备用数据：$\Phi(1)=0.8413, t_{0.975}(15)=2.1315, \chi^2_{0.025}(15)=6.262, \chi^2_{0.975}(15)=27.488.$

一、填空题(16 分，每空 2 分)

1、如果在区间（0,1）中随机地取两个数，则事件“取到的两数之和小于 1”的概率为________，事件“取到的两数之差小于 0.5”的概率为________.

2、设连续型随机变量 X 的分布函数为 $F(x)=\begin{cases} A+Be^{-2x}, x>0, \\ 0, \quad 其他. \end{cases}$，其中 A,B 为常数。则常数 $A=$________，

$B=$________ ,概率 $P(-1<X<1)=$__________.

3、设 $X_1, X_2, \cdots, X_8, Y_1, Y_2, \cdots, Y_8$ 是取自正态总体 $N(\mu,1)$ 的简单随机样本，$\bar{X}=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} X_i$，

$\bar{Y}=\frac{1}{8}\sum_{i=1}^{8} Y_i$，则 $D(\bar{X})=$_____，$D(\bar{X}-\bar{Y})=$_____，$P(|\bar{X}-\bar{Y}|>0.5)=$_________.

二、（12 分）某团指挥部将两个信息分别编码为“0”和“1”传送出去，由于敌方信号干扰，当发出信号为“0”时，连队接收站将其误收为“1”的概率为 0.02；当发出信号“1”时连队接收站将其误收为“0”的概率为 0.04，指挥部传送信息“0”与信息“1”的比例为 2:1.
(1)连队接收站收到信号“0”的概率；（2）若现在连队接收站收到信号“0”，问:指挥部传送出去的信号也是“0”的概率为多少？

三、(10 分) 甲乙两人进行三分球投篮比赛，从历史记录可知：甲的三分球命中率为 0.5，乙的三分球命中率为 0.6。今两人各自独立投三分球 3 次。

（1）求两人投中三分球次数相同的概率；(2)求甲比乙投中的三分球次数多一次的概率。

四、（16 分）设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases} ae^{-(x+2y)},0<x<1且y>0 \\ 0,其他 \end{cases}$$ ，其中a为常数。

(1)求常数a的值；（2）分别求X和Y的边缘密度函数$f_x(x)$和$f_Y(y)$；

（3）问：X和Y是否相互独立?请说明理由；(4)求$U=\max(X,Y)$的分布函数.

五、(14 分) 设二维随机变量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}12y^2,0<y<x<1\\0,其他\end{cases}$$

（1）求 $E(X),E(Y)$ 和 $E(X^2+Y^2)$；（2）求 (X,Y) 的协方差 $\mathrm{cov}(X,Y)$ 和相关系数 $\rho(X,Y)$.

六、(10 分) 某保险公司开办的一个险种有 100 万人投保，每人每年支付 120 元保险费，在一年内投保人意外死亡的概率为 0.0006，投保人意外死亡时保险受益人可以向保险公司要求赔付 10 万元。假设投保人是否死亡是相互独立的。不计管理和营销成本，求保险公司在这个险种上一年的利润不少于 6000 万元的概率。(要求用中心极限定理解题）.

七、(10 分) 某厂生产了一批袋装糖果，现从中随机抽查了 16 袋，得到其重量数据分别为(单位：克）$x_1, x_2, \cdots, x_{16}$，并由此算出 $\sum_{i=1}^{16} x_i = 8000, \sum_{i=1}^{16} x_i^2 = 4000540$. 设袋装糖果的重量 X（单位：克）服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$. μ, σ^2 均未知. 试分别求 μ 和 σ 的置信水平 0.95 的双侧置信区间（结果请保留三位小数）.

八、(12 分) 设 $X_1, X_2, \cdots, X_n$ 是取自总体 X 的简单随机样本，总体 X 服从参数为 λ 的泊松分布，其中 $\lambda > 0$ 未知，记 $\theta = \lambda^2 + 1$。

（1）求 λ 的极大似然估计 $\hat{\lambda}$；（2）求 θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}$；

（3）问：θ 的极大似然估计 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计？请说明理由.