1、(10 分) 航空公司经过统计发现预订航班的旅客会有 1%的可能性最终不来搭乘航班，因此对一个能载客 400 人的波音 747 航班出售了 403 张票。(1) 问每位乘客都有座位的概率，仅写出公式即可；(2) 用泊松定理近似计算（1）中的概率（保留 3 位小数)。

2、(14 分) 已知随机变量 X 的密度函数为 $f(x)=\begin{cases} cx, & 0<x<1 \\ 2-x, & 1<x<2 \\ 0, & 其他 \end{cases}$。(1) 求常数 c；

(2) 求 X 分布函数 $F_X(x)$。

3、(10 分) 判断下列函数是否是分布函数，并说明原因。

(1) $F_X(x)=\begin{cases} 0, & x<0 \\ \cos x, & 0\le x<\dfrac{\pi}{2} \\ 1, & x\ge\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$　　(2) $F_X(x)=\begin{cases} 0, & x\le 0 \\ \sin x, & 0<x\le\dfrac{\pi}{2} \\ 1, & x>\dfrac{\pi}{2} \end{cases}$

4、(10 分) 已知 $X\sim N(3,4), Y=2X^2+3$，求 Y 的分布函数 $F_Y(y)$ 和密度函数 $f_Y(y)$。

5、(8 分) 已知 $X\sim E(1), Y=e^X$，求 Y 的分布函数 $F_Y(y)$ 和密度函数 $f_Y(y)$。

6、(14 分) 设随机变量 X,Y 相互独立且 $X\sim B\left(2,\dfrac{1}{2}\right)$，$X\sim P(1)$，记 $Z=X+Y$.

(1) 求 (X,Z) 的联合概率函数 (用 $P(X=i,Z=k)$ 表示); (2) 求 Z 的概率函数 (用 $P(Z=k)$ 表示)；(3) 求概率 $P(X=i|Z=k)$,其中 $i\le\min(2,k), k=0,1,\cdots$。

7、(32 分) 已知二维随机变量 (X,Y) 是 G 区域上的二维均匀分布, G 由 $y=2, y=2x, y=-2x$ 所围。(1) 求 (X,Y) 的联合密度函数 $f(x,y)$；(2) 分别求 X 和 Y 的边缘密度函数 $f_X(x)$ 和 $f_Y(y)$；　(3) 问: X 和 Y 是否相互独立?请说明理由；　(4) 求条件密度函数 $f_{X|Y}(x|1)$，当 $-1<x<1$ 时，求 $f_{Y|X}(y|x)$；(5) 概率 $Z=2Y-X$ 的密度函数。

8、(10 分选做题) 某人声称具有超感知觉，作为测试，将一枚均匀的硬币抛掷了 10 次，每次要求他事先预测结果。此人在 10 次中猜中 9 次。若他没有这种超感知觉，他做的至少这样好的概率是多少（保留 4 位小数）？根据该结果，人们能否相信它具有超知感觉。