

UE COM

Learning Deep CNN Denoiser Prior for Image Restoration

Adrien Zabban

8 janvier 2024

Le Probleme inverse

But

On a une image observée dégradée y et l'on veut retrouver l'image d'origine x . On sait que cette image a été dégradée de la façon suivante :

$$y = Hx + v$$

où H est la matrice de dégradation que l'on connaît, et v est un bruit gaussien d'écart-type σ inconnue.

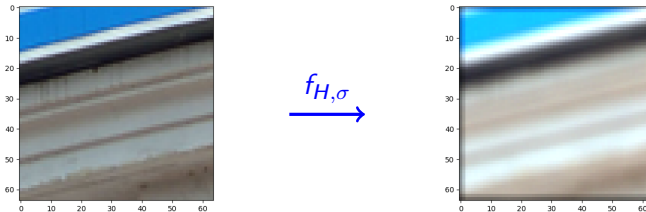


Figure: image d'origine x (à gauche) et l'image dégradée y (à droite).

Maximiser la log likelihood

$$\begin{aligned}\max_x \log(p(x|y)) &= \max_x \log(p(x, y)) \quad \text{car } p(x|y) = p(x, y) \times p(y) \\ &= \max_x \log(p(y|x)) + \log(p(x)) \\ &\quad \text{or } (y|x) = (v + Hx|x) \sim \mathcal{N}(Hx, \sigma^2) \\ &= \max_x -\frac{\|y - Hx\|^2}{2\sigma^2} + \log(p(x)) \\ &= \min_x \frac{1}{2}\|y - Hx\|^2 + \lambda\Phi(x) \quad \text{avec } \Phi = -\frac{\log \circ p}{\lambda}\end{aligned}$$

Maximiser la log likelihood

$$\begin{aligned}\max_x \log(p(x|y)) &= \max_x \log(p(x, y)) \quad \text{car } p(x|y) = p(x, y) \times p(y) \\ &= \max_x \log(p(y|x)) + \log(p(x)) \\ &\quad \text{or } (y|x) = (v + Hx|x) \sim \mathcal{N}(Hx, \sigma^2) \\ &= \max_x -\frac{\|y - Hx\|^2}{2\sigma^2} + \log(p(x)) \\ &= \min_x \frac{1}{2}\|y - Hx\|^2 + \lambda\Phi(x) \quad \text{avec } \Phi = -\frac{\log \circ p}{\lambda}\end{aligned}$$

But

On veut donc trouver \hat{x} tel que: $\hat{x} = \arg \min_x \frac{1}{2}\|y - Hx\|^2 + \lambda\Phi(x)$

Une première méthode: ISTA

On veut minimizer: $F(x) = f(x) + g(x)$ avec $f = \frac{1}{2}\|y - H\|^2$ et $g = \lambda\Phi$

On prend L la constante de Lipschitz de f .

On pose

$$p_L(y) = \arg \max_x \left\{ g(x) + \frac{L}{2} \left\| x - \left(y - \frac{1}{L} \nabla f(y) \right) \right\|^2 \right\}$$

Une deuxième méthode: Half Quadratic Splitting (HQS)

Idée

Diviser la variable x pour découpler le terme de fidélité et le terme de régularisation.

Une deuxième méthode: Half Quadratic Splitting (HQS)

Idée

Diviser la variable x pour découpler le terme de fidélité et le terme de régularisation.

On a l'équivalence entre:

$$\min_x \frac{1}{2} \|y - Hx\|^2 + \lambda \Phi(x)$$

$$\Leftrightarrow \min_{x,z} \frac{1}{2} \|y - Hx\|^2 + \lambda \Phi(z) \quad \text{tel que} \quad z = x$$

En rajoutant un parametre μ :

$$\Leftrightarrow \min_{x,z,\mu} \frac{1}{2} \|y - Hx\|^2 + \lambda \Phi(z) + \frac{\mu}{2} \|z - x\|^2$$

On appelle $\mathcal{L}_\mu(x, z)$, le terme que l'on doit minimizer.

Une deuxième méthode: Half Quadratic Splitting (HQS)

Comme $\mathcal{L}_\mu(x, z)$ est décroissante (pour les variable x et z), on a:

$$\min_{x,z} \mathcal{L}_\mu(x, z) = \lim_{k \rightarrow \infty} \min_z \min_x \min_z \dots \min_x \mathcal{L}_\mu(x, z)$$

On peut alors trouver le minimum sur x et z en itérant :

$$\begin{cases} x_{k+1} = \arg \min_x \|y - Hx\|^2 + \mu \|z_k - x\|^2 \\ z_{k+1} = \arg \min_z \frac{\mu}{2} \|z - x_{k+1}\|^2 + \lambda \Phi(z) \end{cases}$$

Les systèmes de plug and play

en quoi ça consiste

le model

train et inférence

résultats

- **acticle:** Kai Zhang, Wangmeng Zuo, Shuhang Gu and Lei Zhang, *Learning Deep CNN Denoiser Prior for Image Restoration*. <http://arxiv.org/abs/1704.03264>
- **FISTA:** Amir Beck and Marc Teboulle, *A Fast Iterative Shrinkage-Thresholding Algorithm for Linear Inverse Problems*. <https://www.ceremade.dauphine.fr/~carlier/FISTA>
- **Lien de mon implémentation:** <https://github.com/Highdrien/CNN-Denoiser-Prior>