微课：期望

期望

定义1

设离散型随机变量 X 的分布律为

$$P(X = x_i) = p_i, \qquad i = 1, 2, \cdots$$

当级数 $\sum_i x_i p_i$ 绝对收敛时，称 $\sum_i x_i p_i$ 为随机变量 X 的数学期望

（或期望、均值），记作 $E(X)$. $\sum_i |x_i| p_i$ 收敛

期望

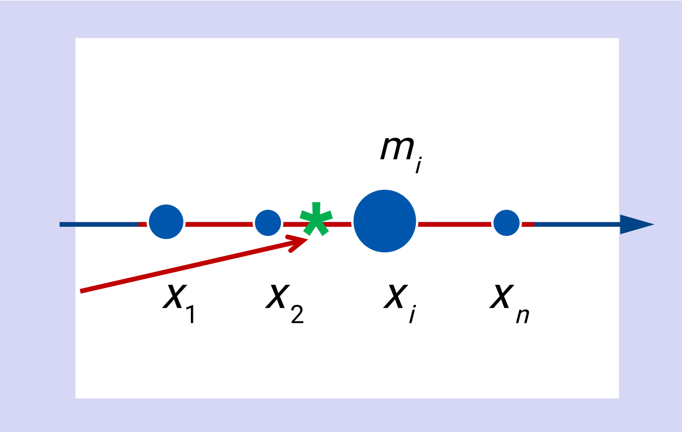
注：

1. 为保证无穷级数 $\sum_i x_i p_i$ 的值不因改变求和次序而变，要求级数 $\sum_i x_i p_i$ 绝对收敛， $E(X)$ 才有定义。

2. 当 X 服从某个分布时,也称 $E(X)$ 是这个分布的期望 。期望刻画随机变量取值的平均，有直观含义。

3. 物理含义 ：单位质量的细棒,

   重心坐标 $\sum_i x_i m_i$



期望

例1 设离散型随机变量 X 的分布律如下，计算 $E(X)$

X	-2	1
P_r	0.2	0.8

解

$$E(X)=\sum_i x_i p_i=-2\times 0.2+1\times 0.8=0.4$$

期望

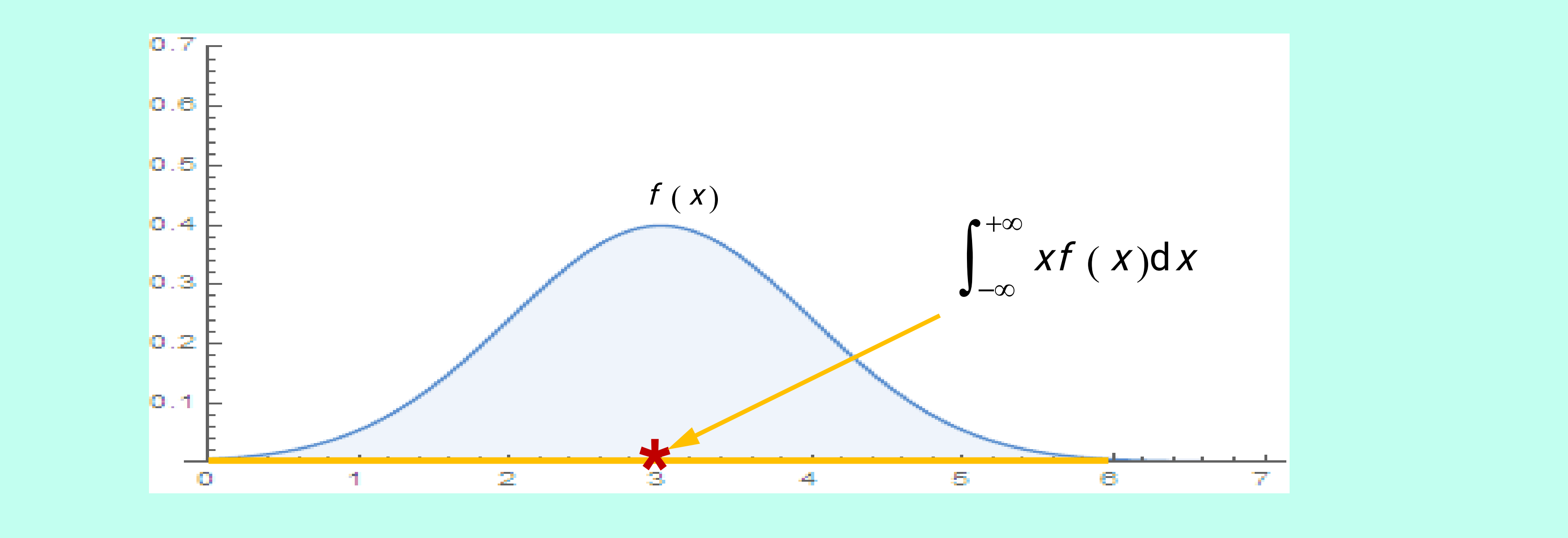
定义2

设连续型随机变量 X 的密度函数为 $f(x)$，当积分 $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\mathrm{d}x$ 绝对收敛时，即 $\int_{-\infty}^{+\infty} |x| f(x)\,\mathrm{d}x$ 收敛，称 $\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\mathrm{d}x$ 为随机变量 X 的数学期望，记作 $E(X)$，

$$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\mathrm{d}x.$$

期望

物理含义：密度函数为 $f(x)$ 单位质量细棒 重心坐标



期望

例2 设连续型随机变量 X 的密度函数如下，计算 $E(X)$

$$f(x)=\begin{cases}2x, & 0<x<1\\ 0, & \text{其余}\end{cases}$$

解

$$E(X)=\int_{-\infty}^{+\infty} xf(x)\mathrm{d}x$$

$$=\int_0^1 x\cdot 2x\mathrm{d}x=\frac{2}{3}$$

期望

例3 设离散型随机变量 X 的分布律为

$$P\left(X=(-1)^i\frac{2^i}{i}\right)=\frac{1}{2^i},\ i=1,2,\cdots$$

X 的数学期望存在吗？

解 因为 $\sum_{i=1}^{\infty}|x_i|p_i=\sum_{i=1}^{\infty}\left|(-1)^i\frac{2^i}{i}\right|\cdot\frac{1}{2^i}=\sum_{i=1}^{\infty}\frac{1}{i}$ 发散，所以 X 的数学期望不存在。

微课：期望