UE COM

Learning Deep CNN Denoiser Prior for Image Restoration

Adrien Zabban

8 janvier 2024

Le Probleme inverse

But

On a une image observée dégradée y et l'on veut retrouver l'image d'origine x. On sait que cette image a été dégradée de la façon suivante :

$$y = Hx + v$$

où H est la matrice de dégradation que l'on connait, et v est un bruit gaussien d'écart-type σ inconnue.

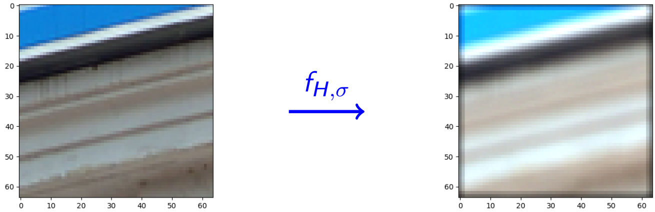

Figure: image d'orignine x (à gauche) et l'image dégradée y (à droite).

Maximiser la log likelihood

$$
\begin{aligned}
\max_x \log(p(x|y)) &= \max_x \log(p(x,y)) \quad \text{car } p(x|y) = p(x,y) \times p(y) \\
&= \max_x \log(p(y|x)) + \log(p(x)) \\
&\quad \text{or } (y|x) = (v + Hx|x) \sim \mathcal{N}(Hx, \sigma^2) \\
&= \max_x -\frac{\|y - Hx\|^2}{2\sigma^2} + \log(p(x)) \\
&= \min_x \frac{1}{2}\|y - Hx\|^2 + \lambda\Phi(x) \quad \text{avec } \Phi = -\frac{\log \circ p}{\lambda}
\end{aligned}
$$

Maximiser la log likelihood

$$
\begin{aligned}
\max_x \log(p(x|y)) &= \max_x \log(p(x,y)) \quad \text{car } p(x|y) = p(x,y) \times p(y) \\
&= \max_x \log(p(y|x)) + \log(p(x)) \\
&\quad \text{or } (y|x) = (v + Hx|x) \sim \mathcal{N}(Hx, \sigma^2) \\
&= \max_x -\frac{\|y - Hx\|^2}{2\sigma^2} + \log(p(x)) \\
&= \min_x \frac{1}{2}\|y - Hx\|^2 + \lambda\Phi(x) \quad \text{avec } \Phi = -\frac{\log \circ p}{\lambda}
\end{aligned}
$$

But

On veut donc trouver $\hat{x}$ tel que: $\hat{x} = \arg\min_x \frac{1}{2}\|y - Hx\|^2 + \lambda\Phi(x)$

Une première méthode: ISTA

raconter ISTA

Une deuxième méthode: Half Quadratic Splitting (HQS)

Idée

Diviser la variable x pour découpler le terme de fidélité et le terme de régularisation.

Une deuxième méthode: Half Quadratic Splitting (HQS)

Idée

Diviser la variable x pour découpler le terme de fidélité et le terme de régularisation.

On a l'équivalence entre:

$$\min_x \frac{1}{2}\|y - Hx\|^2 + \lambda\Phi(x)$$

$$\Leftrightarrow \min_{x,z} \frac{1}{2}\|y - Hx\|^2 + \lambda\Phi(z) \quad \text{tel que} \quad z = x$$

En rajoutant un parametre μ:

$$\Leftrightarrow \min_{x,z,\mu} \frac{1}{2}\|y - Hx\|^2 + \lambda\Phi(z) + \frac{\mu}{2}\|z - x\|^2$$

On appele $\mathcal{L}_\mu(x, z)$, le terme que l'on doit minimizer.

Une deuxième méthode: Half Quadratic Splitting (HQS)

Comme $\mathcal{L}_\mu(x,z)$ est décroissante (pour les variable x et z), on a:

$$\min_{x,z} \mathcal{L}_\mu(x,z) = \lim_{k\to\infty} \min_z \min_x \min_z \ldots \min_x \mathcal{L}_\mu(x,z)$$

On peut alors trouver le minimun sur x et z en itérant :

$$\begin{cases} x_{k+1} = \arg\min_x & \|y - Hx\|^2 + \mu\|z_k - x\|^2 \\ z_{k+1} = \arg\min_z & \frac{\mu}{2}\|z - x_{k+1}\|^2 + \lambda\Phi(z) \end{cases}$$

en quoi ça consiste

Le Denoiser

le model

Le Denoiser

train et inférance

Plug and play

résultats