

Data Structure, Week 1 – Assignment

Performance Analysis and Measurement

1. Permutations 함수의 시간 복잡도는?

```
void Permutations(char* a, const int k, const int m)
{
    // Generate all the permutations of a[k], ..., a[m].
    if (k == m) // Output permutation
    {
        for (int i = 0; i <= m; i++)
            cout << a[i] << " ";
        cout << endl;
    }
    else // a[k:m] has more than one permutation. Generate these recursively.
    {
        for (int i = k; i <= m; i++)
        {
            swap(a[k], a[i]);
            Permutations(a, k + 1, m);
            swap(a[k], a[i]);
        }
    }
}
```

2. Magic 함수의 시간 복잡도는?

(여기서 말하는 Magic Square란 모든 행, 열, 대각선의 합이 같은 $n \times n$ 행렬을 말함)

(H. Coxeter는 n 이 홀수일 때 Magic Square를 만드는 간단한 방법을 제시함)

```
void Magic(const int n)
{
    // Create a magic square of size n, n is odd.
    const int MaxSize = 51;    // Maximum square size
    int square[MaxSize][MaxSize], k, l;

    // Check correctness of n
    if ((n > MaxSize) || (n < 1))
        throw "Error! n out of range";
    else if (!(n % 2)) throw "Error! n is even";

    // n is odd. Coxeter's rule can be used
    for (int i = 0; i < n; i++) // Initialize square to 0
        fill(square[i], square[i] + n, 0); // STL algorithm
    square[0][(n - 1) / 2] = 1; // Middle of first row

    // i and j are current position
    int key = 2, i = 0, j = (n - 1) / 2;
    while (key <= n * n)
    {
        // Move up and left
        if (i - 1 < 0) k = n - 1;
        else k = i - 1;
        if (j - 1 < 0) l = n - 1;
        else l = j - 1;
        if (square[k][l]) i = (i + 1) % n; // Square occupied, move down
        else
        {
            // square[k][l] is unoccupied
            i = k;
            j = l;
        }
        square[i][j] = key;
        key++;
    } // End of while

    // Output the magic square
    cout << "Magic square of size " << n << endl;
    for (i = 0; i < n; i++)
    {
        copy(square[i], square[i] + n, ostream_iterator<int>(cout, " "));
        cout << endl;
    }
}
```

3. SelectionSort 함수의 시간 복잡도는?

```

void SelectionSort(int* a, const int n)
{
    // Sort the n integers a[0] to a[n-1] into nondecreasing order.
    for (int i = 0; i < n; i++)
    {
        int j = i;
        // Find smallest integer in a[i] to a[n - 1]
        for (int k = i + 1; k < n; k++)
            if (a[k] < a[j])
                j = k;
        swap(a[i], a[j]);
    }
}

```

4. 다음 순환식의 시간 복잡도를 구하고, Master Theorem 을 통해 맞는지 확인해 보라.

- The Form : $T(n) = \begin{cases} c, & \text{if } n < d \\ aT(n/b) + f(n), & \text{if } n \geq d \end{cases}$
 - The Master Theorem : ($\varepsilon > 0$ is any constant)
 - 1. If $f(n)$ is $O(n^{\log_b a - \varepsilon})$, then $T(n)$ is $\Theta(n^{\log_b a})$.
 - 2. If $f(n)$ is $\Theta(n^{\log_b a} (\log n)^k)$, then $T(n)$ is $\Theta(n^{\log_b a} (\log n)^{k+1})$.
 - 3. If $f(n)$ is $\Omega(n^{\log_b a + \varepsilon})$, then $T(n)$ is $\Theta(f(n))$, provided $af(n/b) \leq \delta f(n)$ for some $\delta < 1$.
- a. $T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{1}{2}n^2 + n$
 - b. $T(n) = 2T\left(\frac{n}{4}\right) + \sqrt{n} + 42$
 - c. $T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + \frac{3}{4}n + 1$
 - d. $T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n \log n$

5. 복소수 행렬 X 는 A 와 B 가 실수 값으로 이루어진 행렬이라고 할 때, 행렬 쌍 (A, B) 로 표현할 수 있다. 두 복소수 행렬 (A, B) 와 (C, D) 의 곱을 계산하는 프로그램을 작성하라. 여기서 $(A, B) * (C, D) = (A + iB) * (C + iD) = (AC - BD) + i(AD + BC)$ 다. 모든 행렬이 $n \times n$ 일 때 덧셈과 곱셈의 횟수는 얼마인가?