quad b_M] \cdot \begin{bmatrix} u(k) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-M) \end{bmatrix} - [a_1 \quad a_2 \quad \cdots \quad a_N] \cdot \begin{bmatrix} y(k-1) \\ y(k-2) \\ \vdots \\ y(k-N) \end{bmatrix}$$

Pokud provedeme formální přepis předchozí rovnice za pomocí maticového násobení vektorů, dojdeme k rovnici:

$$\theta = \begin{bmatrix} b_0 \\ \vdots \\ b_M \\ a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} \qquad \varphi(k) = \begin{bmatrix} u(k) \\ \vdots \\ u(k-M) \\ -y(k-1) \\ \vdots \\ -y(k-N) \end{bmatrix} \qquad \phi = \begin{bmatrix} \varphi(k)^T \\ \vdots \\ \varphi(P)^T \end{bmatrix} \qquad Y = \begin{bmatrix} y(k) \\ \vdots \\ y(P) \end{bmatrix}$$

$$\hat{y}(k) = \varphi(k)^T \theta \qquad\qquad Y = \phi\theta$$

(levá část je pouhý přepis předchozí rovnice, a pravá část je její maticový zápis)

Z tohoto maticového zápisu lze již jednoduše odvodit vlastní výpočet metody nejmenších čtverců (podrobnosti viz skripta a přednášky).

$$\phi^T Y = (\phi^T \phi)\theta$$
$$\theta = (\phi^T \phi)^{-1} \phi^T Y$$

Úkol č. 1:

Vygenerujte signál PRBS na tabuli. Signál bude mít po konverzi hodnoty -1 a +1, ověřte, zdali se jedná o posloupnost maximální délky. Spočítejte střední hodnotu takovéhoto signálu. Spočítejte rozptyl tohoto signálu.

Úkol č. 2:

Identifikujte soustavu pomocí metody nejmenších čtverců. Výstupní data získejte z přiloženého souboru. Zvolte vstupní signál dostatečného stupně perzistentního buzení (např. u = sin(2*pi*0.1*t)+sin(2*pi+0.3*t)+sin(2*pi+0.01*t);).